

**Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

**ESTUDO E IMPLEMENTAÇÃO DE UM CONTROLADOR
PREDITIVO GENERALIZADO BILINEAR COMPENSADO
ADAPTATIVO**

Anderson Luiz de Oliveira Cavalcanti

**Natal-RN
Dezembro de 2003**

Anderson Luiz de Oliveira Cavalcanti

**ESTUDO E IMPLEMENTAÇÃO DE UM CONTROLADOR
PREDITIVO GENERALIZADO BILINEAR COMPENSADO
ADAPTATIVO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. D.Sc. André Laurindo Maitelli

Co-Orientador: Prof. D.Sc. Adhemar de Barros
Fontes

**Natal-RN
Dezembro de 2003**

Divisão de Serviços Técnicos

Catálogo da Publicação na Fonte. UFRN / Biblioteca Central Zila Mamede

Cavalcanti, Anderson Luiz de Oliveira.

Estudo e implementação de um controlador preditivo generalizado bilinear compensado adaptativo / Anderson Luiz de Oliveira Cavalcanti. – Natal, RN, 2003.

69 f.

Orientador : André Laurindo Maitelli.

Co-orientador: Adhemar de Barros Fontes.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

1. Engenharia elétrica – Dissertação. 2. Controle preditivo bilinear – Dissertação. 3. Controle adaptativo – Dissertação. 4. Sistemas não-lineares – Dissertação. 5. Identificação de sistemas – Dissertação. I. Maitelli, André Laurindo. II. Fontes, Adhemar de Barros. III. Título.

RN/UF/BCZM

CDU 621.3(043.3)

Anderson Luiz de Oliveira Cavalcanti

**ESTUDO E IMPLEMENTAÇÃO DE UM CONTROLADOR
PREDITIVO GENERALIZADO BILINEAR COMPENSADO
ADAPTATIVO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da
Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como parte dos requisitos
necessários para obtenção do grau de Mestre em Ciências no Domínio da
Engenharia Elétrica.

Aprovada por:

Prof. D.Sc. André Laurindo Maitelli
DCA/UFRN

Prof. D.Sc. Adhemar de Barros Fontes
DEE/UFBA

Prof. D.Sc. Otacílio da Mota Almeida
DEE/UFC

Prof. D.Sc. Pablo Javier Alsina
DCA/UFRN

**Natal-RN
Dezembro de 2003**

“Por que Deus amou o mundo de tal maneira que deu seu filho único para que todo aquele que nele crê não pereça, mas tenha a vida eterna”.

Evangelho segundo São João, Capítulo 3, Versículo 16

Agradecimentos

Ao Deus eterno, nosso pai, ao seu filho Jesus Cristo e ao divino Espírito Santo os quais me guiam e nunca me abandonaram em nenhum momento da minha vida.

Aos meus pais Luiz Gonzaga Cavalcanti e Maria Crizaura de Oliveira Cavalcanti aos quais devo tudo o que sou hoje.

Aos meus irmãos pelo bom convívio e incentivo.

Aos professores André Laurindo Maitelli e Adhemar de Barros Fontes pela orientação, apoio, compreensão e amizade demonstradas durante minha vida acadêmica.

Ao professor Andrés Ortiz Salazar pelo bom humor e pela paciência nos erros por nós cometidos.

Ao professor Luiz Carlos Miranda pelo incentivo e companheirismo.

Aos colegas da BPCAS com os quais convivi e ainda espero continuar convivendo.

A CAPES pelo apoio financeiro.

SUMÁRIO

SUMÁRIO	vi
SÍMBOLOS E ABREVIATURAS	viii
LISTA DE FIGURAS	ix
RESUMO	x
ABSTRACT	xi
Capítulo I - Introdução	1
1.1. <i>Introdução</i>	2
Capítulo II - Controladores Preditivos: Conceitos Importantes	5
2.1. Introdução ao Controle Preditivo	6
2.2. Modelos Monovariáveis Paramétricos de Processos	8
2.3. Modelos não-paramétricos	9
2.4. Preditores – Modelo ARX com retardo	9
2.5. Conclusões	12
Capítulo III - Controlador Preditivo Generalizado	13
3.1. Introdução	14
3.2. Controlador Preditivo Generalizado: caso monovariável e sem restrições ..	14
3.3. Exemplo do Controle GPC	21
3.4. Conclusões	24
Capítulo IV - Identificação de Sistemas	25
4.1. Introdução	26
4.2. Conceito e Etapas da Identificação de Sistemas	26
4.3. Método dos Mínimos Quadrados (Least Squares)	27
4.4. Mínimos Quadrados Recursivo (Recursive Least Squares)	29
4.5. Conclusões	31
Capítulo V - Controlador Preditivo Generalizado Bilinear	32
5.1. Introdução	33
5.2. O Modelo NARIMAX Bilinear	33
5.3. Linearização por Aproximação Quasilinear por Degrau de Tempo	34
5.4. Controlador Preditivo Bilinear Generalizado	35
5.5. Exemplo do Controle GPC Quasilinear por Degrau de Tempo	40
5.6. Conclusões	42
Capítulo VI - Controlador Preditivo Generalizado Bilinear Compensado	43
6.1. Introdução	44
6.2. Propriedades e Estrutura do Termo de Compensação	44
6.3. Controlador Preditivo Bilinear Generalizado Compensado	46
6.4. Exemplo do Controlador Preditivo Generalizado Bilinear Compensado ..	50
6.5. Conclusões	52
Capítulo VII - Controlador Preditivo Bilinear Compensado com Termo de Compensação Adaptativo	53
7.1. Introdução	54
7.2. Método dos Mínimos Quadrados Recursivos, Aplicado à Identificação do Termo de Compensação	54
7.3. Análise da Identificação do Termo de Compensação	55
7.4. Estrutura proposta para o controlador adaptativo	57
7.5. Exemplos do Emprego do Controlador	57
7.5.1. Exemplo 1 - Sistema de Primeira Ordem	57
7.5.2. Exemplo 2 - Sistema de Segunda Ordem	59

7.5.3. Exemplo 3 - Sistema de Segunda Ordem com Variação nos parâmetros da planta	61
7.6. Análise do Esforço Computacional	63
7.7. Conclusões	63
Capítulo VIII - Conclusões e Perspectivas	65
Referências Bibliográficas	66
Apêndice A.....	67
A.1. CRITÉRIO DE AKAIKE	67
Apêndice B.....	68
B.1. SOLUÇÃO RECURSIVA DA EQUAÇÃO DIOFANTINA.....	68

SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

ARX:	Auto-Regressivo com sinal Exógeno;
ARMAX:	Auto-Regressivo, Média Móvel, com sinal Exógeno;
ARIMAX:	Auto-Regressivo, Integral, Média Móvel, com sinal Exógeno;
BIBO:	Bounded-input bounded-output;
d:	Retardo do Sistema;
DMC:	Dynamic Matrix Control;
FIR:	Finite Impulse Response;
FSR:	Finite Step Response;
GPC:	Generalised Predictive Control;
GRG:	Gradiente Reduzido Generalizado;
MPC:	Model Predictive Control;
MIMO:	Multi-input multi-output
NARMAX:	Não linear, Auto-Regressivo, Média Móvel, com sinal Exógeno;
NARIMAX:	Não linear, Auto-Regressivo, Integral, Média Móvel, com sinal Exógeno;
NU:	Horizonte de Controle;
NY:	Horizonte de predição;
N1:	Horizonte Mínimo de predição;
PQS:	Programação Quadrática Sucessiva;
PRBS:	Pseudo-Random Binary Signal;
SISO:	Single-input single output;

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Conceito de Controle Preditivo	6
Figura 2.2 - Esquema básico de Controle Preditivo baseado em Modelo	8
Figura 3.1 - Diagrama de Blocos do Modelo do Processo	15
Figura 3.2 - Diagrama de Blocos do Sistema de Controle Malha Fechada	20
Figura 3.3 - Saída Controlada da Planta/Simulação em MATLAB	23
Figura 3.4 - Sinal de controle/Simulação em MATLAB	23
Figura 4.1 - Esquema de um sistema de identificação	27
Figura 5.1 - Resultado Comparativo entre o GPC Linear e o GPC Bilinear com aproximação quasilinear por degrau de tempo	41
Figura 5.2 - Resultado Comparativo entre os sinais de controle GPC Linear e o GPC Bilinear com aproximação quasilinear por degrau de tempo	42
Figura 6.1 - Representação do Termo de Compensação.....	44
Figura 6.2 - Comparação do sinal de saída do sistema bilinear utilizando o controlador GPC baseado no modelo quasilinear e o controlador GPC baseado no modelo quasilinear compensado	51
Figura 6.3 - Comparação do sinal de controle gerado pelo o controlador GPC baseado no modelo quasilinear e o controlador GPC baseado no modelo quasilinear compensado	52
Figura 7.1 - Resultado Comparativo entre a minimização do erro de predição com termo de compensação estimado para PRBS com níveis diferentes de sinal....	56
Figura 7.2 - Diagrama de blocos proposto para o controlador preditivo generalizado bilinear compensado adaptativo	57
Figura 7.3 - Comparação do sinal de saída para do sistema bilinear utilizando o controlador com termo de compensação adaptativo e o controlador com termo de compensação fixo.	58
Figura 7.4 - Comparação do sinal de controle gerado pelo controlador com termo de compensação adaptativo e o controlador com termo de compensação fixo.	59
Figura 7.5 - Comparação do sinal de saída para do sistema bilinear de segunda ordem utilizando o controlador com termo de compensação adaptativo e o controlador com termo de compensação fixo.....	60
Figura 7.6 - Comparação do sinal de controle gerado pelo controlador com termo de compensação adaptativo e o controlador com termo de compensação fixo para um sistema de segunda ordem.....	61
Figura 7.7 - Comparação do sinal de saída para do sistema bilinear de segunda ordem com variação de 10% nos parâmetros utilizando o controlador com termo de compensação adaptativo e o controlador com termo de compensação fixo.	62
Figura 7.8 - Comparação do sinal de controle gerado pelo controlador com termo de compensação adaptativo e o controlador com termo de compensação fixo para um sistema de segunda ordem com variação de 10% nos parâmetros	63

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo o estudo e a implementação de um controlador preditivo generalizado bilinear adaptativamente compensado. Este trabalho utiliza técnicas de controle preditivo convencionais juntamente com técnicas de controle adaptativo na busca de um melhor resultado.

No intuito de solucionar problemas de controle freqüentemente enfrentados pela indústria química, é proposto o modelo bilinear para representar a dinâmica dos sistemas em estudo. Os modelos bilineares são uma classe particular dentre os modelos não-lineares, porém são por natureza mais simples que os modelos não-lineares gerais e ainda conseguem representar as não-linearidades intrínsecas dos processos industriais. A linearização do modelo, pela aproximação quasilinear por degrau de tempo, é utilizada para viabilizar a aplicação das equações do controlador preditivo generalizado (GPC). Tal linearização, no entanto, gera um erro de predição, o qual é minimizado através de um termo de compensação. O termo em estudo é implementado de forma adaptativa, dada a forte relação não-linear entre o sinal de entrada e o erro de predição.

Resultados de simulação mostram a eficiência do controlador preditivo bilinear adaptativo em comparação com o convencional.

ABSTRACT

The present work presents the study and implementation of an adaptive bilinear compensated generalized predictive controller. This work uses conventional techniques of predictive control and includes techniques of adaptive control for better results.

In order to solve control problems frequently found in the chemical industry, bilinear models are considered to represent the dynamics of the studied systems. Bilinear models are simpler than general nonlinear model, however it can to represent the intrinsic not-linearities of industrial processes. The linearization of the model, by the approach to “time step quasilinear”, is used to allow the application of the equations of the generalized predictive controller (GPC). Such linearization, however, generates an error of prediction, which is minimized through a compensation term. The term in study is implemented in an adaptive form, due to the nonlinear relationship between the input signal and the prediction error.

Simulation results show the efficiency of adaptive predictive bilinear controller in comparison with the conventional.

Capítulo I - Introdução

1.1. Introdução

Os controladores preditivos, como sua própria denominação evidencia, são caracterizados por uma lei de controle construída a partir da predição do sinal de saída da planta. A idéia original do controle preditivo, de acordo com Fontes (2002), era atender as necessidades das indústrias de refino de petróleo, no entanto tal técnica vem ganhando destaque em outros setores industriais tais como: indústria química, processamento de alimentos, automotiva, aeroespacial, metalúrgica e de papel. Tal aceitação deve-se a eficácia desses controladores no controle de plantas monovariáveis e multivariáveis, de fase não mínima, com retardo, que são plantas características desse tipo de ambiente industrial.

Há uma grande variedade de algoritmos de controle preditivo, dentre os quais podemos citar uma classe amplamente difundida no meio acadêmico, o “Model Predictive Control” (MPC), o qual é caracterizado pela forte dependência do algoritmo em relação ao modelo do sistema dinâmico. Como sabemos, a maior parte das pesquisas utiliza os sistemas lineares variantes e invariantes no tempo para descreverem sistemas físicos. Todavia tais sistemas físicos, por sua própria natureza, são não lineares, o que torna o modelo linear uma aproximação do verdadeiro comportamento físico do sistema. Assim sendo, quando os processos possuem não linearidades acentuadas, e há necessidade de uma representação mais realística do comportamento do processo, os modelos lineares são insuficientes para representar a dinâmica do sistema, Doyle III, et al. (1985).

A dificuldade de utilização de modelos não lineares em algoritmos MPC, de acordo com Camacho & Bordons (1998), consiste em alguns fatores tais como: a pouca disponibilidade de modelos não lineares (devido à escassez de técnicas que identifiquem tais modelos), a complexidade computacional de resolução dos algoritmos de controle preditivo baseado em modelos não lineares, e a falta de resultados teóricos que comprovem a robustez para tais controladores não lineares.

É possível perceber que é necessária uma solução intermediária para a representação de processos não lineares, solução essa que não seja a usual (modelo linear), a ponto de não representar adequadamente a dinâmica do sistema e que não seja complexa (modelos não lineares convencionais), a ponto de tornar a solução matemática e computacional demasiadamente custosa. Surgem então os modelos bilineares como uma alternativa intermediária.

Os modelos bilineares são uma classe particular de modelos não lineares e têm como característica principal serem mais simples que os demais modelos não lineares e mais representativos que os modelos lineares. Outra característica fundamental é que tais modelos apesar de serem bilineares, são lineares em seus parâmetros, o que permite a utilização do algoritmo dos mínimos quadrados (LS) e dos mínimos quadrados recursivo (RLS) na identificação dos mesmos.

As leis preditivas de controle mostradas nesse trabalho são obtidas através da minimização de uma função de custo quadrática escolhida para termos uma solução analítica. Ao utilizarmos tais técnicas em modelos bilineares, cairemos num problema de otimização não-linear e uma solução analítica não é passível de obtenção de acordo com Yeo & Williams (1987). Para resolver tal impasse, alguns métodos de programação não linear são utilizados, porém o presente trabalho mostra técnicas de linearização dos modelos bilineares para a aplicação dos controladores lineares.

Ao utilizarmos a linearização, por estarmos tratando de um método de aproximação, teremos um erro de predição, erro tal que aumenta à medida que aumenta o horizonte de predição. Esse erro evidentemente prejudica o desempenho do controlador, o que o torna indesejado. Uma proposta de correção para minimizar a variância desse erro é apresentada por Fontes (2002). Tal proposta consiste em inserir no modelo linearizado (o NARIMAX quasilinear por degrau de tempo) um termo de compensação que tende a minimizar a variância desse erro.

O presente trabalho mostra uma implementação adaptativa do GPC Bilinear Compensado. A adaptatividade consiste na estimação on-line dos parâmetros do termo de compensação proposto por Fontes (2002).

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

O capítulo 2 apresenta os conceitos iniciais da teoria de controle preditivo tais como: modelos utilizados no controle preditivo, preditores, entre outros. O capítulo 3 apresenta o controlador preditivo generalizado (GPC), que é um dos controladores mais largamente aplicados na indústria. O capítulo 4 trata da identificação de sistemas, mais especificamente o método dos mínimos quadrados. O capítulo 5 trata do modelo bilinear e do controlador preditivo generalizado bilinear, o qual é utilizado para controlar plantas com características não-lineares. O capítulo 6 apresenta o controlador preditivo generalizado bilinear baseado no modelo quasilinear compensado. O capítulo 7 enfatiza a principal contribuição deste trabalho que é o

cálculo adaptativo do termo de compensação do modelo quasilinear compensado. O capítulo 8 traz as conclusões.

Capítulo II - Controladores Preditivos: Conceitos Importantes

2.1. Introdução ao Controle Preditivo

O controle preditivo consiste em uma técnica puramente discreta no tempo. Uma característica forte do controle preditivo é que o mesmo possui uma relação muito forte com o modelo do processo para que seja calculada uma seqüência de controle futura de maneira que a saída predita siga uma determinada trajetória de referência. Isso pode ser ilustrado na figura 2.1.

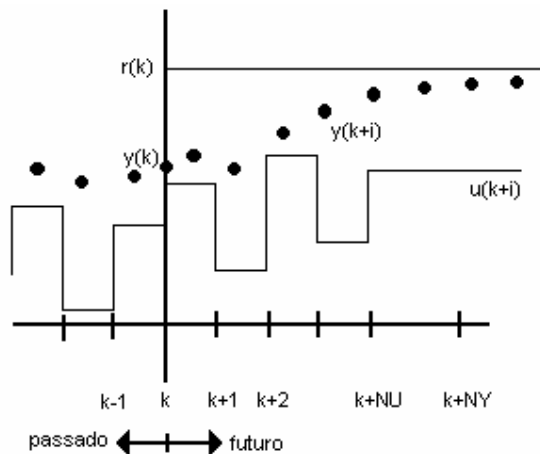


Figura 2.1 - Conceito de Controle Preditivo

As variáveis mostradas na figura 2.1, $u(k)$, $y(k)$ e $r(k)$, representam os valores do sinal de controle, da variável controlada e do sinal de referência, respectivamente. Os valores futuros das variáveis supracitadas serão representados pelos vetores:

$$\begin{aligned} u &= [u(k) \cdots u(k + NU - 1)]^T \\ \hat{Y} &= [\hat{Y}(k+1) \cdots \hat{Y}(k + NY)]^T \\ r &= [r(k+1) \cdots r(k + NY)]^T \end{aligned} \quad (2.1)$$

Em que:

$\hat{Y}(k+i)$ representa o valor estimado de $y(k)$ i -passos à frente;

NY representa o horizonte de predição;

NU representa o horizonte de controle.

A predição é feita dentro de um horizonte de predição NY . Tal comportamento futuro é previsto a partir de um conjunto de ações de controle dentro de um horizonte de controle NU e a partir de um modelo do processo. As ações de controle são calculadas de modo que a saída predita siga uma trajetória de referência (sinal de referência).

Obtido o conjunto das ações de controle, apenas o primeiro sinal é aplicado ao processo, sendo os demais descartados. Tal princípio é conhecido como o “Princípio do Horizonte Móvel” (Receding Horizont).

A lei de controle preditiva é obtida através da minimização de uma “Função Objetivo”. Esta função mensura o rastreamento da saída predita em relação à trajetória de referência. Um exemplo típico de uma função objetivo pode ser visto em (2.2).

$$J = \sum_{j=N1}^{NY} [\hat{y}(k+j) - r(k+j)]^2 + \lambda \sum_{i=1}^{NU} u^2(k+i) \quad (2.2)$$

Em que:

$N1$ representa o horizonte mínimo de predição;

NY representa o horizonte de predição;

NU representa o horizonte de controle;

λ representa uma ponderação no sinal de controle.

A minimização da função mostrada em (2.2) gera uma seqüência de ações de controle limitadas num certo horizonte de predição. Supondo que o problema tenha uma solução analítica, no caso de um modelo fiel ao processo juntamente com a ausência de distúrbios ou restrições, podemos garantir que a saída da planta seguirá exatamente a trajetória de referência. A figura 2.2 mostra o diagrama de blocos de controle preditivo.

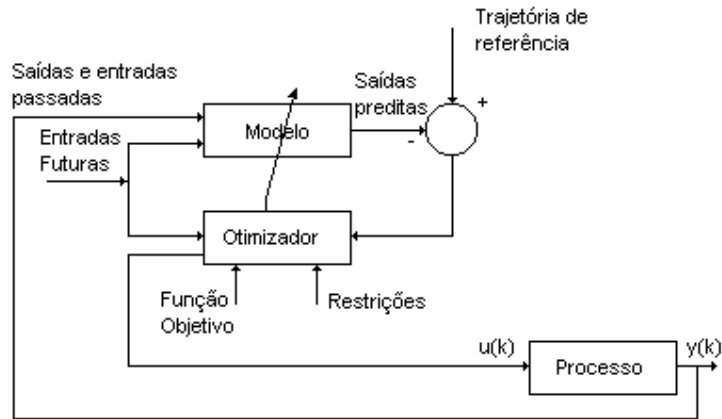


Figura 2.2 - Esquema básico de Controle Preditivo baseado em Modelo

A função objetivo tem que adequar-se aos requisitos do projeto do controlador, requisitos esses que podem envolver tempo de estabilização, sobressinal, tempo de subida etc.

2.2. Modelos Monovariáveis Paramétricos de Processos

Os modelos paramétricos para o caso SISO podem ser representados de uma maneira geral pela seguinte expressão polinomial:

$$y(k) = \underbrace{\frac{q^{-d} B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k-1)}_{\text{Parte Determinística}} + \underbrace{\frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1}) A(q^{-1})} e(k)}_{\text{Parte Estocástica}} \quad (2.3)$$

Em que:

q^{-1} representa o operador de atraso unitário de modo que $q^{-1}y(k) = y(k-1)$;

$y(k)$ é a saída do processo;

d é o retardo natural do sistema, em múltiplos períodos de amostragem ($d \geq 0$);

$u(k)$ é a saída do controlador;

$e(k)$ é um ruído “branco” e gaussiano, com média zero e variância σ^2 .

Os polinômios $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ e $D(q^{-1})$ são dados por:

$$\begin{aligned}
A(q^{-1}) &= 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_{na} q^{-na} \\
B(q^{-1}) &= b_0 + b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_{nb} q^{-nb} \\
C(q^{-1}) &= 1 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \dots + c_{nc} q^{-nc} \\
D(q^{-1}) &= 1 + d_1 q^{-1} + d_2 q^{-2} + \dots + d_{nd} q^{-nd}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Os índices na , nb , nc e nd são os graus dos polinômios $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ e $D(q^{-1})$ respectivamente.

O modelo utilizado no objeto deste trabalho é o modelo ARIMAX (Auto-regressivo, Integral, Média Móvel com sinal Exógeno). Para este modelo temos $na = n$; $nb \leq n$; $nc > 0$ e $nd = 1$. O polinômio $D(q^{-1})$ será o operador de integração $D(q^{-1}) = \Delta = 1 - q^{-1}$. Assim teremos o seguinte modelo:

$$y(k) = \frac{q^{-d} B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k-1) + \frac{C(q^{-1})}{\Delta A(q^{-1})} e(k) \tag{2.5}$$

2.3. Modelos não-paramétricos

Os modelos não-paramétricos são utilizados também no controle preditivo. Como o próprio nome enuncia, os modelos não-paramétricos não são obtidos através de parâmetros do processo. Tais modelos também são chamados de modelos convolucionais, pois se baseiam no *somatório de convolução*. Tal somatório é estabelecido entre a entrada e a saída do processo.

Os modelos utilizados no controle preditivo são o **FIR** (Finite Impulse Response) e o **FSR** (Finite Step Response). Como o escopo deste trabalho encontra-se no controlador GPC não entraremos em detalhes nos modelos não paramétricos, visto que o GPC não utiliza tais modelos.

2.4. Preditores – Modelo ARX com retardo

Todo controlador preditivo requer um preditor para que as ações de controle futuras sejam calculadas. A predição é feita na variável a ser controlada. O modelo neste caso é imprescindível para o cálculo do preditor. A partir de informações

obtidas até o instante k é que se fará a predição das saídas futuras. Será mostrado o modelo de preditor para o modelo paramétrico ARX com retardo e os demais modelos podem ser obtidos de maneira análoga. Para os sistemas que possuem retardo, por exemplo de d instantes de amostragem, o efeito de uma entrada $u(k)$ aplicada no instante k somente começarão a aparecer na saída a partir do instante $t = k + d + 1$. O preditor i -passos à frente é escrito da seguinte forma:

$$y(k+i) = q^{-d} \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k+i-1) + \frac{1}{A(q^{-1})} e(k+i) \quad (2.6)$$

É possível ver em (2.6) que o preditor depende de valores passados e futuros das variáveis envolvidas. O problema de encontrar um preditor consiste em achar uma expressão que satisfaça a condição:

$$\hat{y}(k+i) = \min \mathcal{E}\{[y(k+i) - r]^2\} \quad (2.7)$$

Com o objetivo de separar a dependência de $y(k+i)$ dos valores passados e futuros, é utilizada uma identidade polinomial chamada de equação diofantina mostrada abaixo:

$$\frac{1}{A(q^{-1})} = F_i(q^{-1}) + q^{-i} \frac{G_i(q^{-1})}{A(q^{-1})} \quad (2.8)$$

em que os polinômios $F_i(q^{-1})$ e $G_i(q^{-1})$ são dados por:

$$\begin{aligned} F_i(q^{-1}) &= 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{i-1} q^{-(i-1)} \\ G_i(q^{-1}) &= g_0 + g_1 q^{-1} + \dots + g_{n-1} q^{-(n-1)} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Dessa forma, substituindo a equação (2.8) em (2.6) teremos:

$$y(k+i) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k+i-d-1) + \left[F_i(q^{-1}) + q^{-i} \frac{G_i(q^{-1})}{A(q^{-1})} \right] e(k+i) \quad (2.10)$$

ou ainda:

$$y(k+i) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k+i-d-1) + \frac{G_i(q^{-1})}{A(q^{-1})} e(k) + F_i(q^{-1})e(k+i) \quad (2.11)$$

Como:

$$e(k) = A(q^{-1})y(k) - q^{-d}B(q^{-1})u(k-1) \quad (2.12)$$

então:

$$y(k+i) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k+i-d-1) - \frac{B(q^{-1})G_i(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k-d-1) + G_i(q^{-1})y(k) + F_i(q^{-1})e(k+i) \quad (2.13)$$

Tendo em vista a identidade polinomial explicitada em (2.8) tem-se que:

$$y(k+i) = B(q^{-1})F_i(q^{-1})u(k+i-d-1) + G_i(q^{-1})y(k) + F_i(q^{-1})e(k+i) \quad (2.14)$$

ou ainda,

$$y(k+i) = q^{i-d}B(q^{-1})F_i(q^{-1})u(k-1) + G_i(q^{-1})y(k) + F_i(q^{-1})e(k+i) \quad (2.15)$$

Sabendo que $B(q^{-1})F_i(q^{-1}) = \alpha_0 + \alpha_1 q^{-1} + \dots + \alpha_{nb+i-1} q^{-(nb+i-1)}$, então $B(q^{-1})F_i(q^{-1})u(k-1)$ refere-se somente a valores passados de $u(k)$. Portanto, quando $i \geq d+1$, $y(k+i)$ dependerá também de valores futuros de u . Fazendo:

$$B(q^{-1})F_i(q^{-1}) = \alpha(q^{-1}) + q^{-(i-d)}\beta(q^{-1}) \quad (2.16)$$

tem-se que:

$$y(k+i) = [\alpha(q^{-1}) + q^{i-d}\beta(q^{-1})]u(k+i-d-1) + G_i(q^{-1})y(k) + F_i(q^{-1})e(k+i) \quad (2.17)$$

ou ainda,

$$y(k+i) = \beta(q^{-1})u(k-1) + G_i(q^{-1})y(k) + \alpha(q^{-1})u(k+i-d-1) + F_i(q^{-1})e(k+i) \quad (2.18)$$

E o preditor i -passos à frente, de mínima variância é:

$$\hat{y}(k+i) = \beta(q^{-1})u(k-1) + G_i(q^{-1})y(k) + \alpha(q^{-1})u(k+i-d-1) \quad (2.19)$$

2.5. Conclusões

Percebe-se claramente nesta seção a forte dependência do controle preditivo com o modelo do processo e conseqüentemente com o preditor.

Isso faz com que as maiores preocupações em projetos de controle preditivo sejam na escolha adequada do modelo do sistema em estudo. A equação diofantina é útil na separação dos termos referentes ao passado dos termos referentes ao futuro na equação do preditor. A demonstração desta identidade polinomial está explicitada no apêndice B deste trabalho.

Capítulo III - Controlador Preditivo Generalizado

3.1. Introdução

Alguns controladores preditivos baseados no modelo do processo (MPC) possuíam algumas características indesejáveis que tornavam a ação dos mesmos limitada. Pode-se citar como exemplo o controlador DMC (Dynamic Matrix Control) que é baseado no modelo não-paramétrico (FSR). Haja vista que o modelo FSR é obtido do truncamento da resposta ao degrau, quando se tentava utilizá-lo em plantas instáveis, por exemplo, a resposta desse sistema ao degrau crescia de maneira que não podíamos truncá-la, sob a pena de não termos um modelo fiel ao processo.

Sob essa ótica nasceu o Controlador Preditivo Generalizado (GPC), no intuito de suprir as deficiências de alguns controladores. O GPC é baseado no conceito de horizonte móvel, que foi proposto por Clarke(1987). O controlador GPC calcula uma seqüência de ações de controle futuras de forma a minimizar uma função objetivo multi-passo definida sob um horizonte de predição. A ação de controle pode sofrer uma ponderação de forma a limitá-la.

A solução para a formação da lei de controle é analítica e permite trabalhar com processos de fase não-mínima e com processos instáveis. Este trabalho não atentarà para o tratamento de restrições nem para os casos MIMO.

3.2. Controlador Preditivo Generalizado: caso monovariável e sem restrições

Os processos em geral, para a utilização de um modelo linear, são considerados em um ponto de operação. O GPC, como utiliza modelos paramétricos, pode ser bem projetado para um modelo auto-regressivo, média móvel, com sinal exógeno (ARMAX). Tal modelo é explicitado na equação (3.1):

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k-1) + C(q^{-1})e(k) \quad (3.1)$$

Em que:

q^{-1} representa o operador atraso unitário de modo que $q^{-1}y(k) = y(k-1)$;

$y(k)$ é a saída do processo;

d é o retardo natural do sistema em múltiplos períodos de amostragem;

$e(k)$ é um ruído branco e média zero a variância σ^2 ;

O ruído, na maioria das aplicações industriais, é um processo estocástico não-estacionário sendo, portanto, necessário incorporá-lo ao modelo do processo. Os polinômios $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ e $C(q^{-1})$ são os mesmos mostrados na equação (2.4).

Uma ação integrativa pode ser incorporada ao modelo (3.1), de modo a garantir erro de regime nulo, obtendo, portanto, o modelo auto-regressivo, integral, média móvel com sinal exógeno (ARIMAX). O modelo ARIMAX é mostrado na equação (3.2):

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d} B(q^{-1})u(k-1) + C(q^{-1})\frac{e(k)}{\Delta} \quad (3.2)$$

Em que:

$$\Delta = 1 - q^{-1}.$$

A figura 3.1 mostra o diagrama de blocos do modelo do processo.

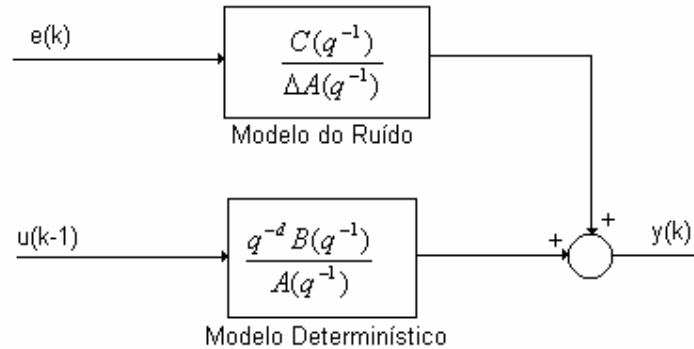


Figura 3.1 - Diagrama de Blocos do Modelo do Processo

Como citamos anteriormente, o objetivo do GPC é minimizar uma função objetivo multi-passo definida num horizonte de predição com ponderação no sinal de controle, gerando assim uma seqüência de ações futuras de controle. A equação (3.3) mostra a função objetivo utilizada.

$$J = \sum_{i=N1}^{NY} \delta(i)[\hat{y}(k+i) - r(k+i)]^2 + \sum_{i=1}^{NU} \lambda(i)[\Delta U(k+i-1)]^2 \quad (3.3)$$

Em que:

$\hat{y}(k+i)$ é uma predição ótimo i -passos à frente da saída do sistema, baseada em informações disponíveis até o instante k ;
 $N1$ representa o horizonte inicial de predição;
 NY representa o horizonte máximo de predição;
 NU representa o horizonte de controle;
 $\delta(i)$ e $\lambda(i)$ representam uma seqüência de ponderações no sinal de erro e de controle respectivamente;
 $r(k+i)$ é a trajetória de referência futura.

A ponderação no sinal de erro em (3.3) é considerada igual a 1 em Clarke(1987) e a ponderação no sinal de controle é considerada constante. Dado que o modelo é linear e causal, podemos considerar o valor predito como uma superposição de uma parcela livre com uma parcela forçada. A parcela referente à resposta livre consiste na resposta natural do sistema, ou seja, considerando-se apenas as condições presentes ($\Delta u(k+i) = 0$). A parcela forçada é obtida a partir de uma seqüência de ações de controle (não-nulas).

O preditor para o modelo explicitado em (3.2), considerando $C(q^{-1}) = 1$, é dado por:

$$y(k+i) = \frac{B(q^{-1})}{\tilde{A}(q^{-1})} \Delta u(k-1-d+i) + \frac{e(k+i)}{\tilde{A}(q^{-1})} \quad (3.4)$$

Em que:

$$\tilde{A}(q^{-1}) = \Delta A(q^{-1})$$

Desse modo, utilizamos a equação diofantina mostrada em (2.8) a fim de separar as parcelas de passado e futuro. Uma reformulação da equação diofantina é:

$$\frac{1}{\tilde{A}(q^{-1})} = E_i(q^{-1}) + q^{-i} \frac{F_i(q^{-1})}{\tilde{A}(q^{-1})} \quad (3.5)$$

Em que:

$$\begin{aligned} E_i(q^{-1}) &= e_{i,0} + e_{i,1}q^{-1} + \dots + e_{i,i-1}q^{-(i-1)} \\ F_i(q^{-1}) &= f_{i,0} + f_{i,1}q^{-1} + \dots + f_{i,na}q^{-(na-1)} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Assim, substituindo a equação (3.5) em (3.4) teremos:

$$y(k+i) = B(q^{-1})E_i(q^{-1})\Delta u(k-1-d+i) + F_i(q^{-1})y(k) + E_i(q^{-1})e(k+i) \quad (3.7)$$

Sabendo que o grau do polinômio $E_i(q^{-1})$ é $(i-1)$, teremos que o termo referente ao ruído na equação (3.7) refere-se ao futuro, de forma que a melhor predição de $\hat{y}(k+i)$ é:

$$\hat{y}(k+i) = H_i(q^{-1})\Delta u(k-1-d+i) + F_i(q^{-1})y(k) \quad (3.8)$$

Em que:

$$H_i(q^{-1}) = B(q^{-1})E_i(q^{-1})$$

Como o sistema possui um retardo natural de d períodos de amostragem mais o retardo provocado pelo segurador de ordem zero (*zero order hold*), a saída do sistema será influenciada pela entrada $u(k)$ após $(d+1)$ períodos de amostragem. Devido a isso, o horizonte mínimo de predição será $N_1 = d+1$ e $NY = d + NU = N$.

O conjunto de predições ótimas dentro do intervalo de predição é:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+d+1) &= H_{d+1}\Delta u(k) + F_{d+1}y(k) \\ \hat{y}(k+d+2) &= H_{d+2}\Delta u(k+1) + F_{d+2}y(k) \\ &\vdots \\ \hat{y}(k+d+N) &= H_{d+N}\Delta u(k+N-1) + F_{d+N}y(k) \end{aligned} \quad (3.9)$$

As predições mostradas em (3.9) podem ser reescritas da seguinte forma:

$$y = Hu + F(q^{-1})y(k) + H'(q^{-1})\Delta u(k-1) \quad (3.10)$$

Em que:

$$y = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+d+1) \\ \hat{y}(k+d+2) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+d+N) \end{bmatrix}; \quad u = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N-1) \end{bmatrix}; \quad F(q^{-1}) = \begin{bmatrix} F_{d+1}(q^{-1}) \\ F_{d+2}(q^{-1}) \\ \vdots \\ F_{d+N}(q^{-1}) \end{bmatrix}; \quad (3.11)$$

$$H = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ h_1 & h_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N-1} & h_{N-2} & \cdots & h_0 \end{bmatrix}; \quad H' = \begin{bmatrix} [H_{d+1}(q^{-1}) - h_0]q \\ [H_{d+2}(q^{-1}) - h_0 - h_1 q^{-1}]q^2 \\ \vdots \\ [H_{d+N}(q^{-1}) - h_0 - h_1 q^{-1} - \cdots - h_{N-1} q^{-(N-1)}]q^N \end{bmatrix};$$

Como foi mencionado anteriormente, a resposta livre depende somente de valores passados. É possível perceber, observando a equação (3.10), que a resposta livre depende apenas das matrizes $F(q^{-1})$ e H' , o que nos fornece a equação:

$$y_l = F(q^{-1})y(k) + H' \Delta u(k-1) \quad (3.12)$$

A resposta livre também pode ser calculada recursivamente através da equação (3.13), Camacho & Bordons(1998).

$$y_{l,i+1} = q[1 - \tilde{A}(q^{-1})]y_{l,i} + B(q^{-1})\Delta u(k-d+i) \quad (3.13)$$

Em que:

$$y_{l,0} = y(k) \text{ e } \Delta u(k+i) = 0 \quad \forall i \geq 0$$

$$y_{l,i} q^{-d} = y_{l,i-d}$$

$$y_{l,i} \quad \forall i < 0 \Rightarrow y_{l,i} = y(k-i)$$

A resposta forçada é obtida a partir da seqüência futura de ações de controle, o que corresponde à equação (3.14).

$$y_f = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ h_1 & h_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N-1} & h_{N-2} & \cdots & h_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N-1) \end{bmatrix} = Hu \quad (3.14)$$

Desse modo a resposta completa do sistema será:

$$y = Hu + y_l \quad (3.15)$$

Com as equações ótimas dos preditores juntamente com a função objetivo definida, podemos determinar a lei de controle. Para tanto, iremos reescrever a função objetivo como é mostrado na equação (3.16).

$$J = (Hu + y_l - r)^T (Hu + y_l - r) + \lambda u^T u \quad (3.16)$$

Em que:

$$r = [r(k+d+1) \ r(k+d+2) \ \dots \ r(k+d+N)]^T$$

A equação (3.16) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$J = \frac{1}{2} u^T G u + b^T u + f_0 \quad (3.17)$$

Em que:

$$G = 2(H^T H + \lambda I)$$

$$b^T = 2(y_l - r)^T H$$

$$f_0 = (y_l - r)^T (y_l - r)$$

O objetivo do GPC é, como já foi mencionado anteriormente, minimizar a função objetivo. A minimização é obtida igualando a zero o gradiente de J em relação a u . Isso é mostrado na equação (3.18).

$$\frac{\partial J}{\partial u} = 0 \quad (3.18)$$

Visto que J é quadrática teremos uma solução analítica ótima para o problema:

$$u = -G^{-1}b = (H^T H + \lambda I)^{-1} H^T (r - y_l) \quad (3.19)$$

Como já foi destacado, o GPC obedece o princípio do horizonte móvel, ou seja, somente o primeiro elemento do vetor de controle u calculado é aplicado à planta. Tal elemento é dado por:

$$\Delta u(k) = K(r - y_l) \quad (3.20)$$

Em que:

K é a primeira linha da matriz $(H^T H + \lambda I)^{-1} H^T$

O diagrama de blocos que pode definir fielmente o que foi descrito acima é mostrado na figura 3.2.

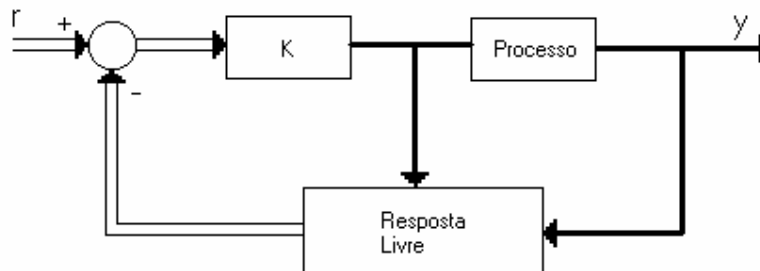


Figura 3.2 - Diagrama de Blocos do Sistema de Controle Malha Fechada

É possível observar nos controles convencionais que o controle é obtido levando em conta o erro passado. No controle preditivo leva-se em conta o erro futuro, de sorte que se $(r - y_l) = 0$ não haverá alteração no controle. O esforço computacional do controlador preditivo é significativamente maior quando comparado ao esforço computacional dos controladores clássicos. Isso se justifica pela grande quantidade de manipulação de matrizes para chegar ao cálculo do vetor de controle.

Em aplicações industriais existem equipamentos dedicados para o controle do processo (ex.: Controladores Lógico Programáveis). No entanto, muitos desses processadores dedicados possuem uma capacidade de cálculos limitada, o que tem sido superado pela evolução tecnológica dos sistemas microcontrolados. Além do mais, a quantidade de parâmetros a serem sintonizados no GPC é muito maior que nos controladores clássicos. Apesar dessas dificuldades citadas anteriormente, os

controladores preditivos vêm ganhando uma aplicabilidade muito grande na indústria, principalmente na indústria petroquímica, devido a sua comprovada eficiência no controle de processos complexos.

3.3. Exemplo do Controle GPC

Mostraremos o exemplo de uma planta BIBO instável em malha aberta. O modelo de segunda ordem da planta é mostrado abaixo:

$$y(k) = 2.126y(k-1) - 1.105y(k-2) + 0 + .01036u(k-1) + 0.01071u(k-2) + \frac{e(k)}{\Delta}$$

É possível observar pelo modelo do sistema que o retardo natural do sistema é zero. Podemos escolher heurísticamente os parâmetros de sintonia do GPC:

$$\begin{aligned} N_1 &= d + 1 = 0 + 1 = 1 \\ NY &= 0 + N = N \\ NU &= N = 10 \\ \lambda &= 5 \end{aligned}$$

O cálculo recursivo da resposta livre é dado por:

$$y_{l,i+1} = q[1 - \tilde{A}(q^{-1})]y_{l,i} + B(q^{-1})\Delta u(k - d + i)$$

Desse Modo:

$$q[1 - \tilde{A}(q^{-1})] = 3.126 - 3.231q^{-1} + 1.105q^{-2}$$

Então:

$$\begin{aligned} y_{l,i} &= (3.126 - 3.231q^{-1} + 1.105q^{-2})y_{l,0} + (0.01036 + 0.01071q^{-1})\Delta u(k) \\ &= 3.1260y(k) - 3.2310y(k-1) + 1.1050y(k-2) + 0.01071\Delta u(k-1) \end{aligned}$$

estabilização, entre outros, para as diferentes mudanças de parâmetros de sintonia tais como o horizonte de controle NU e a ponderação no sinal de controle λ .

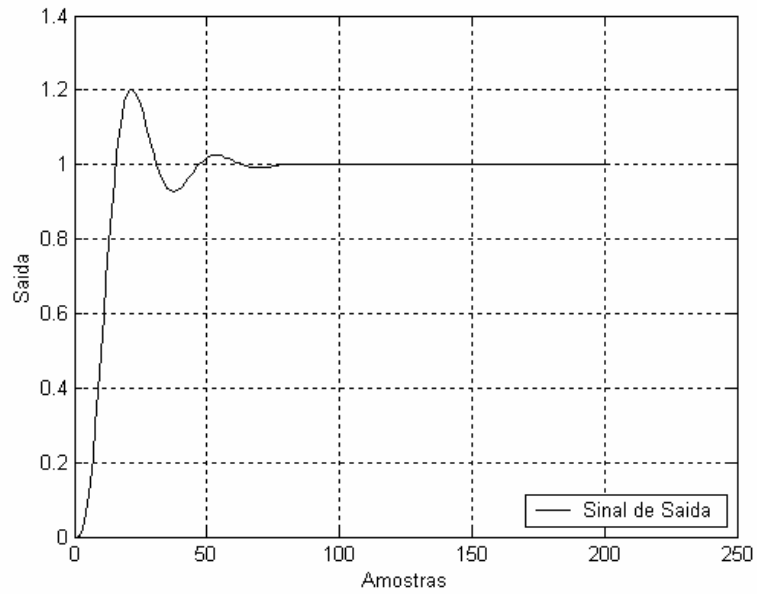


Figura 3.3 - Saída Controlada da Planta/Simulação em MATLAB

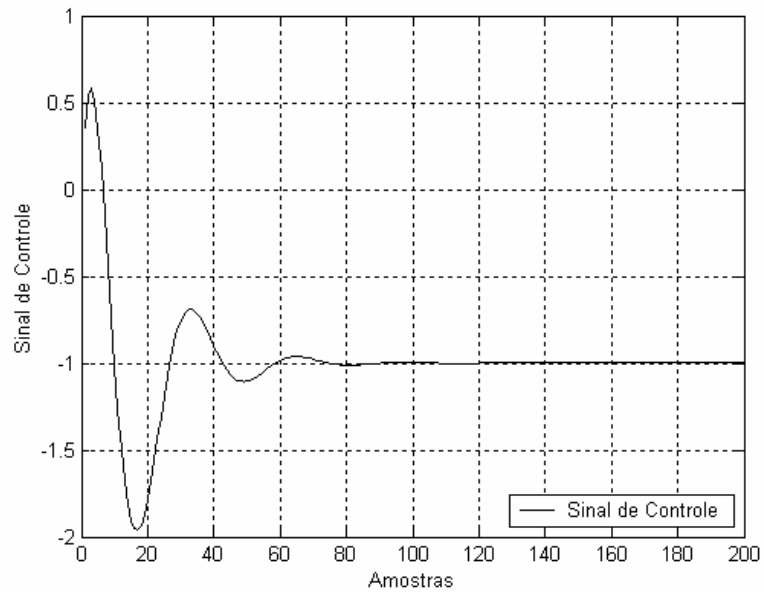


Figura 3.4 - Sinal de controle/Simulação em MATLAB

Vale ressaltar que estas simulações não se preocupam em mostrar melhorias no regime transitório ou permanente e sim mostrar uma aplicação do controle GPC.

3.4. Conclusões

Neste capítulo é mostrado o controlador preditivo generalizado de forma detalhada, considerando-se o caso com ruído branco, ou seja, com ruído descorrelacionado no tempo. Este controlador é, sem dúvida, um dos controladores mais relevantes estudados pela academia devido a seu aspecto conceitualmente consistente e também pela sua destacada aplicação em controle de processos nos mais diversos setores da indústria.

Capítulo IV - Identificação de Sistemas

4.1. Introdução

As técnicas de identificação de sistemas são técnicas largamente utilizadas para obtenção do modelo matemático de um sistema baseado em ensaios de entrada e saída. Essas técnicas são muito úteis quando a tarefa de modelar o sistema, devido a sua complexidade, é inviável. Algumas técnicas de identificação, por serem recursivas, são amplamente utilizadas em controladores adaptativos.

Neste trabalho, o método dos mínimos quadrados recursivos será utilizado para calcular um termo de compensação para o controlador GPC quasilinear que será mostrado no capítulo 7. Nessa seção mostraremos o conceito de identificação, suas etapas, e o método de estimação dos mínimos quadrados (não-recursivo e recursivo).

4.2. Conceito e Etapas da Identificação de Sistemas

Modelagem matemática, segundo Aguirre (2000) é a área do conhecimento que estuda maneiras de desenvolver e implementar modelos matemáticos de sistemas reais. Um dos tipos de modelagem mais conhecidos é a modelagem tipo caixa branca, onde se faz necessário um profundo conhecimento do sistema que se deseja modelar. Nos casos em que não há um conhecimento tão profundo do sistema em questão é mais indicado utilizar-se das técnicas de identificação.

Identificação é a determinação de um modelo equivalente ao sistema em teste com base em entradas e saídas desse sistema, escolhendo-se a estrutura do modelo mais adequada baseando-se em uma classe especificada de modelos. Podemos dividir a identificação em quatro etapas, a saber: planejamento experimental; seleção da estrutura do modelo; estimação dos parâmetros e validação.

O planejamento experimental consiste em escolher adequadamente o sinal excitante da planta. O sinal deve excitar todos os modos do sistema. Na etapa de escolha da estrutura do modelo devemos escolher o modelo que melhor se adequa à dinâmica da planta. Alguns desses modelos foram mostrados na seção 2.2.

Estimar os parâmetros é a fase mais importante da fase de identificação. É nesse ponto onde devemos escolher um método eficiente, para que se tenha fidelidade na representação do sistema. Os métodos de estimação estabelecem um

critério baseado no erro de estimação e tentam minimizar esse erro. A validação do modelo identificado consiste em verificar se o modelo encontrado descreve fielmente a dinâmica do sistema.

Os métodos de identificação ainda podem ser divididos em métodos “on-line” e métodos “off-line”. Os métodos “on-line” são aqueles que são aplicados com a planta em operação e os métodos “off-line” são aplicados com a planta fora de operação. A figura 4.1 mostra um esquema simples de identificação.

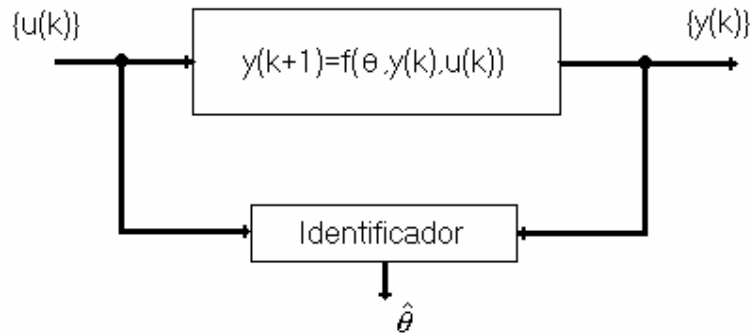


Figura 4.1 - Esquema de um sistema de identificação

4.3. Método dos Mínimos Quadrados (Least Squares)

O método dos mínimos quadrados é um dos métodos mais empregados na estimação de parâmetros de sistemas. Isso acontece pela eficiência e simplicidade do método. A técnica consiste em realizar N medições na planta como é mostrado em (4.1).

$$\begin{aligned} & \{u(0), u(1), \dots, u(N)\} \\ & \{y(0), y(1), \dots, y(N)\} \end{aligned} \tag{4.1}$$

Definindo as matrizes:

$$\begin{aligned} y &= \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix}; \quad \theta = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n \quad \vdots \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_m]^T; \\ e &= \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}; \quad x = \begin{bmatrix} -y(0) & \dots & -y(1-n) & \vdots & u(0) & \dots & u(1-m) \\ -y(1) & \dots & -y(2-n) & \vdots & u(1) & \dots & u(2-m) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -y(N-1) & \dots & -y(N-n) & \vdots & u(N-1) & \dots & u(N-m) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.2}$$

Podemos afirmar que:

$$y = x\theta + e \quad (4.3)$$

O problema da identificação consiste em achar um $\hat{\theta}$ de modo que com $\hat{y} = x\hat{\theta}$ possamos minimizar a função abaixo:

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k)^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (e_k)^2 \quad (4.4)$$

em que $e_k = y_k - \hat{y}_k$.

Reescrevendo (4.4) na forma matricial em função de θ teremos:

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^T e = \frac{1}{2} (y - x\theta)^T (y - x\theta) \quad (4.5)$$

A solução analítica que minimiza $J(\theta)$ é obtida calculando o gradiente de J em relação a θ e igualando a zero.

$$\frac{\partial J}{\partial \theta} = 0 \quad (4.6)$$

Como:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} [y^T y - y^T x\theta - \theta^T x^T y + \theta^T x^T x\theta] \right) = 0 \quad (4.7)$$

e sabendo-se que:

$$\theta^T x^T y = y^T x\theta \quad (4.8)$$

pelo fato que $y^T x\theta$ ser um escalar.

Desse modo:

$$\frac{1}{2} (-2x^T y + 2x^T x\theta) = 0 \quad (4.9)$$

o que resulta em:

$$\theta = (x^T x)^{-1} x^T y \quad (4.10)$$

A desvantagem deste método é que o tamanho da matriz x cresce com o número de observações.

4.4. Mínimos Quadrados Recursivo (Recursive Least Squares)

O método dos mínimos quadrados recursivo é ideal para aplicações “on-line”. Sua formulação é similar ao método não recursivo mostrado na seção anterior. A seguir apresentaremos o exemplo de um sistema de primeira ordem com parâmetros a e b e com N amostras o qual é mostrado em (4.11).

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N) \\ \dots \\ y(N+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y(0) & u(0) \\ -y(1) & u(1) \\ \vdots & \vdots \\ -y(N-1) & u(N-1) \\ \dots & \dots \\ -y(N) & u(N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e(1) \\ e(2) \\ \vdots \\ e(N) \\ \dots \\ e(N+1) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Desse modo, tem-se:

$$\begin{bmatrix} Y(N) \\ \dots \\ y(N+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X(N) \\ \dots \\ x^T(N+1) \end{bmatrix} \theta + \begin{bmatrix} E(N) \\ \dots \\ e(N+1) \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Da equação dos mínimos quadrados não-recursivos mostrada em (4.10) para $N+1$ amostras, sendo para simplificação de notação $y(N) = y_N$.

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{N+1} &= (X_{N+1}^T X_{N+1})^{-1} X_{N+1}^T \begin{bmatrix} Y_N \\ \dots \\ y_{N+1} \end{bmatrix} \\ \hat{\theta}_{N+1} &= \left(\begin{bmatrix} X_N^T & \vdots & x_{N+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_N \\ \dots \\ x_{N+1}^T \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} X_N^T & \vdots & x_{N+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_N \\ \dots \\ y_{N+1} \end{bmatrix} \\ \hat{\theta}_{N+1} &= (X_N^T X_N + x_{N+1}^T x_{N+1})^{-1} [X_N^T Y_N + x_{N+1} y_{N+1}] \end{aligned} \quad (4.13)$$

Fazendo $P_{N+1} = (X_N^T X_N + x_{N+1} x_{N+1}^T)^{-1}$ e usando o lema de inversão de matrizes teremos:

$$\begin{aligned} P_{N+1} &= (X_N^T X_N)^{-1} - [1 + x_{N+1}^T P_N x_{N+1}]^{-1} (X_N^T X_N)^{-1} x_{N+1} x_{N+1}^T (X_N^T X_N)^{-1} \\ P_{N+1} &= [I - (1 + x_{N+1}^T P_N x_{N+1})^{-1} P_N x_{N+1} x_{N+1}^T] P_N \end{aligned} \quad (4.14)$$

Substituindo P_{N+1} encontrado em (4.14) na equação (4.13) chegaremos as expressões recursivas mostradas a seguir, que correspondem ao algoritmo dos mínimos quadrados recursivo.

ALGORITMO RLS

Inicializar $P(0), \theta(0)$

Em que:

$P(0)$ é a matriz de covariância em $N = 0$. Deve ser inicializada com alta covariância;

Calcular a Matriz de Ganho

$$K_N = (1 + x_{N+1}^T P_N x_{N+1})^{-1} P_N x_{N+1}$$

Calcular o vetor de parâmetros atual

$$\hat{\theta}_{N+1} = \hat{\theta}_N + K_N (y_{N+1} - x_{N+1}^T \hat{\theta}_N)$$

Calcular a nova matriz de covariância

$$P_{N+1} = [I - (1 + x_{N+1}^T P_N x_{N+1})^{-1} P_N x_{N+1} x_{N+1}^T] P_N$$

Em que:

$$x_{N+1}^T = [-y(N) \quad \cdots \quad -y(N-n+1) \quad \vdots \quad u(N) \quad \cdots \quad u(N-m+1)]$$

é o vetor regressor.

É importante lembrar que o sinal aplicado à planta para a leitura deve ser persistentemente excitante. Geralmente usa-se um sinal tipo PRBS (Pseudo Random Binary Signal). Tal sinal pode ser gerado a partir de um sinal com distribuição uniforme entre -1 e $+1$. Caso o valor aleatório seja maior que zero usa-se o sinal $+1$, caso contrário usa-se -1 , de modo que a probabilidade de ocorrer

qualquer um dos níveis de sinal seja igual. Outra alternativa é a aplicação de um sinal ruidoso com distribuição gaussiana de média zero e variância σ^2 .

4.5. Conclusões

Os conceitos apresentados neste capítulo fundamentam uma ferramenta essencial para o desenvolvimento deste trabalho, o algoritmo dos mínimos quadrados recursivos. Especificamente para este trabalho, será mostrada no capítulo 7 sua utilização na estimação de um sistema baseado em um modelo média móvel.

Capítulo V - Controlador Preditivo Generalizado Bilinear

5.1. Introdução

Como já mencionado anteriormente, alguns processos possuem um acentuado grau de não-linearidade. Devido a esse fato, um modelo linear pode não representar fielmente o comportamento do sistema, tornando o GPC linear inadequado em alguns casos, o que nos leva a propor o modelo bilinear para melhor representar os processos.

Os modelos bilineares têm despertado no meio acadêmico grande interesse por alguns motivos que citaremos a seguir. Em primeiro lugar esses sistemas são mais simples que os modelos não-lineares e mais representativos que os lineares. Além do mais, tais modelos são mais tratáveis matematicamente que os modelos não lineares e, apesar de serem bilineares, são lineares em seus parâmetros, o que nos permite utilizar o algoritmo dos mínimos quadrados recursivo (mostrado na seção 4.4) na estimação de tais parâmetros.

Nessa seção serão apresentados o modelo bilinear (NARIMAX Bilinear), o GPC Bilinear e o método RLS adaptado a modelos bilineares.

5.2. O Modelo NARIMAX Bilinear

A representação polinomial do modelo NARIMAX Bilinear é mostrada na equação (5.1).

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k-1) + \sum_{i=1}^{n_a} \sum_{j=1}^m d_{(i-d),j} u(k-j-i+1)y(k-i) + \frac{C(q^{-1})}{\Delta(q^{-1})}e(k) \quad (5.1)$$

Em que:

$$d_{i,j} = 0 \text{ para } \forall i < 0;$$

Os polinômios $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ e $C(q^{-1})$ são os mesmos mostrados na equação (2.4);

$u(k)$, $y(k)$ e $e(k) \in \mathfrak{R}$ são, respectivamente, as seqüências da entrada, da saída e de ruído branco;

$d \geq 1$ é o retardo do sistema expresso como um múltiplo inteiro do período de amostragem.

Com relação ao modelo bilinear mostrado em (5.1), consideraremos apenas o termo bilinear da forma $y(k-i)u(k-i-d)$ com $i \geq 1$ e $d \geq 1$.

A obtenção de uma lei de controle que minimize um critério quadrático para um modelo bilinear tornar-se-ia um problema de otimização não-linear. Isso evidentemente impossibilitaria a solução analítica para o problema. Existem dois métodos adotados na solução de controle preditivo não-linear. Um deles utiliza programação não-linear que tem como base algoritmos como o Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) e a Programação Quadrática Sucessiva (PQS). O outro método utiliza técnicas de linearização e será nosso objeto de estudo.

5.3. Linearização por Aproximação Quasilinear por Degrau de Tempo

Considerando o modelo NARMAX mostrado em (5.2):

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k-1) + \sum_{i=1}^{n_a} \sum_{j=1}^m d_{(i-d),j} u(k-j-i+1)y(k-i) + C(q^{-1})e(k) \quad (5.2)$$

temos que a aproximação consiste em reescrever o modelo explicitado em (5.2) como mostrado em (5.3).

$$y(k) = -\sum_{i=1}^{n_a} \left(a_i - \sum_{j=1}^m d_{(i-d),j} u(k-i-j+1) \right) y(k-i) + q^{-d}B(q^{-1})u(k-1) + C(q^{-1})e(k) \quad (5.3)$$

Dessa forma podemos definir:

$$\tilde{a}_i(u) = \left(a_i - \sum_{j=1}^m d_{(i-d),j} u(k-i-j+1) \right) \quad (5.4)$$

Substituindo a expressão (5.4) em (5.3) obteremos o seguinte modelo:

$$\tilde{A}(q^{-1}, u)y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k-1) + C(q^{-1})e(k) \quad (5.5)$$

Em que:

$$\tilde{A}(q^{-1}, u) = 1 + \tilde{a}_1(u)q^{-1} + \tilde{a}_2(u)q^{-2} + \dots + \tilde{a}_{na}(u)q^{-na}$$

A aproximação consiste em utilizar o mesmo polinômio $\tilde{A}(q^{-1}, u)$, que é calculado para o instante k , para todos os horizontes de predição utilizados a partir deste instante k , ou seja: $\hat{y}(k+1), \hat{y}(k+2), \dots, \hat{y}(k+NY)$.

Usando essa aproximação obtemos o modelo NARMAX quasilinear por degrau de tempo. É a partir deste modelo que será feita a predição da saída i -passos à frente.

5.4. Controlador Preditivo Bilinear Generalizado

Em S. G. Goodhart et. al. (1984) é proposto o modelo ARMAX não-linear, porém sabe-se que o modelo mais adequado para garantir erro de regime nulo a mudança em degrau na referência é o ARIMAX não-linear, ou seja:

$$\Delta\tilde{A}(q^{-1}, u)y(k) = q^{-d}B(q^{-1})\Delta u(k-1) + C(q^{-1})e(k) \quad (5.6)$$

Fazendo:

$$\bar{A}(q^{-1}, u) = \Delta\tilde{A}(q^{-1}, u) \quad (5.7)$$

Teremos:

$$\bar{A}(q^{-1}, u)y(k) = q^{-d}B(q^{-1})\Delta u(k-1) + C(q^{-1})e(k) \quad (5.8)$$

O modelo descrito em (5.8) será chamado da NARIMAX quasilinear por degrau de tempo. É possível observar que os coeficientes de $\bar{A}(q^{-1}, u)$ dependem somente de valores passados de $u(k)$, os quais são conhecidos.

O controlador GPC Bilinear é semelhante ao GPC linear no que tange a sua função objetivo. No caso em questão, também teremos uma função objetivo multi-passo definida sobre um horizonte de predição mostrada em (3.3). O que irá

diferenciar da função objetivo original será a predição i -passos à frente $\hat{y}(k+i)$, que nesse caso será sub-ótima, visto que o modelo NARIMAX quasilinear por degrau de tempo é uma aproximação do modelo bilinear proposto em (5.1).

Apesar de estarmos utilizando um modelo não-linear, devido ao fato de estarmos utilizando a aproximação quasilinear, podemos usar o mesmo procedimento matemático para chegarmos a uma lei explícita de controle para o nosso algoritmo.

Assim sendo, a reformulação da equação diofantina apresentada em (3.5) é mostrada em (5.8):

$$\frac{1}{\bar{A}(q^{-1}, u)} = E_j(q^{-1}) + q^{-j} \frac{F_j(q^{-1})}{\bar{A}(q^{-1}, u)} \quad (5.8)$$

com:

$$\begin{aligned} E_j(q^{-1}) &= e_{j,0} + e_{j,1}q^{-1} + \dots + e_{j,j-1}q^{-(j-1)} \\ F_j(q^{-1}) &= f_{j,0} + f_{j,1}q^{-1} + \dots + f_{j,na}q^{-(na-1)} \end{aligned} \quad (5.9)$$

O preditor j -passos à frente considerando a identidade diofantina mostrada em (5.8) é:

$$y(k+j) = B(q^{-1})E_j(q^{-1})\Delta u(k-1-d+j) + F_j(q^{-1})y(k) + E_j(q^{-1})e(k+j) \quad (5.10)$$

O termo que se refere ao ruído em (5.10) refere-se ao futuro devido ao grau do polinômio $\{E_j(q^{-1})\} = j-1$. Desse modo, a melhor predição para $y(k+j)$ é:

$$\hat{y}(k+j) = H_j(q^{-1}, u)\Delta u(k-1-d+j) + F_j(q^{-1}, u)y(k) \quad (5.11)$$

com:

$$H_j(q^{-1}) = B(q^{-1})E_j(q^{-1}) \quad (5.12)$$

A resposta livre também pode ser calculada recursivamente através da equação (5.17).

$$y_{l,j+1} = q[1 - \bar{A}(q^{-1}, u)]y_{l,j} + B(q^{-1})\Delta u(k - d + j) \quad (5.17)$$

Em que:

$$y_{l,0} = y(k) \text{ e } \Delta u(k + j) = 0 \quad \forall j \geq 0$$

$$y_{l,j}q^{-d} = y_{l,j-d}$$

$$y_{l,j} \quad \forall j < 0 \Rightarrow y_{l,j} = y(k - j)$$

A resposta forçada é obtida a partir da seqüência futura de ações de controle, o que corresponde à equação (5.18).

$$y_f = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & 0 \\ h_1 & h_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N-1} & h_{N-2} & \dots & h_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N-1) \end{bmatrix} = Hu \quad (5.18)$$

Desse modo a resposta completa do sistema será:

$$y = Hu + y_l \quad (5.19)$$

Com as equações ótimas dos preditores juntamente com a função objetivo definida, podemos determinar a lei de controle. Para tanto, iremos reescrever a função objetivo como é mostrado na equação (5.20).

$$J = (Hu + y_l - r)^T (Hu + y_l - r) + \lambda u^T u \quad (5.20)$$

Em que:

$$r = [r(k+d+1) \ r(k+d+2) \ \dots \ r(k+d+N)]^T$$

A equação (5.20) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$J = \frac{1}{2} u^T G u + b^T u + f_0 \quad (5.21)$$

Em que:

$$G = 2(H^T H + \lambda I)$$

$$b^T = 2(y_l - r)^T H$$

$$f_0 = (y_l - r)^T (y_l - r)$$

O objetivo do GPC é, como já mencionamos anteriormente, minimizar a função objetivo. A minimização é obtida igualando o gradiente de J em relação a u . Isso é mostrado na equação (5.22).

$$\frac{\partial J}{\partial u} = 0 \quad (5.22)$$

Visto que J é quadrática teremos uma solução analítica ótima para o problema mostrada na equação (5.23).

$$u = -G^{-1}b = (H^T H + \lambda I)^{-1} H^T (r - y_l) \quad (5.23)$$

Como já foi mencionado, o GPC obedece o princípio do horizonte móvel, ou seja, somente o primeiro elemento do vetor de controle u calculado é aplicado à planta. Tal elemento é dado por:

$$\Delta u(k) = K(r - y_l) \quad (5.24)$$

Em que:

$$K \text{ é a primeira linha da matriz } (H^T H + \lambda I)^{-1} H^T$$

É possível observar que o procedimento matemático utilizado para encontrar a lei de controle do GPC Bilinear é idêntico ao procedimento do GPC Linear. O que irá diferenciar o algoritmo GPC linear para o algoritmo GPC quasilinear por degrau de tempo será o cálculo dos parâmetros da resposta livre. No algoritmo GPC linear o vetor de parâmetros da resposta livre e forçada é calculado uma única vez pois $\tilde{A}(q^{-1})$ não depende de $u(k)$ sendo portanto constante. Já no caso quasilinear

$\bar{A}(q^{-1})$ depende de valores passados de $u(k)$ o que faz com que seja preciso recalculá-los a cada instante de amostragem.

5.5. Exemplo do Controle GPC Quasilinear por Degrau de Tempo

Para exemplificar o uso do controlador GPC quasilinear por degrau de tempo usaremos um sistema de primeira ordem:

$$y(k) = 0.8y(k-1) + 0.4u(k-1) + 0.6u(k-2) + 0.2y(k-1)u(k-1)$$

Reescrevendo o modelo bilinear na forma quasilinear, obteremos o seguinte modelo baixo:

$$y(k) = \tilde{a}_1(u)y(k-1) + 0.4u(k-1) + 0.6u(k-1)$$

Em que:

$$\tilde{a}_1(u) = 0.8 + 0.2u(k-1)$$

e $\tilde{A}(q^{-1}, u) = (1 - \tilde{a}_1(u)q^{-1})$. Como o modelo que nos interessa é o ARIMAX quasilinear por degrau de tempo devemos encontrar o polinômio $\bar{A}(q^{-1}, u) = \Delta\tilde{A}(q^{-1}, u)$. Então:

$$\begin{aligned}\bar{A}(q^{-1}, u) &= \tilde{A}(q^{-1}, u) - q^{-1}\tilde{A}(q^{-1}, u) \\ \bar{A}(q^{-1}, u) &= (1 - \tilde{a}_1(u)q^{-1}) - q^{-1}(1 - \tilde{a}_1(u)q^{-1}) \\ \bar{A}(q^{-1}, u) &= 1 - (\tilde{a}_1(u) + 1)q^{-1} + \tilde{a}_1(u)q^{-2}\end{aligned}$$

Sabendo que a expressão recursiva para o cálculo da resposta livre é dada por $y_{l,j+1} = q[1 - \bar{A}(q^{-1}, u)]y_{l,j} + B(q^{-1})\Delta u(k-d+j)$, teremos:

$$q[1 - \bar{A}(q^{-1}, u)] = (1 + \tilde{a}_1(u)) - \tilde{a}_1(u)q^{-1}$$

Desse modo, o vetor resposta livre será:

$$\begin{aligned}
 y_{l,1} &= [(1 + \tilde{a}_1(u)) - \tilde{a}_1(u)q^{-1}]y_{l,0} + (0.4 + 0.6q^{-1})\Delta u(k) \\
 &= [1 + \tilde{a}_1(u)]y(k) - \tilde{a}_1(u)y(k-1) + 0.6\Delta u(k-1) \\
 y_{l,2} &= [(1 + \tilde{a}_1(u)) - \tilde{a}_1(u)q^{-1}]y_{l,1} + (0.4 + 0.6q^{-1})\Delta u(k+1) \\
 &= [(1 + \tilde{a}_1(u))^2 - \tilde{a}_1(u)]y(k) - [\tilde{a}_1(u)(1 + \tilde{a}_1(u))]y(k-1) + 0.6[1 + \tilde{a}_1(u)]\Delta u(k-1) \\
 &\quad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots
 \end{aligned}$$

O processo acima repete-se até encontrarmos $y_{l,3}$. Deve-se observar que a resposta livre depende dos valores passados de $u(k)$ e portanto seus parâmetros devem ser recalculados a cada instante de amostragem. O matriz H da resposta forçada é calculada a partir da equação do preditor mostrada em (5.16). No preditor, para efeitos de cálculo da resposta forçada, considera-se os valores da variação do sinal de entrada do instante k para frente.

A simulação do controle da planta para um sinal de referência degrau unitário em comparação com o modelo GPC linear é mostrada na figura 5.1.

Os parâmetros de sintonia do controlador escolhidos heurísticamente são $N1=1$, $NU=3$ e $\lambda=20$.

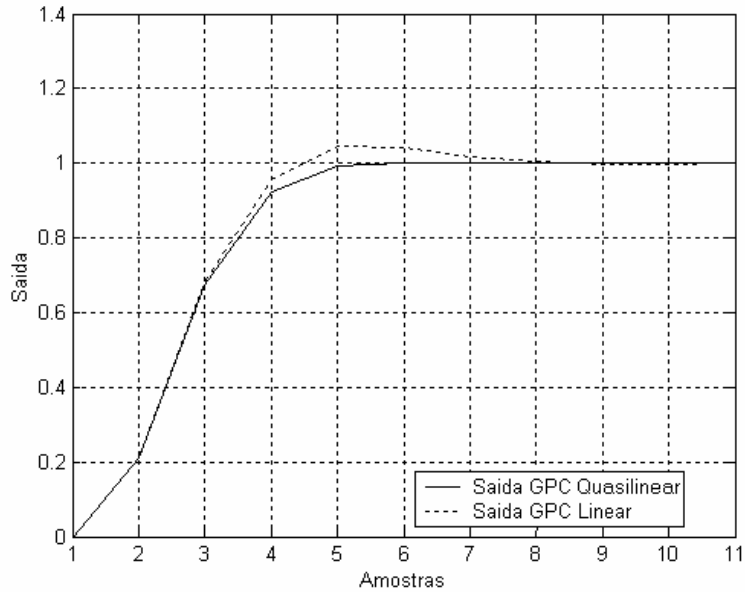


Figura 5.1 - Resultado Comparativo entre o GPC Linear e o GPC Bilinear com aproximação quasilinear por degrau de tempo

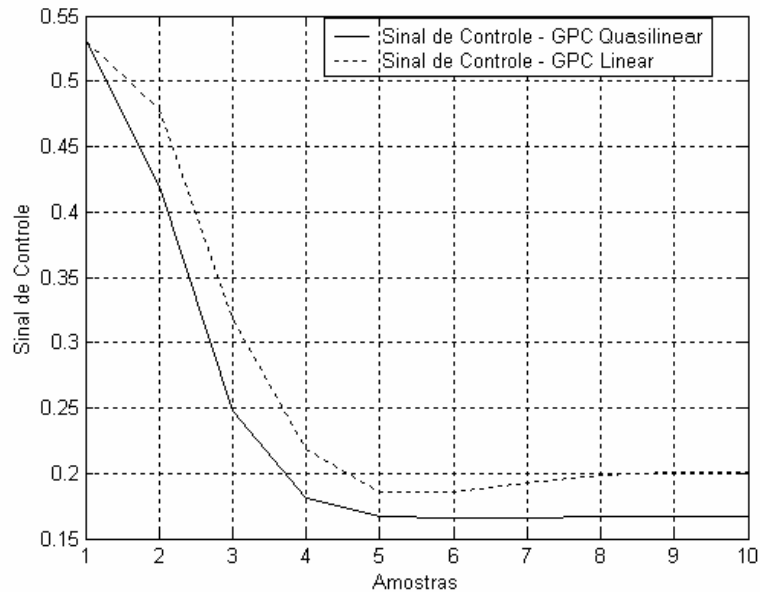


Figura 5.2 - Resultado Comparativo entre os sinais de controle GPC Linear e o GPC Bilinear com aproximação quasilinear por degrau de tempo

A figura 5.2 mostra um gráfico comparativo entre os sinais de controle gerados pelo controlador GPC Bilinear com aproximação quasilinear degrau de tempo e GPC Linear. O modelo linear utilizado é a parte linear do modelo bilinear em questão, ou seja, $y(k) = 0.8y(k-1) + 0.4u(k-1) + 0.6u(k-2)$.

5.6. Conclusões

Neste capítulo foi apresentado o modelo bilinear o qual é uma classe específica de modelos não-lineares. Devido a este fato, foi-se necessário utilizar-se de técnicas de linearização deste modelo para a obtenção de uma lei de controle explícita. A abordagem de linearização pelo método de aproximação quasilinear por degrau de tempo se mostrou eficiente. Isso nos leva a concluir que há um grande horizonte a ser explorado na busca de soluções melhores, embora baseadas em previsões sub-ótimas. Tais soluções serão apresentadas nos capítulos seguintes.

Capítulo VI - Controlador Preditivo Generalizado Bilinear Compensado

6.1. Introdução

As predições feitas para o controlador preditivo generalizado bilinear são sub-ótimas pelo fato de estarmos utilizando uma aproximação (quasilinear por degrau de tempo). Esse erro de predição, gerado devido à aproximação, tende a aumentar com o aumento do horizonte de predição, o que certamente irá degradar o desempenho do controlador em questão.

Neste capítulo mostraremos a utilização de um termo de compensação que tenderá a minimizar a variância do erro de predição. O objetivo do desenvolvimento deste trabalho é desenvolver um controlador que calcule “on-line” o referido termo.

Se aplicarmos uma seqüência de sinais de entrada tanto no modelo bilinear, quanto no modelo quasilinear, e calcularmos as predições i -passos à frente para ambos os modelos, geraremos conseqüentemente uma seqüência de erros de predição i -passos à frente. É possível perceber que há uma relação de não-linearidade entre a seqüência $u(.)$ e o erro de predição no horizonte i . O termo de compensação aqui proposto corresponde a uma linearização da relação de não-linearidade entre $u(.)$ e $e_j(.)$ em que $e_j(.)$ é o vetor de erros de predição para o horizonte j . A figura 6.1 exemplifica o modelo linearizado $L_j(q^{-1})$ para o mapeamento não-linear entre $u(.)$ e $e_j(.)$.

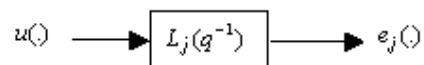


Figura 6.1 - Representação do Termo de Compensação

O termo de compensação é um polinômio da seguinte forma:

$$L_i(q^{-1}) = l_{0,i} + l_{1,i}q^{-1} + l_{2,i}q^{-2} + \dots + l_{n,i}q^{-ni} \quad (6.1)$$

6.2. Propriedades e Estrutura do Termo de Compensação

A ordem do termo de compensação depende do erro de predição e do horizonte de predição. Seus parâmetros devem ser determinados de forma a minimizar a variância do erro de predição. Dessa forma, usaremos um seguinte modelo linear média móvel:

$$\varepsilon_i(k) = L_i(q^{-1})u(k) \quad (6.2)$$

O erro de predição no instante k , e referente ao horizonte i é dado por:

$$\varepsilon_i(k) = y(k+i) - \hat{y}(k+i) \quad (6.3)$$

Em que:

$y(k+i)$ é a saída do sistema bilinear;

$\hat{y}(k+i)$ é a predição i -passos à frente calculada a partir do modelo quasilinear e com informações até o instante k .

O polinômio $L_i(q^{-1})$ corresponde a um termo de compensação dinâmico, de maneira que o ganho estático do modelo compensado mostrado em (6.6) é o mesmo do modelo quasilinear. Desse modo, teremos que $L_i(1) = 0$, o que não modificará o ganho estático do modelo compensado. Com isso, é possível concluir que:

$$\sum_{j=0}^{nl} l_{j,i} = 0 \quad \forall i \quad (6.4)$$

É preciso escolher uma ordem para o termo de compensação que satisfaça o critério de Akaike (mostrado no Apêndice A). Levando em conta o fato do grau do polinômio $\bar{A}(q^{-1}, u)$ ser $(na+1)$, teremos, de acordo com Fontes (2002), a seguinte estrutura do termo de compensação:

$$L_i(q^{-1}) = l_{0,i} + l_{1,i}q^{-i} + l_{2,i}q^{-(i+1)} + \dots + l_{(na-1+i),i}q^{-(na-1+i)} \quad (6.5)$$

O modelo que utilizamos para o desenvolvimento do GPC bilinear compensado é o ARIMAX quasilinear compensado. Sua dinâmica i -passos à frente é mostrada em (6.6).

$$\bar{A}(q^{-1}, u)y(k+i) = q^{-d}[B(q^{-1}) + L_i(q^{-1})]\Delta u(k+i-1) + C(q^{-1})e(k+i) \quad (6.6)$$

De posse da equação do preditor explicitada em (6.6) é possível aplicar a identidade polinomial diofantina afim de separar as respostas livre e forçada. Essa aplicação será mostrada nas seções seguintes.

6.3. Controlador Preditivo Bilinear Generalizado Compensado

Semelhantemente aos algoritmos mostrados nas seções anteriores, GPC compensado também calcula uma seqüência de ações de controle futura que minimiza uma função objetivo multi-passo. Essa função é mostrada em (3.8) sendo $\hat{y}(k+i)$ uma predição sub-ótima i-passos à frente, visto que tal predição é feita a partir da aproximação quasilinear por degrau de tempo.

A partir do exposto, podemos determinar a saída predita i-passos à frente como é mostrado na equação:

$$y(k+i) = \frac{[B(q^{-1}) + L_i(q^{-1})]}{\bar{A}(q^{-1}, u)} \Delta u(k+i-d-1) + \frac{C(q^{-1})}{\bar{A}(q^{-1}, u)} e(k+i) \quad (6.7)$$

Podemos definir:

$$B_i(q^{-1}) = B(q^{-1}) + L_i(q^{-1}) \quad (6.8)$$

em que $B_0(q^{-1}) = B(q^{-1})$, visto que $L_0(q^{-1}) = 0$.

Considerando a seguinte equação diofantina:

$$\frac{C(q^{-1})}{\bar{A}(q^{-1}, u)} = E_i(q^{-1}, u) + q^{-i} \frac{F_i(q^{-1}, u)}{\bar{A}(q^{-1}, u)} \quad (6.9)$$

Em que:

$$\begin{aligned} E_i(q^{-1}, u) &= e_{i,0} + e_{i,1}q^{-1} + \dots + e_{i,i-1}q^{-(i-1)} \\ F_i(q^{-1}, u) &= f_{i,1}q^{-1} + f_{i,2}q^{-2} + \dots + f_{i,na}q^{-na} \end{aligned} \quad (6.10)$$

Substituindo (6.9) em (6.7) teremos:

$$y(k+i) = \frac{[B(q^{-1}) + L_i(q^{-1})]}{\bar{A}(q^{-1}, u)} \Delta u(k+i-d-1) + \left[E_i(q^{-1}, u) + q^{-i} \frac{F_i(q^{-1}, u)}{\bar{A}(q^{-1}, u)} \right] e(k+i) \quad (6.11)$$

Reescrevendo a equação (6.11) teremos:

$$y(k+i) = \frac{[B(q^{-1}) + L_i(q^{-1})]}{\bar{A}(q^{-1}, u)} \Delta u(k+i-d-1) + E_i(q^{-1}, u) e(k+i) + \frac{F_i(q^{-1}, u)}{\bar{A}(q^{-1}, u)} e(k) \quad (6.12)$$

Da equação do modelo, temos:

$$e(k) = \frac{\bar{A}(q^{-1}, u)}{C(q^{-1})} y(k) - \frac{B_i(q^{-1})}{\bar{A}(q^{-1}, u)} \Delta u(k-d-1) \quad (6.13)$$

Dessa maneira, podemos substituir (6.9) em (6.12), o que resulta em:

$$y(k+i) = \frac{B_i(q^{-1})}{C(q^{-1})} \left[\frac{C(q^{-1})}{\bar{A}(q^{-1}, u)} - q^{-i} \frac{F_i(q^{-1}, u)}{\bar{A}(q^{-1}, u)} \right] \Delta u(k+i-d-1) + \frac{F_i(q^{-1}, u)}{C(q^{-1})} y(k) + E_i(q^{-1}) e(k+i) \quad (6.14)$$

É possível verificar que como o grau de $E_i(q^{-1})$ é $(i-1)$, todo o ruído está no futuro, de modo que o valor esperado de $y(k+i)$ é:

$$\varepsilon\{y(k+i)\} = \frac{B_i(q^{-1})}{C(q^{-1})} E_i(q^{-1}, u) \Delta u(k+i-d-1) + \frac{F_i(q^{-1}, u)}{C(q^{-1})} y(k) \quad (6.15)$$

o que nos leva a:

$$\hat{y}(k+i) = \frac{B_i(q^{-1})}{C(q^{-1})} E_i(q^{-1}, u) \Delta u(k+i-d-1) + \frac{F_i(q^{-1}, u)}{C(q^{-1})} y(k) \quad (6.16)$$

Ao utilizar a equação diofantina mostrada em (6.17) teremos a equação do preditor reescrita como mostrado em (6.21).

$$\frac{1}{C(q^{-1})} = M_i(q^{-1}) + q^{-i} \frac{N_i(q^{-1})}{C(q^{-1})} \quad (6.17)$$

$$\hat{y}(k+i) = \left[M_i(q^{-1}) + q^{-i} \frac{N_i(q^{-1})}{C(q^{-1})} \right] [B_i(q^{-1})E_i(q^{-1}, u)\Delta u(k+i-d-1) + F_i(q^{-1}, u)y(k)] \quad (6.18)$$

A equação (6.18) pode ser reescrita como é mostrado em (6.19):

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+i) = & M_i(q^{-1})E_i(q^{-1}, u)B_i(q^{-1})\Delta u(k+i-d-1) + M_i(q^{-1})F_i(q^{-1}, u)y(k) + \\ & N_i(q^{-1}) \left[\frac{B_i(q^{-1})}{C(q^{-1})} E_i(q^{-1}, u)\Delta u(k+i-d-1) + \frac{F_i(q^{-1}, u)}{C(q^{-1})} y(k-i) \right] \end{aligned} \quad (6.19)$$

de modo que, a partir da equação (6.16) teremos:

$$\hat{y}(k) = q^{-i} \hat{y}(k+i) = \frac{B_i(q^{-1})}{C(q^{-1})} E_i(q^{-1}, u)\Delta u(k-d-1) + \frac{F_i(q^{-1}, u)}{C(q^{-1})} y(k-i) \quad (6.20)$$

Isso nos leva a:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+i) = & M_i(q^{-1})E_i(q^{-1}, u)B_i(q^{-1})\Delta u(k+i-d-1) + \\ & [M_i(q^{-1})F_i(q^{-1}, u) + N_i(q^{-1})]y(k) \end{aligned} \quad (6.21)$$

Definindo:

$$\begin{aligned} H_i(q^{-1}, u) &= M_i(q^{-1})E_i(q^{-1}, u)B_i(q^{-1}) \\ F_i'(q^{-1}, u) &= M_i(q^{-1})F_i(q^{-1}, u) + N_i(q^{-1}) \end{aligned} \quad (6.22)$$

têm-se a seguinte equação do preditor:

$$\hat{y}(k+i) = H_i(q^{-1}, u)\Delta u(k+i-d-1) + F_i'(q^{-1}, u)y(k) \quad (6.23)$$

Para o caso em que $C(q^{-1})=1$ teremos que $M_i(q^{-1})=1$ e $N_i(q^{-1})=0$, de modo que:

$$\begin{aligned} H_i(q^{-1}, u) &= E_i(q^{-1}, u)B_i(q^{-1}) \\ F_i'(q^{-1}, u) &= F_i(q^{-1}, u) \end{aligned} \quad (6.24)$$

A função objetivo utilizada é a mesma mostrada em (3.3). A função objetivo será minimizada por uma seqüência de ações de controle futuras e atual. Como o sistema possui um retardo natural de d períodos de amostragem mais o retardo provocado pelo segurador de ordem zero (*zero order hold*), a saída do sistema será influenciada pela entrada $u(k)$ após $(d+1)$ períodos de amostragem. Devido a isso, o horizonte mínimo de predição será $N_1 = d+1$ e $NY = d + NU = N$.

O conjunto de predições sub-ótimas dentro do intervalo de predição é:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+d+1) &= H_{d+1}\Delta u(k) + F_{d+1}'y(k) \\ \hat{y}(k+d+2) &= H_{d+2}\Delta u(k+1) + F_{d+2}'y(k) \\ &\vdots \\ \hat{y}(k+d+N) &= H_{d+N}\Delta u(k+N-1) + F_{d+N}'y(k) \end{aligned} \quad (6.25)$$

As predições mostradas em (6.25) podem ser escritas na seguinte forma matricial:

$$y = H(u)u + F''(q^{-1}, u)y(k) + H'(q^{-1}, u)\Delta u(k-1) \quad (6.26)$$

Em que:

$$y = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+d+1) \\ \hat{y}(k+d+2) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+d+N) \end{bmatrix}; \quad u = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N-1) \end{bmatrix}; \quad F''(q^{-1}, u) = \begin{bmatrix} F_{d+1}'(q^{-1}) \\ F_{d+2}'(q^{-1}) \\ \vdots \\ F_{d+N}'(q^{-1}) \end{bmatrix}; \quad (6.27)$$

$$H(u) = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ h_1 & h_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N-1} & h_{N-2} & \cdots & h_0 \end{bmatrix}; \quad H'(q^{-1}, u) = \begin{bmatrix} [H_{d+1}(q^{-1}) - h_0]q \\ [H_{d+2}(q^{-1}) - h_0 - h_1q^{-1}]q^2 \\ \vdots \\ [H_{d+N}(q^{-1}) - h_0 - h_1q^{-1} - \cdots - h_{N-1}q^{-(N-1)}]q^N \end{bmatrix};$$

Semelhantemente aos casos anteriores, o vetor de resposta livre é dado por:

$$y_l = F''(q^{-1})y(k) + H'(q^{-1}, u)\Delta u(k-1) \quad (6.28)$$

A partir da equação do preditor é possível observar que a resposta forçada é dada por:

$$y_f = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & 0 \\ h_1 & h_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N-1} & h_{N-2} & \dots & h_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N-1) \end{bmatrix} = H(u)u \quad (6.29)$$

Desse modo, podemos afirmar que a resposta completa do sistema é dada por:

$$y = H(u) + y_l \quad (6.30)$$

Com as equações ótimas dos preditores juntamente com a função objetivo definida, podemos determinar a lei de controle.

$$u = (H(u)^T H(u) + \lambda I)^{-1} H(u)^T (r - y_l) \quad (6.31)$$

Como já foi mencionado, o GPC obedece o princípio do horizonte móvel, ou seja, somente o primeiro elemento do vetor de controle u calculado é aplicado à planta. Tal elemento é dado por:

$$\Delta u(k) = K(r - y_l) \quad (6.32)$$

em que K é a primeira linha da matriz $(H(u)^T H(u) + \lambda I)^{-1} H(u)^T$.

6.4. Exemplo do Controlador Preditivo Generalizado Bilinear Compensado

Tomemos como exemplo o modelo de primeira ordem de um determinado sistema, dado por:

$$y(k) = 0.2y(k-1) + 0.4u(k-1) + 0.6y(k-1)u(k-1) + \frac{e(k)}{\Delta}$$

O modelo quasilinear por degrau de tempo é:

$$y(k) = \tilde{a}_1(u)y(k-1) + 0.4u(k-1)$$

sendo $\tilde{a}_1(u) = 0.2 + 0.6u(k-1)$.

Os parâmetros de sintonia considerados foram $N1=1$, $NU=4$ e $\lambda=20$. De acordo com o modelo explicitado em (6.5) teremos a seguinte estrutura para o termo de compensação:

$$L_i(q^{-1}) = l_{0,i} + l_{1,i}q^{-i}$$

Estimamos os termos de compensação para $u = 0.5 \pm 2\%$ e obtivemos:

$$\begin{aligned} L_1(q^{-1}) &= 0.2405 - 0.2405q^{-1}; & L_2(q^{-1}) &= 0.1746 - 0.1746q^{-2} \\ L_3(q^{-1}) &= 0.1369 - 0.1369q^{-3}; & L_4(q^{-1}) &= 0.1104 - 0.1104q^{-4} \end{aligned}$$

Observamos que o termo de compensação estimado obedece à expressão explicitada em (6.4). Para efeitos de comparação, foram plotados os gráficos da saída da planta sendo controlada pelo controlador baseado no modelo quasilinear e pelo controlador quasilinear compensado. Estes gráficos são mostrados na figura 6.2. A figura 6.3 mostra os sinais de controle gerados pelo controlador baseado no modelo quasilinear e pelo controlador baseado no modelo quasilinear compensado.

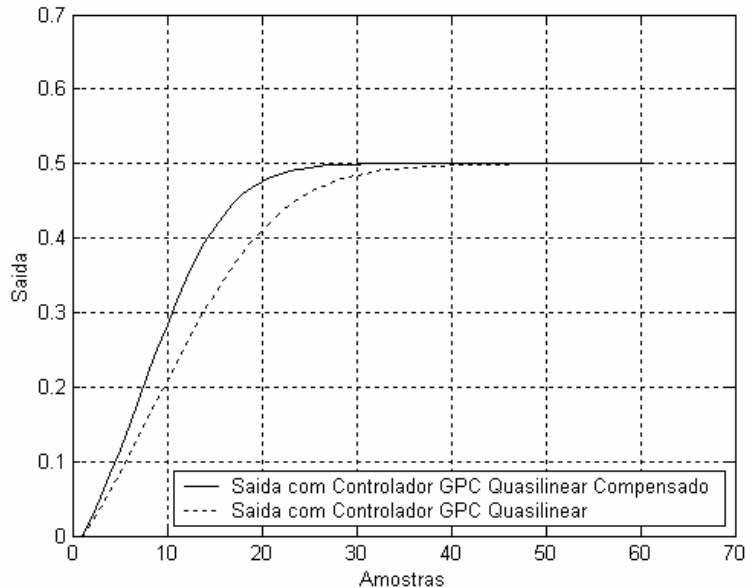


Figura 6.2 - Comparação do sinal de saída do sistema bilinear utilizando o controlador GPC baseado no modelo quasilinear e o controlador GPC baseado no modelo quasilinear compensado

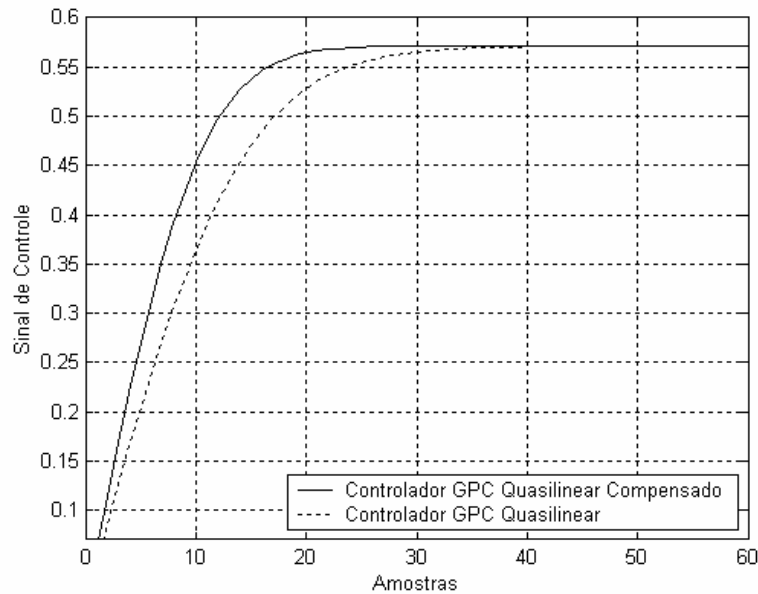


Figura 6.3 - Comparação do sinal de controle gerado pelo o controlador GPC baseado no modelo quasilinear e o controlador GPC baseado no modelo quasilinear compensado

Os gráficos mostram o melhor desempenho do controlador baseado no modelo quasilinear compensado em relação ao controlador baseado no modelo quasilinear sem compensação.

6.5. Conclusões

Neste capítulo foi apresentado o controlador preditivo generalizado bilinear compensado, o qual é baseado no modelo quasilinear compensado. O termo de compensação utilizado para este modelo é estimado para um determinado ponto de operação sendo, portanto, inválido quando a planta operar em outro ponto de operação. Tal observação justifica seu cálculo adaptativo que será mostrado no capítulo seguinte.

Capítulo VII - Controlador Preditivo Bilinear Compensado com Termo de Compensação Adaptativo

7.1. Introdução

O objetivo deste trabalho consiste em desenvolver um controlador preditivo bilinear compensado com termo de compensação adaptativo, ou seja, calculado “on-line”. Tal objetivo possui uma motivação que baseia-se na queda de desempenho do controlador quando estimamos um termo de compensação $L_i(q^{-1})$ para o horizonte i e o mesmo é fixo, no algoritmo, para qualquer faixa de ação de controle.

Essa queda de desempenho deve-se a não linearidade existente entre o erro de predição e o sinal de entrada. Obviamente, por estarmos utilizando um modelo linear para representar esta não-linearidade, facilmente podemos perceber que este modelo não representará fielmente o sistema para todas as faixas de sinais de controle utilizadas.

Sob este ponto de vista, este trabalho propõe-se estimar de modo “on-line” os parâmetros do termo de compensação e utilizá-los juntamente com o controlador. A partir do nível de sinal de controle gerado pelo controlador, o estimador mostrado na seção 4 calculará o termo de compensação para aquele nível de sinal de controle (considerando uma faixa de $\pm 2\%$ do sinal).

7.2. Método dos Mínimos Quadrados Recursivos, Aplicado à Identificação do Termo de Compensação

O método dos mínimos quadrados, apresentado anteriormente, pode ser facilmente adaptado à identificação do termo de compensação (Aström & Wittenmak, 1995). Sabendo que o modelo (média móvel) considerado é da forma mostrada em (6.2) e supondo uma estrutura do termo de compensação mostrada em (6.5), teremos que:

$$\varepsilon_i(k) = l_{0,i}u(k) + l_{1,i}u(k-i) + l_{2,i}u(k-i-1) + \dots + l_{(na-1+i),i}u(k-na+1-i) \quad (7.1)$$

Isso nos leva a estrutura da matriz regressora mostrada na expressão (7.2).

$$x_{i,k+1}^T = [u(k) \quad \underline{0} \quad u(k-i) \quad \dots \quad u(k-na+1-i)] \quad (7.2)$$

Em que:

$\underline{0}$ é um vetor e elementos zeros com dimensão $1 \times (i-1)$;

$x_{i,k+1}^T$ é o vetor transposto de regressores referente ao horizonte i .

Desse modo, a equação para encontrar o vetor de parâmetros do termo de compensação é:

$$\hat{\theta}_{i,N+1} = \hat{\theta}_{i,N} + K_N (\varepsilon_{i,N+1} - x_{i,N+1}^T \hat{\theta}_{i,N}) \quad (7.3)$$

Em que:

$\hat{\theta}_{i,N+1}$ é o vetor de parâmetros de $L_i(q^{-1})$ e calculados no instante $N+1$;

$\varepsilon_{i,N+1}$ é o erro de predição referente ao horizonte i no instante $N+1$, dado por $y(N+1+i) - \hat{y}(N+1+i)$;

7.3. Análise da Identificação do Termo de Compensação

A não linearidade do erro de predição faz com que os parâmetros estimados para um determinado nível de sinal sejam diferentes para outro sinal. Vejamos o exemplo para a planta de segunda ordem a seguir:

$$y(k) = 0.2y(k-1) + 0.1y(k-2) + 0.4u(k-1) + 0.8y(k-1)u(k-1) + 0.6y(k-2)u(k-2) + \frac{e(k)}{\Delta}$$

Observando a estrutura do termo de compensação proposta por Fontes (2002) e explicitada em (6.5), teríamos a seguinte estrutura para a referida planta:

$$L_i(q^{-1}) = l_{0,i} + l_{1,i}q^{-i} + \dots + l_{1,i}q^{-(1+i)}$$

Estimando os parâmetros do termo de compensação acima para o horizonte 1 e com um PRBS dentro da faixa $u = 0.3 \pm 2\%$, teremos o seguinte termo de compensação:

$$L_1(q^{-1}) = 0.3432 - 0.0858q^{-1} - 0.2575q^{-2}$$

Estimando os parâmetros do mesmo termo de compensação no horizonte 1 porém com o PRBS dentro da faixa de $u = 0.4 \pm 2\%$, chegaremos ao seguinte termo de compensação:

$$L_1(q^{-1}) = 0.9150 - 0.2287q^{-1} - 0.6866q^{-2}$$

Minimizando o erro de predição com os dois termos de compensação acima explicitados através da expressão (6.2), porém com o sinal de entrada sendo um PRBS dentro da faixa de $u = 0.4 \pm 2\%$ obteremos o gráfico do erro de predição mostrado na figura 7.1.

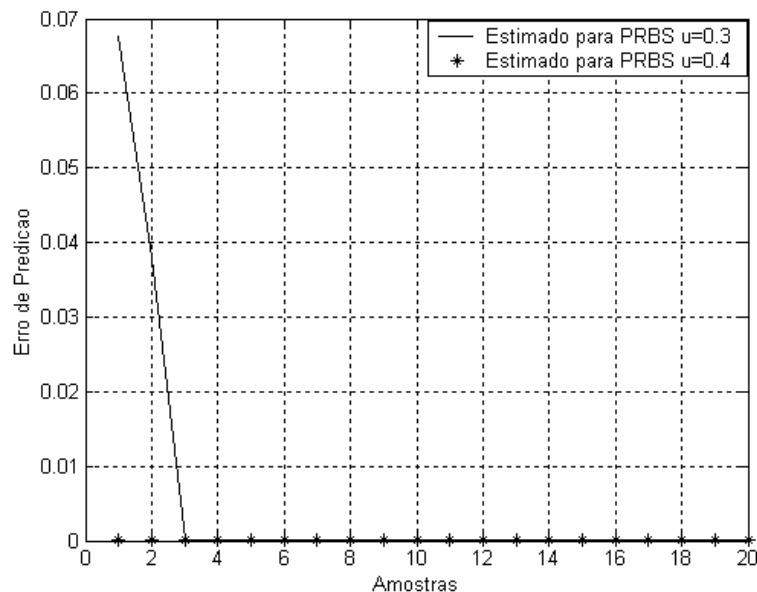


Figura 7.1 - Resultado Comparativo entre a minimização do erro de predição com termo de compensação estimado para PRBS com níveis diferentes de sinal

É possível perceber que o termo de compensação estimado para um PRBS dentro da faixa de $u = 0.4 \pm 2\%$ consegue minimizar com melhor desempenho o erro de predição, visto que o sinal de entrada usado na expressão (6.2) é um PRBS na faixa de $u = 0.4 \pm 2\%$. Isso mostra a necessidade do cálculo adaptativo do termo de compensação, visto que um termo de compensação estimado para um determinado ponto de operação não irá conseguir minimizar tão bem o erro de predição quando a planta estiver em outro ponto de operação.

7.4. Estrutura proposta para o controlador adaptativo

A estrutura proposta para o controlador pode ser visualizada na figura 7.2.

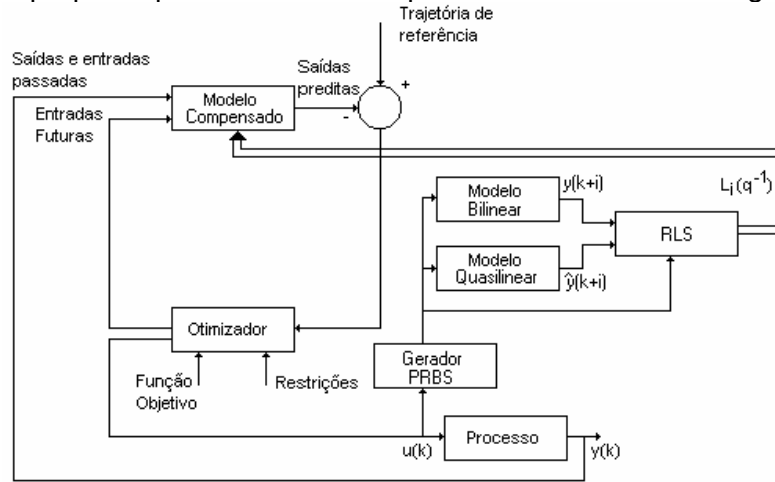


Figura 7.2 - Diagrama de blocos proposto para o controlador preditivo generalizado bilinear compensado adaptativo

A estrutura baseia-se no modelo NARIMAX quasilinear compensado. A partir do novo ponto de operação do processo, o sinal de controle no instante k é amostrado para a geração do sinal PRBS a ser aplicado ao modelo bilinear e ao modelo quasilinear. A partir das saídas previstas dentro do horizonte de controle NU dos dois sistemas, o erro de predição referente a cada horizonte é calculado. A partir do sinal PRBS gerado e do erro de predição calculado, os novos termos de compensação são calculados pelo algoritmo RLS.

7.5. Exemplos do Emprego do Controlador

7.5.1. Exemplo 1 - Sistema de Primeira Ordem

Vejamos o exemplo para a seguinte planta de primeira ordem:

$$y(k) = 0.2y(k-1) + 0.4u(k-1) + 0.6y(k-1)u(k-1) + \frac{e(k)}{\Delta}$$

O modelo quasilinear por degrau de tempo é:

$$y(k) = \tilde{a}_1(u)y(k-1) + 0.4u(k-1)$$

sendo $\tilde{a}_1(u) = 0.2 + 0.6u(k-1)$.

Os parâmetros de sintonia considerados foram $N1 = 1$, $NU = 4$ e $\lambda = 300$. De acordo com o modelo explicitado em (6.5) teremos a seguinte estrutura para o termo de compensação:

$$L_i(q^{-1}) = l_{0,i} + l_{1,i}q^{-i}$$

Para efeitos de comparação, estimamos os termos de compensação para $u = 0.5 \pm 2\%$ e obtemos:

$$L_1(q^{-1}) = 0.2405 - 0.2405q^{-1}$$

$$L_2(q^{-1}) = 0.1746 - 0.1746q^{-2}$$

$$L_3(q^{-1}) = 0.1369 - 0.1369q^{-3}$$

$$L_4(q^{-1}) = 0.1104 - 0.1104q^{-4}$$

Observamos que o termo de compensação identificado obedece a expressão explicitada em (6.4). A simulação foi realizada levando-se a saída do sistema para 1 e logo em seguida modificando-se o ponto de operação para 1.5. A figura 7.3 mostra o gráfico comparativo entre o controlador com termo de compensação adaptativo e o controlador sem adaptatividade com termo de compensação mostrado acima.

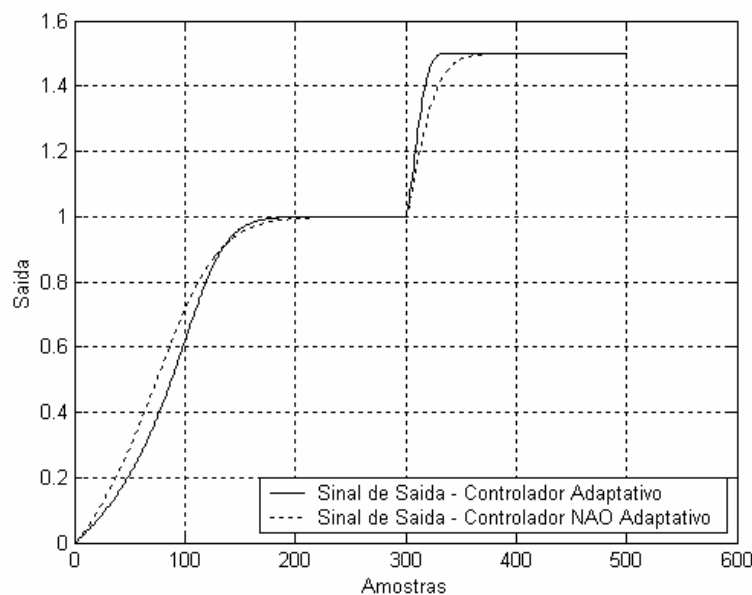


Figura 7.3 - Comparação do sinal de saída para do sistema bilinear utilizando o controlador com termo de compensação adaptativo e o controlador com termo de compensação fixo.

A figura 7.4 mostra o gráfico comparativo para o sinal de controle gerado pelos controladores adaptativo e não adaptativo.

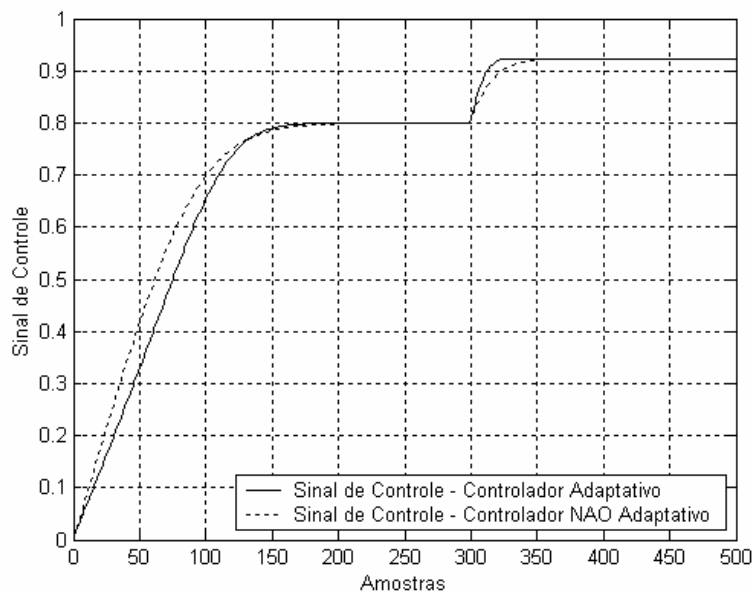


Figura 7.4 - Comparação do sinal de controle gerado pelo controlador com termo de compensação adaptativo e o controlador com termo de compensação fixo.

Observa-se o melhor desempenho do controlador com termo de compensação adaptativo em relação ao controlador com termo de compensação fixo. Esse desempenho é ainda mais significativo quando o sistema se afasta do ponto de operação no qual o termo de compensação do controlador sem adaptação foi estimado, no caso, $u = 0.5 \pm 2\%$.

7.5.2. Exemplo 2 - Sistema de Segunda Ordem

Usaremos agora um exemplo de uma planta de segunda ordem:

$$y(k) = 0.2y(k-1) + 0.1y(k-2) + 0.4u(k-1) + 0.8y(k-1)u(k-1) + 0.6y(k-2)u(k-2) + \frac{e(k)}{\Delta}$$

O modelo quasilinear por degrau de tempo para o sistema acima é:

$$y(k) = \tilde{a}_1 y(k-1) + \tilde{a}_2 y(k-2) + 0.4u(k-1) + \frac{e(k)}{\Delta}$$

sendo $\tilde{a}_1 = 0.2 + 0.8u(k-1)$ e $\tilde{a}_2 = 0.1 + 0.6u(k-2)$.

Os parâmetros escolhidos, heurísticamente, foram $N1 = 1$, $NU = 4$ e $\lambda = 250$. Neste caso, como se está tratando de um modelo de segunda ordem, teremos de acordo com a expressão (6.5) a seguinte estrutura para o termo de compensação:

$$L_i(q^{-1}) = l_{0,i} + l_{1,i}q^{-i} + l_{2,i}q^{-(1+i)}$$

Para efeitos de comparação identificamos o termo de compensação para $u = 0.5 \pm 2\%$ e obtivemos:

$$L_1(q^{-1}) = 0.0273 - 0.0346q^{-1} + 0.0073q^{-2}; L_2(q^{-1}) = 0.0448 - 0.0940q^{-2} + 0.0492q^{-3}$$

$$L_3(q^{-1}) = 0.1460 - 0.0337q^{-3} - 0.1123q^{-4}; L_4(q^{-1}) = 0.1997 - 0.0467q^{-4} - 0.1530q^{-5}$$

A figura 7.5 mostra o gráfico comparativo da saída da planta com o controlador adaptativo e com o controlador não adaptativo.

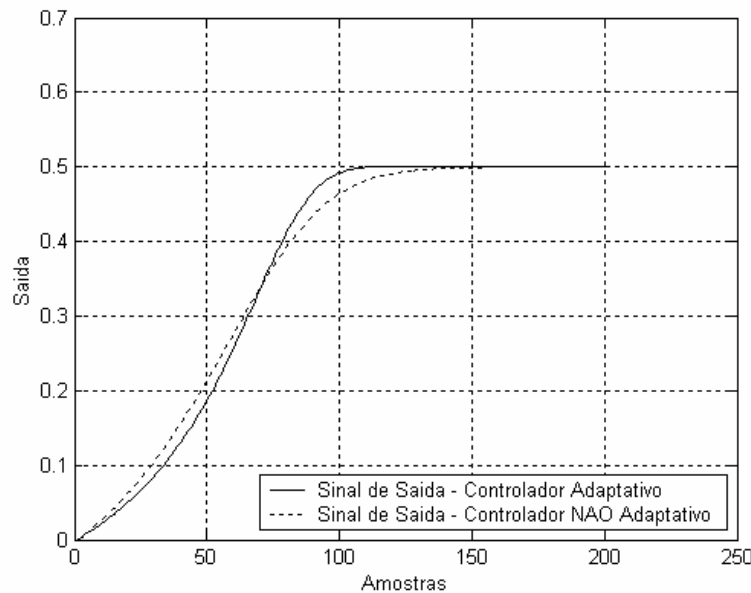


Figura 7.5 - Comparação do sinal de saída para do sistema bilinear de segunda ordem utilizando o controlador com termo de compensação adaptativo e o controlador com termo de compensação fixo.

Os sinais de controle gerados por ambos controladores, para efeitos de comparação, são mostrados na figura 7.6. É possível observar que ao aproximar-se do regime, tanto nos casos de primeira como de segunda ordem, o controlador

adaptativo possui um melhor comportamento. É importante lembrar também que o controlador adaptativo inicializa sem compensação, ou seja, com termo de compensação de parâmetros nulos, o que justifica sua pior performance nos primeiros instantes de amostragem.

Os casos em que há maior utilidade do controlador com termo de compensação adaptativo são os casos onde há variações nos parâmetros da planta e variação no ponto de operação. Será mostrado neste trabalho o desempenho dos controladores (adaptativo e não adaptativo) atuando em plantas com variação de parâmetros.

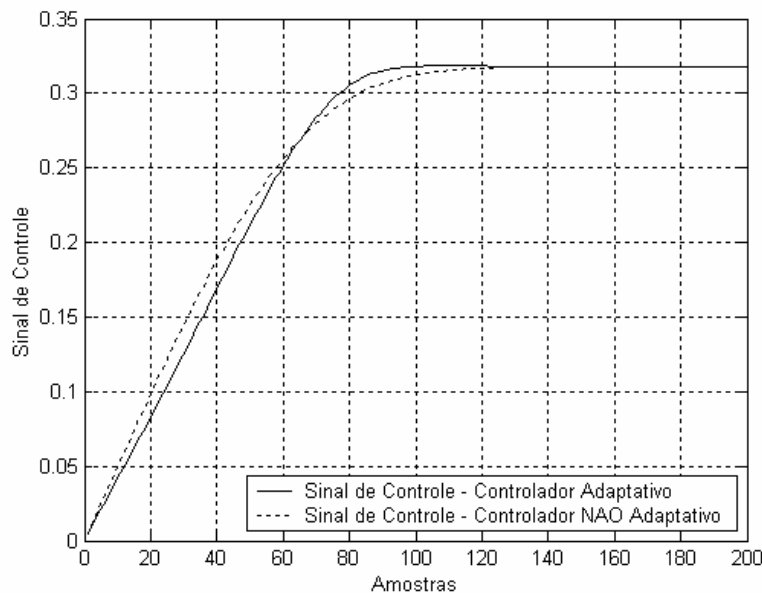


Figura 7.6 - Comparação do sinal de controle gerado pelo controlador com termo de compensação adaptativo e o controlador com termo de compensação fixo para um sistema de segunda ordem

7.5.3. Exemplo 3 - Sistema de Segunda Ordem com Variação nos parâmetros da planta

Consideraremos para este exemplo o mesmo sistema de segunda ordem da seção anterior com variação de 10% nos parâmetros da planta. A figura 7.7 mostra o comportamento da saída da planta e a figura 7.8 mostra o sinal de controle gerado pelo controlador adaptativo e pelo controlador não adaptativo para efeito de comparação.

Para este caso, a partir da amostra 200 da simulação, é aplicada a variação de 10% nos parâmetros da planta. Observa-se na figura 7.7 que o controlador adaptativo consegue fazer com que a planta retorne mais rapidamente a sua referência em relação ao controlador não adaptativo.

Esses casos (variação de parâmetros na planta e variações no ponto de operação) são aqueles nos quais o controlador adaptativo é mais recomendado. A simulação considera os mesmos parâmetros de sintonia utilizados na seção anterior, a saber: $N1 = 1$, $NU = 4$ e $\lambda = 250$. Os parâmetros do estimador utilizados em todos os exemplos foram fator de esquecimento $\lambda_{esq} = 0.999$ e diagonal da matriz de covariância $P = 10^6 I$.

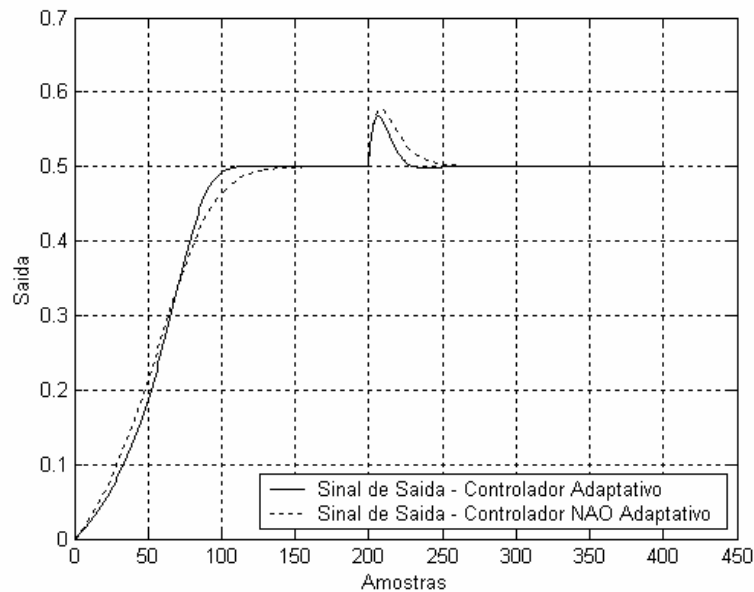


Figura 7.7 - Comparação do sinal de saída para do sistema bilinear de segunda ordem com variação de 10% nos parâmetros utilizando o controlador com termo de compensação adaptativo e o controlador com termo de compensação fixo.

É importante ressaltar que os modelos novos (com variação) são informados aos modelos compensado, bilinear e quasilinear, mostrados na figura 7.2.

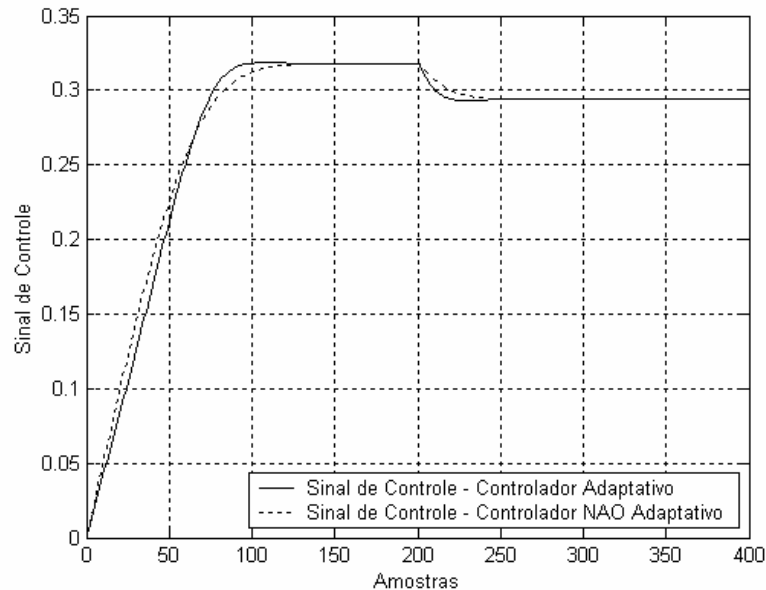


Figura 7.8 - Comparação do sinal de controle gerado pelo controlador com termo de compensação adaptativo e o controlador com termo de compensação fixo para um sistema de segunda ordem com variação de 10% nos parâmetros

7.6. Análise do Esforço Computacional

Como a cada instante de amostragem uma nova estimativa é feita, é necessário se fazer uma verificação do esforço computacional do controlador para se verificar a viabilidade de seu uso. O número de iterações para convergência do algoritmo RLS neste caso é de vital importância para a análise do esforço computacional. Tal convergência depende basicamente do número de parâmetros do termo de compensação o qual depende da ordem da planta.

Nos sistemas mostrados neste trabalho a convergência se deu em menos de 10 iterações, o que não influenciou significativamente no tempo total de simulação, nem iria influenciar numa possível implementação para uso em sistemas reais. Geralmente os controladores preditivos são utilizados em plantas lentas, com constante de tempo da ordem de minutos.

7.7. Conclusões

Neste capítulo foi apresentado o cálculo adaptativo do termo de compensação para o modelo quasilinear compensado explicitado.

Observa-se que o controlador adaptativo apresenta um melhor desempenho nos casos em que tais controladores são requeridos, a saber: variação no ponto de operação e variação de parâmetros. Esta é a principal contribuição desta dissertação, que apresenta uma implementação do controlador preditivo generalizado bilinear baseado no modelo quasilinear compensado, com termo de compensação adaptativo.

Capítulo VIII - Conclusões e Perspectivas

Este trabalho mostra uma linha de pesquisa de ampla aplicação na indústria. Isso vem motivando a academia a investir em pesquisas que dão suporte às aplicações industriais.

Os controladores preditivos mostram grande eficiência e facilidade na implementação. A eficiência consiste na capacidade de o controlador prever a saída do sistema dentro de um horizonte de predição para uma determinada ação de controle. A facilidade de implementação deve-se a obtenção analítica lei de controle.

Um entrave superável é a questão da sintonia do controlador, que possui um número maior de parâmetros a serem sintonizados. Isto nos leva a propor trabalhos de pesquisa em cima de métodos de sintonia para tais controladores.

O modelo quasilinear com compensação utilizado mostrou-se bastante representativo na modelagem de sistemas bilineares. O termo de compensação inserido melhora significativamente o desempenho do controlador GPC bilinear, visto que o mesmo, por ter predições baseadas numa aproximação (quasilinear por degrau de tempo), tem seu desempenho degradado.

Uma característica bastante relevante do erro de predição gerado pela aproximação quasilinear por degrau de tempo é a sua grande relação não-linear com o sinal aplicado. Isso levou à idéia de introdução de um termo de compensação que mapeia a dinâmica não linear do erro de predição através de um modelo linear. Utilizando o termo de compensação adaptativo conseguimos perceber uma significativa melhora em relação ao controle com termo de compensação fixo. Alguns trabalhos complementares podem ser propostos tais como: uma implementação com termo de compensação adaptativo para o controlador preditivo generalizado bilinear compensado mutivariável, e as implementações adaptativas para os casos com ruído colorido, visto que este trabalho concentra-se apenas nos casos com ruído branco. Ainda há possibilidades de investimentos no tratamento de restrições visto que a maioria dos processos industriais estão sujeitos a restrições tanto na entrada quanto na saída.

Referências Bibliográficas

- [1] Aguirre L. A. *Introdução à Identificação de Sistemas: técnicas lineares e não lineares aplicadas a sistemas reais*. Ed. UFMG, Belo Horizonte, 2000.
- [2] Aström K.J. and Wittenmak B. *Adaptive Control*. Addison-Wesley Publishing Company, 1995.
- [3] Camacho E. F. and Bordons C. *Model Predictive Control*. Springer-Verlag, New York, 1998.
- [4] Clarke D. W., Mohtadi C. And Tuffs P. S. *Generalized Predictive Control – Parts 1 and 2*. Automatica: Vol. 21, n.º2, 1987.
- [5] Doyle III F. J., Ogunnaike B. A. And Pearson Ronal K.. *Nonlinear Model-Based Control Using Second-Order Volterra Models*. Automatica: Vol. 31, n.º5, pp. 697-714, 1995.
- [6] Fontes, A. B. *Desenvolvimento e Avaliação de Controladores Preditivos Baseados em Modelos Bilineares*. Tese de Doutorado, PPgEE/UFRN, 2002.
- [7] Goodhart S. G., Burnham K. J. and James D.J. G. *Bilinear Self-tuning Control of a high temperature Heat Treatment Plant*. IEEE Control Theory Appl.: Vol. 141, n.º1, January, 1994.
- [8] Yeo Y. K. and Williams D. C. *Bilinear model Predictive control*. Ind. Eng. Chem. Res., 26, pp. 2267-2274, 1987.

Apêndice A

A.1. CRITÉRIO DE AKAIKE

No processo de identificação de um sistema dinâmico, após a definição da estrutura do modelo, a escolha da ordem que melhor se ajusta a dinâmica do sistema é fundamental. É natural. Na definição da ordem do modelo, que se compare os resultados obtidos, com o mesmo conjunto de dados e diferentes ordens. O critério de *Akaike* é provavelmente a melhor técnica conhecida na escolha da melhor ordem, em que o modelo é testado para um determinado conjunto de dados. Este critério é baseado no cálculo de um dado índice definido por:

$$AK = \left(\frac{1 + \frac{n}{N}}{1 - \frac{n}{N}} \right) V \quad (\text{A.1})$$

Em que:

V representa uma função custo, que é a soma dos quadrados dos erros de predição, definido como a diferença entre a saída real e a estimada pelo modelo;

n representa o número total de parâmetros a serem estimados;

N representa o total de dados utilizados.

Apêndice B

B.1. SOLUÇÃO RECURSIVA DA EQUAÇÃO DIOFANTINA

Considere a seguinte identidade polinomial

$$\frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} = F_i(q^{-1}) + q^{-i} \frac{G_i(q^{-1})}{A(q^{-1})} \quad (\text{B.1})$$

Isto é:

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1})F_i(q^{-1}) + q^{-i}G_i(q^{-1}) \quad (\text{B.2})$$

Sendo:

$$\begin{aligned} C(q^{-1}) &= 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_nq^{-n} \\ A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_nq^{-n} \\ F_i(q^{-1}) &= 1 + f_1q^{-1} + f_2q^{-2} + \dots + f_{i-1}q^{-(i-1)} \\ G_i(q^{-1}) &= g_0 + g_1q^{-1} + g_2q^{-2} + \dots + g_{n-1}q^{-(n-1)} \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Substituindo-se tem-se que:

$$\begin{aligned} (1 + c_1q^{-1} + \dots + c_nq^{-n}) &= (1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}) \\ &+ (1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{i-1}q^{-(i-1)}) + \\ &+ g_0q^{-i} + g_1q^{-(i+1)} + \dots + g_{n-1}q^{-(i+n-1)} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

ou ainda,

$$\begin{aligned} (1 + c_1q^{-1} + \dots + c_nq^{-n}) &= (1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}) + \\ &+ (f_1q^{-1} + a_1f_1q^{-2} + \dots + a_nf_1q^{-(n+1)}) + \dots + \\ &+ (f_{i-1}q^{-(i-1)} + a_1f_{i-1}q^{-i} + \dots + a_nf_{i-1}q^{-n-i+1}) + \\ &+ g_0q^{-i} + g_1q^{-i-1} + \dots + g_{n-1}q^{-i-n+1} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Igualando-se os coeficientes dos polinômios, obtêm-se os coeficientes dos diversos termos da identidade polinomial:

$$\text{Grau 1: } c_1 = a_1 + f_1 \Rightarrow f_1 = c_1 - a_1$$

$$\text{Grau 2: } c_2 = a_2 + a_1f_1 + f_2 \Rightarrow f_2 = c_2 - a_1f_1$$

$$\text{Grau 3: } c_3 = a_3 + a_2f_1 + a_1f_2 + f_3 \Rightarrow f_3 = c_3 - a_2f_1 - a_1f_2$$

$$\text{Grau 4: } c_4 = a_4 + a_3f_1 + a_2f_2 + a_1f_3 + f_4 \Rightarrow f_4 = c_4 - a_3f_1 - a_2f_2 - a_1f_3$$

$$\text{Grau (i-1): } c_{i-1} = a_{i-1} + \sum_{j=1}^{i-2} a_j f_{i-j-1} + f_{i-1} \Rightarrow f_{i-1} = c_{i-1} - a_{i-1} - \sum_{j=1}^{i-2} a_j f_{i-j-1}$$

Análise de q^{-i} até q^{-n} . Cálculo dos $(n-i+1)$ coeficientes de $G_i(q^{-1})$.

$$\text{Grau i: } c_i = a_i + a_{i-1}f_1 + a_{i-2}f_2 + \dots + a_1f_{i-1} + g_0$$

$$\Rightarrow g_0 = c_i - a_i - a_{i-1}f_1 - \dots - a_1f_{i-1} = c_i - a_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{i-j}f_j$$

$$\text{Grau (i+1): } c_{i+1} = a_{i+1} + a_i f_1 + a_{i-1} f_2 + \dots + a_2 f_{i-1} + g_1$$

$$\Rightarrow g_1 = c_{i+1} - a_{i+1} - \sum_{j=1}^{i-1} a_{i+1-j} f_j$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\text{Grau n: } c_n = a_{n-1}f_1 + a_{n-2}f_2 + \dots + a_{n-i+1}f_{i-1} + g_{n-i}$$

$$\Rightarrow g_{n-i} = c_n - a_n - \sum_{j=1}^{i-1} a_{n-j} f_j$$

A lei de recorrência portanto, nesta faixa, para o cálculo de coeficientes de $G_i(q^{-1})$, pode ser escrita como:

$$g_j = c_{i+j} - a_{i+j} - \sum_{q=1}^{i-1} a_{i+j+q} f_q \quad (\text{B.6})$$

Análise de $q^{-(n+1)}$ até $q^{-(n+i-1)} \Rightarrow$ cálculo dos $(i-1)$ coeficientes de $G_i(q^{-1})$

$$\text{Grau (n+1)} \quad a_n f_1 + a_{n-1} f_2 + \dots + a_{n-i+2} f_{i-1} + g_{n-i+1} = 0 \Rightarrow g_{n-i+1} = - \sum_{j=1}^{i-1} a_{n-j+1} f_j$$

$$\text{Grau (n+2)} \quad a_n f_2 + \dots + a_{n-d+3} f_{i-1} + g_{n-i+2} = 0 \Rightarrow g_{n-i+2} = - \sum_{j=2}^{i-1} c_{n-j+2} f_j$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\text{Grau (n+i-1)} \quad a_n f_{i-1} + g_{n-1} = 0 \Rightarrow g_{n-1} = -a_n f_{i-1}$$