



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA  
E DE COMPUTAÇÃO



# BIANISOTROPIA UNIAXIAL EM ESTRUTURAS IRRADIANTES COM MULTICAMADAS E SUPERCONDUTORES

**ROBERTO RANNIERE CAVALCANTE DE FRANÇA**

ORIENTADOR: PROF. DR. HUMBERTO CÉSAR CHAVES FERNANDES

NATAL – RN,  
FEVEREIRO DE 2009



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA  
E DE COMPUTAÇÃO



# BIANISOTROPIA UNIAXIAL EM ESTRUTURAS IRRADIANTES COM MULTICAMADAS E SUPERCONDUTORES

**ROBERTO RANNIERE CAVALCANTE DE FRANÇA**

Orientador: Prof. Dr. Humberto César Chaves Fernandes

**Dissertação de Mestrado** apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação da UFRN (área de concentração: Telecomunicações) como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Natal – RN,  
FEVEREIRO DE 2009

Divisão de Serviços Técnicos

Catálogo da Publicação na Fonte. UFRN / Biblioteca Central Zila Mamede

França, Roberto Raniere Cavalcante de.

Bianisotropia uniaxial em estruturas irradiantes com multicamadas e supercondutores / Roberto Raniere Cavalcante de França. – Natal, RN, 2009.

98 f.

Orientador: Humberto César Chaves Fernandes.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação.

1. Antena de microfita – Dissertação. 2. Bianisotropia uniaxial – Dissertação. 3. Método de linha de transmissão transversa – Dissertação. 4. Antena multicamada – Dissertação. 5. Supercondutor – Dissertação. I. Fernandes, Humberto César Chaves. II. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. III. Título.

RN/UF/BCZM

CDU 621.396.67(043.3)

# BIANISOTROPIA UNIAXIAL EM ESTRUTURAS IRRADIANTES COM MULTICAMADAS E SUPERCONDUTORES

**ROBERTO RANNIERE CAVALCANTE DE FRANÇA**

Dissertação de mestrado defendida em fevereiro de 2009.

Banca examinadora composta pelos seguintes membros:

---

Prof. Dr. Humberto César Chaves Fernandes (Presidente e orientador).....UFRN

---

Prof. Dr. Alfredo Gomes Neto (examinador externo).....IFPB

---

Prof. Dr. Adaildo Gomes D'Assunção (examinador interno).....UFRN

---

Prof. Dr. Laércio Martins de Mendonça (examinador interno)..... UFRN

A Deus que nunca me desampara, ao meu pai Roberto e a minha mãe Maria pelo amor dedicado a mim, aos meus irmãos Emerson e Raiff pela amizade e apoio.

---

# Agradecimentos

---

Primeiramente, agradeço a Deus por ter me permitido a realização deste trabalho, por ter me dado força e esperança, por ter me confortado e amparado durante todos os momentos da minha existência.

Agradeço a meus pais e à minha família pelo amor que sempre me dedicaram durante todos os momentos da minha vida.

Ao professor Dr. Humberto César Chaves Fernandes por ter me recebido no seu grupo de pesquisa, pela orientação, amizade e disponibilidade para ajudar na orientação.

Aos professores da UFRN que contribuíram para a minha formação acadêmica.

Aos colegas da pós-graduação e graduação pelo companheirismo e amizade prestados durante esta etapa da minha vida, Manoel do Bonfim, Aline Farias, Marinaldo Sousa e João Kleber.

---

# Resumo

---

Este trabalho apresenta a análise teórica e numérica dos parâmetros de uma antena de microfita do tipo retangular sobre substrato bianisotrópico e também incluindo simultaneamente supercondutor na antena. É aplicada a teoria de onda completa do método da Linha de Transmissão Transversa - LTT, para a caracterização das grandezas do substrato e obtenção das equações gerais dos campos eletromagnéticos. É realizado um estudo através da teoria bianisotrópica com o intuito de obter alguns parâmetros. Os mesmos são caracterizados através de tensores permissividade e permeabilidade, chegando-se às equações gerais para os campos eletromagnéticos da antena.

É apresentado um estudo das principais teorias que explicam o fenômeno da supercondutividade. As teorias BCS, Equações de London e modelo dos Dois Fluidos são usadas no estudo nas antenas de microfita com estrutura bianisotrópica pela primeira vez.

A inclusão do *patch* supercondutor é feita utilizando-se a condição de contorno complexa resistiva. Em seguida é obtida a frequência de ressonância complexa. São simulados vários parâmetros de antenas com o intuito de diminuir as dimensões físicas e aumentar a largura de banda das mesmas. Os resultados são apresentados através de gráficos. A análise teórico-computacional desse trabalho se mostra precisa e relativamente concisa. São apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

**Palavras Chaves:** Antena de microfita, bianisotropia uniaxial, método de linha de transmissão transversa, antena multicamada, supercondutor.

---

# Abstract

---

This work presents a theoretical and numerical analysis of parameters of a rectangular microstrip antenna with bianisotropic substrate, and including simultaneously the superconducting patch. The full-wave Transverse Transmission Line - TTL method, is used to characterize these antennas. The bianisotropic substrate is characterized by the permittivity and permeability tensors, and the TTL gives the general equations of the electromagnetic fields of the antennas.

The BCS theory and the two fluids model are applied to superconductors in these antennas with bianisotropic for first time. The inclusion of superconducting patch is made using the complex resistive boundary condition.

The resonance complex frequency is then obtained. Are simulated some parameters of antennas in order to reduce the physical size, and increase the its bandwidth. The numerical results are presented through of graphs. The theoretical and computational analysis these works are precise and concise. Conclusions and suggestions for future works are presented.

**Keywords:** Microstrip antennas, uniaxial bianisotropic, Transverse transmission line method, multilayer antenna, superconductor.



---

# Sumário

---

Lista de Figuras .....	3
Lista de Tabelas .....	5
Lista de Abreviaturas e Siglas .....	6
Lista de Símbolos .....	7
CAPÍTULO 1 .....	9
Introdução .....	9
CAPÍTULO 2 .....	12
Antenas de Microfita .....	12
2.1 – Estrutura da Antena .....	12
2.2 – Vantagens e Limitações das Antenas de Microfita .....	12
2.3 – Definições Iniciais .....	14
2.3.1 – Diagrama de Irradiação .....	14
2.3.2 – Polarização.....	15
2.3.3 – Diretividade .....	16
2.3.4 – Largura de Banda.....	16
2.4 – Antenas de Microfita .....	17
2.4.1 – Técnicas de Alimentação .....	18
2.4.2 – Alimentação por Meio de Cabo Coaxial .....	18
2.4.3 – Acoplamento de Proximidade .....	19
2.4.4 – Alimentação por Linha de Microfita .....	19
2.5 – Métodos de Análise .....	20
2.5.1 – Modelo da Cavidade .....	21
2.5.2 – Modelo da Linha de Transmissão.....	22
2.5.3 – Métodos de Onda Completa .....	23
2.6 – Conclusões.....	24
CAPÍTULO 3 .....	25
Substrato Bianisotrópico .....	25
3.1 – Introdução .....	25
3.2 – Definição de Metamateriais Left-Handed .....	26
3.3 – Conclusões.....	35
CAPÍTULO 4 .....	36
Teoria dos Materiais Supercondutores .....	36
4.1 – Introdução .....	36
4.2 – Características dos Materiais Supercondutores .....	36
4.3 – Teoria BCS da Supercondutividade .....	39
4.4 – Equações de London.....	40
4.5 – Modelo dos Dois Fluidos.....	41
4.6 – Impedância de Superfície .....	42
4.7 – Conclusão .....	45

CAPÍTULO 5 .....	46
Aplicação do Método LTT .....	46
5.1 – Desenvolvimento dos Campos Transversais .....	46
5.2 – Conclusões.....	52
CAPÍTULO 6 .....	53
Campos Eletromagnéticos na Antena.....	53
6.1 – Introdução.....	53
6.2 – Antena de Microfita com Substrato Bianisotrópico .....	53
6.3 – Determinação das Equações de Campos Eletromagnéticos .....	54
6.4 – Expansão das Densidades de Corrente em Termos de Funções de .....	65
6.5 – Conclusões.....	70
CAPÍTULO 7 .....	71
Resultados da Antena com Substrato .....	71
7.1 – Introdução.....	71
7.2 – Antena Retangular .....	72
7.3 – Resultados do Comportamento das Funções de Base .....	80
7.4 – Conclusões.....	81
CAPÍTULO 8 .....	82
Campos Eletromagnéticos de Antenas .....	82
8.1 – Introdução.....	82
8.2 – Ressonador Retangular em Multicamadas .....	83
8.3 – Determinação das Equações dos Campos Eletromagnéticos .....	83
8.4 – Conclusão .....	93
CAPÍTULO 9 .....	94
Conclusões.....	94
Referências Bibliográficas.....	96

---

## Lista de Figuras

---

2.1	Antena <i>patch</i> convencional.....	p.12
2.2	Ondas de superfície numa antena <i>patch</i> .....	p.14
2.3	Onda eletromagnética com polarização linear vertical.....	p.15
2.4	Antena de microfita convencional .....	p.17
2.5	Antena de Microfita, alimentada por cabo coaxial.....	p.18
2.6	Alimentação via Conector Coaxial.....	p.18
2.7	Alimentação por acoplamento em proximidade.....	p.19
2.8	Alimentação por microfita.....	p.20
2.9	Configurações de campo (modos) para <i>patch</i> retangular de microfita.....	p.21
3.1	Diagrama de permissividade-permeabilidade e índice de refração.....	p.26
3.2	Diagrama mostrando os vetores de pointing, de onda elétrica e magnética em materiais comuns (a) e metamateriais (b).....	p.27
3.3	Diagrama de raios mostrando a direção de propagação de onda (a) material natural, (b) metamaterial.....	p.28
3.4	Metamateriais ( $p \ll \lambda_g$ ) construídos apenas com metais comuns e dielétricos, (a) $\epsilon$ -negativo/ $\mu$ -positivo, (b) $\epsilon$ -positivo/ $\mu$ -negativo e (c) Estrutura SRR-T....	p.29
3.5	Modelo de circuito equivalente do SRR, (a) SRR configuração dupla e (b) configuração simples.....	p.31
3.6	Resultados teóricos computacionais para uma estrutura TW-SRR, (a) permeabilidade, (b) permissividade.....	p.32
3.7	Metamateriais ( $p \ll \lambda_g$ ) construídos apenas com metais comuns e dielétricos, (a) $\epsilon$ -negativo/ $\mu$ -positivo,(b) $\epsilon$ -positivo/ $\mu$ -negativo e (c)estrutura SRR-TW.....	p.33
3.8	Estrutura RIS .....	p.34
4.1	Resistividade do mercúrio em função da temperatura em Kelvin.....	p.37
4.2	Resistividade do YBCO em função da temperatura em Kelvin.....	p.37
4.3	Efeito Meissner na transição da temperatura crítica. (a) Temperatura do supercondutor acima da temperatura crítica; (b) Supercondutor resfriado abaixo de sua temperatura crítica.....	p.38
4.4	Impedância de superfície de um dielétrico, de um metal normal e de um	

	supercondutor.....	p.43
6.1	Antena de microfita com substrato bianisotrópico.....	p.54
6.2	Antena de microfita retangular com substrato bianisotrópico.....	p.68
7.1	Antena retangular de microfita com substrato bianisotrópico.....	p.72
7.2	Vista da seção transversal da Antena Retangular com Substrato bianisotrópico.....	p.72
7.3	Frequência de Ressonância em função do comprimento do <i>patch</i> para $\epsilon_r = 9.8$ .....	p.73
7.4	Frequência em função do comprimento L do <i>patch</i> para diferentes permissividades.....	p.74
7.5	Frequência em função da espessura da região 1 de uma antena de microfita com substrato metamaterial bianisotrópico.....	p.75
7.6	Frequência em função do comprimento L do <i>patch</i> para diferentes permeabilidades.....	p.76
7.7	Frequência de Ressonância em função da largura W do <i>patch</i> para $\epsilon_r = 9.8$ ..	p.77
7.8	Frequência de Ressonância em função do comprimento do <i>patch</i> para três substratos.....	p.77
7.9	Frequência de ressonância em função do comprimento para diferentes espessuras do substrato bianisotrópico.....	p.78
7.10	Frequência de Ressonância em função do comprimento do <i>patch</i> para $\epsilon_r = 9,8$ .....	p.79
7.11	Frequência de ressonância para três tipos de substratos.....	p.79
7.12	Comportamento da função de base na direção de propagação.....	p.81
8.1	Ressorador retangular em multicamadas dielétricas.....	p.83
8.2	Vista lateral do ressoador retangular em multicamadas.....	p.83

---

## ***Lista de Tabelas***

---

4.1 Comparação da lâmina supercondutora com lâminas de cobre e ouro..... p.44

---

## ***Lista de Abreviaturas e Siglas***

---

LTT	Método da Linha de Transmissão Transversa,.....	p. 10
MMIC	Circuito Integrado Monolítico em Microondas.....	p. 13
LH	Materiais Esquerdinos - <i>Left Handed</i> ,.....	p. 27
MD	Materiais Destros - <i>Right Handed</i> ,.....	p. 27
TW	Fio Fino de Metal - <i>Thin Wire</i> , .....	p. 29
SRR	Ressorador de Anel Partido - <i>Split Ring Ressonator</i> ,.....	p. 30
TW-SRR	Ressorador de Anel Partido e Fio Fino de Metal, .....	p. 31
RIS	Superfície de Impedância Reativa - <i>Reactive Impedance Surface</i> ,.....	p. 33
PEC	Condutor Elétrico Perfeito - <i>Perfectly Electric Conductor</i> ,.....	p. 33
PMC	Condutor Magnético Perfeito - <i>Perfectly Magnetic Conductor</i> ,.....	p. 33

---

## ***Lista de Símbolos***

---

$\eta$	Impedância intrínseca do Espaço Livre.....	p. 10
$\kappa$	Número de onda.....	p. 10
$\tilde{H}$	Vetor campo magnético.....	p. 20
$\tilde{E}$	Vetor campo elétrico.....	p. 20
D	Diretividade.....	p. 22
BW	Largura de banda .....	p. 22
$\omega$	Frequência angular complexa.....	p. 29
$\mu$	Permeabilidade magnética.....	p. 29
$\epsilon$	Permissividade elétrica.....	p. 29
j	Número imaginário unitário, $j = \sqrt{-1}$ .....	p. 35
$P(\theta, \phi)$	Padrão de irradiação.....	p. 35
$F(\theta, \phi)$	Fator de irradiação.....	p. 35
U	Intensidade de irradiação.....	p. 35
$\mu_{xx}$	Permeabilidade magnética relativa na direção x.....	p. 36
$\mu_{yy}$	Permeabilidade magnética relativa na direção y.....	p. 36
$\mu_{zz}$	Permeabilidade magnética relativa na direção z.....	p. 36
$\mu_0$	Permeabilidade magnética no espaço livre.....	p. 36
$\epsilon_{xx}$	Permissividade elétrica relativa na direção x.....	p. 36
$\epsilon_{yy}$	Permissividade elétrica relativa na direção y.....	p. 36
$\epsilon_{zz}$	Permissividade elétrica relativa na direção z.....	p. 36
$\epsilon_0$	Permissividade elétrica no espaço livre.....	p. 36
$\hat{x}$	Versor na direção x.....	p. 36
$\hat{y}$	Versor na direção y.....	p. 36
$\hat{z}$	Versor na direção z.....	p. 36
$k_i$	Número de onda da $i$ -ésima região dielétrica.....	p. 40

$\gamma$	Constante de propagação na direção y.....	p. 43
$\alpha_n$	Variável espectral na direção x.....	p. 44
$\beta_k$	Variável espectral na direção z.....	p. 44



---

# **CAPÍTULO 1**

## ***Introdução***

---

O conceito de irradiadores em microfita surgiu em 1953, porém as primeiras antenas práticas foram desenvolvidas a partir de 1970 por Howell e Munson. A partir de então foram desenvolvidos antenas e arranjos de microfita explorando as vantagens que estas oferecem.

Atualmente, as comunicações sem fio compreendem um vasto leque de tecnologias. Com o rápido desenvolvimento das tecnologias 3G e 4G (sistemas de comunicação sem fio de terceira e quarta gerações), busca-se soluções técnicas que atendessem os requisitos de novos e melhores serviços. Paralelamente, surgiu uma crescente demanda por equipamentos que potencializem a qualidade e a capacidade dos serviços necessários para sustentar tal demanda. Nesse contexto, as antenas planares representa um papel fundamental, dada a sua aplicabilidade e versatilidade, fortalecendo assim essa área de pesquisa, pois até a segunda geração (2G), a atenção estava principalmente voltada ao desenvolvimento de protocolos e técnicas de modulação mais eficientes [1].

O objetivo desse trabalho é desenvolver, através de uma análise rigorosa, um estudo das características de irradiação de antenas de microfita multicamada. Serão modeladas antenas de microfita sobre múltiplas camadas bianisotrópicas dielétricas; e, com supercondutores no *patch*.

A análise é complexa e baseada no estudo de substratos bianisotrópicos, tendo em vista que os materiais usados na fabricação de antenas impressas, podem apresentar anisotropia dielétrica e magnética como anisotropia uniaxial. Além disso, a utilização de substratos bianisotrópicos impõe com as análises concluídas, uma maior flexibilidade aos projetos; e permite o desenvolvimento de modelos precisos para altas frequências.

A utilização de um procedimento de onda completa, através do método da linha de transmissão transversa, no domínio da transformada de Fourier, associado ao método dos momentos, permite determinar a frequência de ressonância[3].

São apresentados resultados da frequência de ressonância para várias configurações de antenas com substrato bianisotrópico e *patch* superconductor. A validação do modelo é verificada através de comparações com resultados numéricos, publicados na literatura, para antenas de microfita sobre substratos isotrópicos.

No capítulo 2, é apresentada a estrutura de uma antena de microfita com suas características, assim como vantagens e desvantagens quando comparadas a outras antenas para microondas e comunicações sem fio. Características e tipos de substratos empregados na sua fabricação, bem como as aplicações, formas e principais métodos e modelos de alimentação e análises.

No capítulo 3, é analisada a estrutura bianisotrópica que neste trabalho vai ser exemplificado através do metamaterial. Apresenta-se o estudo geral do índice de refração, permeabilidade e permissividade. São definidos alguns tipos de metamateriais, descrevendo-se suas estruturas, equacionamentos exatos e curvas características[5].

No Capítulo 4 é apresentada algumas teoria sobre o fenômeno de materiais supercondutivos [1]-[2]. São apresentados os principais métodos de análise dos supercondutores [17]-[22], os principais efeitos à temperatura abaixo da temperatura crítica desses materiais e os principais efeitos a altas frequências.

No Capítulo 5 são desenvolvidos os campos eletromagnéticos das estruturas de microfita utilizando o método LTT. A partir das equações de Maxwell serão determinadas as expressões gerais dos componentes dos campos eletromagnéticos na região dielétrica considerada. Dessa forma, obtêm um conjunto de equações, nas quais os componentes dos campos nas direções  $x$  e  $z$  são determinados em função das componentes dos campos na direção  $y$ , considerando uma propagação “virtual” nesta direção. No domínio da transformada de Fourier (FTD) o método é empregado no desenvolvimento das equações dos campos eletromagnéticos das estruturas de ressoadores retangulares de microfita com substrato metamaterial bianisotrópico uniaxial. Essas equações constituem-se no ponto de partida para todo o desenvolvimento analítico deste trabalho.

No Capítulo 6, a teoria desenvolvida nos capítulos anteriores é aplicada a uma antena de microfita retangular com substrato bianisotrópico, do tipo metamaterial uniaxial, com o objetivo de obter-se a frequência de ressonância complexa, e os campos

eletromagnéticos tangenciais à fita condutora. Para tanto é aplicada a solução das equações de Helmholtz, utilizando-se condições de contorno eletromagnéticas adequadas. Em seguida aplica-se o método dos momentos, onde as densidades de corrente são expandidas em termos de função de bases e obtém-se a equação característica, cuja raiz é a frequência de ressonância complexa.

Os resultados numéricos para a antena de microfita com substrato bianisotrópico são apresentados no capítulo 7. São feitas comparações com outros autores e análises dos resultados obtidos.

No Capítulo 8, são analisados os ressoadores de microfita com multicamadas e *patch* retangular, no qual aplicando as condições de contorno são obtidas as equações dos campos eletromagnéticos no domínio espectral para as três regiões da estrutura. São considerados os substratos bianisotrópicos com ênfase no metamaterial.

No Capítulo 9, são apresentadas as conclusões das aplicações do método LTT às estruturas analisadas assim como dos resultados apresentados e sugestões para trabalho futuros.

Ao final, são apresentadas as referências bibliográficas nas quais este trabalho foi baseado.

---

## CAPÍTULO 2

### Antenas de Microfita

---

#### 2.1 – Estrutura da Antena

A antena de microfita na sua forma mais simples é composta de um elemento metálico (*patch*) depositado sobre um substrato que por sua vez está sobre um plano de terra. A alimentação é feita por meio de uma linha de microfita ou cabo coaxial, como mostrado na Figura 2.1. O *patch* pode ter várias geometrias tais como: quadrada, retangular, circular, elíptica, triangular ou qualquer outra configuração de acordo com a característica desejada.

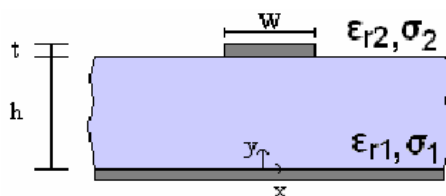


Figura 2.1 – Antena *patch* convencional.

A forma do *patch* influencia na distribuição de corrente e por conseqüência na distribuição do campo na superfície da antena.

A irradiação da antena de microfita pode ser determinada através da distribuição de campo entre o *patch* metálico e o plano de terra. Da mesma forma, a irradiação pode ser descrita em termos de distribuição de corrente de superfície sobre o elemento metálico.

#### 2.2 – Vantagens e Limitações das Antenas de Microfita

As antenas de microfita apresentam algumas vantagens quando comparadas com as antenas convencionais usadas para microondas [1], tais como:

- Baixo peso e configuração fina;
- Polarizações lineares e circulares são possíveis com alimentação simples;
- Antenas com polarização dual e frequência dual são facilmente realizáveis;
- Podem ser facilmente embarcadas com circuitos integrados de microondas;
- Linhas de alimentação e redes de casamento de impedância podem ser fabricadas simultaneamente com a estrutura da antena.

Entretanto, as antenas de microfita têm algumas limitações quando comparadas com as antenas de microondas convencionais:

- Largura de banda limitada;
- Baixo ganho ( $\approx 6$  dB);
- Excitação de onda de superfície;
- A utilização de substratos com alta constante dielétrica é preferível, pois facilitam a integração com *MMIC's* (Circuitos Integrados Monolíticos de Microondas), entretanto substratos com constantes dielétricas altas possuem a largura de banda estreita e baixa eficiência de irradiação.

Existem muitas formas de diminuir o efeito destas limitações, como por exemplo, a redução da excitação de ondas de superfície através da utilização de novos substratos, como exemplo metamaterial. Um aumento na largura de banda pode ser obtido com antenas com estrutura de *patches* empilhados ou com multicamadas dielétricas.

A excitação das ondas de superfície nas antenas de microfita ocorre quando, dentre alguns fatores, a constante dielétrica é maior que um [1].

As ondas de superfície são lançadas dentro do substrato a um ângulo de elevação  $\theta$  encontrando-se entre  $\pi/2$  e  $\text{sen}^{-1}(1/\sqrt{\epsilon_r})$ . Estas ondas incidem no plano de terra, a um ângulo  $\theta$ , sendo refletidas por este plano, encontram então a interface dielétrico-ar que, por sua vez, também consegue refletir ondas. Seguindo este percurso, a onda finalmente alcança o contorno da estrutura de microfita onde é refletida de volta ao substrato e difratada pela borda dando ascensão à irradiação final [1]. Se existir qualquer outra antena nas proximidades da borda desta, as ondas de superfície serão acopladas a esta outra antena, tal qual ilustrado na Figura 2.2.

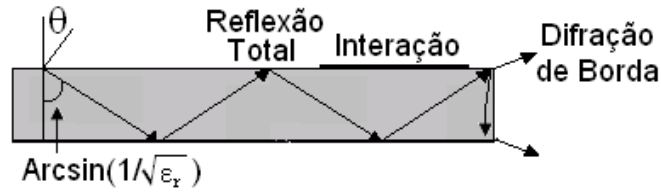


Figura 2.2 – Ondas de superfície numa antena *patch*[1].

## 2.3 – Definições Iniciais

### 2.3.1 – Diagrama de Irradiação

Os diagramas de irradiação são definidos em planos E e H. O plano E é definido como sendo aquele que contém o vetor campo elétrico na direção de máxima irradiação e o plano H como aquele que contém o vetor campo magnético na direção de máxima irradiação. O plano x-y (chamado de plano de elevação) ( $\theta = \pi/2$ ) é o plano E; e o plano x-z (chamado de plano azimutal) ( $\phi = 0$ ) é o plano H, para as antenas de microfita retangular, dependendo da orientação que se toma a partir da antena.

Padrão de radiação  $F(\theta, \phi)$  de uma antena é uma expressão analítica que define a intensidade normalizada do campo elétrico  $E_\theta = (\theta, \phi)$  resultante em cada ponto da superfície esférica  $S_e$  de raio  $r_e$  em cujo centro encontra-se a antena

$$F(\theta, \phi) = \frac{E_\theta(\theta, \phi)}{E_{\theta_{\max}}} \quad (2.1)$$

Onde  $E_{\theta_{\max}}$  é o valor máximo de  $E_\theta(\theta, \phi)$  que ocorre para a particular direção  $(\theta, \phi)$ .

A antena retangular de microfita é projetada para ter o diagrama de irradiação máximo na direção normal ao *patch*, ou seja, na direção perpendicular ao plano de terra os campos se somam em fase dando uma irradiação máxima normal ao *patch*, dessa forma a antena tem irradiação chamada *broadside* [2].

### 2.3.2 – Polarização

A polarização de uma antena em uma dada direção é definida como a polarização da onda eletromagnética que por sua vez, pode ser definida como sendo o plano no qual se encontra a componente elétrica (ou magnética) desta onda. Aqui será definida a polarização linear e circular.

Uma onda harmônica no tempo tem polarização linear se em qualquer ponto do espaço o vetor campo elétrico ou magnético é orientado ao longo da mesma linha reta em qualquer instante de tempo, como mostrado na figura 2.3.

No caso da polarização circular, uma onda harmônica no tempo é circularmente polarizada se o vetor campo elétrico ou magnético em qualquer ponto do espaço traça um círculo em função do tempo. A antena de microfita é a antena mais usada para gerar polarização circular. Várias formas de *patches* são capazes de gerar este tipo de polarização, tais como: quadrado, circular, pentagonal, triangular e elíptico, porém as formas circulares e quadradas são mais usadas na prática [2].

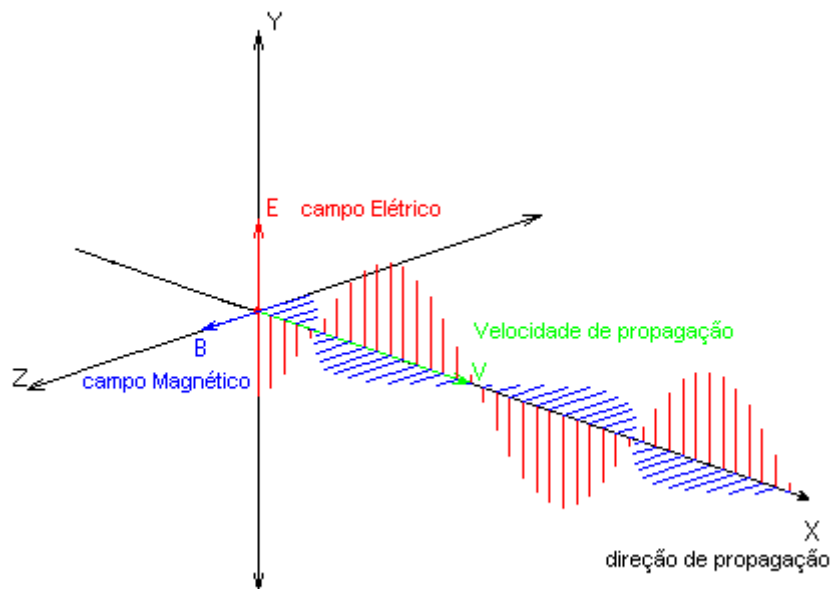


Figura 2.3 – Onda eletromagnética com polarização linear vertical.

### 2.3.3 – Diretividade

A diretividade é uma medida das propriedades direcionais de uma antena comparada às características de uma antena isotrópica. Sendo a antena isotrópica a base para o cálculo da diretividade, ela possui a distribuição de energia no espaço mais uniforme possível levando assim a uma diretividade unitária (1). A diretividade é definida como sendo a razão entre a intensidade de radiação em uma dada direção da antena e a intensidade de radiação média sobre todas as direções [2].

Se a direção não for especificada, a direção de intensidade máxima de radiação (máxima diretividade) é expressa por:

$$D_{\max} = D_0 = \frac{U_{\max}}{U_0} = \frac{4\pi U_{\max}}{P_{rad}} \quad (2.2)$$

Onde

D = Diretividade

$D_0$  = Diretividade máxima

$U_{\max}$  = intensidade máxima de radiação

$U_0$  = intensidade de radiação de uma fonte isotrópica

$P_{rad}$  = potência total radiada

### 2.3.4 – Largura de Banda

A largura de banda de uma antena é definida para informar sobre a faixa de frequências, em torno da frequência central de operação desta, de acordo com determinadas características, tais como: impedância de entrada, diagrama de irradiação, largura de feixe, polarização e ganho [2].

Para antenas de banda larga, a largura de banda é expressa como a relação entre a frequência maior e a frequência menor, tendo como referência a frequência central de operação da antena. Por exemplo, uma largura de banda de 10:1 indica que a frequência superior é 10 vezes maior que a frequência inferior. Sendo representada pela expressão:

$$BW = \frac{f_2}{f_1} \quad (2.3)$$



Onde

$f$  é a frequência central de operação,  $f_1$  é a frequência inferior e  $f_2$  é a frequência superior da faixa.

Ou também a largura de banda é expressa pelo posicionamento  $f_1$  e  $f_2$ , quando  $f_2$  for maior ou igual ao dobro da frequência inferior  $f_1$ :

$$BW = \frac{f_2 - f_1}{f_0} \quad (2.4)$$

## 2.4 – Antenas de Microfita

Aqui nesta seção, serão abordadas as principais características acerca das antenas de microondas com *patch* retangular, de modo a produzir subsídios para os capítulos posteriores. Primeiramente será feita uma introdução abordando aspectos históricos, exemplificando as vantagens e limitações em seu uso. Depois são discutidas as principais técnicas de alimentação eletromagnética. Finalmente, são mostrados os métodos de análise de maior aplicação às antenas de microfita.

A antena de microfita de tipo *patch* consiste basicamente de duas placas condutoras, paralelas, separadas por um substrato dielétrico, sendo uma das placas o elemento irradiante (*patch*) e, a outra, o plano de terra. A geometria descrita é mostrada na fig. 2.4.

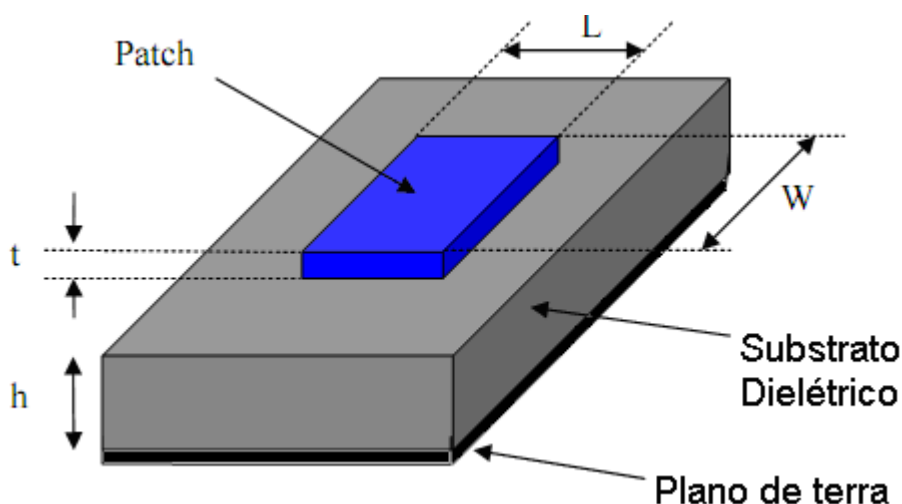


Figura 2.4 – Antena de microfita convencional.

### 2.4.1 – Técnicas de Alimentação

Como será visto, existem varias maneiras de alimentação do patch das antenas, a alimentação por meio de cabo coaxial (fig. 2.5), e ainda, outras como, linhas de microfita, linhas de fenda, acoplamento por íris ou abertura, acoplamento de proximidade, dentre outras.

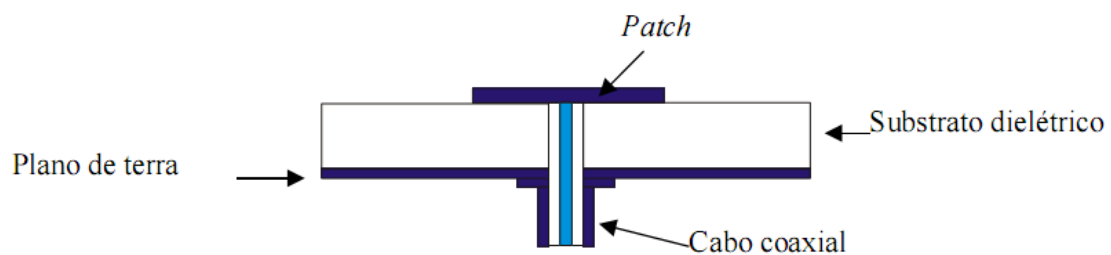


Figura 2.5 – Antena de Microfita, alimentada por cabo coaxial.

### 2.4.2 – Alimentação por Meio de Cabo Coaxial

Neste caso, o condutor interno do cabo coaxial (fig. 2.6) é conectado com o *patch* na parte superior da antena, enquanto que o condutor externo é conectado ao plano de terra da estrutura. Este modelo torna-se de fácil fabricação, porém depois de analisá-lo, mostra-se de difícil modelagem e com largura de banda estreita.

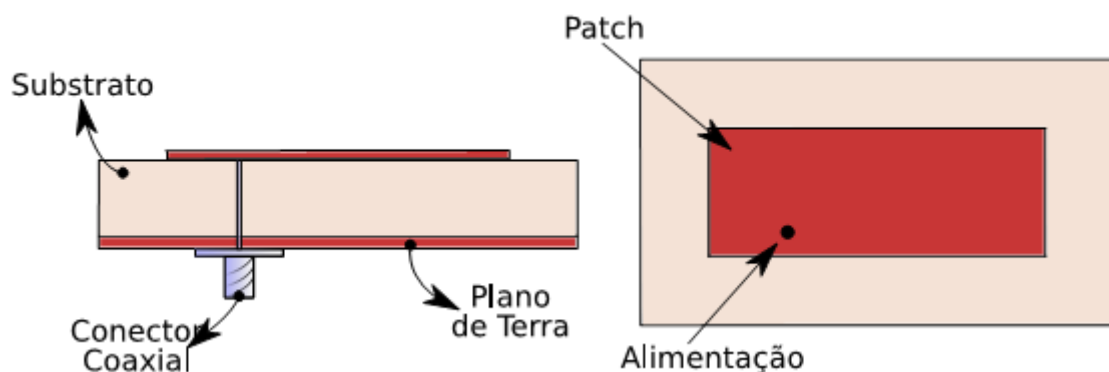


Figura 2.6: Alimentação via Conector Coaxial.

### 2.4.3 – Acoplamento de Proximidade

Esta técnica de alimentação também é conhecida como esquema de acoplamento eletromagnético. De acordo com a figura 2.7, dois substratos dielétricos são utilizados de tal forma que a linha de alimentação esteja entre os dois substratos e o patch de radiação sobre a parte superior do substrato. A principal vantagem desta técnica é que ela elimina radiação de alimentação espúria e proporciona maior largura de banda, devido ao aumento da espessura do patch de radiação da antena de microfita. Neste processo, também é permitido a escolha de diferentes substratos dielétricos para o patch e a linha de alimentação, fazendo com que sejam otimizados individualmente. A principal desvantagem desta alimentação se dá a um sistema que é de difícil fabricação porque suas duas camadas dielétricas necessitam de um bom alinhamento. Além disso, verifica-se um aumento da espessura global da antena.

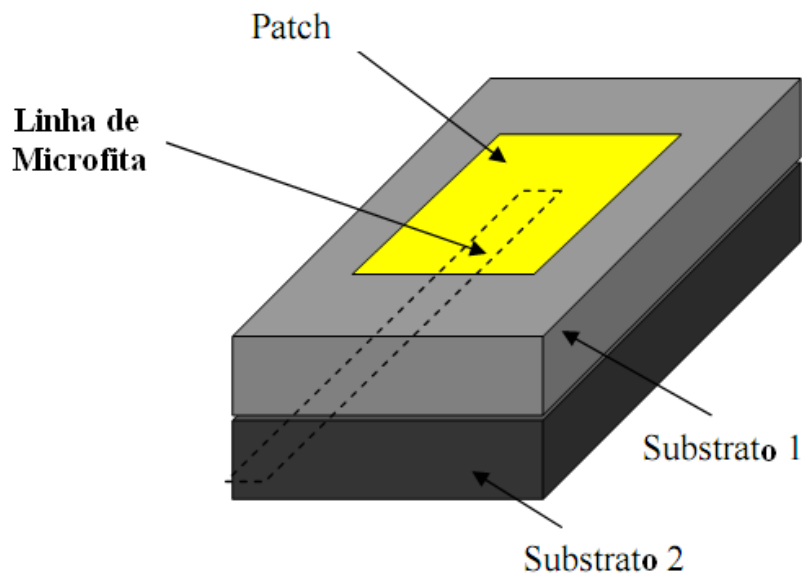


Figura 2.7 – Alimentação por acoplamento em proximidade

### 2.4.4 – Alimentação por Linha de Microfita

Neste tipo de alimentação, a fita condutora é conectada diretamente a borda do *patch* de microfita mostrado na figura 2.5. A fita condutora tem largura menor se comparada ao *patch* e o seu tipo de alimentação tem a vantagem de que tudo é gravado no mesmo substrato da estrutura planar.

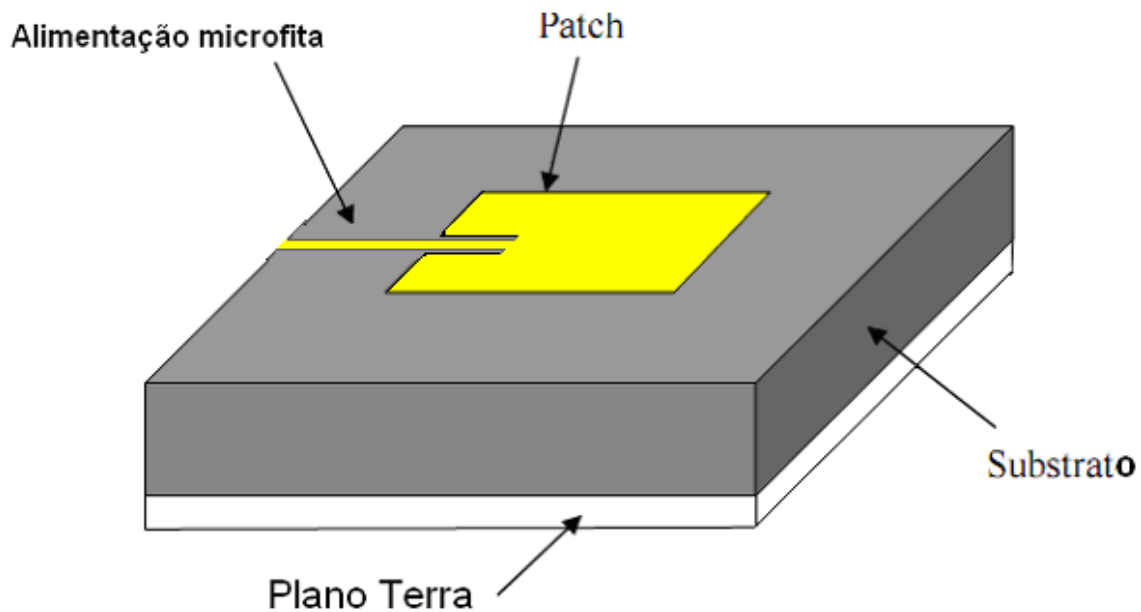


Figura 2.8 – Alimentação por microfita.

A finalidade do corte inserido no *patch* é para combinar a impedância com a linha de alimentação do *patch*, sem a necessidade de qualquer elemento adicional correspondente. Isto é conseguido através do controle da posição de inserção. Desta forma, esse é um fácil esquema de alimentação, uma vez que proporciona facilidade na fabricação e simplicidade na modelagem bem como uma impedância correspondente.

No entanto, com o aumento da espessura do substrato dielétrico utilizado, ondas de superfície e radiação de alimentação espúria também aumentam o que dificulta a largura de banda.

## 2.5 – Métodos de Análise

Os principais métodos de análise de antenas de microfita são: o da linha de transmissão, o modelo da cavidade, ambos aproximados e os de onda completa dentre os quais se incluem o Método da Linha de Transmissão Equivalente (LTE) ou Método da Imitância, o Método dos Potenciais Vetoriais de Hertz e o Método da Linha de Transmissão Transversa - LTT, o qual é usado neste trabalho. Esses utilizam-se do método dos momentos (caso particular Galerkin) e de funções de base para determinar as soluções.

### 2.5.1 – Modelo da Cavityde

O Modelo da Cavityde trabalha com a geometria de *patch*. Tratando-se a antena como sendo uma cavityde com paredes ressonantes, onde na base e no topo há paredes elétricas e nas laterais paredes magnéticas. Os campos na antena são considerados como sendo os campos na cavityde, desta forma, serão expandidos em termos de modos ressonantes na cavityde, onde cada modo tem a sua frequência de ressonância [2].

Neste estudo, a frequência de ressonância utilizada é a do modo dominante  $TM_{010}$ , pois esta satisfaz a condição  $L > W > h$ , sendo utilizada a seguinte equação:

$$f_r = \frac{c}{2L\sqrt{\epsilon_r}} \quad (2.5)$$

Onde  $c$  é a velocidade da luz no espaço-livre,  $L$  é o comprimento do *patch* e  $\epsilon_r$  é a permissividade elétrica relativa do substrato.

O modo dominante vai definir a distribuição do campo elétrico tangencial ao longo das paredes da cavityde, sendo apresentadas na Figura 4.4 retirada de [19] para os modos dominantes de propagação  $TM_{010}$ ,  $TM_{001}$ ,  $TM_{020}$  e  $TM_{020}$ , respectivamente.

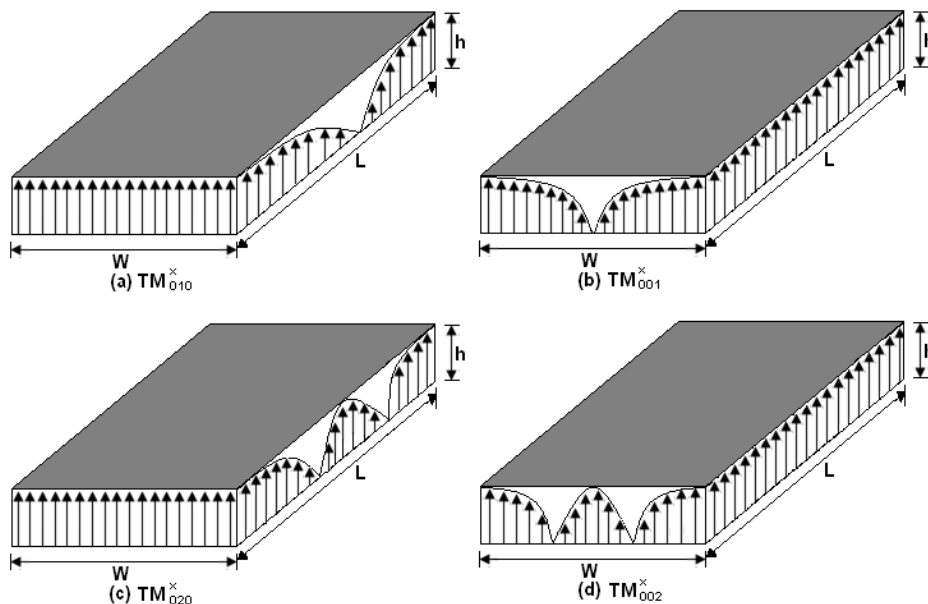


Figura 2.9 – Configurações de campo (modos) para *patch* retangular de microfita.

### 2.5.2 – Modelo da Linha de Transmissão

Neste modelo, o elemento irradiador pode ser tratado como uma linha ressoadora sem variações de campos transversais. Os campos variam ao longo do comprimento, o qual é usualmente de meio comprimento de onda e a irradiação ocorre principalmente devido aos campos de borda [1]. O modelo da Linha de Transmissão é adequado apenas para *patches* retangulares ou quadrados. O irradiador pode ser representado como duas fendas espaçadas pela distância L. O modelo da Linha de Transmissão é utilizado aqui para calcular o diagrama de irradiação da antena para os planos E e H.

As componentes dos campos podem ser decompostas em componentes normais e tangenciais ao plano de terra e ao *patch*. As componentes normais dos campos de borda estão fora de fase, desta forma as suas contribuições cancelam-se mutuamente na direção *broadside* (normal à placa) devido ao comprimento do *patch* ser de aproximadamente meio comprimento de onda.

As componentes tangenciais dos campos estão em fase, assim, o campo distante será máximo na região normal à estrutura.

Os campos irradiados na região de campo distante são dados por [1], [2]:

$$E_{\phi} = -j2V_0Wk_0 \frac{e^{-jk_0r}}{4\pi r} F(\theta, \phi) \quad (2.6)$$

$$E_{\theta} = 0$$

$$E_r = 0$$

onde  $V_0$  é a tensão entre os terminais das duas fendas e:

$$F(\theta, \phi) = \frac{\text{sen}\left(\frac{k_0h}{2} \text{sen}\theta \cos\phi\right) \text{sen}\left(\frac{k_0W}{2} \cos\theta\right)}{\frac{k_0h}{2} \text{sen}\theta \cos\phi \quad \frac{k_0W}{2} \cos\theta} \text{sen}\theta \quad (2.7)$$

Desta forma, para o plano E onde  $\theta = \pi/2$ , tem-se:

$$F(\phi) = \frac{\text{sen}\left(\frac{k_0h \cos\phi}{2}\right)}{\frac{k_0h \cos\phi}{2}} \cos\left(\frac{k_0L}{2} \cos\phi\right) \quad (2.8)$$

O diagrama do plano H para  $\phi = 0$ , é dado por:

$$F(\theta) = \frac{\text{sen}\left(\frac{k_0 W}{2} \cos \theta\right)}{\frac{k_0 W}{2} \cos \theta} \text{sen} \theta \quad (2.9)$$

Onde  $k_0 = \omega_0 \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$  é o número de onda no espaço livre,  $h$  a altura do substrato dielétrico,  $W$  a largura e  $L$  o comprimento do elemento irradiador sendo definido por:

$$L = \frac{c}{2f_r \sqrt{\epsilon_{eff}}} - 2\Delta l \quad (2.10)$$

$$\Delta l = 0.412 \frac{(\epsilon_{eff} + 0.3)\left(\frac{W}{h} + 0.264\right)}{(\epsilon_{eff} - 0.258)\left(\frac{W}{h} + 0.8\right)} h \quad (2.11)$$

### 2.5.3 – Métodos de Onda Completa

A análise de estrutura planar a partir de modelos aproximados (descritos acima), oferece relevante rapidez nas formulações, no entanto, incluem uma parcela de erro devido às simplificações feitas, sobretudo quando se trata de aplicações em altas frequências e substratos anisotrópicos. Assim, a análise a partir de um método rigoroso é imprescindível para a precisão dos resultados. É sabido que o modo de propagação da microfita é modificado devido à interface dielétrico-ar, tornando-se um modo híbrido não-TEM. Logo, o método de análise deve considerar a natureza híbrida dos modos de propagação, por esse motivo tais métodos são chamados de análise dinâmica ou de onda completa. Os mais relatados na literatura são: o Método da Linha de Transmissão Equivalente - LTE ou Método da Imitância, o Método dos Potenciais Vetoriais de Hertz e o Método da Linha de Transmissão Transversa - LTT. Esse será utilizado ao longo deste trabalho, com uma nova formulação para substratos bianisotrópicos. Por esse motivo é desnecessário apresentá-lo neste momento, pois é detalhado com todo o formalismo matemático no capítulo 3.

## **2.6 – Conclusões**

Nesse capítulo foram apresentados conceitos e grandezas essenciais ao entendimento dos temas que serão abordados nos capítulos seguintes, situando assim, acerca do trabalho desenvolvido.



---

## **CAPÍTULO 3**

### ***Substrato Bianisotrópico***

---

#### **3.1 – Introdução**

Eletromagnetismo vem recebendo uma grande atenção por grupos de pesquisa ao redor do mundo devido a gama de aplicações práticas que estes estudos possibilitam. Com os avanços gerados pelas grandes guerras mundiais e a guerra fria uma demanda crescente por novos materiais abriu uma nova área de trabalho de materiais eletromagnéticos. Aqui entra o estudo de materiais bianisotrópicos com ênfase no uso e análise de metamateriais com bianisotropia uniaxial.

Materiais artificiais foram desenvolvidos com características dielétricas e magnéticas desejáveis. Atualmente novas técnicas e meios de fabricação vêm possibilitando o desenvolvimento de novos materiais com características que não podem ser encontradas na natureza [3]. Tais materiais artificiais com propriedades que não são encontradas em materiais naturais são chamados metamateriais. Estes também podem ser definidos como estruturas eletromagnéticas efetivas homogêneas artificiais com propriedades incomuns que não são encontradas em materiais na natureza [4]. Estruturas nano-compostas de banda eletromagnética proibida são exemplos de metamateriais.

Uma estrutura efetiva homogênea é uma estrutura cuja média do comprimento estrutural de célula  $p$  é muito menor que um comprimento de onda guiada  $\lambda_g$ . Assim, esse comprimento médio de célula pode ser pelo menos, menor que um quarto de comprimento de onda,  $p < \lambda_g/4$ . Esta condição de referência  $p = \lambda_g/4$  será denominada como o limite de homogeneidade efetiva, para garantir que o fenômeno refrativo irá dominar em relação ao fenômeno de espalhamento/difração quando a onda se propaga dentro do meio metamaterial uniaxial. Os parâmetros constitutivos são a permissividade  $\epsilon$  e a permeabilidade  $\mu$  que são relacionados ao índice de refração  $n$  dado por [4]:

$$n = \pm \sqrt{\mu_r \epsilon_r} \quad (3.1)$$

Onde  $\mu_r$  e  $\epsilon_r$  são a permeabilidade e permissividade relativas respectivamente relacionadas à permeabilidade e permissividade no espaço livre dadas por  $\mu_0 = \mu/\mu_r = 4\pi \cdot 10^{-7}$  e  $\epsilon_0 = \epsilon/\epsilon_r = 8.854 \cdot 10^{-12}$ , respectivamente. Na equação 3.1 o sinal  $\pm$  para um duplo valor da função raiz quadrada é admitido a priori para casos gerais. As quatro possibilidades de combinações de sinais para  $\epsilon$  e  $\mu$  são (+,+), (+,-), (-,+) e (-,-), são ilustrados no diagrama da Fig. 3.1. Enquanto as três primeiras combinações são bem conhecidas em matérias tradicionais, a última (-,-) com permissividade e permeabilidade simultaneamente negativas é uma nova classe de matérias os “materiais canhotos” ou *left-handed*. Estes são descritos na seção seguinte.

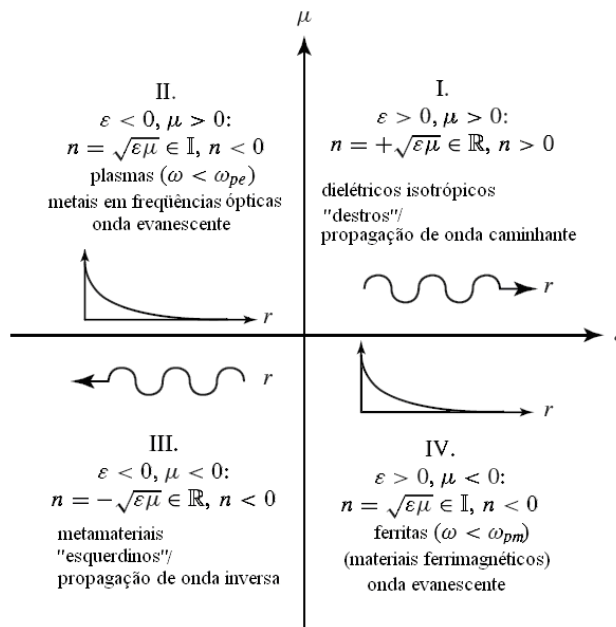


Figura 3.1 – Diagrama de permissividade-permeabilidade e índice de refração.

### 3.2 – Definição de Metamateriais Left-Handed

Estes materiais, como uma consequência de seus duplos parâmetros negativos, mostrados na Fig.3.1, são caracterizados por fase e velocidade de grupo antiparalelo ou índice de refração negativo, equação 3.1. Os materiais *Left-Handed* (LH) são claramente metamateriais de acordo com a definição dada na seção anterior, uma vez que são artificiais; efetivamente homogêneos ( $p < g/4$ ) e possui características não usuais como o índice de refração negativo.

Estes materiais foram inicialmente propostos por Viktor Vaseleto em 1968 [5] onde pela primeira vez ambos os parâmetros dielétricos permissividade ( $\epsilon$ ) e permeabilidade ( $\mu$ ) são negativos. Ele referiu esses materiais como metamateriais *left-handed*. Quando uma onda eletromagnética passa por esses materiais o vetor de campo elétrico ( $\vec{E}$ ), o vetor de campo magnético ( $\vec{H}$ ) e o vetor de onda ( $\vec{k}$ ) obedecem à regra da mão esquerda ao contrário de materiais naturais cujos vetores obedecem à regra da mão direita e possuem parâmetros de material positivos. Tais materiais com parâmetros positivos são nomeados “materiais destros” (MD). A Fig. 3.2 mostra a direção dos vetores destes materiais. Pode ser observado que o vetor de pointing  $\vec{S}$  e o vetor de onda  $\vec{k}$  estão em direções opostas no metamaterial LH.

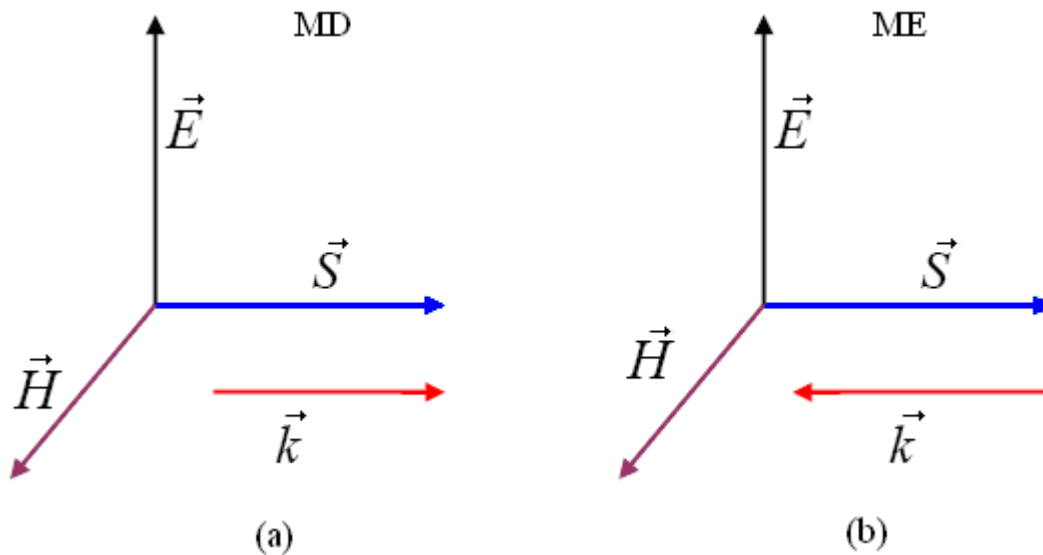


Figura 3.2 – Diagrama mostrando os vetores de pointing, de onda elétrica e magnética em materiais comuns (a) e metamateriais (b).

Os LH possuem características não usuais como lei de Snell, radiação e efeito Doppler reversos [5]. A Fig. 3.3 mostra as direções de propagação de onda usando diagrama de raios para o material convencional RH e o LH, quando uma onda incide obliquamente no material. Pode ser observado que material natural à refração da onda na primeira interface é para cima em relação a normal enquanto no material artificial é para baixo.

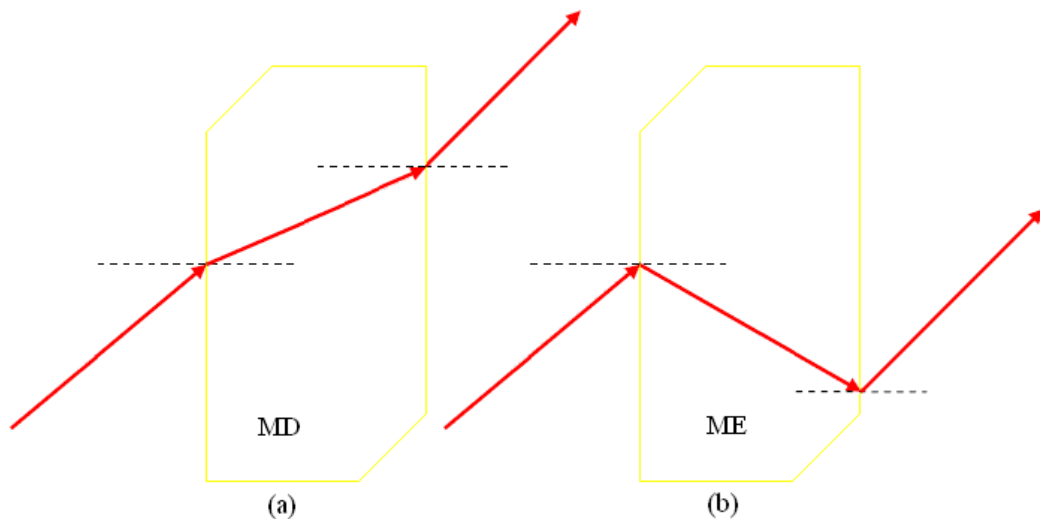


Figura 3.3 – Diagrama de raios mostrando a direção de propagação de onda (a) material natural, (b) metamaterial.

Veselago concluiu em seu artigo que algumas substâncias naturais em potencial poderiam exibir características LH (*left-handed*). Ele então sugeriu que “substâncias girotrópicas possuindo plasma e propriedades magnéticas” (metais ferrimagnéticos puros ou semicondutores), “onde tanto a permissividade quanto a permeabilidade são tensores” (estruturas anisotrópicas) poderiam possibilitar desenvolvimento de um LH. No entanto ele reconheceu [5], “infelizmente,..., nos não conhecemos sequer uma substância que possa ser isotrópica e possuir permeabilidade negativa” de fato nenhum LH foi descoberto em seu tempo.

Foram necessários mais de 30 anos após a publicação do artigo de Veselago o primeiro metamaterial LH ser desenvolvido e demonstrado experimentalmente. Este material não foi uma substância natural, como esperado por Veselago, foi uma estrutura efetivamente homogênea artificial, isto é um metamaterial, que foi proposto por Smith e seus colaboradores [6-7]. Esta estrutura foi proposta por Pendry [8]. Pendry introduziu o tipo plasmático  $\epsilon$ -negativo/ $\mu$ -positivo e  $\epsilon$ -positivo/ $\mu$ -negativo mostrado na Fig. 3.4, a qual pode ser projetada para ter frequência plasmática na faixa de microondas. Ambas as estruturas possuem um tamanho médio da célula  $p$  muito maior que comprimento de onda guiada  $\lambda_g$  ( $p \ll \lambda_g$ ) sendo assim uma estrutura efetivamente homogênea ou metamaterial.

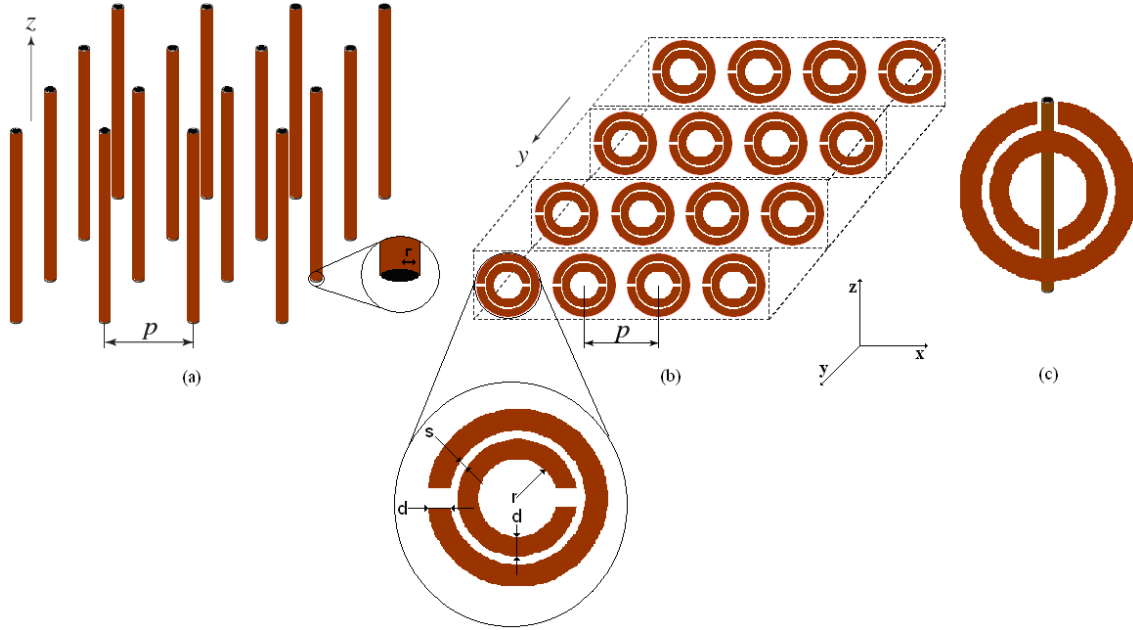


Figura 3.4 – Metamateriais ( $p \ll \lambda_g$ ) construídos apenas com metais comuns e dielétricos, (a)  $\epsilon$ -negativo/ $\mu$ -positivo, (b)  $\epsilon$ -positivo/ $\mu$ -negativo e (c) Estrutura SRR-TW[6] .

O metamaterial uniaxial descrito na Fig.3.4 (a) é o fio fino de metal (*thin-wire TW*). Se a excitação do campo elétrico  $\vec{E}$  é paralela ao eixo dos fios ( $\vec{E} \parallel z$ ), para induzir corrente ao longo destes e gerar o momento de dipolo elétrico equivalente, esse metamaterial exhibe uma função de frequência do tipo plasmática para a permissividade na seguinte forma [8],

$$\epsilon_r = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 + j\omega\xi} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 + \xi^2} + j \frac{\xi\omega_{pe}^2}{\omega(\omega^2 + \xi^2)} \quad (3.2)$$

onde  $\omega_{pe}^2 = \sqrt{2\pi c^2 / [p^2 \ln(p/r)]}$  ( $c$ : velocidade da luz,  $r$ : raio dos fios) é a frequência plasmática elétrica, ajustado na faixa de GHz, e  $\xi = \epsilon_0 (p\omega_{pe}/r)^2 / \pi\sigma$  ( $\sigma$ : condutividade do metal) é o fator de amortecimento devido às perdas do metal. Pode ser notado nessa formula que:

$$\text{Re}(\epsilon_r) < 0, \quad \text{para} \quad \omega^2 < \omega_{pe}^2 - \xi^2, \quad (3.3)$$

que é reduzida se  $\xi^2 = 0$  para

$$\varepsilon_r < 0, \quad \text{para} \quad \omega^2 < \omega_{pe}^2, \quad (3.4)$$

Por outro lado a permeabilidade é simplesmente  $\mu = \mu_0$ , uma vez que não há presença de material magnético e o momento de dipolo magnético não é gerado. Deve ser notado que os fios são muito maiores que um comprimento de onda (teoricamente ao infinito), significando que os fios são excitados em frequências situadas bem abaixo de sua primeira ressonância.

O metamaterial descrito na Fig. 3.4(b) é o ressoador de anel partido (split-ring resonator – SSR). Se a excitação do campo magnético  $\vec{H}$  é perpendicular ao plano dos anéis ( $\vec{H} \perp y$ ) para induzir a corrente na malha fechada e gerar o momento dipolo magnético, esse metamaterial exibe uma função de frequência do tipo plasmática para a permissividade na seguinte forma [8],

$$\begin{aligned} \mu_r = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_{0m}^2 + j\omega\xi} = \\ 1 - \frac{F\omega^2(\omega^2 - \omega_{0m}^2)}{(\omega^2 - \omega_{0m}^2)^2 + (\omega\xi)^2} + j \frac{F\omega^2\xi}{(\omega^2 - \omega_{0m}^2)^2 + (\omega\xi)^2} \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\text{Onde } F = \pi(r/p)^2 \text{ (r: raio interno do anel menor), } \omega_{0m} = c \sqrt{\frac{3p}{\pi \ln(2dr^3/s)}} \text{ (d:}$$

largura dos anéis, s: espaço radial entre os anéis) é a frequência de ressonância magnética, que pode ser ajustada para GHz, e  $\xi = 2pR'/r\mu_0$  ( $R'$ : resistência do metal por unidade de comprimento) é o fator de preenchimento devido às perdas. Deve ser notado que a estrutura SRR possui uma resposta magnética apesar do fato de não incluir materiais condutores magnéticos devido à presença de momentos de dipolo magnético artificial gerado pelos anéis ressoadores. A equação 3.6 revela que uma faixa de frequência pode existir quando  $\text{Re}(\mu_r) < 0$  em geral ( $\xi \neq 0$ ). No caso sem perdas ( $\xi = 0$ ) temos que,

$$\mu_r < 0, \quad \text{para} \quad \omega_{0m} < \omega < \frac{\omega_{0m}}{\sqrt{1-F}} = \omega_{pm} \quad (3.6)$$

onde  $\omega_{pm}$  é chamada de frequência de plasmática magnética. Uma diferença essencial entre as expressões plasmáticas para a permissividade e a permeabilidade é que o ultimo é de natureza ressonante  $[\mu(\omega = \omega_{0m})] = \infty$  da estrutura devido à ressonância dos SRRs,

$$\text{dados por [10] como sendo } \omega_{0m} = \frac{3pc^2}{[\pi \ln(2d/s)r^3]}.$$

O circuito equivalente do SRR é mostrado na Fig. 3.5 [8]. Na configuração de anel duplo, Fig. 3.5(a) acoplamento capacitivo e indutivo entre os anéis maiores e menores são modelados por uma capacitância de acoplamento ( $C_m$ ) e por um transformador (de raio  $n$ ). Na configuração da estrutura em anel, Fig. 3.5(b) o modelo do circuito é um simples ressoador RLC com frequência ressonante  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ . O SRR duplo é essencialmente equivalente ao SSR único se o acoplamento mútuo é fraco, porque as dimensões dos dois anéis são muito próximas umas das outras, assim  $L_1 \approx L_2 \approx L$  e  $C_1 \approx C_2 \approx C$ , resultando em uma frequência ressonante combinada próxima a do SRR simples com as mesmas dimensões, porém com um maior momento magnético devido a maior densidade de corrente.

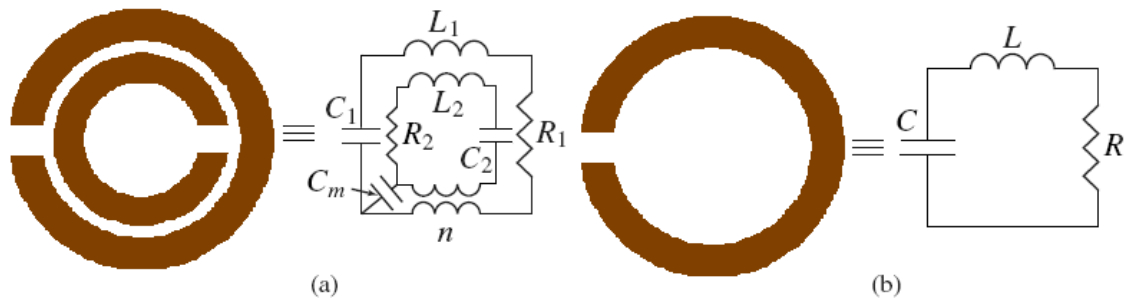
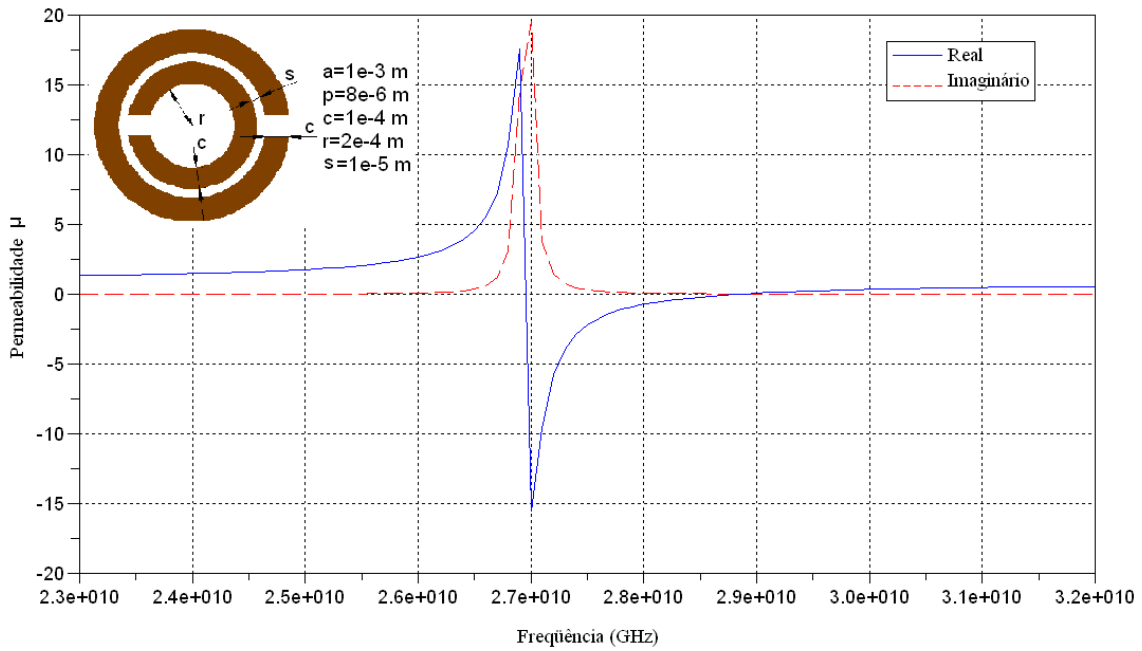
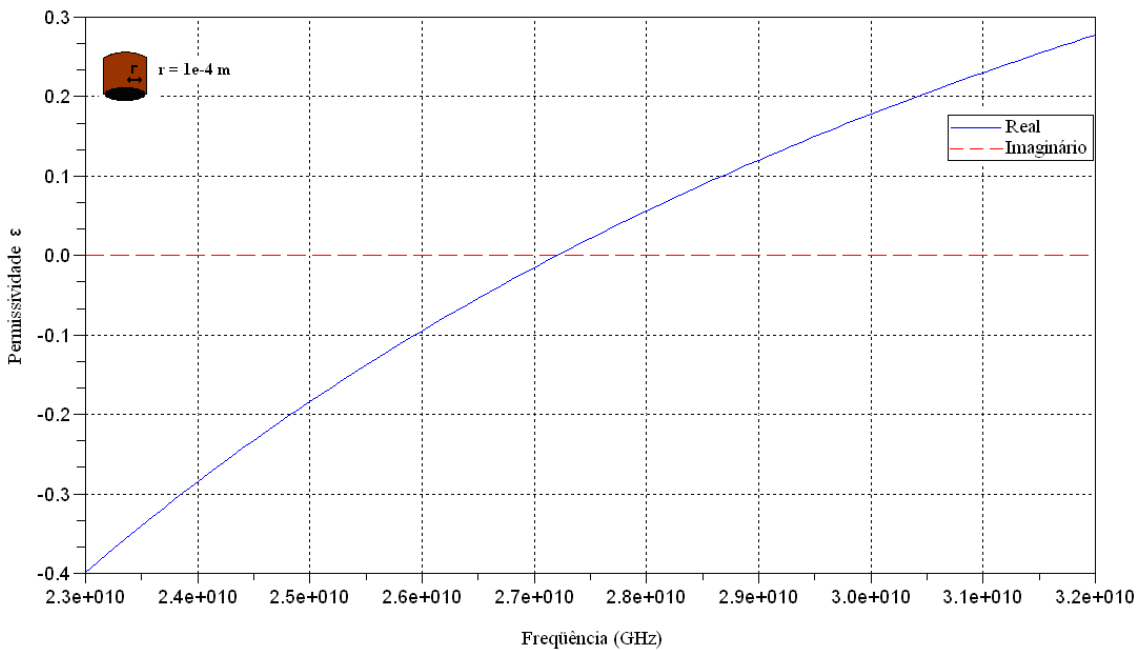


Figura 3.5 – Modelo de circuito equivalente do SRR, (a) SRR configuração dupla e (b) configuração simples.

Uma forma de utilizar essas estruturas em conjunto é formar um substrato TW-SRR que consiste de uma junção de ambas as estruturas em um único dielétrico com as estruturas dispostas em lados opostos do substrato Fig. 3.4 (c), resultados para esse substrato podem ser vistos nas Fig. 3.6 [9].



(a)



(b)

Figura 3.6 – Resultados teóricos computacionais para uma estrutura TW-SRR, (a) permeabilidade e (b) permissividade.

Embora do ponto de vista físico os metamateriais TW-SRR com anéis circulares serem bastante interessantes, na prática estes são de pouca valia em engenharia para aplicações planares. Uma alternativa foi apresentada por Shelby [6], onde são utilizados anéis quadrados e linhas de transmissão como é mostrada na Fig. 3.7.



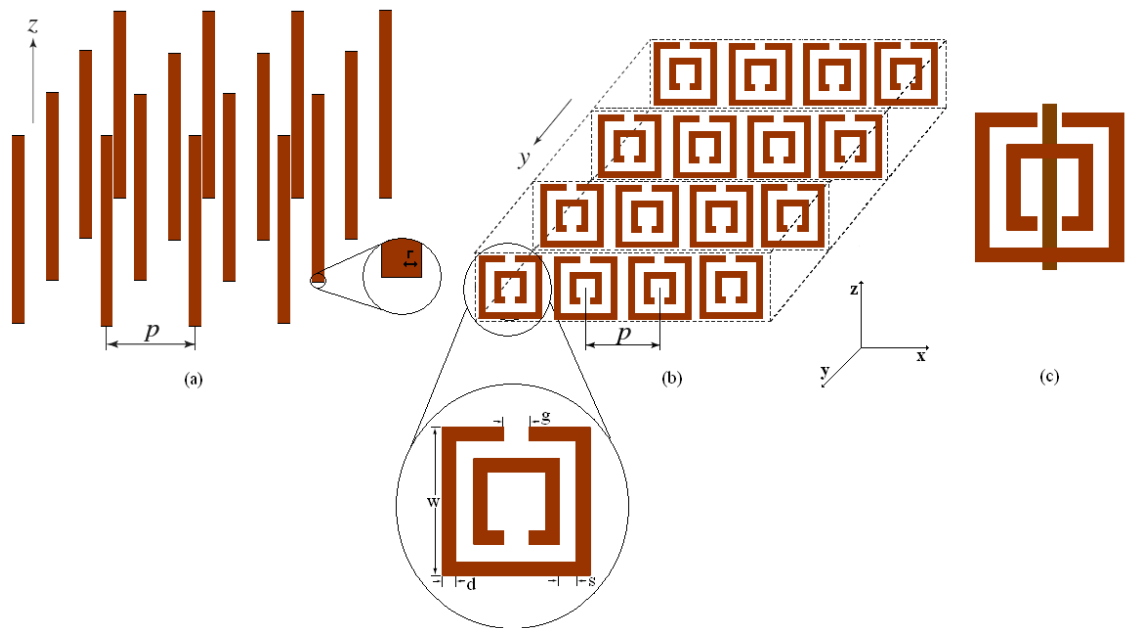


Figura 3.7 – Metamateriais ( $p \ll \lambda_0$ ) construídos apenas com metais comuns e dielétricos, (a)  $\epsilon$ -negativo/ $\mu$ -positivo, (b)  $\epsilon$ -positivo/ $\mu$ -negativo e (c) estrutura SRR-TW [6].

Uma das alternativas, para as estruturas SRR-TW, é usar uma superfície de impedância reativa (RIS) como substrato. Essas estruturas podem ser projetadas para possuírem a habilidade de refletir a potência total como um condutor puramente elétrico (PEC – perfectly electric conductor) ou um condutor puramente magnético (PMC – perfectly magnetic conductor) e ao mesmo tempo serem capazes de armazenar energia elétrica ou magnética.

Uma estrutura RIS é composta por uma camada capacitiva impressa em um dos lados do substrato dielétrico separada por um plano de terra metálico no outro lado do substrato dielétrico.

A frequência de ressonância da superfície depende do valor dos elementos capacitivos, a distância entre a camada capacitiva e a superfície metálica e a permissividade da camada dielétrica. A construção de uma estrutura RIS pode ser obtida usando capacitores integrados dispostos de forma periódica. A Fig. 3.8 mostra um arranjo periódico de dipolos cruzados, os quais se acoplam através de capacitores integrados em suas terminações.

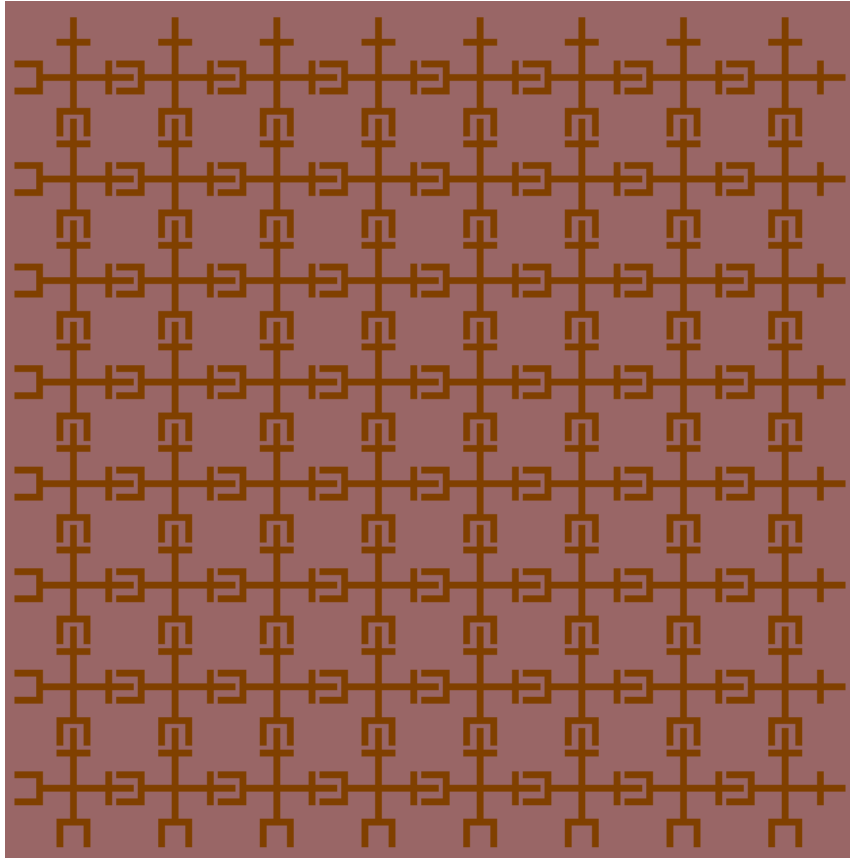


Figura 3.8 – Estrutura RIS.

Os metamateriais descritos são bi-anisotrópicos e caracterizados por tensores permissividade e permeabilidade uniaxiais [7]:

$$[\boldsymbol{\mu}] = \mu_0 \begin{pmatrix} \mu_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

$$[\boldsymbol{\varepsilon}] = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

A estrutura mostrada na Fig. 3.4(c) é material esquerdino monodimensional, uma vez que apenas uma direção é permitida para o par  $(\vec{E}, \vec{H})$ , assim temos que  $\varepsilon_{xx}(\omega < \omega_{pe}) < 0$  e  $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} > 0$ ,  $\mu_{xx}(\omega_{0m} < \omega < \omega_{pm}) < 0$  e  $\mu_{yy} = \mu_{zz} > 0$ . Já a estrutura 3.7(c) é

um material esquerdino bidimensional porque, mesmo que o  $\vec{E}$  tenha que ser direcionado ao longo do eixo dos fios, duas direções são permitidas para o  $\vec{H}$ , assim o  $[\epsilon]$  não está carregado, contudo  $\mu_{xx} < \mu_{yy}$  para  $\omega_{0m} < \omega < \omega_{pm}$  e  $\mu_{zz} > 0$  [7].

### **3.3 – Conclusões**

Neste capítulo houve uma introdução sobre algumas estruturas bianisotrópicas, escolhido para representar tal estrutura foi utilizado o metamaterial que foi apresentado com fatores que motivaram a utilização dessas estruturas como o substrato para os dispositivos que serão descritos neste trabalho. Foi descrito o fenômeno de refração negativa observando assim o potencial de aplicações eletromagnéticas dessas estruturas.

---

## **CAPÍTULO 4**

### ***Teoria dos Materiais Supercondutores***

---

#### ***4.1 – Introdução***

Ainda não há uma teoria quântica satisfatória da supercondutividade, porém uma teoria microscópica muito utilizada é a teoria BCS [16]-[18] (desenvolvida por Bardeen, Cooper e Schrieffer, daí o nome dessa teoria) e as teorias macroscópicas mais utilizadas como o Modelo dos Dois Fluidos e as Equações de London [19]-[22].

#### ***4.2 – Características dos Materiais Supercondutores***

Os materiais supercondutores apresentam algumas características experimentais, tais como:

- Resistividade nula;
- Corrente persistente;
- Efeito do campo magnético;
- Exclusão de fluxo;
- Efeito da frequência;
- Efeito isótopo.

A supercondutividade foi descoberta em 1911 quando foi observado que a resistividade do mercúrio desapareceu completamente abaixo de 4,2 K (-268,95° C), a transição da condutividade normal ocorre em uma faixa muito estreita da ordem de 0,05 K, conforme Fig. 4.1:

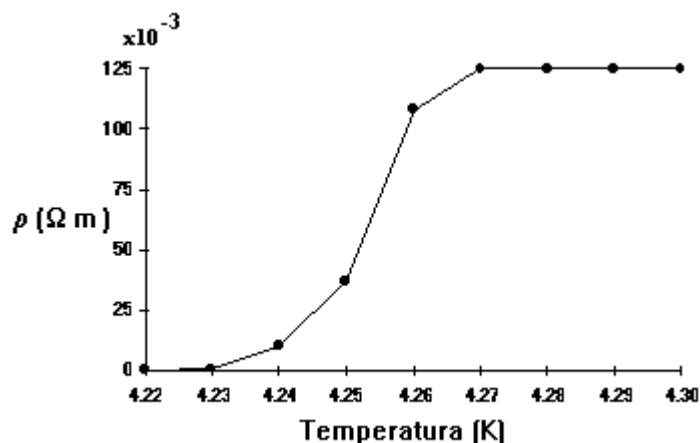


Figura 4.1 – Resistividade do mercúrio em função da temperatura em Kelvin.

Um disco de material supercondutor sendo resfriado em um campo magnético a uma temperatura abaixo da temperatura crítica ( $T < T_c$ ), que é a temperatura abaixo da qual o material se torna supercondutor, e o campo sendo desligado de modo a produzir correntes induzidas no disco. A corrente (corrente persistente) que tem sido observada não se reduz com o passar do tempo. Em experimentos utilizando uma espira de 700 metros de um cabo não indutivo não foi possível obter decréscimos na corrente num período de observação de 12 horas.

A seguir, na figura 4.2 podemos observar o decréscimo da resistência do material YBCO em função da temperatura.

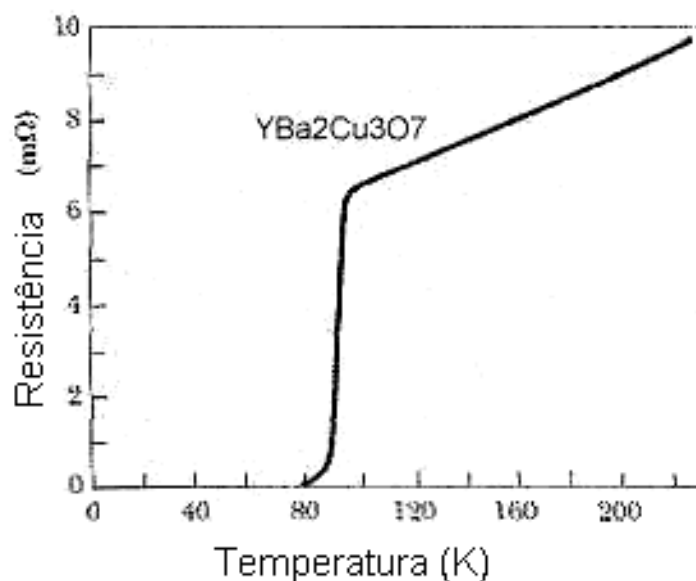


Figura 4.2 – Resistividade do YBCO em função da temperatura em Kelvin.

É possível destruir a supercondutividade pela aplicação de um campo magnético suficientemente forte. O valor do campo magnético crítico ( $\vec{H}_c$ ), menor valor do campo magnético capaz de destruir o efeito supercondutivo, é função da temperatura, quando  $T = T_c$ ,  $\vec{H}_c = 0$ . Foi observado que a passagem de uma corrente elétrica abaixo da espira supercondutiva conduzia à destruição da supercondutividade quando certa corrente crítica foi excedida.

Observou-se que em um supercondutor longo e resfriado a uma temperatura abaixo da crítica em um campo magnético, as linhas de indução no interior do supercondutor eram empurradas para fora. O efeito Meissner, como é denominado esse efeito, mostra que o supercondutor apresenta diamagnetismo perfeito, e sugere que o diamagnetismo perfeito e a resistividade nula são efeitos independentes do estado supercondutor.

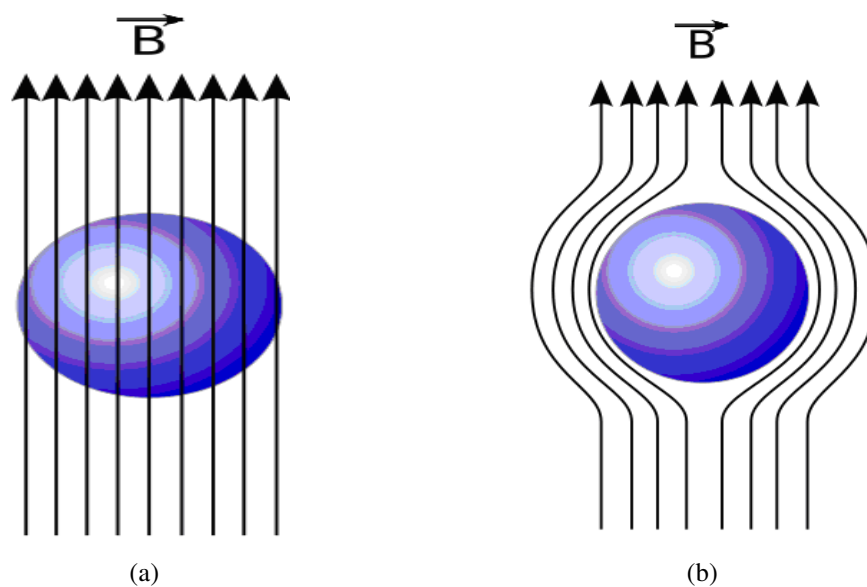


Figura 4.3 – Efeito Meissner na transição da temperatura crítica. (a) Temperatura do supercondutor acima da temperatura crítica; (b) Supercondutor resfriado abaixo de sua temperatura crítica.

Em corrente contínua a medição da resistividade no estado supercondutor é nula. No infravermelho a resistividade é a mesma que a do estado normal, medida no coeficiente de reflexão pela passagem do campo magnético crítico. A transição entre a baixa e a alta frequência ocorre gradualmente, ao longo da faixa de microondas. Medições indicam que a resistividade é a do estado normal para comprimentos de onda abaixo de  $100 \mu\text{m}$  ( $\cong 3000 \text{ GHz}$ ).

Os compostos supercondutores e ligas são freqüentemente caracterizados por uma alta temperatura crítica ( $T_c$ ), alto campo crítico ( $\vec{H}_c$ ), efeito Meissner incompleto, entre outras. Devido a estas propriedades eles são conhecidos como supercondutores não-ideais, ou rígidos. Estas propriedades anômalas não têm encontrado ainda uma completa explicação. Os materiais supercondutores formados por apenas um elemento são chamados supercondutor do tipo I, enquanto que as ligas são denominadas supercondutores do tipo II.

### **4.3 – Teoria BCS da Supercondutividade**

A base da teoria quântica da supercondutividade foi lançada em 1957 pelos trabalhos de Bardeen, Cooper e Schrieffer. A formulação da teoria BCS inclui entre outros fenômenos [16]-[18]:

- a) Uma interação atrativa entre elétrons pode ser conduzida a um estado fundamental separada de estados excitados por uma lacuna de energia, que separa os elétrons supercondutores abaixo da lacuna dos elétrons normais. O campo crítico ( $\vec{H}_c$ ), as propriedades térmicas e muitas outras propriedades eletromagnéticas são conseqüências dessa lacuna de energia.
- b) A profundidade de penetração ( $\lambda_l$ ) e o comprimento de coerência ( $\xi$ ), que é uma medida de distância da lacuna, surgem como conseqüências naturais da teoria BCS. A equação de London é obtida para campos magnéticos que variam lentamente no espaço. Desse modo o efeito Meissner é obtido de maneira natural.
- c) A teoria BCS prediz a temperatura crítica de um elemento ou liga. Existe um paradoxo: quanto maior a resistividade na temperatura ambiente, maior será a probabilidade de que esse metal seja um supercondutor quando resfriado.

A teoria BCS atribui o efeito supercondutivo a um par de elétrons fracamente ligados chamados par de Cooper.

#### 4.4 – Equações de London

Pode-se fazer uma aproximação nas equações da eletrodinâmica, permanecendo iguais à permeabilidade ( $\mu$ ) e a permissividade ( $\epsilon$ ), e utilizando-se a hipótese de que a resistividade nula conduz à equação da aceleração, conforme apresentado abaixo [16]-[18]:

$$e \vec{E} = m \frac{d \vec{v}}{dt} \quad (4.1)$$

$$\Lambda \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = \vec{E} \quad (4.2)$$

$$\Lambda \nabla \times \vec{j} = -\vec{B} \quad (4.3)$$

sendo

$$\vec{j} = ne \vec{v} \quad (4.4)$$

$$\Lambda = \frac{m}{ne^2} \quad (4.5)$$

das equações acima se pode derivar as equações abaixo:

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{\vec{B}}{\lambda_l^2} \quad (4.6)$$

sendo



$$\lambda_l^2 = \frac{mc^2}{4\pi ne^2} \quad (4.7)$$

$\lambda_l$  é a profundidade de penetração de London, que mede a penetração do campo magnético no supercondutor, “m” é a massa da partícula, “n” é a quantidade de partículas, “e” é a carga do elétron, “c” é a velocidade da luz no vácuo e “v” é a velocidade de arrastamento da partícula.

A equação (4.6) explica o efeito Meissner, não permitindo uma solução uniforme no espaço, não podendo existir um campo magnético uniforme num supercondutor. A solução para a equação (4.6) é a indicada abaixo

$$\vec{B}(x) = \vec{B}_0 e^{-x/\lambda_l} \quad (4.8)$$

Um campo magnético aplicado penetrará numa película fina de modo aproximadamente uniforme, se a espessura for muito menor do que  $\lambda_l$ ; portanto num filme fino o efeito Meissner não é completo.

#### **4.5 – Modelo dos Dois Fluidos**

Não há uma teoria macroscópica que descreva com exatidão as propriedades elétricas do supercondutor a temperaturas abaixo da crítica. O modelo mais usado para essas temperaturas é o modelo dos dois fluidos, que tem sido aplicado com muito sucesso. Mesmo antes da teoria BCS, em 1934 Gorter e Casimir desenvolveram o modelo dos dois fluidos, baseado no conceito de que há dois fluidos em um supercondutor: uma corrente supercondutiva e uma corrente condutiva normal [23].

A teoria BCS é muito utilizada em supercondutores com baixa temperatura crítica, enquanto que o modelo dos dois fluidos é usado em supercondutores com alta temperatura crítica e para materiais com fraco campo magnético.

A condutividade complexa obtida do modelo dos dois fluidos é expressa por (4.9), enquanto que para um supercondutor do tipo II, utiliza-se o modelo dos dois fluidos avançado, sendo a condutividade expressa em (4.10) [19]-[24]:

$$\sigma = \sigma_n \left( \frac{T}{T_c} \right)^4 - j \left( \frac{1}{\omega \mu \lambda_{ef}^2(T)} \right) \quad (4.9)$$

$$\sigma = \sigma_n \left( \frac{T}{T_c} \right)^{1/2} - j \left( \frac{1}{\omega \mu \lambda_{ef}^2(T)} \right) \quad (4.10)$$

sendo  $\sigma_n$  a condutividade normal à  $T_c$ ;  $\lambda_{ef}$  a profundidade de penetração efetiva do campo magnético, sendo dada pela equação abaixo para o modelo dos dois fluidos normal e avançado [19]-[24]

$$\lambda_{ef}(T) = \lambda_{ef}(0) \left( 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^4 \right)^{-1} \quad (4.11)$$

$$\lambda_{ef}(T) = \lambda_{ef}(0) \left( 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^\alpha \right)^{-1/2} \quad (4.12)$$

sendo  $1,4 < \alpha < 1,8$  [9].

Nas teorias desenvolvidas tem-se que a profundidade de penetração efetiva é maior que a profundidade de penetração de London para materiais de alta  $T_c$  devido a irregularidades do material. O efeito de outros mecanismos de perdas, como as perdas dos contornos da superfície e perdas residuais são freqüentemente incluídas em  $\sigma_n$ . Apesar dessas incertezas o modelo dos dois fluidos ainda é uma ferramenta empírica poderosa e fornece importantes resultados qualitativos.

#### **4.6 – Impedância de Superfície**

A impedância de superfície de um material dielétrico, um metal normal e um supercondutor são mostrados na Fig. 4.4 [25].

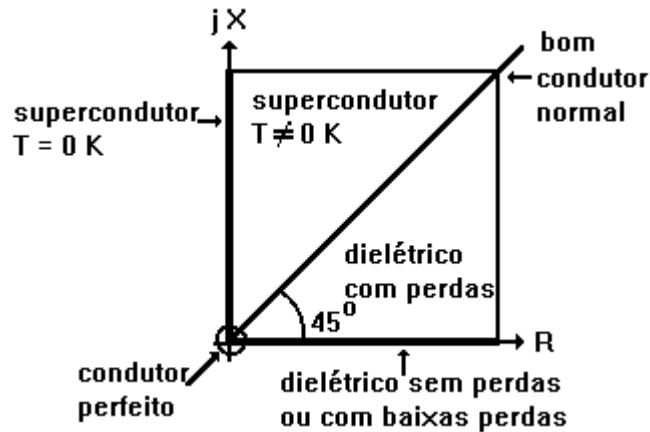


Figura 4.4 – Impedância de superfície de um dielétrico, de um metal normal e de um supercondutor.

A impedância de superfície de um material dielétrico sem perdas ou de baixas perdas é real positivo. A impedância de superfície de um metal normal se encontra ao longo da linha de 45° e para um supercondutor, que também pode ser tratado como dielétrico negativo (de acordo com alguns autores) a impedância de superfície se encontra no eixo imaginário positivo. No caso limite em que a condutividade ( $\sigma$ ) tender ao infinito no condutor ou a constante dielétrica ( $\epsilon_r$ ) tender ao infinito no dielétrico, a impedância de superfície tenderá a zero. Quando se aproximam da origem não é possível distinguir macroscopicamente o supercondutor do condutor perfeito. Para um condutor a reatância indutiva é igual à resistência, porém para o supercondutor a parte reativa é muito maior que a parte resistiva. A impedância de superfície é dada por

$$Z_s = \left| \frac{\vec{E}_T}{\vec{J}} \right| = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}} \quad (4.13)$$

sendo

$$\vec{J} = \int_0^t \vec{J}_v dz \quad (4.14)$$

Considerando-se a profundidade de penetração efetiva ( $\lambda_{ef}$ ) maior que a espessura do filme supercondutivo pode-se aproximar a impedância de superfície por [19]-[24]

$$\vec{J} = \int_0^t \vec{J}_v dz = \vec{J}_v t \quad (4.15)$$

$$Z_s = \frac{\left| \frac{\vec{E}_T}{\vec{J}} \right|}{\left| \frac{\vec{E}_T}{\vec{J}_v t} \right|} = \frac{1}{\sigma} \quad (4.16)$$

sendo  $\vec{J}_v$  a densidade de corrente volumétrica uniforme e t a espessura da lâmina supercondutora.

Para uma fina lâmina supercondutora, ou fita condutora normal, onde o campo interno da fita é aproximadamente uniforme, a componente tangencial do campo elétrico é dada por:

$$\vec{E}_T = Z_s \vec{J}_T \quad (4.17)$$

sendo  $\vec{E}_T$  a componente do campo elétrico tangencial à lâmina e  $\vec{J}_T$  a densidade de corrente de superfície.

Abaixo são dadas algumas informações com o interesse de comparar o supercondutor aos metais não-supercondutores como o ouro e o cobre. Com isto é fornecida uma vista global dos supercondutores.

Tabela 4.1 - Comparação da lâmina supercondutora com lâminas de cobre e ouro [19]-[24].

	<b>Supercondutor</b> <b>YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> (YBCO)</b>	<b>Metal Normal</b> <b>Cobre (Cu)</b>	<b>Metal normal</b> <b>Ouro (Au)</b>
<b><math>\lambda_{ef}(T=0 \text{ K})</math></b>	<b>1500 Å</b>	<b><math>\approx 0</math></b>	<b><math>\approx 0</math></b>
<b><math>\sigma_n</math></b>	<b><math>2.0 \cdot 10^5 \text{ S/m}</math></b>	<b><math>5.88 \cdot 10^7 \text{ S/m}</math></b>	<b><math>4.55 \cdot 10^7 \text{ S/m}</math></b>
<b><math>T_c</math></b>	<b>93 K (-180,15° C)</b>	<b>-</b>	<b>-</b>

## **4.7 – Conclusão**

Neste capítulo foram apresentadas as características do HTS (Supercondutor de alta temperatura crítica), um breve histórico, alguns de seus principais efeitos, sua dependência com a temperatura e com a frequência, chegando até os HTS utilizados na prática, os do tipo II. As principais teorias, microscópica e macroscópica, que explicam a teoria da supercondutividade foram apresentadas. Foi realizada uma explicação sobre a impedância de superfície e a condição de contorno complexa resistiva, condição de contorno que será de fundamental importância no cálculo da frequência de ressonância e padrão de irradiação.

---

## CAPÍTULO 5

### Aplicação do Método LTT

---

Diferentemente de outros métodos de onda completa o Método da Linha de Transmissão Transversa utiliza à direção de propagação “y”, transversa a direção real de propagação “z”. Dessa forma há uma diminuição do tempo computacional quando este método é implementado em alguma linguagem computacional.

#### 5.1 – Desenvolvimento dos Campos Transversais

Como exemplos de aplicação, são determinados os campos para a região do substrato metamaterial de uma linha de lâmina bilateral. As equações gerais dos campos são obtidas com a utilização do método LTT [21], a partir das equações de Maxwell:

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega[\mu]\vec{H} \quad (5.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega[\varepsilon]\vec{E} \quad (5.2)$$

Os vetores campo elétrico e magnético no método LTT são decompostos nas suas três componentes [21],

$$\vec{H} = \vec{H}_y + \vec{H}_t = \vec{H}_x \hat{x} + \vec{H}_y \hat{y} + \vec{H}_z \hat{z} \quad (5.3)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_y + \vec{E}_t = \vec{E}_x \hat{x} + \vec{E}_y \hat{y} + \vec{E}_z \hat{z} \quad (5.4)$$

$$\nabla = \nabla_y + \nabla_t = \nabla_t + \frac{\partial}{\partial y} \hat{y} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z} \quad (5.5)$$

$$\nabla_t = \frac{\partial}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{x} - \Gamma \hat{z} \quad (5.6)$$

onde

$$\vec{H}_t = \vec{H}_x + \vec{H}_z \quad \text{– campo magnético na direção transversa} \quad (5.7)$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_x + \vec{E}_z \quad \text{– campo elétrico na direção transversa} \quad (5.8)$$

$$\Gamma = \alpha + j\beta \quad \text{– constante de propagação} \quad (5.9)$$

Para o caso do metamaterial uniaxial temos que [6],

$$[\mu] = \mu_0 \begin{pmatrix} \mu_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

$$[\varepsilon] = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

Substituindo (5.4) a (5.6) em (5.3)

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z} \right) \times (\vec{H}_x \hat{x} + \vec{H}_y \hat{y} + \vec{H}_z \hat{z}) = j\omega \left[ \varepsilon_0 \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \right] \quad (5.12)$$

$$\cdot \begin{bmatrix} \vec{E}_x \hat{x} \\ \vec{E}_y \hat{y} \\ \vec{E}_z \hat{z} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \vec{H}_y \hat{z} + \frac{\partial}{\partial x} \vec{H}_z (-\hat{y}) + \frac{\partial}{\partial y} \vec{H}_x (-\hat{z}) + \frac{\partial}{\partial y} \vec{H}_z \hat{x} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{H}_x \hat{y} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{H}_y (-\hat{x}) \\ & = j\omega \left[ \varepsilon_0 (\vec{E}_x \varepsilon_{xx} + \vec{E}_y \varepsilon_{yy} + \vec{E}_z \varepsilon_{zz}) \right] \end{aligned} \quad (5.13)$$

Separando os componentes transversais x e z de (5.13), teremos:

$$\frac{\partial}{\partial x} \vec{H}_y \hat{z} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{H}_x (-\hat{z}) + \frac{\partial}{\partial y} \vec{H}_z \hat{x} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{H}_y (-\hat{x}) = j\omega \left[ \varepsilon_0 (\vec{E}_x \varepsilon_{xx} + \vec{E}_z \varepsilon_{zz}) \right] \quad (5.14)$$

reescrevendo,

$$\left(\frac{\partial}{\partial y}\vec{H}_z\hat{x}-\frac{\partial}{\partial y}\vec{H}_x\hat{z}\right)+\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{H}_y\hat{z}-\frac{\partial}{\partial z}\vec{H}_y\hat{x}\right)=j\omega\left[\epsilon_0\left(\vec{E}_x\epsilon_{xx}+\vec{E}_z\epsilon_{zz}\right)\right] \quad (5.15)$$

como,

$$\left(\frac{\partial}{\partial y}\vec{H}_z\hat{x}-\frac{\partial}{\partial y}\vec{H}_x\hat{z}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\hat{y}\times\vec{H}_t \quad (5.16)$$

e

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{H}_y\hat{z}-\frac{\partial}{\partial z}\vec{H}_y\hat{x}\right)=\nabla_t\times\vec{H}_y \quad (5.17)$$

então,

$$\left(\frac{\partial}{\partial y}\hat{y}\times\vec{H}_t\right)+\left(\nabla_t\times\vec{H}_y\right)=j\omega\left[\epsilon_0\left(\vec{E}_x\epsilon_{xx}+\vec{E}_z\epsilon_{zz}\right)\right] \quad (5.18)$$

assim,

$$E_x=\frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_{xx}}\left(\frac{\partial}{\partial y}H_z-\frac{\partial}{\partial z}H_y\right) \quad (5.19)$$

e

$$E_z=\frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_{zz}}\left(\frac{\partial}{\partial x}H_y-\frac{\partial}{\partial y}H_x\right) \quad (5.20)$$



$$\left( \frac{\partial}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z} \right) \times (\vec{E}_x \hat{x} + \vec{E}_y \hat{y} + \vec{E}_z \hat{z}) = -j\omega \left[ \mu_0 \begin{pmatrix} \mu_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{pmatrix} \right] \quad (5.21)$$

$$\begin{aligned} & \cdot \begin{bmatrix} \vec{H}_x \hat{x} \\ \vec{H}_y \hat{y} \\ \vec{H}_z \hat{z} \end{bmatrix} \\ & \frac{\partial}{\partial x} \vec{E}_y \hat{z} + \frac{\partial}{\partial x} \vec{E}_z (-\hat{y}) + \frac{\partial}{\partial y} \vec{E}_x (-\hat{z}) + \frac{\partial}{\partial y} \vec{E}_z \hat{x} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{E}_x \hat{y} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{E}_y (-\hat{x}) \\ & = j\omega \left[ \epsilon_0 (\vec{H}_x \mu_{xx} + \vec{H}_y \mu_{yy} + \vec{H}_z \mu_{zz}) \right] \end{aligned} \quad (5.22)$$

Separando as componentes transversais x e z de (5.22), teremos:

$$\frac{\partial}{\partial x} \vec{E}_y \hat{z} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{E}_x (-\hat{z}) + \frac{\partial}{\partial y} \vec{E}_z \hat{x} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{E}_y (-\hat{x}) = j\omega \left[ \epsilon_0 (\vec{H}_x \mu_{xx} + \vec{H}_z \mu_{zz}) \right] \quad (5.23)$$

reescrevendo,

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} \vec{E}_y \hat{z} - \frac{\partial}{\partial z} \vec{E}_y \hat{x} \right) + \left( \frac{\partial}{\partial y} \vec{E}_z \hat{x} - \frac{\partial}{\partial y} \vec{E}_x \hat{z} \right) = j\omega \left[ \epsilon_0 (\vec{H}_x \mu_{xx} + \vec{H}_z \mu_{zz}) \right] \quad (5.24)$$

como,

$$\left( \frac{\partial}{\partial y} \vec{E}_z \hat{x} - \frac{\partial}{\partial y} \vec{E}_x \hat{z} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \hat{y} \times \vec{E}_t \quad (5.25)$$

e

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} \vec{E}_y \hat{z} - \frac{\partial}{\partial z} \vec{E}_y \hat{x} \right) = \nabla_t \times \vec{E}_y \quad (5.26)$$

então

$$\left( \frac{\partial}{\partial y} \hat{y} \times \vec{E}_t \right) + (\nabla_t \times \vec{E}_t) = j\omega \left[ \epsilon_0 (\vec{H}_x \mu_{xx} + \vec{H}_z \mu_{zz}) \right] \quad (5.27)$$

assim,

$$\tilde{H}_x = \frac{j}{\omega\mu_0\mu_{xx}} \left( \frac{\partial}{\partial y} \tilde{E}_z - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_y \right) \quad (5.28)$$

e

$$\tilde{H}_z = \frac{j}{\omega\mu_0\mu_{zz}} \left( \frac{\partial}{\partial x} \tilde{E}_y - \frac{\partial}{\partial y} \tilde{E}_x \right) \quad (5.29)$$

Aplicando a eq.(5.19) em (5.29) temos:

$$\tilde{H}_z = \frac{j}{W\mu_0\mu_{zz}} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \tilde{E}_y - \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{\omega\epsilon_0\epsilon_{xx}} \left( \frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_y \right) \right] \quad (5.30)$$

$$\tilde{H}_z = \frac{1}{Ky^2 + K_0^2\mu_{zz}\epsilon_{xx}} \left[ \alpha_n \omega\epsilon_0\epsilon_{xx} \tilde{E}_y + \frac{\partial^2}{\partial y\partial z} \tilde{H}_y \right] \quad (5.31)$$

E assim,

$$\tilde{H}_z = \frac{1}{Ky^2 + K_0^2\mu_{zz}\epsilon_{xx}} \left[ \alpha_n \omega\epsilon_0\epsilon_{xx} \tilde{E}_y + \frac{\partial^2}{\partial y\partial z} \tilde{H}_y \right] \quad (5.32)$$

Agora, aplicando a eq. (5.29) em (5.19), temos:

$$\tilde{E}_x = \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_{xx}} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{j}{\omega\mu_0\mu_{zz}} \left( \frac{\partial}{\partial x} \tilde{E}_y - \frac{\partial}{\partial y} \tilde{E}_x \right) \right] - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{H}_y \right\} \quad (5.33)$$

$$\tilde{E}_x = \frac{1}{Ky^2 + K_0^2\epsilon_{xx}\mu_{zz}} \left( \frac{\partial^2}{\partial y\partial x} \tilde{E}_y + \beta_k \omega\mu_0\mu_{zz} \tilde{H}_y \right) \quad (5.34)$$

Manipulando as equações (5.20) e (5.28), temos:

$$\tilde{H}_x = \frac{j}{\omega\mu_0\mu_{xx}} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_{zz}} \left( \frac{\partial}{\partial x} \tilde{H}_y - \frac{\partial}{\partial y} \tilde{H}_x \right) \right] - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_y \right\} \quad (5.35)$$

$$\tilde{H}_x = \frac{1}{Ky^2 + K_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx}} \left( \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \tilde{H}_y - \beta_k \omega \epsilon_0 \epsilon_{zz} \tilde{E}_y \right) \quad (5.36)$$

Por final, aplicando a eq. (5.28) em (5.20), temos:

$$\tilde{E}_z = \frac{1}{j\omega \epsilon_0 \epsilon_{zz}} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{j}{\omega \mu_0 \mu_{xx}} \left( \frac{\partial}{\partial y} \tilde{E}_z - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_y \right) \right] \right\} \quad (5.37)$$

$$\tilde{E}_z = \frac{1}{Ky^2 + K_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx}} \left( \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \tilde{E}_y - \alpha_n \omega \mu_0 \mu_{xx} \tilde{H}_y \right) \quad (5.38)$$

Onde

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = k_y^2 = \gamma^2 \quad (5.39)$$

$$\gamma^2 = \alpha_n + \beta_k - K_i^2 \quad (5.40)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = -j\alpha_n \quad (5.41)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = -j\beta_k \quad (5.42)$$

Assim, temos as equações de campo elétrico e magnético:

$$\tilde{E}_x = \frac{1}{Ky^2 + K_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz}} \left( \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \tilde{E}_y + \beta_k \omega \mu_0 \mu_{zz} \tilde{H}_y \right) \quad (5.43)$$

$$\tilde{E}_z = \frac{1}{Ky^2 + K_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx}} \left( \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \tilde{E}_y - \alpha_n \omega \mu_0 \mu_{xx} \tilde{H}_y \right) \quad (5.44)$$

$$\tilde{H}_x = \frac{1}{Ky^2 + K_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx}} \left( \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \tilde{H}_y - \beta_k \omega \epsilon_0 \epsilon_{zz} \tilde{E}_y \right) \quad (5.45)$$

$$\tilde{H}_z = \frac{1}{Ky^2 + K_0^2 \mu_{zz} \epsilon_{xx}} \left[ \alpha_n \omega \epsilon_0 \epsilon_{xx} \tilde{E}_y + \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \tilde{H}_y \right] \quad (5.46)$$

## 5.2 – Conclusões

Foi apresentado o desenvolvimento matemático e a determinação dos campos eletromagnéticos da antena de microfita com substrato metamaterial, utilizando o Método da Linha de Transmissão Transversa.

---

## **CAPÍTULO 6**

### ***Campos Eletromagnéticos na Antena com Substrato Bianisotrópico***

---

#### **6.1 – Introdução**

A análise através de métodos de onda completa se faz necessária para a obtenção de resultados mais exatos e eficientes que se aproximam dos resultados reais.

Partindo das equações de Maxwell, as componentes dos campos elétrico e magnético  $\tilde{E}_x, \tilde{E}_z, \tilde{H}_x$  e  $\tilde{H}_z$  são escritos em função das componentes  $\tilde{E}_y$  e  $\tilde{H}_y$  no domínio da transformada de Fourier. Tomando uma solução geral da equação de onda e aplicando as condições de contorno adequadas, são obtidas as constantes envolvidas nesta solução em função do campo elétrico fora da fita e também a equação matricial não homogênea envolvendo as densidades de corrente nas fitas. Aplicando o método dos momentos, as densidades de corrente são expandidas em funções de base e uma equação matricial homogênea é obtida. A solução não-trivial gera a equação característica, na qual as raízes permitem a obtenção da frequência de ressonância da antena.

Neste capítulo são apresentadas as antenas de microfita retangular bianisotrópica, a qual é uma modificação da antena retangular.

#### **6.2 – Antena de Microfita com Substrato Bianisotrópico**

As equações de campo eletromagnético são desenvolvidas para a obtenção da frequência de ressonância da antena de microfita convencional através do método de onda completa LTT e em combinação com este, será utilizado o modelo da Linha de Transmissão para a obtenção do diagrama de irradiação da antena.

A antena é composta por um *patch* ressoador sobre um substrato dielétrico que tem na parte inferior um plano de terra, como ilustrado na Figura 6.1.

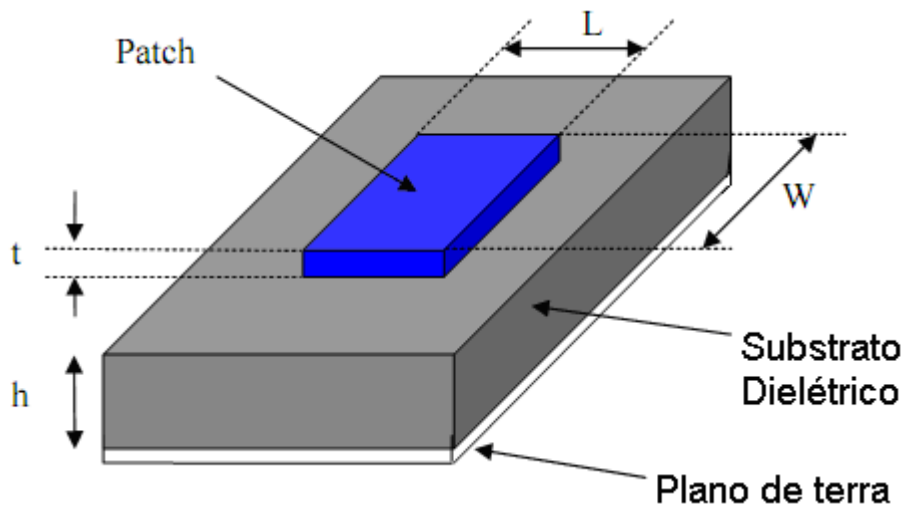


Figura 6.1 – Antena de microfita com substrato bianisotrópico.

Durante o processo de análise da estrutura a fita condutora é desprezada, pois então, serão considerados os parâmetros dimensionais e eletromagnéticos da estrutura e o sistema cartesiano.

### 6.3 – Determinação das Equações de Campos Eletromagnéticos

Nessa seção, são desenvolvidas as soluções das equações de ondas para antena de microfita com substrato metamaterial na região 1. Para região 2 é considerado o espaço livre.

Das equações de Maxwell tem-se:

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega[\mu]\vec{H} \quad (6.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega[\varepsilon]\vec{E} \quad (6.2)$$

onde, para o caso de substrato metamaterial uniaxial:

$$[\mu] = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$$[\boldsymbol{\varepsilon}] = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

Como as soluções das equações de onda são feitas considerando a direção de propagação, as equações 6.3 e 6.4 se tornam:

$$[\boldsymbol{\varepsilon}] = \varepsilon_0 \varepsilon_{yy} \quad (6.5)$$

$$[\boldsymbol{\mu}] = \mu_0 \mu_{yy} \quad (6.6)$$

Calculando-se o rotacional da eq. 6.1, tem-se:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -j\omega[\boldsymbol{\mu}]\nabla \times \vec{H} \quad (6.7)$$

Substituindo a eq. 6.2 em 6.7,

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_{yy} \mu_0 \mu_{yy} \vec{E} \quad (6.8)$$

Assim,

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_{yy} \mu_0 \mu_{yy} \vec{E} \quad (6.9)$$

como a região é livre de cargas e correntes elétricas, tem-se pelas equações de Maxwell que:

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (6.10)$$

logo, pode-se escrever 5.9 como segue,

$$\nabla^2 \vec{E} - \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_{yy} \mu_0 \mu_{yy} \vec{E} = 0 \quad (6.11)$$

esta relação é válida para todas as componentes de  $\vec{E}$  e, em particular, para  $E_y$ , ou seja:

$$\nabla^2 \vec{E}_y - \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_{yy} \mu_0 \mu_{yy} \vec{E}_y = 0 \quad (6.12)$$

decompondo-se o operador  $\nabla^2$ , tem-se:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (6.13)$$

assim 6.12 é dada por:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_{yy} \mu_0 \mu_{yy} \vec{E} = 0 \quad (6.14)$$

Da teoria da transformada de Fourier, tem-se:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}_y}{\partial x^2} = -\alpha_n^2 \vec{E}_y \quad (6.15)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}_y}{\partial z^2} = -\beta_k^2 \vec{E}_y \quad (6.16)$$

Transformando-se 6.14 para o domínio da transformada de Fourier, tem-se:

$$-\alpha_n^2 \vec{E}_y + \frac{\partial \vec{E}_y}{\partial y^2} - \beta_k^2 \vec{E}_y + \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_{yy} \mu_0 \mu_{yy} \vec{E} = 0 \quad (6.17)$$

ou, ainda

$$\frac{\partial^2 \vec{E}_y}{\partial y^2} - (\alpha_n^2 + \beta_k^2 - k^2) \vec{E}_y = 0 \quad (6.18)$$

Onde  $k = \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_{yy} \mu_0 \mu_{yy} \vec{E}_y$



Logo,

$$\frac{\partial^2 \vec{E}_y}{\partial y^2} - \gamma^2 \vec{E}_y = 0 \quad (6.19)$$

Onde:  $\gamma^2 = \alpha_n^2 + \beta_k^2 - k^2$

A equação 6.19 é a equação de onda para  $\vec{E}_y$ . De maneira análoga, mostra-se que:

$$\frac{\partial^2 \vec{H}_y}{\partial y^2} - \gamma^2 \vec{H}_y = 0 \quad (6.20)$$

As soluções das equações dos campos em  $y$  para as duas regiões da estrutura em estudo (onde a região 1 representa à ressonância e a região 2 a propagação através do ar), através das equações de onda de Helmholtz, são dadas por:

Região 1:

$$\tilde{E}_{y1} = A_{1e} \cosh(\gamma_1 y) \quad (6.21)$$

$$\tilde{H}_{y1} = A_{1h} \sinh(\gamma_1 y) \quad (6.22)$$

Região 2:

$$\tilde{E}_{y2} = A_{2e} e^{-\gamma_2(y-h)} \quad (6.23)$$

$$\tilde{H}_{y2} = A_{2h} e^{-\gamma_2(y-h)} \quad (6.24)$$

Substituindo as componentes em  $y$  (6.21) – (6.24) nas equações (5.43) – (5.46) obtêm-se as demais componentes dos campos elétricos e magnéticos para as duas regiões da estrutura:

Região 1:

$$\tilde{E}_{x1} = \frac{-j}{\gamma_1^2 + K_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz}} (\alpha_n \gamma_1 A_{1e} \cosh(\gamma_1 y) + j \beta_k \omega \mu_{zz} A_{1h} \sinh(\gamma_1 y)) \quad (6.25)$$

$$\tilde{E}_{z_1} = \frac{-j}{\gamma_1^2 + K_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx}} (\beta_k \gamma_1 A_{1e} \cosh(\gamma_1 y) - j \alpha_n \omega \mu_0 \mu_{xx} A_{1h} \sinh(\gamma_1 y)) \quad (6.26)$$

$$\tilde{H}_{x_1} = \frac{-j}{\gamma_1^2 + K_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx}} (\alpha_n \gamma_1 A_{1h} \cosh(\gamma_1 y) - j \beta_k \omega \epsilon_0 \epsilon_{zz} A_{1e} \cosh(\gamma_1 y)) \quad (6.27)$$

$$\tilde{H}_{z_1} = \frac{-j}{\gamma^2 + K_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz}} (j \alpha_n \omega \epsilon_0 \epsilon_{xx} A_{1e} \cosh(\gamma_1 y) + \beta_k \gamma_1 A_{1h} \cosh(\gamma_1 y)) \quad (6.28)$$

Região 2

$$\tilde{E}_{x_2} = \frac{-j}{\gamma_2^2 + K_2^2} \left( \alpha_n \gamma_2 A_{2e} \cosh(\gamma_2 p) + \alpha_n \gamma_2 B_{2e} \sinh(\gamma_2 p) + j \beta_k \omega \mu_0 (A_{2h} \sinh(\gamma_2 p) + B_{2h} \cosh(\gamma_2 p)) \right) \quad (6.29)$$

$$\tilde{E}_{z_2} = \frac{-j}{\gamma_2^2 + K_2^2} \left( \beta_k \gamma_2 A_{2e} \cosh(\gamma_2 p) + \beta_k \gamma_2 B_{2e} \sinh(\gamma_2 p) - j \alpha_n \omega \mu_0 (A_{2h} \sinh(\gamma_2 p) + B_{2h} \cosh(\gamma_2 p)) \right) \quad (6.30)$$

$$\tilde{H}_{x_2} = \frac{-j}{\gamma_2^2 + K_2^2} \left( \alpha_n \gamma_2 A_{2h} \cosh(\gamma_2 p) + \alpha_n \gamma_2 B_{2h} \sinh(\gamma_2 p) - j \beta_k \omega \epsilon_0 (A_{2e} \sinh(\gamma_2 p) + B_{2e} \cosh(\gamma_2 p)) \right) \quad (6.31)$$

$$\tilde{H}_{z_2} = \frac{-j}{\gamma_2^2 + K_2^2} \left( \beta_k \gamma_2 A_{2h} \cosh(\gamma_2 p) + \beta_k \gamma_2 B_{2h} \sinh(\gamma_2 p) + j \alpha_n \omega \epsilon_0 (A_{2e} \sinh(\gamma_2 p) + B_{2e} \cosh(\gamma_2 p)) \right) \quad (6.32)$$

Será analisada uma estrutura em que o *patch* é constituído de um material supercondutor, conforme a fig. 6.1. Para esta análise considera-se o material supercondutor muito fino, pois de acordo com as equações de London apresentadas no capítulo 4, o material supercondutor se comporta como um dielétrico isotrópico [1]-[2], necessitando apenas de uma modificação em uma das equações de Maxwell, [22]. Para o estudo da antena de microfita com fita supercondutora, o efeito do material supercondutor é considerado nas condições de contorno da estrutura.

Conforme o efeito Meissner, que diz: o supercondutor é um material diamagnético perfeito, porém para o supercondutor do tipo II, ou supercondutor de alto Tc, esse efeito não é completo [1]-[2], [23]. Então existem campos eletromagnéticos no

interior do supercondutor, podendo-se usar a aproximação de que um material supercondutor muito fino se comporta como um dielétrico homogêneo e isotrópico.

Com as equações de London, apresentadas de outra forma juntamente com as equações de Maxwell, obtém-se uma densidade de corrente de condução normal, uma densidade de corrente de supercondução e uma densidade de corrente de deslocamento devida à parte dielétrica. Resultando em uma densidade de corrente total.

Equações de Maxwell

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H} \quad (6.33)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega\epsilon \vec{E} \quad (6.34)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (6.35)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (6.36)$$

Equações de London

$$\mu\lambda_{eff}^2(T) \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = \vec{E} \quad (6.37)$$

$$\nabla \times (\lambda_{eff}^2(T) \vec{j}) = -\vec{H} \quad (6.38)$$

Como a densidade de corrente total é devida a três parcelas, e conhece-se apenas a densidade de corrente de condução e a de deslocamento, utilizam-se as equações acima para encontrar a densidade de corrente de supercondução. A densidade de corrente total é apresentada abaixo, podendo-se dizer que existe uma condutividade complexa.

$$\vec{J} = \sigma_n \vec{E} + \frac{1}{j\omega\mu\lambda_{eff}^2(T)} \vec{E} \quad (6.39)$$

$$\vec{J} = \sigma_s \vec{E} \quad (6.40)$$

sendo

$$\sigma_s = \sigma_n + \frac{1}{j\omega\mu\lambda_{eff}^2(T)} \quad (6.41)$$

Um material dielétrico (isolante) possui uma baixa condutividade e uma certa permissividade relativa finita, já um material condutor possui uma altíssima condutividade e uma baixíssima permissividade relativa. Se forem analisados casos extremos, o material dielétrico, neste caso hiperdielétrico, possuiria uma condutividade nula e uma permissividade relativa que tenderia a infinito, já um material condutor, neste caso perfeito, possuiria uma condutividade tendendo ao infinito e uma permissividade relativa nula. Em ambos os casos para que as equações de Maxwell sejam válidas nas condições de contorno, os efeitos do campo elétrico se anulam, para contrabalançar esses extremos. No caso do supercondutor, a condutividade é finita, e a permissividade relativa tende a infinito. Porém, como os efeitos do campo elétrico se anulam, para que nas condições de contorno as equações de Maxwell sejam válidas, pode-se considerar que ao invés do campo elétrico se anular, quem se anula é a permissividade relativa, isso não retira a legitimidade da aproximação.

Analisando, se evidencia que o material supercondutor é o simétrico do material dielétrico, por isso alguns autores chamam o supercondutor de “dielétrico negativo”. A partir do que foi exposto, a equação (6.34) se reduz à equação apresentada abaixo [23]:

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon_s^* \vec{E} \quad (6.42)$$

Então, considera-se que o material supercondutor possui uma permissividade complexa negativa, nessa região.

$$\varepsilon_s^* = \frac{\sigma_s}{j\omega} = \frac{\sigma_n}{j\omega} - \frac{1}{\omega^2 \mu \lambda_{eff}^2(T)} = -\frac{1}{\omega^2 \mu \lambda_{eff}^2(T)} - j \frac{\sigma_n}{\omega} \quad (6.43)$$

As constantes dos campos elétricos e magnéticos ( $A_{1e}$ ,  $A_{1h}$ ,  $A_{2e}$  e  $A_{2h}$ ) são obtidas através da aplicação das condições de contorno da estrutura na direção  $y$ . As condições de contorno são dadas por [24]:

- Os campos elétricos tangentes às paredes elétricas são iguais a zero ( $\tilde{E}_t = 0$ );
- Os campos eletromagnéticos no infinito tendem a zero;
- Os campos eletromagnéticos nas interfaces dielétrico-dielétrico são iguais ( $\tilde{E}_{ti} = \tilde{E}_{tj}$  e  $\tilde{H}_{ti} = \tilde{H}_{tj}$ );
- Os campos elétricos tangentes a uma interface dielétrico-dielétrico que possua fitas metálicas são iguais aos campos elétricos a essa interface ( $\tilde{E}_{ti} = \tilde{E}_{tj} = \tilde{E}_{fita}$ ).

A aplicação destas condições de contorno gera um sistema de equações, no qual a quantidade de equações e de incógnitas é igual a 4 vezes a quantidade de regiões dielétricas consideradas para a estrutura em estudo. A resolução deste sistema não-homogêneo de equações fornece os valores das constantes dos campos elétricos e magnéticos.

Aplicando as condições de contorno à estrutura em estudo, têm-se:

em  $y = h$

$$\tilde{E}_{x1} = \tilde{E}_{x2} = \tilde{E}_{xh} \quad (6.44)$$

$$\tilde{E}_{z1} = \tilde{E}_{z2} = \tilde{E}_{zh} \quad (6.45)$$

Com a aplicação destas condições de contorno, as constantes dos campos elétricos e magnéticos são obtidas em função dos campos elétricos tangenciais  $\tilde{E}_{xh}$  e  $\tilde{E}_{zh}$ :

$$A_{1h} = \frac{\beta_k \tilde{E}_x h_1 (\gamma_1^2 + K_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz}) - \alpha_n \tilde{E}_z h_1 (\gamma_1^2 + K_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx})}{\omega \mu_0 \sinh(\gamma_1 y) (\alpha_n^2 \mu_{xx} + \beta_k^2 \mu_{zz})} \quad (6.46)$$

$$A_{1e} = \frac{-j \mu_{zz} \beta_k \tilde{E}_z h_1 (\gamma_1^2 + K_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx}) - j \mu_{xx} \alpha_n \tilde{E}_x h_1 (\gamma_1^2 + K_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz})}{\gamma_1 \sinh(\gamma_1 y) (\beta_k^2 \mu_{zz} - \alpha_n^2 \mu_{xx})} \quad (6.47)$$

$$A_{2e} = \frac{-j (\alpha_n \tilde{E}_{xh} + \beta_k \tilde{E}_{zh})}{\gamma_2} \quad (6.48)$$

$$A_{2h} = \frac{(\beta_k \tilde{E}_{xh} - \alpha_n \tilde{E}_{zh})}{\omega \mu_0} \quad (6.49)$$

Após a obtenção das constantes dos campos, é aplicada a condição de contorno magnética, na interface onde se localiza a fita condutora. A condição de contorno utilizada é apresentada abaixo [25]:

$$\tilde{H}_{x1} - \tilde{H}_{x2} = \tilde{J}_{zh} \quad (6.50)$$

$$\tilde{H}_{z1} - \tilde{H}_{z2} = -\tilde{J}_{xh} \quad (6.51)$$

A aplicação das condições de contorno (6.46) e (6.47), pode ser escrita na forma matricial, gerando uma matriz que relaciona os campos elétricos tangenciais à interface da fita e às densidades de corrente tangenciais. Essa matriz é chamada de matriz admitância ou impedância, dependendo da forma como a equação matricial é representada. A matriz admitância e a matriz impedância são representadas abaixo [26].

$$[Y] \cdot [\tilde{E}] = [\tilde{J}] \quad (6.52)$$

$$[Z] \cdot [\tilde{J}] = [\tilde{E}] \quad (6.53)$$

onde  $[Y]$  é a matriz admitância,  $[Z]$  é a matriz impedância,  $[\tilde{J}]$  é o vetor da densidade de corrente na fita condutora e  $[\tilde{E}]$  é o vetor campo elétrico tangencial à interface da fita.

Sendo a matriz impedância o inverso da matriz admitância e vice-versa, ou seja,  $[Z] = [Y]^{-1}$  e a matriz impedância uma matriz simétrica, a sua inversa  $[Z]$  também é, então  $Y_{ij} = Y_{ji}$  [27].

Então, analisando as condições de contorno magnéticas (6.30) e (6.31), conclui-se que o sistema de equações obtido é o (6.32), desta forma para a obtenção do sistema de equações (6.33), apropriado para a microfita, é necessária a inversão da matriz admitância, ou seja, deve-se utilizar a matriz impedância.

Substituindo as constantes dos campos em função dos campos elétricos tangenciais (6.26) - (6.29) nas condições de contorno magnéticas (6.30) e (6.31) e após algumas manipulações algébricas obtém-se a matriz admitância, como pode ser observado em (6.34) e (6.35) [19]:

$$Y_{xx}\tilde{E}_{xh} + Y_{xz}\tilde{E}_{zh} = \tilde{J}_{xh} \quad (6.54)$$

$$Y_{zx}\tilde{E}_{xh} + Y_{zz}\tilde{E}_{zh} = \tilde{J}_{zh} \quad (6.55)$$

ou na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} Y_{xx} & Y_{xz} \\ Y_{zx} & Y_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{xh} \\ \tilde{E}_{zh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_{xh} \\ \tilde{J}_{zh} \end{bmatrix} \quad (6.56)$$

os elementos desta matriz estão expostos de (6.20) a (6.23):

$$Y_{xx} = \frac{j}{\gamma_1 \gamma_2 \omega \mu_0} \left[ \frac{\gamma_2 \cot gh(\gamma_1 h) (k_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{xx} \alpha_n^2 - \beta_k^2 \gamma_1^2)}{(\beta_k^2 \mu_{zz} + \alpha_n^2 \mu_{xx})} + \gamma_1 (k_2^2 - \beta_k^2) \right] \quad (6.57)$$

$$Y_{xz} = \frac{j \alpha_n \beta_k}{\gamma_1 \gamma_2 \omega \mu_0} \left[ \frac{\gamma_2 \cot gh(\gamma_1 h) (k_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx} + \gamma_1)}{(\beta_k^2 \mu_{zz} + \alpha_n^2 \mu_{xx})} + \gamma_1 \right] \quad (6.58)$$

$$Y_{zx} = \frac{-j\alpha_n\beta_k}{\gamma_1\gamma_2\omega\mu_0} \left[ \frac{\gamma_2 \cot gh(\gamma_1 h)(k_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz} + \gamma_1)}{(\beta_k^2 \mu_{zz} + \alpha_n^2 \mu_{xx})} + \gamma_1 \right] \quad (6.59)$$

$$Y_{zz} = \frac{-j}{\gamma_1\gamma_2\omega\mu_0} \left[ \frac{\gamma_2 \cot gh(\gamma_1 h)(\alpha_n^2 \gamma_1^2 - \beta_k^2 k_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{xx})}{(\beta_k^2 \mu_{zz} + \alpha_n^2 \mu_{xx})} + \gamma_1(\alpha_n^2 - k_2^2) \right] \quad (6.60)$$

A inclusão da fita supercondutora é feita utilizando-se a condição de contorno complexa resistiva. Esta condição de contorno relaciona o campo elétrico dentro da fita supercondutora com a densidade de corrente, através de impedância de superfície.

$$\tilde{E}_T = Z_S \tilde{J}_T \quad (6.61)$$

sendo  $\tilde{E}_T$  e  $\tilde{J}_T$  o campo elétrico e a densidade de corrente tangenciais à fita supercondutora, respectivamente, e  $z_s$  é a impedância de superfície, definida por

$$Z_S = \frac{1}{\sigma_{s2} t_2} \quad (6.62)$$

sendo  $\sigma_{s2}$  a condutividade da fita supercondutora e “ $t_2$ ” a espessura da fita. Após a aplicação das condições de contorno obtém-se

$$\begin{bmatrix} Z_{xx} - Z_S & | & Z_{xz} \\ \hline & & \\ Z_{zx} & | & Z_{zz} - Z_S \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x^{out} \\ \tilde{E}_z^{out} \end{bmatrix} \quad (6.63)$$

É importante ressaltar que a inversão matricial só é possível se as matrizes admitância e impedância forem simétricas, isto é, sendo  $[Y]$  a inversa de  $[Z]$ , então  $[Z]$  é a inversa de  $[Y]$  (5.36):

$$\begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xz} \\ Z_{zx} & Z_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{xx} & Y_{xz} \\ Y_{zx} & Y_{zz} \end{bmatrix}^{-1} \quad (6.64)$$

Assim, obtêm-se a equação matricial da impedância  $[Z]$  em função das densidades de corrente  $[\tilde{J}]$ .



$$\begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xz} \\ Z_{zx} & Z_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_{xh} \\ \tilde{J}_{zh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_{xh} \\ \tilde{E}_{zh} \end{bmatrix} \quad (6.65)$$

na qual os termos  $Z_{xx}$ ,  $Z_{xz}$ ,  $Z_{zx}$ ,  $Z_{zz}$  são as componentes da função diádica de Green da estrutura em estudo.

#### **6.4 – Expansão das Densidades de Corrente em Termos de Funções de Base**

O método de Galerkin é um caso particular do método dos momentos, onde as funções de peso são consideradas iguais às funções de expansão ou funções de base [28]. Assim, efetua-se o produto interno da equação matricial da impedância pelos conjugados das funções de base como será abordado mais adiante. Esse método é usado com eficiência na análise de estruturas planares na faixa de frequências de microondas e ondas milimétricas. Para sua aplicação à estrutura em estudo, são definidas funções de base que devem representar as características físicas das distribuições de corrente na fita condutora.

A escolha dessas funções é de fundamental importância para a expansão dos campos elétricos tangenciais à interface da fita condutora ou para a expansão das densidades de corrente que existem na superfície da fita condutora. Logo, condicionam a estabilidade e convergência do método dos momentos [24], são responsáveis pela aproximação dos resultados para os valores corretos. A escolha das funções de base deve ser tal, que obedeçam às condições de contorno da estrutura.

No estudo de estruturas de microfita, tanto os campos elétricos quanto as densidades de corrente podem ser expandidos em funções de base. Como existe campo elétrico apenas fora da fita condutora, seria necessário utilizar-se de mais funções de base do que para o caso da expansão das densidades de corrente, pois a área que contém os campos (fora da fita condutora) é muito maior do que a área que contém as densidades de corrente (superfície da fita), assim é preferível expandir as densidades de corrente (que estão presentes apenas na fita condutora), pois, utilizam-se menos funções de base.

Ao se obter a equação (5.59), aplicam-se as funções de base adequadas para aproximar os valores das densidades de corrente à forma da função real, conforme apresentado por

$$\tilde{J}_{xh}(x, z) = \sum_{i=1}^{Ni} a_{xi} f_{xi}(x, z) \quad (6.66)$$

e

$$\tilde{J}_{zh}(x, z) = \sum_{i=1}^{Ni} a_{zi} f_{zi}(x, z) \quad (6.67)$$

onde M e N são números inteiros e positivos que podem ser feitos iguais a 1 (um) mantendo os resultados com uma ótima aproximação dos resultados reais.

Fazendo-se a aproximação M = N = 1 e calculando a dupla transformada de Fourier conforme definida em [29] as equações (6.40) e (6.41) tomam a seguinte forma:

$$\tilde{J}_{xh}(\alpha_n, \beta_k) = a_x \tilde{f}_x(\alpha_n, \beta_k) \quad (6.68)$$

$$\tilde{J}_{zh}(\alpha_n, \beta_k) = a_z \tilde{f}_z(\alpha_n, \beta_k) \quad (6.69)$$

os termos  $a_x$  e  $a_z$  são constantes desconhecidas.

Para este trabalho foram utilizadas duas funções de bases nas direções cartesianas  $\circ X$  e  $\circ Z$ . As suas escolhas basearam-se em trabalhos anteriores, onde foram comprovadas as suas funcionalidades. E são definidas por:

Para a direção  $\circ X$  :

$$f_z(x, z) = f_z(x) \cdot f_z(z) \quad (6.70)$$

Com

$$f_z(x) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{w}{2}\right)^2 - x^2}} \quad (6.71)$$

e

$$f_z(z) = \cos\left(\frac{\pi z}{l}\right) \quad (6.72)$$

que no domínio espectral são:

Componente espectral da função em Z, variando com a variável espectral  $\alpha_n$

$$\tilde{f}_z(\alpha_n) = \pi \tilde{J}_0\left(\alpha_n \frac{w}{2}\right) \quad (6.73)$$

Componente espectral da função em Z, variando com a variável espectral  $\beta_k$

$$\tilde{f}_z(\beta_k) = \frac{2\pi \cos\left(\frac{\beta_k l}{2}\right)}{\pi^2 - (\beta_k l)^2} \quad (6.74)$$

sendo as variáveis espectrais  $\alpha_n$  e  $\beta_k$  dadas por(fig. 6.2):

$$\alpha_n = \frac{n_x \pi}{b} \quad (6.75)$$

com

$$b = \frac{dW}{2} \quad (6.76)$$

e

$$dW = 15W \quad (6.77)$$

$$\beta_k = \frac{n_z \pi}{dL}, \quad (6.78)$$

Com

$$dL = \frac{L}{2}, \quad (6.79)$$

e

$$L = 15l. \quad (6.80)$$

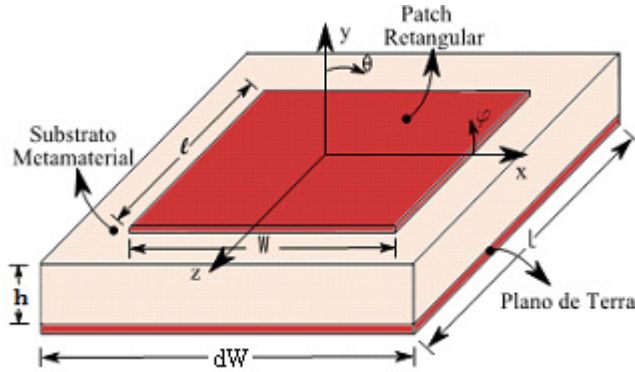


Figura 6.2 – Antena de microfita retangular com substrato bianisotrópico.

A combinação das duas componentes (6.53) e (6.54) resulta na transformada de Fourier de (6.30), como segue:

$$\tilde{f}_z(\alpha_n, \beta_k) = \frac{2\pi^2 l \cos(\beta_k l)}{\pi^2 - (\beta_k l)^2} \cdot \tilde{J}_0\left(\alpha_n \frac{w}{2}\right) \quad (6.81)$$

onde  $J_0$  é a função de Bessel de primeira espécie e ordem zero.

Por se tratar de uma estrutura simétrica foi utilizada a mesma função de base tanto para a direção  $\circ X$  quanto  $\circ Z$ , necessariamente, fazendo as devidas adequações quanto às variáveis espectrais e as dimensões da estrutura. Conforme o supracitado tem-se para a direção  $\circ X$

$$f_x(x, z) = f_x(x) f_x(z) \quad (6.82)$$

Onde

$$f_x(z) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - z^2}} \quad (6.83)$$

e

$$f_x(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{w}\right) \quad (6.84)$$

que no domínio espectral são:

componente espectral da função em X, variando com a variável espectral  $\beta_k$

$$f_x(\beta_k) = \pi J_0\left(\beta_k \frac{l}{2}\right) \quad (6.85)$$

componente espectral da função em X, variando com a variável espectral  $\alpha_n$

$$f_x(\alpha_n) = \frac{2\pi \cos(\frac{\alpha_n w}{2})}{\pi^2 - (\alpha_n w)^2}, \quad (6.86)$$

a combinação das duas componentes (6.65) e (6.66) resulta na transformada de Fourier de (6.67), como abaixo:

$$f_x(\alpha_n, \beta_k) = \frac{2\pi^2 w \cos(\frac{\alpha_n w}{2})}{\pi^2 - (\alpha_n w)^2} J_0\left(\beta_k \frac{l}{2}\right) \quad (6.87)$$

onde  $J_0$  é a função de Bessel de primeira espécie de ordem zero.

Aplicando-se o produto interno do sistema de equações com uma função teste existente apenas na região da fita, de acordo com o método de Galerkin que utiliza uma função teste igual à função de base da densidade de corrente. Como a função teste existe em uma região complementar à função de base do campo elétrico, este produto interno é nulo, fazendo com que o sistema de equações se torne homogêneo.

$$\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xz} \\ K_{zx} & K_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.88)$$

onde cada elemento da matriz [K] é representado abaixo:

$$K_{xx} = \sum_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_x(x, z) Z_{xx} \tilde{f}_x^*(x, z) \quad (6.89)$$

$$K_{xz} = \sum_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_z(x, z) Z_{xz} \tilde{f}_x^*(x, z) \quad (6.90)$$

$$K_{zx} = \sum_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_x(x, z) Z_{zx} \tilde{f}_z^*(x, z) \quad (6.91)$$

$$K_{zz} = \sum_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_z(x, z) Z_{zz} \tilde{f}_z^*(x, z) \quad (6.92)$$

onde o somatório surge da aplicação da transformada de Fourier.

O cálculo do determinante da equação matricial  $[K]$  fornece a solução da equação característica, cuja raiz complexa é a constante de propagação  $\gamma = \alpha + j\beta$ .

O Método dos Momentos associado com o Método da Linha de Transmissão Transversa permite a obtenção da frequência de ressonância da estrutura em estudo.

## **6.5 – Conclusões**

O estudo apresentado neste capítulo sobre o Ressorador Retangular de Microfita retrata uma análise dinâmica da estrutura através do método LTT, que a partir das equações de Maxwell chega-se às equações gerais dos campos eletromagnéticos, permitindo o cálculo da frequência de ressonância complexa.

Para a obtenção efetiva dos resultados propostos, foi escrito um programa computacional na linguagem FORTRAN, que através do método numérico de NEWTON RAPHSON consegue-se chegar à raiz da equação característica a partir de uma aproximação inicial.

As principais vantagens e contribuições do presente trabalho são a utilização de um método de onda completa para o cálculo da frequência de ressonância de uma antena de patch retangular com substrato bianisotrópico, já que se trata de uma estrutura nova, ainda não caracterizada na literatura. Além de fornecer os campos eletromagnéticos tangenciais à fita essencial ao cálculo dos campos distantes da antena. O programa desenvolvido oferece o potencial para projetar antenas de alto desempenho e com largo grau de liberdade de projeto, pois os parâmetros  $\mu$  e  $\epsilon$  podem assumir qualquer valor.

---

## **CAPÍTULO 7**

### ***Resultados da Antena com Substrato Bianisotrópico***

---

#### **7.1 – Introdução**

A partir da teoria desenvolvida nos Capítulos 3, 4 e 6, foram obtidos resultados para a antena de microfita retangular com substrato bianisotrópico (estrutura apresentada no Cap. 3). Os resultados são: frequência de ressonância complexa e largura de banda. Para tanto, foram desenvolvidos os seguintes programas: FRPMSBIA, que calcula a frequência de ressonância complexa e os campos elétricos tangenciais à fita, para antenas de microfita com substrato bianisotrópico, de acordo com a teoria desenvolvida no capítulo 6; CPPMSMTM, determina a permissividade e a permeabilidade para o substrato metamaterial bianisotrópico uniaxial com base na teoria descrita no capítulo 3.

Nos resultados apresentados neste capítulo é desconsiderada a existência de perdas na região metamaterial do ressoador sendo, portanto, a condutividade igual a zero ( $s = 0$ ). Logo, a frequência de ressonância complexa é uma quantidade real sendo desprezada a parte imaginária (parcela de perdas) [30].

A estrutura em análise é mostrada nas figuras 7.1 e 7.2, os parâmetros físicos envolvidos nos resultados são: espessura do substrato "g", largura e comprimento do patch "w" e "l" respectivamente, tensores permissividade e permeabilidade " $\epsilon$ " e " $\mu$ ". Durante a análise a espessura da fita metálica "s" é desconsiderada.

Os programas foram desenvolvidos na linguagem *Fortran* e as curvas obtidas com a utilização do *software Scilab*.

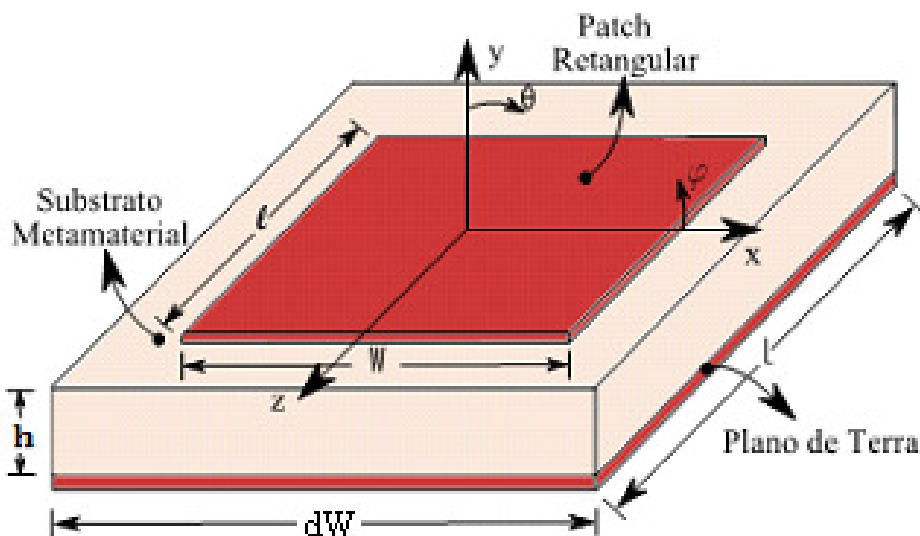


Figura 7.1 – Antena retangular de microfita com substrato bianisotrópico.

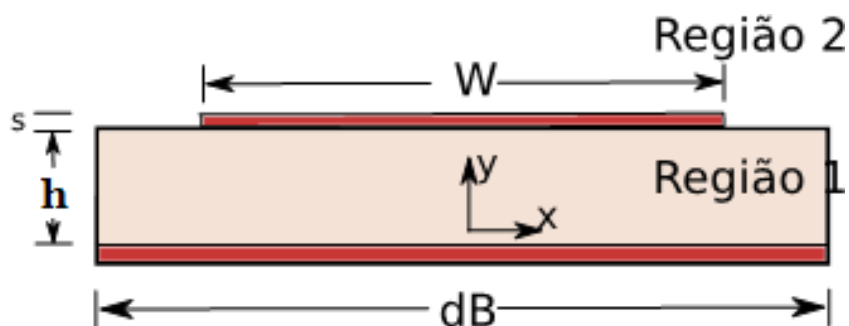


Figura 7.2 – Vista da seção transversal da Antena Retangular com Substrato bianisotrópico.

## 7.2 – Antena Retangular

A frequência de ressonância em função de vários comprimentos do *patch* ressoador (obtida através do método LTT) com substrato bianisotrópico foi comparada com a frequência de ressonância obtida através do Modelo da Cavidade com substrato semiconductor e os resultados são mostrados nas Figuras 7.3.

Os resultados apresentados na Figura 7.3 foram obtidos através dos seguintes parâmetros: a largura  $w = 15$  mm, o material usado no substrato que tem permissividade elétrica relativa  $\epsilon_{r1} = 9.8$  e  $\epsilon_{r2} = 1$  (corresponde a camada em que haverá propagação pelo ar), para o semiconductor, no substrato bianisotrópico ( $\epsilon_{x1} = \epsilon_{y1} = \epsilon_{z1} = 9.8$ ;  $\mu_{x1} =$



$\mu_{y1} = \mu_{z1} = 1$ ), a segunda camada é o ar ( $\epsilon_{r2} = 1$ ); a altura do dielétrico é  $h = 1,27\text{mm}$  para ambos os casos.

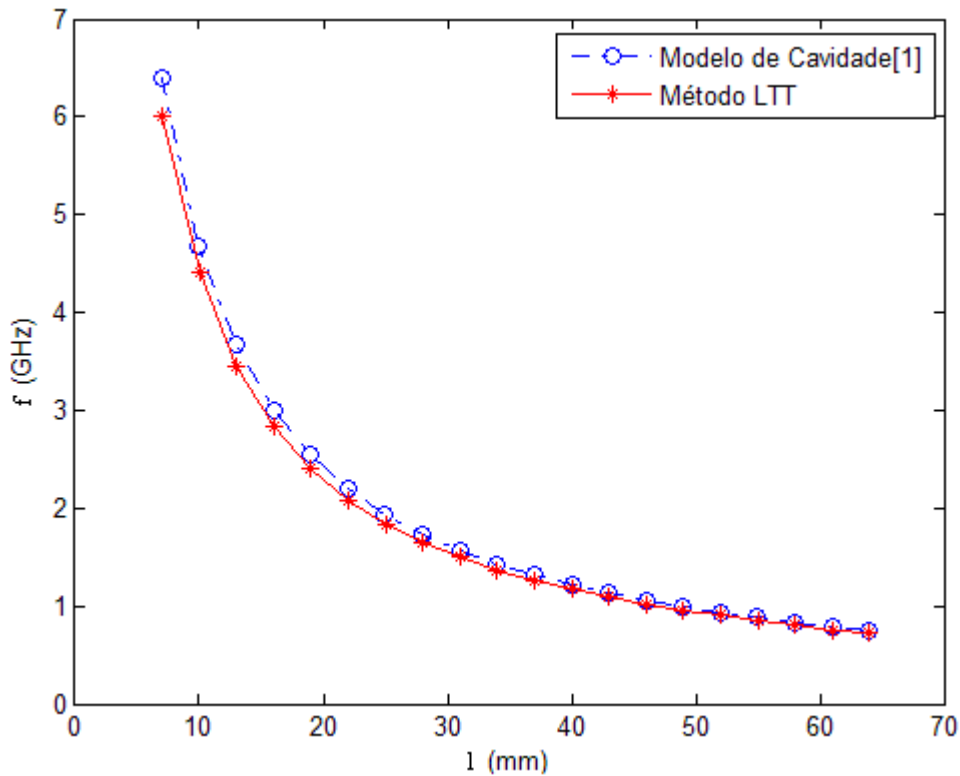


Figura 7.3 – Frequência de Ressonância em função do comprimento L do *patch* para  $\epsilon_r = 9.8$ .

A figura 7.4 apresenta a curva de variação da frequência por comprimento L do *patch* para dois materiais com permissividades diferentes, tem como dimensões o comprimento iniciando em  $L = 16\text{ mm}$  e largura  $W = 15\text{ mm}$ , o substrato considerado foi o metamaterial uniaxial com parâmetros: no primeiro caso ( $\epsilon_{x1} = \epsilon_{y1} = \epsilon_{z1} = 10$ ;  $\mu_{x1} = \mu_{y1} = \mu_{z1} = 1$ ) no segundo caso ( $\epsilon_{x1} = \epsilon_{y1} = \epsilon_{z1} = 12$ ;  $\mu_{x1} = \mu_{y1} = \mu_{z1} = 1$ ) e o ar para a segunda camada onde haverá a propagação com  $\epsilon_{r2}=1$  e  $h=1,27\text{ mm}$ .

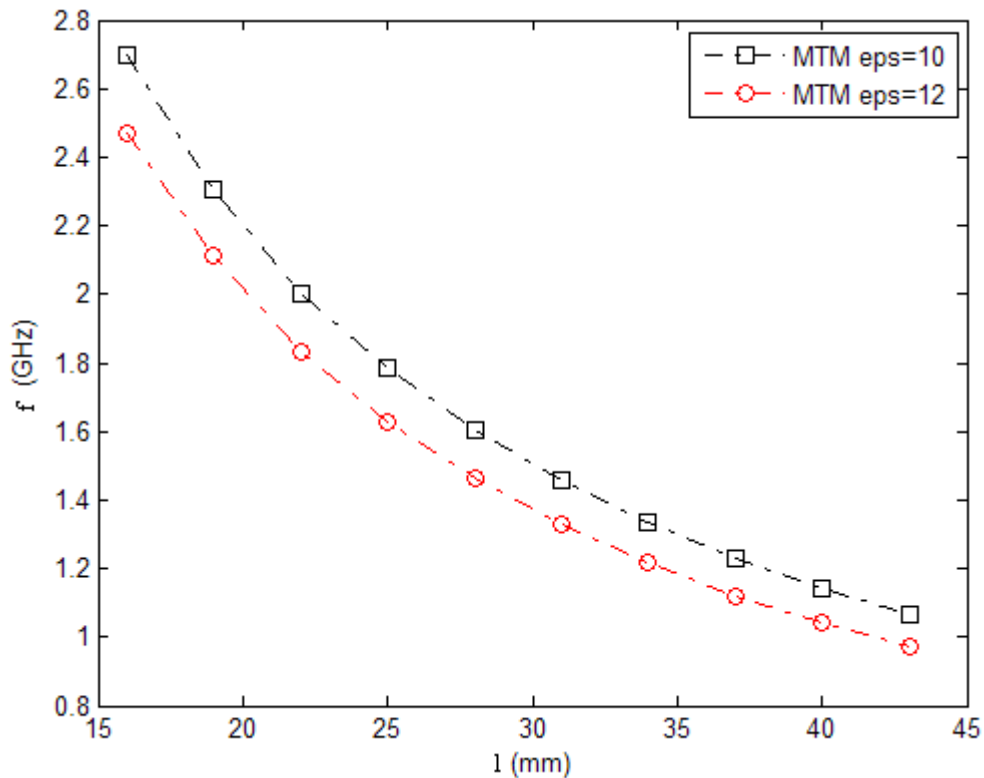


Figura 7.4 – Frequência em função do comprimento  $L$  do *patch* para diferentes permissividades.

A figura 7.5 apresenta a curva de variação da espessura para a camada 1 com  $g$  variando com a frequência, tem como dimensões o comprimento  $L = 20$  mm e largura  $W = 26,89$  mm, o substrato considerado foi o bianisotrópico que tem como exemplo o metamaterial uniaxial com parâmetros: ( $\epsilon_{x1} = \epsilon_{y1} = \epsilon_{z1} = 9.8$ ;  $\mu_{x1} = \mu_{y1} = \mu_{z1} = 1$ ) e o ar para a segunda camada onde haverá a propagação com  $\epsilon_{r2}=1$  e  $h=1,27$  mm.

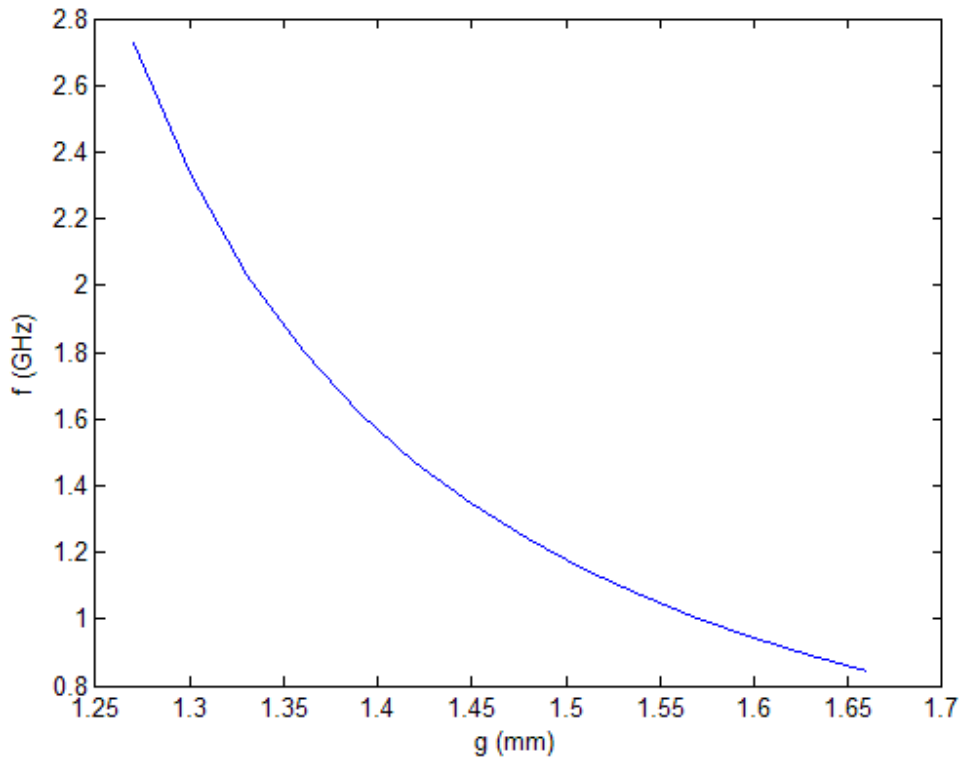


Figura 7.5 – Frequência de ressonância em função da espessura da região 1 de uma antena de microfita com substrato bianisotrópico(metamaterial).

A figura 7.6, apresenta a curva de variação do comprimento do *patch* para diferentes permeabilidade, onde a largura  $W = 15$  mm, o substrato considerado foi o metamaterial uniaxial com uma permissividade e permeabilidade: ( $\epsilon_{x1} = \epsilon_{y1} = \epsilon_{z1} = 4.4$ ;  $\mu_{x1} = \mu_{y1} = \mu_{z1} = 3$ ) no primeiro caso e no segundo ( $\epsilon_{x1} = \epsilon_{y1} = \epsilon_{z1} = 2.2$ ;  $\mu_{x1} = \mu_{y1} = \mu_{z1} = 5$ ) e o ar para a segunda camada onde haverá a propagação com  $\epsilon_{r2}=1$  e  $h=1,27$  mm.

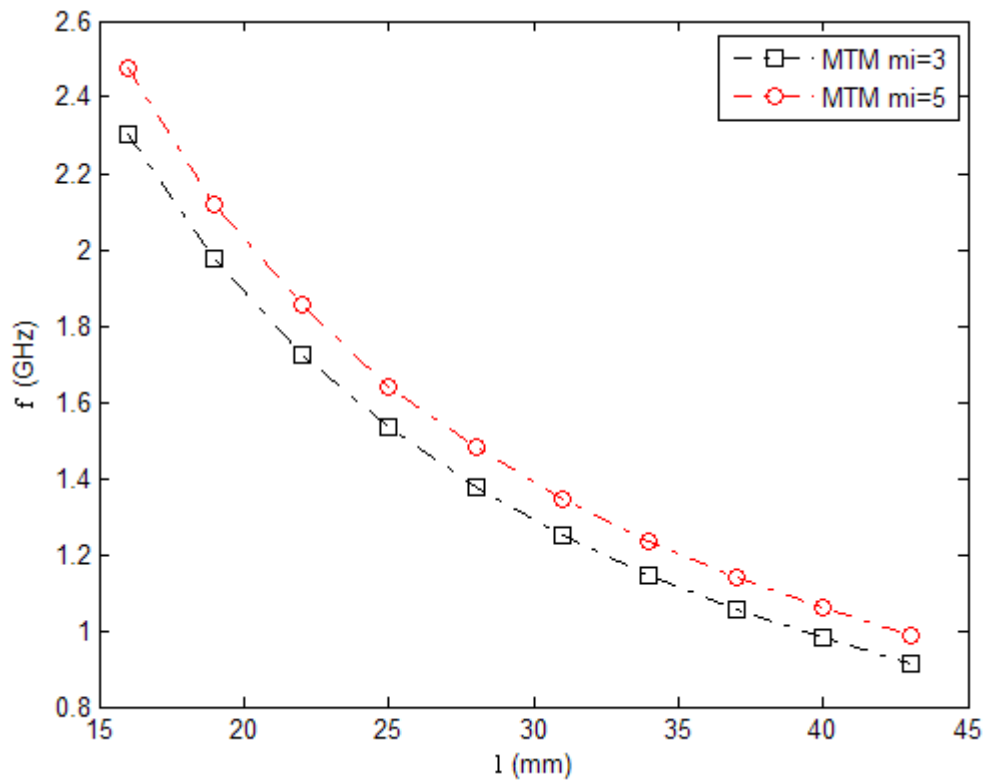


Figura 7.6 – Frequência em função do comprimento L do *patch* para diferentes permeabilidades.

A figura 7.7, apresenta a curva de variação da largura do *patch*, onde o comprimento  $L = 20$ , o substrato considerado foi o bianisotrópico que tem como exemplo o metamaterial uniaxial com uma permissividade e permeabilidade: ( $\epsilon_{x1} = \epsilon_{y1} = \epsilon_{z1} = 9.8$ ;  $\mu_{x1} = \mu_{y1} = \mu_{z1} = 1$ ) e o ar para a segunda camada onde haverá a propagação com  $\epsilon_{r2}=1$  e  $h=1,27$  mm.

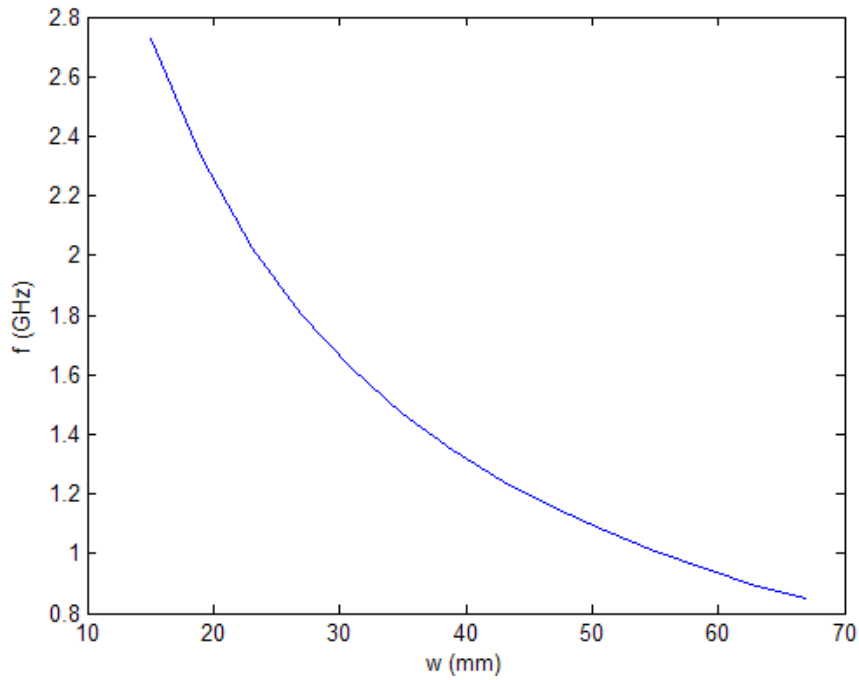


Figura 7.7 – Frequência de Ressonância em função da largura  $W$  do *patch* para  $\epsilon_r = 9.8$ .

A figura 7.8 mostra as dimensões da antena para o semicondutor, o metamaterial bianisotrópico uniaxial 1 e 2 ( $w = 26,89$ ;  $\epsilon_r = 4,4$ ); ( $w = 26,89$ ;  $\epsilon_{x1} = \epsilon_{y1} = \epsilon_{z1} = 4,4$ ;  $\mu_{x1} = \mu_{y1} = \mu_{z1} = 1$ ); ( $w = 26,89$ ;  $\epsilon_{x1} = \epsilon_{y1} = \epsilon_{z1} = 9,8$ ;  $\mu_{x1} = \mu_{y1} = \mu_{z1} = 1$ ), analisando a diferença entre diferentes tipos de matérias e também diferentes tipos de metamaterial bianisotrópico.

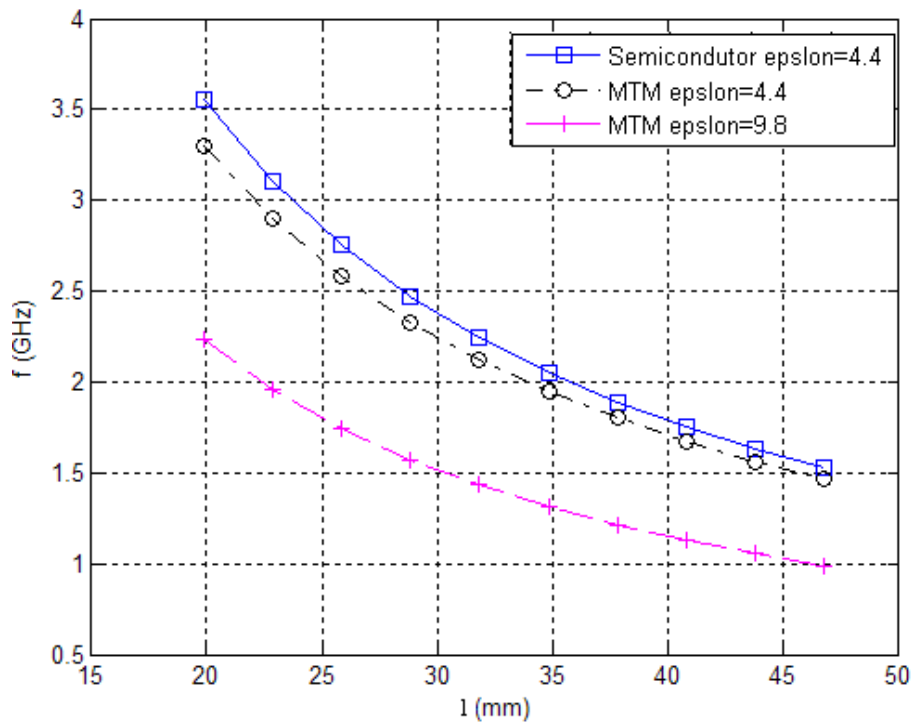


Figura 7.8 – Frequência de Ressonância em função do comprimento do *patch* para três substratos.

Os resultados apresentados na Figura 7.9 foram obtidos através dos seguintes parâmetros: a largura  $w = 15$  mm, o material usado no substrato foi o bianisotrópico que tem como tensores: ( $\epsilon_{x1} = \epsilon_{y1} = \epsilon_{z1} = 9.8$ ;  $\mu_{x1} = \mu_{y1} = \mu_{z1} = 1$ ) e  $\epsilon_{r2}=1$  (corresponde à camada em que haverá propagação pelo ar), a altura do dielétrico foi sendo variada conforme legenda do gráfico, os dados do supercondutor YBCO são:  $T_c= 93$  K,  $T= 89$  K,  $\lambda= 150$  nm,  $D = 1.000$  nm,  $\sigma_n= 200.000$  S/m.

Da figura 7.9 podemos concluir que à medida que aumentamos a espessura do dielétrico, conseqüentemente diminuímos a frequência de ressonância da estrutura.

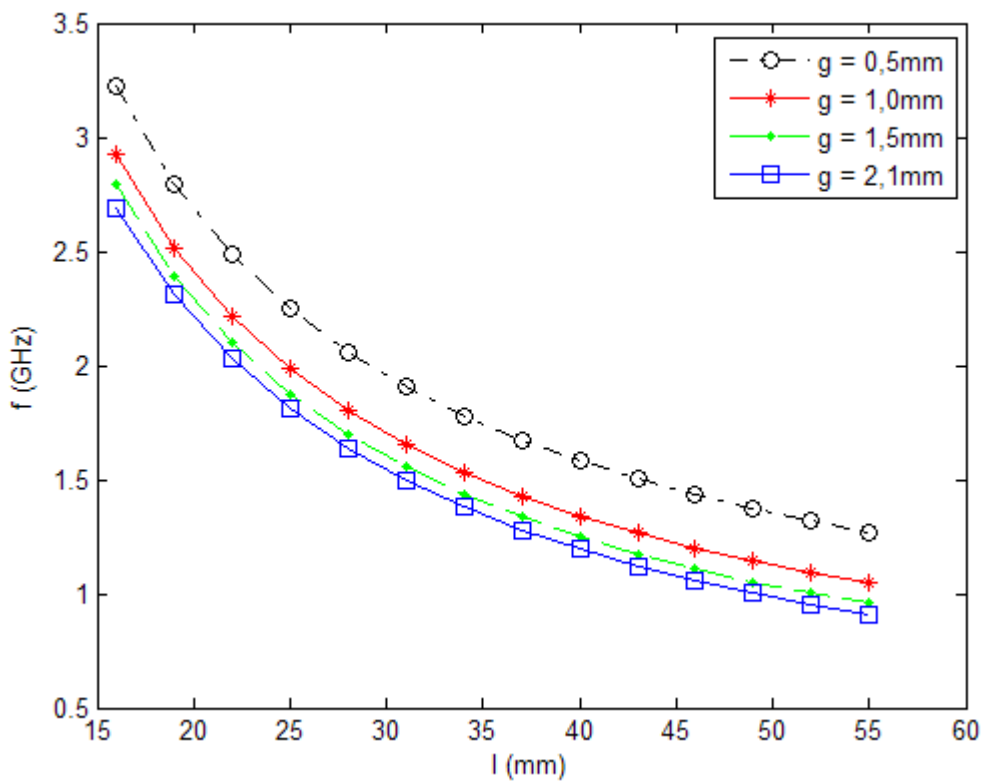


Figura 7.9 – Frequência de ressonância em função do comprimento para diferentes espessuras do substrato bianisotrópico.

Para a figura 7.10 os parâmetros foram:  $w = 15$  mm, o substrato considerado foi o bianisotrópico com tensores permissividade e permeabilidade ( $\epsilon_{x1} = \epsilon_{y1} = \epsilon_{z1} = 9.8$ ;  $\mu_{x1} = \mu_{y1} = \mu_{z1} = 1$ ) e o ar para a segunda camada onde haverá a propagação com  $\epsilon_{r2} = 1$  e  $h = 1,53$  mm, os dados do supercondutor são:  $T_c= 93$  K,  $T= 89$  K,  $\lambda= 150$  nm,  $D= 1.000$  nm,  $\sigma_n= 200.000$  S/m.

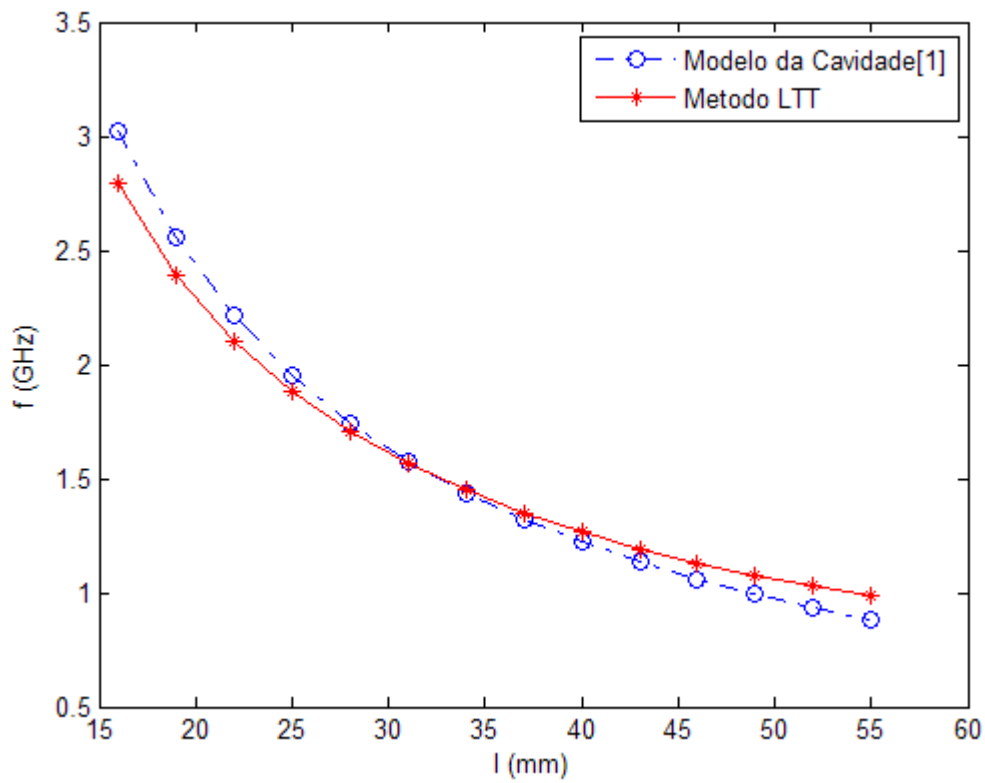


Figura 7.10 – Frequência de Ressonância em função do comprimento do *patch* para  $\epsilon_r = 9,8$ .

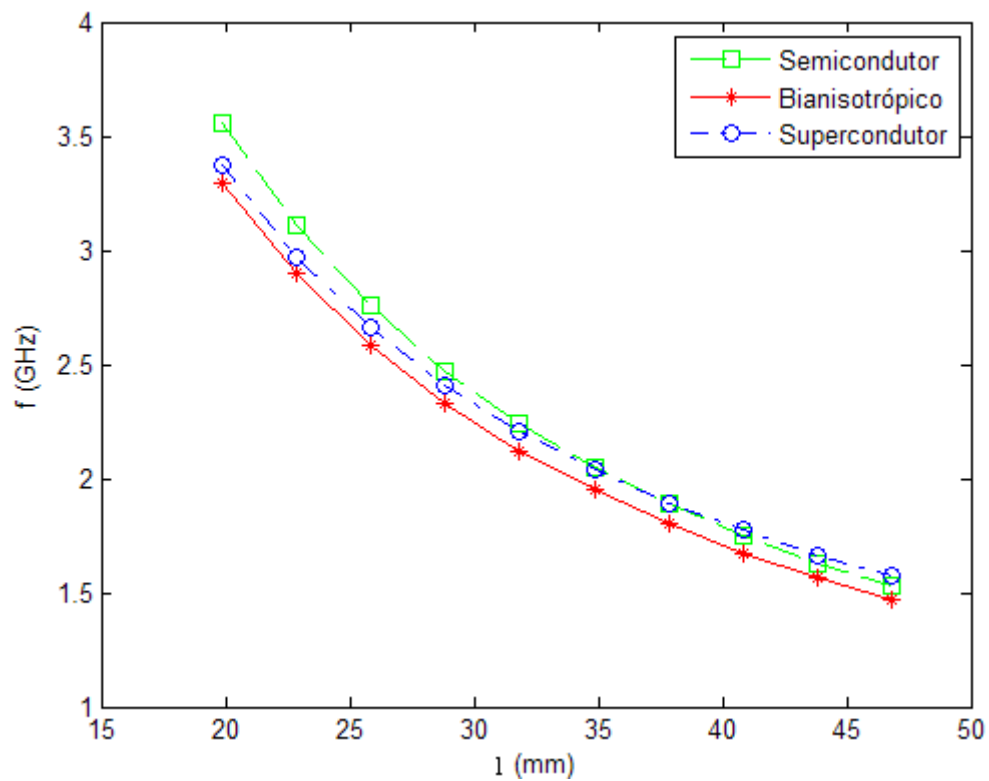


Figura 7.11 – Frequência de ressonância para três tipos de substratos.

Três substratos foram usados na figura 7.11 (semicondutor, bianisotrópico e supercondutor) com os parâmetros:  $w = 15$  mm os substratos consideraram os tensores permissividade e permeabilidade ( $\epsilon_{x1} = \epsilon_{y1} = \epsilon_{z1} = 4.4$ ;  $\mu_{x1} = \mu_{y1} = \mu_{z1} = 1$ ), para o semicondutor a permissividade relativa  $\epsilon_{r1} = 4.4$  e o ar para a segunda camada onde haverá a propagação com  $\epsilon_{r2} = 1$  e  $h = 1,27$ mm para todos os casos, os dados do supercondutor são:  $T_c = 93$  K,  $T = 89$  K,  $\lambda = 150$  nm,  $D = 1.000$  nm,  $\sigma_n = 200.000$  S/m.

### 7.3 – Resultados do Comportamento das Funções de Base

As funções de base que representam as características físicas da antena retangular são usadas apenas na direção  $z$ , tendo partes em  $x$  e  $z$ , por ser esta a direção de propagação dos campos, tendo seu produto representado pela equação (7.3) e a sua curva esboçada na figura 7.12.

$$f_z(x) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{2}\right)^2 - x^2}} \quad (7.1)$$

$$f_z(z) = \cos\left(\frac{\pi z}{l}\right) \quad (7.2)$$

$$f_z(x, z) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{2}\right)^2 - x^2}} \cdot \cos\left(\frac{\pi z}{l}\right) \quad (7.3)$$

Tendo como limites:  $-w/2 \leq x \leq w/2$ , ou seja, sobre a superfície do *patch* metálico.

A largura  $w$  da microfita utilizada para a obtenção do comportamento da função de base foi de 15 mm e o comprimento  $L$  de 16 mm.

Observando a figura 7.12 pode-se perceber que a função de base se divide em duas componentes, uma  $f_z(x)$  e outra  $f_z(z)$ , sendo a multiplicação das duas componentes  $f_z(x, z)$ .



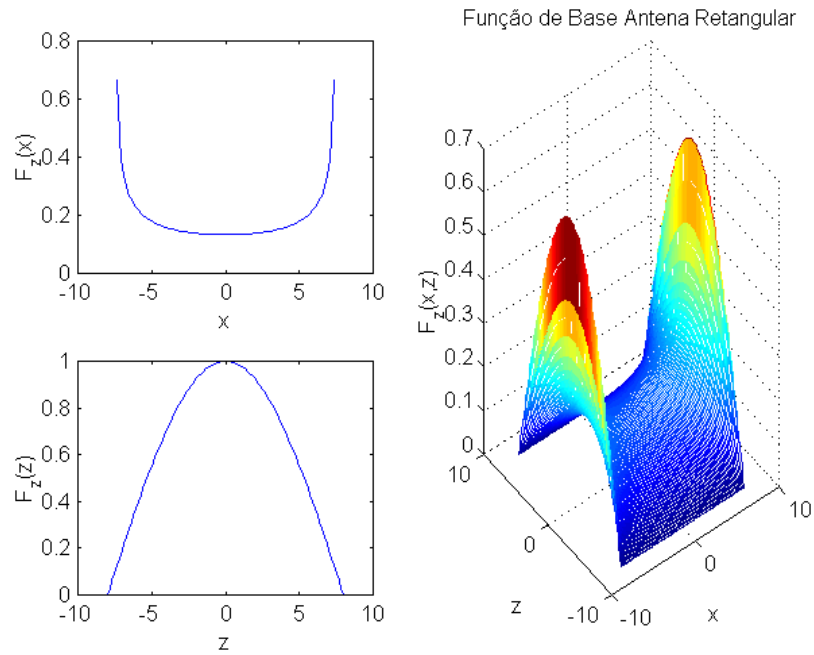


Figura 7.12 – Comportamento da função de base na direção de propagação.

As funções de base se comportam de tal maneira que, em cima do *patch* metálico elas obtêm seu valor máximo e nas bordas apresentam uma singularidade (uma queda brusca para o valor zero). Assim, a concentração de cargas é maior nas bordas que no centro do elemento irradiador, pois fora do *patch* ela deve ser nula, conforme pode ser observado à Figura 7.12.

## 7.4 – Conclusões

Utilizando o método de onda completa da Linha de Transmissão Transversa - LTT, foi realizada a análise para obtenção da frequência de ressonância das antenas de microfita retangular. Esta frequência foi comparada com a frequência obtida através do modelo da Cavidade, para diferentes configurações de antenas, dentre elas: com substrato bianisotrópico e com *patch* metálico e em outra configuração com o mesmo substrato e com *patch* supercondutor, neste contexto, variou-se a espessura do substrato e as dimensões da antena, obtendo-se concordância entre os resultados.

Observando-se que com a utilização de tal substrato bianisotrópico e *patch* supercondutor chegamos à conclusão que podemos obter uma diminuição na dimensão da antena favorecendo sua aplicação em dispositivos.

As simulações foram obtidas com a utilização de programas computacionais desenvolvidos em *Fortran* e *Scilab*.

---

## **CAPÍTULO 8**

### ***Campos Eletromagnéticos de Antenas Multicamadas com Substrato Bianisotrópico***

---

#### ***8.1 – Introdução***

O interesse na utilização de multicamadas dielétricas em antenas planares de microfita tem aumentado devido às vantagens que estas estruturas proporcionam, tais como: variações na faixa de operação, aumento na largura de banda e também pelo fato das antenas em multicamadas ocuparem menos espaço físico que as convencionais de mesma funcionalidade (podendo ser utilizadas em lugares onde a falta de espaço é um fator limitante). As antenas em multicamadas podem ter várias configurações.

Recentemente as antenas de microfita compactas têm recebido muita atenção devido ao aumento da demanda por antenas pequenas para equipamentos de comunicações pessoais [31].

Neste capítulo serão analisados dois ressoadores com três camadas dielétricas, sendo um retangular. Os substratos podem ter permissividades elétricas relativas e permeabilidades magnéticas diferentes.

O método da Linha de Transmissão Transversa é utilizado na determinação das componentes de campo eletromagnético nas três regiões consideradas. A utilização do método dos momentos permite que as densidades de corrente elétrica sejam expandidas em séries infinitas, usando as funções de base adequadas. Isto gera uma equação matricial homogênea com coeficientes desconhecidos.

A exatidão numérica da solução desta equação depende da escolha das funções de base para representar a densidade de corrente. Estas funções devem considerar a distribuição de corrente sobre a fita metálica e a singularidade nas bordas da mesma.

A solução desta equação (cujas raízes permitem a obtenção da frequência de ressonância da estrutura em multicamada) existe quando o determinante da matriz característica  $[K]$  for igual a zero.

## 8.2 – Ressonador Retangular em Multicamadas

O ressonador retangular em multicamadas é composto por um *patch* ressonador de comprimento  $l$  e largura  $w$  entre dois substratos dielétricos de permissividade elétrica relativa  $\epsilon_{ri}^*$ , e tensores permissividade e permeabilidade, condutividade do dielétrico  $\sigma_i$  e alturas  $h_1$  e  $h_2$  tendo na parte inferior do primeiro dielétrico um plano de terra, conforme ilustrado pela Figura 8.1 e 8.2.

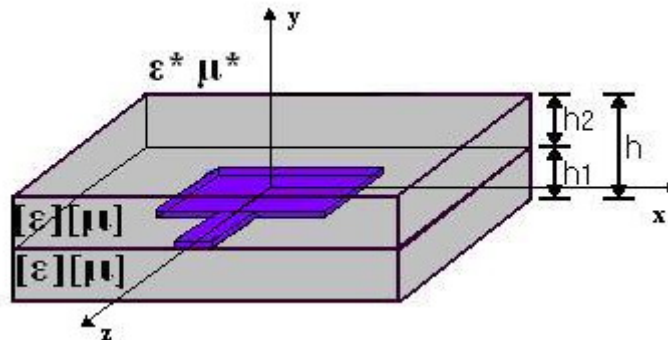


Figura 8.1 – Ressonador retangular em multicamadas dielétricas.

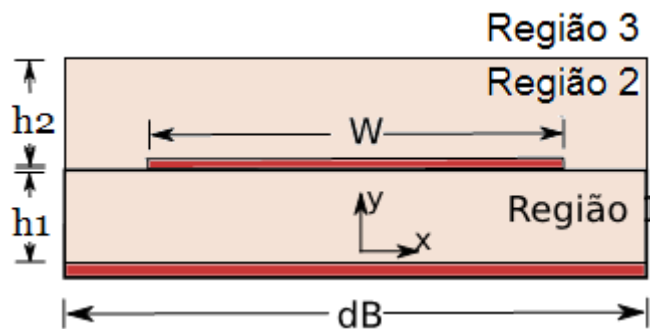


Figura 8.2 – Vista lateral do ressonador retangular em multicamadas.

## 8.3 – Determinação das Equações dos Campos Eletromagnéticos

As equações (3.5) – (3.8), são aplicadas ao ressonador calculando-se anteriormente os campos  $\vec{E}_y$  e  $\vec{H}_y$  através das soluções das equações de onda de Helmholtz [32]-[33] no domínio espectral:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \gamma^2 \right) \tilde{E}_y = 0 \quad (8.1)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \gamma^2 \right) \tilde{H}_y = 0 \quad (8.2)$$

As soluções das equações dos campos em  $y$  para as três regiões da estrutura em estudo, através das equações de onda de Helmholtz, são dadas por:

Região 1:

$$\tilde{E}_{y_1} = A_{1e} \cosh(\gamma_1 y) \quad (8.3)$$

$$\tilde{H}_{y_1} = A_{1h} \sinh(\gamma_1 y) \quad (8.4)$$

Região 2:

$$\tilde{E}_{y_2} = A_{2e} \sinh(\gamma_2 y) + B_{2e} \cosh(\gamma_2 y) \quad (8.5)$$

$$\tilde{H}_{y_2} = A_{2h} \sinh(\gamma_2 y) + B_{2h} \cosh(\gamma_2 y) \quad (8.6)$$

Região 3:

$$\tilde{E}_{y_3} = A_3 e^{-\gamma_3(y-h)} \quad (8.7)$$

$$\tilde{H}_{y_3} = A_{3h} e^{-\gamma_3(y-h)} \quad (8.8)$$

Substituindo as componentes em  $y$  (8.3) – (8.8) nas equações (5.43) – (5.46) obtêm-se as demais componentes dos campos elétricos e magnéticos para as três regiões da estrutura:

Região 1:

$$\tilde{E}_{x_1} = \frac{-j}{\gamma_1^2 + K_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz}} (\alpha_n \gamma_1 A_{1e} \cosh(\gamma_1 y) + j \beta_k \omega \mu_{zz} A_{1h} \sinh(\gamma_1 y)) \quad (8.9)$$

$$\tilde{E}_{y_1} = A_{1e} \cosh(\gamma_1 y) \quad (8.10)$$

$$\tilde{E}_{z_1} = \frac{-j}{\gamma_1^2 + K_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx}} (\beta_k \gamma_1 A_{1e} \cosh(\gamma_1 y) - j \alpha_n \omega \mu_0 \mu_{xx} A_{1h} \sinh(\gamma_1 y)) \quad (8.11)$$

$$\tilde{H}_{x_1} = \frac{-j}{\gamma_1^2 + K_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx}} (\alpha_n \gamma_1 A_{1h} \cosh(\gamma_1 y) - j \beta_k \omega \epsilon_0 \epsilon_{zz} A_{1e} \sinh(\gamma_1 y)) \quad (8.12)$$

$$\tilde{H}_{y_1} = A_{1h} \sinh(\gamma_1 y) \quad (8.13)$$

$$\tilde{H}_{z_1} = \frac{-j}{\gamma^2 + K_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz}} (j \alpha_n \omega \epsilon_0 \epsilon_{xx} A_{1e} \cosh(\gamma_1 y) + \beta_k \gamma_1 A_{1h} \sinh(\gamma_1 y)) \quad (8.14)$$

Região 2:

$$\tilde{E}_{x_2} = \frac{-j}{\gamma_2^2 + K_2^2} \left( \begin{array}{l} \alpha_n \gamma_2 A_{2e} \cosh(\gamma_2 p) + \alpha_n \gamma_2 B_{2e} \sinh(\gamma_2 p) + \\ j \beta_k \omega \mu_0 (A_{2h} \sinh(\gamma_2 p) + B_{2h} \cosh(\gamma_2 p)) \end{array} \right) \quad (8.15)$$

$$\tilde{E}_{y_2} = A_{2e} \sinh(\gamma_2 y) + B_{2e} \cosh(\gamma_2 y) \quad (8.16)$$

$$\tilde{E}_{z_2} = \frac{-j}{\gamma_2^2 + K_2^2} \left( \begin{array}{l} \beta_k \gamma_2 A_{2e} \cosh(\gamma_2 p) + \beta_k \gamma_2 B_{2e} \sinh(\gamma_2 p) - \\ j \alpha_n \omega \mu_0 (A_{2h} \sinh(\gamma_2 p) + B_{2h} \cosh(\gamma_2 p)) \end{array} \right) \quad (8.17)$$

$$\tilde{H}_{x_2} = \frac{-j}{\gamma_2^2 + K_2^2} \left( \begin{array}{l} \alpha_n \gamma_2 A_{2h} \cosh(\gamma_2 p) + \alpha_n \gamma_2 B_{2h} \sinh(\gamma_2 p) - \\ j \beta_k \omega \epsilon_0 (A_{2e} \sinh(\gamma_2 p) + B_{2e} \cosh(\gamma_2 p)) \end{array} \right) \quad (8.18)$$

$$\tilde{H}_{y_2} = A_{2h} \sinh(\gamma_2 y) + B_{2h} \cosh(\gamma_2 y) \quad (8.19)$$

$$\tilde{H}_{z_2} = \frac{-j}{\gamma_2^2 + K_2^2} \left( \begin{array}{l} \beta_k \gamma_2 A_{2h} \cosh(\gamma_2 p) + \beta_k \gamma_2 B_{2h} \sinh(\gamma_2 p) + \\ j \alpha_n \omega \epsilon_0 (A_{2e} \sinh(\gamma_2 p) + B_{2e} \cosh(\gamma_2 p)) \end{array} \right) \quad (8.20)$$

Onde  $p = y - h_1$

Região 3:

$$\tilde{E}_{x_3} = \frac{-j}{\gamma_3^2 + K_3^2} \left( -\alpha_n \gamma_3 A_{3e} e^{-\gamma_3(y-h)} + j\omega\mu_0 \beta_k A_{3h} e^{-\gamma_3(y-h)} \right) \quad (8.21)$$

$$\tilde{E}_{y_3} = A_{3e} e^{-\gamma_3(y-h)} \quad (8.22)$$

$$\tilde{E}_{z_3} = \frac{-j}{\gamma_3^2 + K_3^2} \left[ -\beta_k \gamma_3 A_{3e} e^{-\gamma_3(y-h)} - j\omega\mu_0 \alpha_n A_{3h} e^{-\gamma_3(y-h)} \right] \quad (8.23)$$

$$\tilde{H}_{x_3} = \frac{j}{\gamma_3^2 + K_3^2} \left[ \alpha_n \gamma_3 A_{3h} e^{-\gamma_3(y-h)} + j\beta_k \omega \epsilon_0 A_{3e} e^{-\gamma_3(y-h)} \right] \quad (8.24)$$

$$\tilde{H}_{y_3} = A_{3h} e^{-\gamma_3(y-h)} \quad (8.25)$$

$$\tilde{H}_{z_3} = \frac{-j}{\gamma_3^2 + K_3^2} \left[ -\beta_k \gamma_3 A_{3h} e^{-\gamma_3(y-h)} + j\omega \alpha_n \epsilon_0 A_{3e} e^{-\gamma_3(y-h)} \right] \quad (8.26)$$

Com a aplicação das condições de contorno nas interfaces entre os dielétricos, as constantes ( $A_{1e}$ ,  $A_{1h}$ ,  $A_{2e}$ ,  $A_{2h}$ ,  $B_{2e}$ ,  $B_{2h}$ ,  $A_{3e}$  e  $A_{3h}$ ) dos campos elétrico e magnético são obtidas, usando a continuidade do campo elétrico na interface entre as regiões, em função dos campos elétricos tangenciais  $\tilde{E}_{xh}$  e  $\tilde{E}_{zh}$ :

As condições de contorno são:

em  $y = h_1$

$$\tilde{E}_{x_2} = \tilde{E}_{x_3} \quad (8.27)$$

$$\tilde{E}_{z_2} = \tilde{E}_{z_3} \quad (8.28)$$

$$\tilde{H}_{x_2} = \tilde{H}_{x_3} \quad (8.29)$$

$$\tilde{H}_{z_2} = \tilde{H}_{z_3} \quad (8.30)$$

em  $y = h_2$

$$\tilde{E}_{x1} = \tilde{E}_{x2} = \tilde{E}_{xh1} \quad (8.31)$$

$$\tilde{E}_{z1} = \tilde{E}_{z2} = \tilde{E}_{zh1} \quad (8.32)$$

Após várias manipulações algébricas obtêm-se as constantes ( $A_{1e}$ ,  $A_{1h}$ ,  $A_{2e}$ ,  $A_{2h}$ ,  $B_{2e}$ ,  $B_{2h}$ ,  $A_{3e}$  e  $A_{3h}$ ):

$$A_{1e} = \frac{-(k_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx} + \gamma_1^2) \mu_{zz} \beta_k \tilde{E}_{zh} - (k_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz} + \gamma_1^2) \mu_{xx} \alpha_n \tilde{E}_{xh}}{(j \alpha_n^2 \mu_{xx} + j \beta_k \mu_{zz}) \sinh(\gamma_1 h) \gamma_1} \quad (8.33)$$

$$A_{1h} = \frac{(k_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz} + \gamma_1^2) \beta_k \tilde{E}_{xh} - (k_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx} + \gamma_1^2) \alpha_n \tilde{E}_{zh}}{\omega \mu_0 (\beta_k^2 \mu_{zz} + \alpha_n^2 \mu_{xx}) \sinh(\gamma_1 y)} \quad (8.34)$$

$$A_{2e} = \frac{j(\alpha_n \tilde{E}_{xh1} + \beta_k \tilde{E}_{zh1})}{\gamma_2} \quad (8.35)$$

$$A_{2h} = \frac{(\beta_k \tilde{E}_{xh1} - \alpha_n \tilde{E}_{zh1})}{\omega \mu B} \left[ -\frac{\gamma_2}{\gamma_3} \sinh(\gamma_2 h_2) - \cosh(\gamma_2 h_2) \right] \quad (8.36)$$

$$B_{2e} = \frac{j(\alpha_n \tilde{E}_{xh1} + \beta_k \tilde{E}_{zh1})}{A} \left[ -\frac{\gamma_3}{\gamma_2} \sinh(\gamma_2 h_2) - \cosh(\gamma_2 h_2) \right] \quad (8.37)$$

$$B_{2h} = \frac{(\beta_k \tilde{E}_{xh1} - \alpha_n \tilde{E}_{zh1})}{\omega \mu_3} \quad (8.38)$$

$$A_{3e} = \frac{-j(\alpha_n \tilde{E}_{xh1} + \beta_k \tilde{E}_{zh1})}{A} \quad (8.39)$$

$$A_{3h} = \frac{(\beta_k \tilde{E}_{xh1} - \alpha_n \tilde{E}_{zh1})}{\omega \mu B} \quad (8.40)$$

Onde

$$A = \gamma_3 \cosh(\gamma_2 h_2) - \gamma_2 \sinh(\gamma_2 h_2) \quad (8.41)$$

$$B = \frac{\gamma_2}{\gamma_3} \cosh(\gamma_2 h_2) + \sinh(\gamma_2 h_2) \quad (8.42)$$

Após a substituição dessas constantes nas equações dos campos elétricos e magnéticos, obtêm-se as seguintes equações:

Região 1:

$$\tilde{E}_{x1} = \tilde{E}_{xh1} \frac{\sinh(\gamma_1 y)}{\sinh(\gamma_1 h_1)} \quad (8.43)$$

$$\tilde{E}_{y1} = \frac{-(k_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx} + \gamma_1^2) \mu_{zz} \beta_k \tilde{E}_{zh} - (k_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz} + \gamma_1^2) \mu_{xx} \alpha_n \tilde{E}_{xh}}{(j \alpha_n^2 \mu_{xx} + j \beta_k \mu_{zz}) \gamma_1} \frac{\cosh(\gamma_1 y)}{\sinh(\gamma_1 h)} \quad (8.44)$$

$$\tilde{E}_{z1} = \tilde{E}_{xz1} \frac{\sinh(\gamma_1 y)}{\sinh(\gamma_1 h_1)} \quad (8.45)$$

$$\tilde{H}_{x1} = \frac{1}{k_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz} + \gamma_1^2} \left[ \begin{array}{l} -j \alpha_n \gamma_1 \cosh(\gamma_1 y) \left( \frac{\beta_k \tilde{E}_{xh} (k_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz} + \gamma_1^2) - \alpha_n \tilde{E}_{zh} (k_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx} + \gamma_1^2)}{\omega \mu_0 (\beta_k^2 \mu_{zz} + \alpha_n^2 \mu_{xx}) \sinh(\gamma_1 h)} \right) \\ \beta_k \omega \epsilon_0 \epsilon_{zz} \cosh(\gamma_1 y) \left( \frac{-(k_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx} + \gamma_1^2) \mu_{zz} \beta_k \tilde{E}_{zh} - (k_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz} + \gamma_1^2)}{j (\beta_k^2 \mu_{zz} + \alpha_n^2 \mu_{xx}) \sinh(\gamma_1 h) \gamma_1} \right) \end{array} \right] \quad (8.46)$$

$$\tilde{H}_{y1} = \frac{(k_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz} + \gamma_1^2) \beta_k \tilde{E}_{xh} - (k_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx} + \gamma_1^2) \alpha_n \tilde{E}_{zh}}{\omega \mu_0 (\beta_k^2 \mu_{zz} + \alpha_n^2 \mu_{xx})} \frac{\cosh(\gamma_1 y)}{\sinh(\gamma_1 h)} \quad (8.47)$$



$$\tilde{H}_{z1} = \frac{1}{k_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz} + \gamma_1^2} \left[ \begin{aligned} & -j\alpha_n \gamma_1 \cosh(\gamma_1 y) \left( \frac{\beta_k \tilde{E}_{xh} (k_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz} + \gamma_1^2) - \alpha_n \tilde{E}_{zh} (k_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx} + \gamma_1^2)}{\omega \mu_0 (\beta_k^2 \mu_{zz} + \alpha_n^2 \mu_{xx}) \sinh(\gamma_1 h)} \right) + \\ & \alpha_n \omega \epsilon_0 \epsilon_{xx} \cosh(\gamma_1 y) \left( \frac{-(k_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx} + \gamma_1^2) \mu_{zz} \beta_k \tilde{E}_{zh} - (k_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz} + \gamma_1^2)}{j (\beta_k^2 \mu_{zz} + \alpha_n^2 \mu_{xx}) \sinh(\gamma_1 h) \gamma_1} \right) \end{aligned} \right] \quad (8.48)$$

Região 2:

$$\tilde{E}_{x2} = \frac{-j}{\gamma_2^2 + k_2^2} \left\{ j(\alpha_n^2 + \beta_k^2) \tilde{E}_{xh1} \cosh[\gamma_2(y-h_1)] + \left( \begin{aligned} & \alpha_n \gamma_2 j \frac{(\beta_k \tilde{E}_{zh1} + \alpha_n \tilde{E}_{xh1})}{A} [-\cosh(\gamma_2 h_2) - \sinh(\gamma_2 h_2) \frac{\gamma_3}{\gamma_2}] + \\ & j \beta_k \frac{(\beta_k \tilde{E}_{xh1} - \alpha_n \tilde{E}_{zh1})}{B} [-\cosh(\gamma_2 h_2) - \sinh(\gamma_2 h_2) \frac{\gamma_2}{\gamma_3}] \end{aligned} \right) \sinh[\gamma_2(y-h_1)] \right\} \quad (8.49)$$

$$\tilde{E}_{y2} = j \frac{(\beta_k \tilde{E}_{zh1} + \alpha_n \tilde{E}_{xh1})}{\gamma_2} \sinh[\gamma_2(y-h_1)] + j \frac{(\beta_k \tilde{E}_{zh1} + \alpha_n \tilde{E}_{xh1})}{A} \left[ -\cosh(\gamma_2 h_2) - \sinh(\gamma_2 h_2) \frac{\gamma_2}{\gamma_3} \right] \cosh[\gamma_2(y-h_1)] \quad (8.50)$$

$$\tilde{E}_{z2} = \frac{-j}{\gamma_2^2 + k_2^2} \left\{ \begin{aligned} & \beta_k j (\alpha_n \tilde{E}_{xh1} + \beta_k \tilde{E}_{zh1}) \left[ A + \frac{\gamma_2}{\gamma_3} \frac{\epsilon_3}{\epsilon_2 [\epsilon_{x2} + \epsilon_{z2}]} B \right] \\ & + \alpha_n j (\beta_k \tilde{E}_{xh1} - \alpha_n \tilde{E}_{zh1}) \left[ A + \frac{\gamma_3}{\gamma_2} \frac{\mu_2 [\mu_{x2} + \mu_{z2}]}{\mu_3} B \right] \end{aligned} \right\} \quad (8.51)$$

$$\tilde{H}_{x2} = \frac{-j}{\gamma_2^2 + k_2^2} \left\{ \begin{aligned} & \left( \alpha_n \frac{(\beta_k \tilde{E}_{xh1} - \alpha_n \tilde{E}_{zh1})}{\omega \mu_0 B} \left[ -\cosh(\gamma_2 h_2) - \sinh(\gamma_2 h_2) \frac{\gamma_2}{\gamma_3} \right] + \right. \\ & \left. \omega \epsilon \beta_k \frac{(\beta_k \tilde{E}_{zh1} + \alpha_n \tilde{E}_{xh1})}{A} \left[ -\cosh(\gamma_2 h_2) - \sinh(\gamma_2 h_2) \frac{\gamma_3}{\gamma_2} \right] \right) \cosh[\gamma_2(y-h_1)] \\ & + \left( \frac{\alpha_n \gamma_2 (\beta_k \tilde{E}_{xh1} - \alpha_n \tilde{E}_{zh1})}{\omega \mu_0} + \frac{\omega \epsilon \beta_k (\beta_k \tilde{E}_{zh1} + \alpha_n \tilde{E}_{xh1})}{\gamma_2} \right) \sinh[\gamma_2(y-h_1)] \end{aligned} \right\} \quad (8.52)$$

$$\tilde{H}_{y2} = \frac{j(\beta_k \tilde{E}_{zh1} + \alpha_n \tilde{E}_{xh1})}{A} \left[ -\cosh(\gamma_2 h_2) - \sinh(\gamma_2 h_2) \frac{\gamma_2}{\gamma_3} \right] \sinh[\gamma_2(y-h_1)] + \frac{(\beta_k \tilde{E}_{xh1} - \alpha_n \tilde{E}_{zh1})}{\omega \mu_0} \cosh[\gamma_2(y-h_1)] \quad (8.53)$$

$$\tilde{H}_{z2} = \frac{-j}{\gamma_2^2 + k_2^2} \left\{ \begin{aligned} & \left( \beta_k \gamma_2 \frac{(\beta_k \tilde{E}_{xh1} - \alpha_n \tilde{E}_{zh1})}{\omega \mu_0 B} \left[ -\cosh(\gamma_2 h_2) - \sinh(\gamma_2 h_2) \frac{\gamma_2}{\gamma_3} \right] - \right. \\ & \left. \omega \epsilon \alpha_n \frac{(\beta_k \tilde{E}_{zh1} + \alpha_n \tilde{E}_{xh1})}{A} \left[ -\cosh(\gamma_2 h_2) - \sinh(\gamma_2 h_2) \frac{\gamma_3}{\gamma_2} \right] \right) \cosh[\gamma_2 (y - h_1)] \\ & + \left( \frac{\beta_k \gamma_2 (\beta_k \tilde{E}_{xh1} - \alpha_n \tilde{E}_{zh1})}{\omega \mu_0} - \frac{\omega \epsilon \alpha_n (\beta_k \tilde{E}_{zh1} + \alpha_n \tilde{E}_{xh1})}{\gamma_2} \right) \sinh[\gamma_2 (y - h_1)] \end{aligned} \right\} \quad (8.54)$$

Região 3:

$$\tilde{E}_{x3} = \tilde{E}_{xh1} e^{-\gamma_3 (y-h)} \quad (8.55)$$

$$\tilde{E}_{y3} = \frac{-j(\alpha_n \tilde{E}_{xh1} + \beta_k \tilde{E}_{zh1})}{A} e^{\gamma_3 (y-h)} \quad (8.56)$$

$$\tilde{E}_{z3} = \frac{-j}{\gamma_3^2 + k_3^2} \left[ \begin{aligned} & -\beta_k \gamma_3 \left[ -j \frac{(\alpha_n \tilde{E}_{xh1} + \beta_k \tilde{E}_{zh1})}{A} \right] e^{-\gamma_3 (y-h)} \\ & -j \omega \mu_o \alpha_n \left[ \frac{\gamma_2 (\beta_k \tilde{E}_{xh1} - \alpha_n \tilde{E}_{zh1})}{\gamma_3 \omega \mu_o B} \right] e^{-\gamma_3 (y-h)} \end{aligned} \right] \quad (8.57)$$

$$\tilde{H}_{z3} = \frac{-j}{\gamma_3^2 + k_3^2} \left[ \left( \frac{-\alpha_n \gamma_3 (\beta_k \tilde{E}_{xh1} - \alpha_n \tilde{E}_{zh1})}{\omega \mu_0 B} - \frac{\beta_k \omega \epsilon_0 (\alpha_n \tilde{E}_{xh1} + \beta_k \tilde{E}_{zh1})}{A} \right) e^{-\gamma_3 (y-h)} \right] \quad (8.58)$$

$$\tilde{H}_{y3} = \frac{(\beta_k \tilde{E}_{xh1} - \alpha_n \tilde{E}_{zh1})}{\omega \mu_0 B} e^{\gamma_3 (y-h)} \quad (8.59)$$

$$\tilde{H}_{z3} = \frac{-j}{\gamma_3^2 + k_3^2} \left[ \left( \frac{\beta_k \gamma_3 (\beta_k \tilde{E}_{xh1} - \alpha_n \tilde{E}_{zh1})}{\omega \mu_0 B} + \frac{\alpha_n \omega \epsilon_0 (\alpha_n \tilde{E}_{xh1} + \beta_k \tilde{E}_{zh1})}{A} \right) e^{-\gamma_3 (y-h)} \right] \quad (8.60)$$

Após a obtenção das constantes dos campos, é aplicada a condição de contorno magnética, na interface onde se localiza a fita condutora. A condição de contorno magnética utilizada é apresentada abaixo:

$$\tilde{H}_{x1} - \tilde{H}_{x2} = \tilde{J}_{zh} \quad (8.61)$$

$$\tilde{H}_{z1} - \tilde{H}_{z2} = -\tilde{J}_{xh} \quad (8.62)$$

onde  $\tilde{J}_{xh}$  e  $\tilde{J}_{zh}$  são as densidades de corrente elétrica na fita condutora.

Usando-se as equações de campo em (7.65) e (7.66), encontra-se o seguinte sistema de equações:

$$Y_{xx}\tilde{E}_{xh} + Y_{xz}\tilde{E}_{zh} = \tilde{J}_{xh} \quad (8.63)$$

$$Y_{zx}\tilde{E}_{xh} + Y_{zz}\tilde{E}_{zh} = \tilde{J}_{zh} \quad (8.64)$$

ou na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} Y_{xx} & Y_{xz} \\ Y_{zx} & Y_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{E}_{xh} \\ \tilde{E}_{zh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_{xh} \\ \tilde{J}_{zh} \end{bmatrix} \quad (8.65)$$

onde cada elemento da matriz é mostrado abaixo:

$$Y_{11} = \frac{-j\alpha_n\beta_k}{\omega\mu_0\gamma_1\gamma_2} \left[ \frac{\gamma_2 \cot gh(\gamma_1 h_1)(k_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{zz} + \gamma_1^2)}{(\beta_k^2 \mu_{zz} + \alpha_n^2 \mu_{xx})} + \frac{\gamma_1}{(\gamma_2^2 + k_2^2)} \left( \frac{\gamma_2^2 (\gamma_3 \cosh(\gamma_2 h_2) + \gamma_2 \sinh(\gamma_2 h_2))}{\gamma_3 B} + \frac{\omega\mu_0 \epsilon_0 (\gamma_2 \cosh(\gamma_2 h_2) + \gamma_3 \sinh(\gamma_2 h_2))}{A} \right) \right] \quad (8.66)$$

$$Y_{12} = \frac{j}{\omega\mu_0\gamma_1\gamma_2} \left[ \frac{\gamma_2 \cot gh(\gamma_1 h_1)(-\beta_k^2 k_0^2 \epsilon_{zz} \mu_{xx} + \alpha_n^2 \gamma_1^2)}{(\beta_k^2 \mu_{zz} + \alpha_n^2 \mu_{xx})} + \frac{\gamma_1}{(\gamma_2^2 + k_2^2)} \left( \frac{\gamma_2^2 \alpha_n^2 (\gamma_3 \cosh(\gamma_2 h_2) + \gamma_2 \sinh(\gamma_2 h_2))}{\gamma_3 B} - \frac{\beta_k^2 \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 (\gamma_2 \cosh(\gamma_2 h_2) + \gamma_3 \sinh(\gamma_2 h_2))}{A} \right) \right] \quad (8.67)$$

$$Y_{12} = \frac{j}{\alpha \mu_0 \gamma_1 \gamma_2} \left[ \frac{\gamma_2 \cot gh(\gamma_1 h_1) (-\alpha_n^2 k_0^2 \epsilon_{xx} \mu_{xx} + \beta_k^2 \gamma_1^2)}{(\beta_k^2 \mu_{zz} + \alpha_n^2 \mu_{xx})} + \frac{\gamma_1}{(\gamma_2^2 + k_2^2)} \left( \frac{\gamma_2^2 \beta_k^2 (\gamma_3 \cosh(\gamma_2 h_2) + \gamma_2 \sinh(\gamma_2 h_2))}{\gamma_3 B} - \frac{\alpha_n^2 \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 (\gamma_2 \cosh(\gamma_2 h_2) + \gamma_3 \sinh(\gamma_2 h_2))}{A} \right) \right] \quad (8.68)$$

$$Y_{11} = Y_{22} \quad (8.69)$$

Para tornar a equação (6.69) adequada ao estudo das antenas de microfita faz-se necessária a inversão matricial da matriz admitância  $[Y]$  para a obtenção da matriz impedância  $[Z]$ :

$$\begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xz} \\ Z_{zx} & Z_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{xx} & Y_{xz} \\ Y_{zx} & Y_{zz} \end{bmatrix}^{-1} \quad (8.70)$$

Assim, obtém-se a equação matricial da impedância  $[Z]$  em função das densidades de corrente  $[\tilde{J}]$ .

$$\begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xz} \\ Z_{zx} & Z_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_{xh} \\ \tilde{J}_{zh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_{xh} \\ \tilde{E}_{zh} \end{bmatrix} \quad (8.71)$$

onde os elementos  $Z_{xx}$ ,  $Z_{xz}$ ,  $Z_{zx}$ ,  $Z_{zz}$  são as componentes da função diádica de Green da estrutura de três camadas em estudo.

Um caso particular do método dos momentos é o método de Galerkin, onde a função de teste é a própria função de base. Após aplicar o método de Galerkin, a densidade de campo elétrico na equação (7.75) desaparecerá, transformando a equação (7.75) no sistema homogêneo (7.76). Desta forma, realizou-se a expansão das densidades de corrente na fita metálica em termos das funções de base conhecidas, como mostrado nas equações (7.77) a (7.80).

$$\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xz} \\ K_{zx} & K_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8.72)$$

onde cada elemento da matriz  $[K]$  é representado abaixo:

$$K_{xx} = \sum_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_x(x, z) Z_{xx} \tilde{f}_x^*(x, z) \quad (8.73)$$

$$K_{xz} = \sum_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_z(x, z) Z_{xz} \tilde{f}_x^*(x, z) \quad (8.74)$$

$$K_{zx} = \sum_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_x(x, z) Z_{zx} \tilde{f}_z^*(x, z) \quad (8.75)$$

$$K_{zz} = \sum_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_z(x, z) Z_{zz} \tilde{f}_z^*(x, z) \quad (8.76)$$

Um sistema homogêneo de equações só possuirá um único resultado se o determinante da matriz (7.76) for nulo, esta matriz é chamada de matriz característica e o seu determinante é chamado de equação característica da estrutura.

A matriz do sistema de equações é constituída pelos elementos da matriz impedância  $[Z]$  e pelas funções de base e de teste. Para que o determinante de  $[K]$  se anule é necessário que se encontre a raiz da equação característica, que por sua vez, tem sua raiz como sendo a constante de propagação complexa da estrutura em estudo.

## 8.4 – Conclusão

Neste capítulo o método LTT foi utilizado para calcular os componentes dos campos elétricos e magnéticos dos ressoadores de microfita retangular com multicamadas dielétricas e *patch* supercondutor.

Em seguida, utilizando-se as condições de contorno nas interfaces dielétricas e no elemento metálico, em conjunto com o método dos momentos, obteve-se a equação característica. O estudo destas raízes permite a obtenção da frequência de ressonância das estruturas. O método de Galerkin foi utilizado para a expansão das densidades de corrente no *patch* metálico.

---

## CAPÍTULO 9

### Conclusões

---

Foi apresentada uma breve teoria sobre antenas e os parâmetros essenciais para sua caracterização. Também foi apresentada a estrutura objeto desse estudo, a antena, suas formas de alimentação e as principais técnicas de análises. Em seguida foi descrito o substrato bianisotrópico com ênfase na aplicação de metamateriais com essa característica, suas principais teorias, equacionamentos através de tensores permissividade e permeabilidade e curvas características.

As análises teóricas apresentadas foram efetuadas através do método da Linha de Transmissão Transversa – LTT no domínio da transformada de Fourier em combinação com o método de Galerkin, onde foram usadas funções de base adequadas à estrutura de microfita para a representação das características físicas destas.

Um novo estudo das aplicações do método da Linha de Transmissão Transversa a um substrato bianisotrópico, com ênfase no uso de metamateriais foi desenvolvida. Em seguida, as equações gerais de campos foram aplicadas à estrutura em estudo juntamente com condições de contorno adequadas para obtenção das soluções eletromagnéticas. Funções de base foram aplicadas juntamente com o método dos momentos para obterem-se as densidade de corrente no *patch* e a frequência de ressonância complexa da antena.

Resultados numérico-computacionais foram obtidos pela utilização de programas desenvolvidos em *Fortran Power Station 4* e *Scilab 7.0*. Foram utilizados sub-rotinas para a inversão matricial complexa (inverte-se a matriz admitância complexa  $[Y]$  para se obter a matriz impedância complexa  $[Z]$  da estrutura, a qual é adequada para o estudo de antenas de microfita), para a extração das raízes complexas da equação característica da estrutura (utilizando o método iterativo de **Newton Raphson**) e sub-rotinas internas do Fortran.

Para a antena de microfita foram obtidos resultados para a frequência de ressonância com substratos bianisotrópicos.

O ressonador retangular com três camadas dielétricas tem seus resultados de frequência de ressonância calculada para as considerações de substratos sem perdas no dielétrico e, neste caso a frequência de ressonância é complexa.

Dos ressoadores retangulares de três camadas, conclui-se que para uma dada frequência de ressonância, podem-se conseguir dimensões físicas menores com substratos bianisotrópico, sendo assim, em aplicações onde se faz necessário o uso de antenas com suas dimensões reduzidas, este substrato é recomendável.

Foi apresentado o desenvolvimento matemático das equações dos campos eletromagnéticos para a estrutura planar multicamada com substrato bianisotrópico.

A continuidade desse trabalho deverá incluir estudos sobre a aplicação de outros dispositivos, que utilizem substratos bianisotrópicos. Nesse contexto são apresentadas as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- Estruturas de Linhas de Lâminas, Filtros e outras configurações de Antenas de Microfita;
- Obtenção de novos parâmetros, como: impedância de entrada e perda de retorno;
- Caracterização de novos Substratos Bianisotrópicos;
- Construção e Medição das estruturas desenvolvidas nesse estudo.

---

## Referências Bibliográficas

---

- [1] R. Garg,, P. Bhartia, I. Bahl e A. Ittipiboon, “*Microstrip Antenna Design Handbook*”, Artech House, 2001.
- [2] C. A. Balanis, “*Antena Theory: analysis and desing*” Jonh Wiley & Sons, 1997.
- [3] S. Sudhakaran, “*Negative Refraction from Electromagnetic Periodic Structures and Its Applications*”, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Elétrica, Queen Mary Universidade de Londres, Londres-UK, 226 p., Jun,2006.
- [4] C. Caloz e T. Itoh, “*Electromagnetic Metamaterials: Transmission line Theory and Microwave Applications: The Engineering Approach*” John Wiley & Sons, Inc, Hoboken, New Jersey USA, 2006.
- [5] V. Veselago. “*The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ ,*” *Soviet Physics Uspekhi*, vol. 10, no. 4, pp. 509–514, Jan,1968.
- [6] R. A. Shelby, D. R. Smith e S. Schultz, “*Experimental Verification of a Negative Index of Refraction*”, *Science*, Vol. 292. pp. 77-79, Abril , 2001.
- [7] D. R. Smith, D. C. Vier, N. Kroll, and S. Schultz. “*Direct calculation of permeability and permittivity for a left-handed metamaterial,*” *App. Phys. Lett.*, vol. 77, no. 14, pp. 2246–2248, Out. 2000.
- [8] J. B. Pendry, “*Negative refraction makes a perfect lens*”, *Physical Review Letters*, Vol. 85, pp. 3966–3969, 2000.
- [9] H. C. C. Fernandes and D. B. Brito, “*New Metamaterial Using Dynamic Analysis at Millimeter Waves*” Progress In Electromagnetics Research Symposium, Cambridge. PIERS2008, 2008. v. 4. pp. 1120, 2008.
- [10] K. Charles, “*Introduction to Solid State Phisics*”, John Wiley & Sons, Inc. 1976.
- [11] A. C. Rose-Innes and E. H. Roderik, “*Introduction to Superconductivity*”, 2a Edition, Pergamon Press, 1978.
- [12] E. A. Linton, “*Superconductivity*”, London: Mathuen & Co. LTDA, Ney York: John Wiley & Sons Inc. 1964.



- [13] E. B. Eckholm and S. W. Mcknight, “*Attenuation and Dispersion for High-Tc Superconducting Microstrip Lines*”, IEEE-MTT, Vol. 38, pp. 387-395, 1990.
- [14] D. Nghiem, J. T. Williams and D. R. Jackson, “*A General Analysis of Propagation along Multiple-layer Superconducting Stripline and Microstrip Transmission Lines*”, IEEE-MTT, Vol. 39, No 9, pp., 1553-1565, Set.1991.
- [15] J. M. Pond, C. M. Krowne and W. L. Carter, “*On Application of Complex Resistive Boundary Conditions to Model Transmission Lines Consisting of Very Thin Superconductors*”, IEEE-MTT, Vol. 37, No 1, pp. 181-189, Jan. 1989.
- [16] Z. Cai and J. Bornemann, “*Generalized Spectral-Domain Analysis for Multilayered Complex Media and High-Tc Superconductor Application*”, IEEE-MTT, Vol. 40, No 12, pp. 2251-2257, Dez. 1992.
- [17] S. Zhi-Yuan, “*High-Temperature Superconducting Microwave Circuits*”, Artech House, Inc. 1994.
- [18] O. R. Baiocchi, R. S. Kong and T. Itoh, “*Pulse Propagation in Superconducting Coplanar Striplines*”, IEEE trans., MTT, Vol. 40, No 3, pp. 509-514, Mar. 1992.
- [19] J. R. Mosig and F. E. Gardiol, “*General integral equation formulation for microstrip antennas and scatterers*”, Proc. Inst. Elec. Eng., vol. 132, pt. H, pp. 424-432, 1985.
- [20] K. K. Mei and G. Liang, “*Eletromagnetics of Superconductors*”, IEEE-MTT, Vol. 39, No 9, pp. 1545-1552, Sep., 1991.
- [21] H. C. C. Fernandes, “*Método da Linha de Transmissão Transversa - LTT*”, relatório técnico, Outubro, 1986.
- [22] D. M. Pozar, “*Microstrip Antennas*”, Proceedings of the IEEE, vol. 80, no. 1, January 1992.
- [23] H. C. C. Fernandes, and I. S. Queiroz, “*Overley Shielded Superconducting Microstrip Lines on Double Semiconducting Regions*”, IEEE / Twentieth International Conference on Infrared and Millimeter Waves , Conf. Dig. pp. 379-380, Orlando – Florida – USA, Dec. 1995.
- [24] J. P. Damiano, J. Bennegoueche, A. Papiernik, “*Study of Multilayer Microstrip Antennas with Radiating Elements of Various Geometry*”, IEE Proceedings, vol. 137, Pt. H, no. 3, June 1990.
- [25] H. R. Hassani, D. Mirshekar-Syahkal, “*Study of Electromagnetically Coupled Stacked Rectangular Patch Antennas*”, IEE Proc. Microw. Propag., vol. 142, no. 1, February 1995.

- [26] J. Anguera., C. Puente, C. Borja, N. Delbene, and J. Soler, “*Dual-Frequency Broad-Band Stacked Microstrip Patch Antenna*”, IEEE Antennas and Propagation Lett., vol. 2, 2003.
- [27] T. Itoh, “*Spectral Domain Immitance Approach for Dispersion Characteristics of Generalized Printed Transmission Lines*”, IEEE Trans. On Microwave and Techniques, vol. Mttt-28, no. 7, July 1990.
- [28] R. E. Collin, “*Foundations for Microwave Engineering*”. New Jersey USA: John Wiley Sons, 2001.
- [29] R. Bracewell, “*The Fourier Transform and its Applications*”. [S.l.]: Mc Graw-Hill Book Company, 1965.
- [30] S. P. Silva, “*Ressonadores de Linha de Lâmina, de microfita Retangular, Retangular com Passos e Triangular Discretizado*”. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN, Brasil, 1999.
- [31] K. L. Wong, S. C. Pan, “*Compact Triangular Microstrip Antenna*”, Electronics Letters, vol. 33, no. 6, 13th March 1997.
- [32] K. C. Gupta, R. Gard, and I. J. Ball, “*Microstrip Lines and SlotLines*”, Artech House, Inc., 1979.
- [33] T. C. Edwards, “*Foundadions for Microstrip Circuits Desing*”, John Wiley & Sons, 1981.
- [34] H. C. C. Fernandes, “*Estruturas Planares Gerais em Guias de Ondas Milimétricas: Linhas de Lâmina*”. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, Unicamp, Campinas, SP, Brasil, dez. 1984.
- [35] H. C. C. Fernandes, ; R.R.C. França,; A.F. Gomes, “*Multilayer Antenna with Metamaterial and Arbitrary Substrate*”. Journal of Electromagnetic Waves and Applications, v. 4, p. 541-545, 2008.
- [36] H. C. C. Fernandes, ; R.R.C. França,; A.F. Gomes, “*Three Layer Planar Antenna with Metamaterial*”. In: 12th CSCC-Conference Communications, 2008, Heraklion, Ilha de Creta. 12th CSCC-International Conference on Communications. Atenas : WSEAS Press, 2008. v. 1. p. 164-167.