



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA TEÓRICA E EXPERIMENTAL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

# ESTUDO DO FLUXO DE NEUTRINO SOLAR COM O CÓDIGO EVOLUTIVO DE TOULOUSE - GENEVA

FLÁVIO MAUX VIANNA DA SILVA

NATAL-RN  
2014

FLÁVIO MAUX VIANNA DA SILVA

ESTUDO DO FLUXO DE NEUTRINO SOLAR COM O  
CÓDIGO EVOLUTIVO DE TOULOUSE - GENEVA

*Apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física Teórica e Experimental da Universidade Federal do Rio Grande do Norte como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Física.*

**Orientador:** Prof. Dr. José Dias do Nascimento Junior

**Co-orientador:** Prof. Dr. Matthieu Sébastien Castro

NATAL-RN  
2014

---

# DEDICATÓRIA

A minha mãe Jacqueline Maux e ao meu pai Cicero  
Luiz.  
*Sem o incentivo constante de vocês, essa dissertação  
não seria possível.*

---

## AGRADECIMENTOS

- Aos meus pais por criarem um ambiente agradável sempre me incentivando a terminar a dissertação e nunca saírem do meu lado.
- Ao meu orientador, Dr. José Dias do Nascimento Junior, e Co-orientador, Dr. Matthieu Sébastien Castro, pela dedicação e auxílio prestados sem os quais essa dissertação não seria possível.
- A todos os meus colegas do DFTE/UFRN, cuja amizade e apoio ajudaram a tornar esse curso agradável, fazendo possível permanecer calmo mesmo em momentos difíceis, em particular ao Ed-Ek pelo auxílio prestado.
- A todos os professores do PPGF-UFRN, em particular ao Dr. Madras Viswanathan Gandhi Mohan, Dr. Dory Hélio Anselmo, Dr. Luciano Rodrigues da Silva e Dr. Francisco George Brady Moreira pelos conhecimentos transmitidos durante minha formação.
- Aos funcionários do PPGF-UFRN.
- À CAPES pelo apoio financeiro .

---

”Pedras no caminho? Guardo todas, um dia vou construir um castelo...”

Nemo Nox

”Só se pode alcançar um grande êxito quando nos mantemos fiéis a nós mesmos.”

Friedrich Nietzsche

”O sucesso é uma consequência e não um objetivo.”

Gustave Flaubert

---

## Resumo

O estudo do neutrino solar é muito importante para uma melhor compreensão sobre o conjunto de reações nucleares que ocorrem no interior do Sol e nas estrelas do tipo solar. O fluxo de neutrino também proporciona uma melhor compreensão da estrutura estelar como um todo. Nesta dissertação, estudamos o fluxo de neutrinos em um modelo Solar, abordando a oscilação de neutrinos, analisando com intuito de determinar e verificar a distribuição do fluxo do ponto de vista estatístico, uma vez que este fluxo depende das distribuições intrínsecas de velocidades das partículas no plasma estelar. A principal ferramenta desta análise foi o código de evolução estelar Toulouse-Genève (Stellar Evolution Code, ou TGEC), o qual permite-nos obter os valores do fluxo de neutrino por reação e por camada no interior do Sol, e assim podemos comparar com os resultados observacionais para o fluxo de neutrino detectado a partir de experimentos com base no  $Cl^{37}$  (Homestake),  $Ga^{71}$  (SAGE, Gallex/GNO) e água (SNO). Nosso resultado mostra a distribuição final para o fluxo de neutrinos em função da profundidade em coordenadas de massa e raio. A referida dissertação apresenta ainda as equações relacionadas com este fluxo que estão presentes no TGEC.

**Palavras-chave:** Distribuição de Tsallis, Neutrino Solar, TGEC

---

## Abstract

The study of solar neutrinos is very important to a better comprehension of the set of nuclear reactions that occurs inside the Sun and in solar type stars. The flux of neutrinos provides a better comprehension of the stellar structure as a whole. In this dissertation we study the flux of neutrinos in a solar model, addressing the neutrino oscillation, analyzing with the intention of determining and verify the distribution from a statistical point of view, since this flux depends on the particles intrinsic velocity distributions in stellar plasma. The main tool for this analysis was the Toulouse-Geneva Stellar Evolution Code, or TGEC, which allow us to obtain the neutrino flux values per reaction and per layer inside the Sun, allowing us to compare the observational results for the neutrino flux detected on experiments based on  $Cl^{37}$  (Homestake),  $Ga^{71}$  (SAGE, Gallex/GNO) and water (SNO). Our results show the final distribution for neutrino flux as a function of the depth using the coordinates of mass and radius. The dissertation also shows that the equations for this flux are present in TGEC.

**Keywords:** Tsallis distribution, Solar Neutrino, TGEC

# Lista de Tabelas

2.1	Taxa de captura do Cl em SNU para as diferentes reações. . . . .	20
2.2	Taxa de captura do Ga em SNU para as diferentes reações. . . . .	21
4.1	Tabela comparativa da teoria vs. experimento. Unidades de Cloro, Gallex/GNO e SAGE estão em SNU. Os valores de $B^8$ estão em unidades de $10^6 cm^{-2} s^{-1}$ . . . . .	35
4.2	Valores obtidos pelo TGEC para o fluxo de neutrinos emitido pelo Sol . . .	36
4.3	Valores, em SNU, obtidos pelo TGEC para o fluxo detectado por $Cl^{37}$ e $Ga^{71}$	36
4.4	Tabela comparativa do TGEC vs. experimento. Unidades de Cloro, Gallex/GNO e SAGE estão em SNU. Os valores de $B^8$ estão em unidades de $10^6 cm^{-2} s^{-1}$ . . . . .	37
4.5	Fluxo de neutrinos utilizando as aproximações do Corradu et al. (1999) [65]. Unidades de Cloro, Gálio estão em SNU. Os valores de $B^8$ estão em unidades de $10^6 cm^{-2} s^{-1}$ . . . . .	41



# Sumário

<b>Lista de Tabelas</b>	<b>vi</b>
<b>Sumário</b>	<b>viii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 O Sol . . . . .	3
1.2 O Neutrino . . . . .	3
1.3 O Problema do neutrino Solar . . . . .	6
<b>2 Fundamentos Teóricos</b>	<b>9</b>
2.1 O Sol . . . . .	9
2.1.1 A Estrutura interna do Sol e suas características . . . . .	9
2.1.2 A Nucleossíntese . . . . .	14
2.1.3 O Neutrino Solar . . . . .	18
<b>3 O Código de Evolução Estelar</b>	<b>25</b>
3.1 A Descrição do código . . . . .	26
3.1.1 As Equações de Estado . . . . .	26
3.1.2 As Opacidades e a Composição Química . . . . .	26
3.1.3 As Reações Nucleares . . . . .	26
3.1.4 A Física da Convecção . . . . .	27
3.1.5 Atmosfera . . . . .	27
3.1.6 Computação do Modelo no TGEC . . . . .	27
3.1.7 Os Processos Físicos Fora do Padrão . . . . .	28
3.1.8 Cálculo do fluxo de Neutrinos . . . . .	28
3.2 O Modelo utilizado . . . . .	29
<b>4 Resultados</b>	<b>30</b>
4.1 Fluxo de Neutrino Solar . . . . .	30

4.2 Taxa de Reação Termonuclear . . . . .	37
<b>5 Conclusões e Perspectivas</b>	<b>43</b>
<b>Referências bibliográficas</b>	<b>45</b>

## Introdução

Há milênios a humanidade e a ciência buscam entender o céu e as estrelas, historicamente vistas pelos gregos como pontos de luz fixos, imutáveis e perfeitos, mas há muitos séculos essa compreensão se modificou e as estrelas não são vistas nem como imutáveis nem como fixas. Ao estudarmos sobre as estrelas, nos deparamos com uma grande dificuldade, a obtenção de dados. Devido às distâncias envolvidas entre as estrelas e a Terra, a obtenção de dados sobre a maioria delas é um processo difícil e altamente dispendioso. Essas dificuldades, porém, são menores no caso do Sol, por ser a estrela mais próxima da Terra, sendo assim, somos capazes de obter mais dados, e por consequência, somos capazes de estudar de maneira mais detalhada a estrutura interna, seu funcionamento e suas características.

Estudando o Sol, e assumindo, inicialmente, que as outras estrelas seriam semelhantes e obedeceriam a mesma física, a astronomia foi capaz de fazer grandes avanços. Sabemos hoje que uma estrela é composta de plasma e mantida coesa devido a competição entre a força gravitacional e a pressão do gás. Isso gera um questionamento sobre a natureza da fonte de energia de uma estrela como o Sol. Foi o astrofísico Arthur Stanley Eddington, em 1920, no seu artigo "*The internal constitution of the stars*" [1] quem primeiramente sugeriu que a resposta à essa pergunta seria a fusão de átomos de hidrogênio em átomos de hélio no interior do Sol.

Essa resposta, apesar de genial e resolver o problema da fonte de energia do Sol, era extremamente difícil de testar, pois os mecanismos que fariam essas reações eram pouco compreendidos na época. Somente anos depois, em 1939, o físico Hans Bethe no seu artigo "*Energy Production in Stars*" [2] expôs os mecanismos para essa fusão e estes foram melhor explicados, porém nada além da fusão de átomos de hidrogênio em átomos de hélio foi abordado nesses trabalhos. No ano de 1957 foi publicado um artigo que rendeu a William Fowler o Nobel em física, "*Synthesis of the Elements in Stars*" [3], também conhecido como  $B^2FH$ , descrevendo a teoria da nucleossíntese como compreendida na época de sua publicação, abordando a produção de elementos mais pesados e teorizando

que átomos leves como o de hidrogênio e hélio não seriam produzidos em estrelas.

Na época do  $B^2FH$  o estudo de George Gamow intitulado "*The Origin of Chemical Elements*" [4] de 1948 já havia sido publicado. Nesse artigo Gamow mostrava para a comunidade científica a ideia de que todos os elementos foram sintetizados durante o *big bang* e que esta seria a única maneira de existir a síntese de elementos, por isso a abundância das diferentes espécies atômicas seriam estáticas ao longo do tempo. Este artigo preve ainda a existência da radiação cósmica de fundo em micro-ondas devido a síntese primordial dos elementos. Quase 15 anos se passaram até ser feita as observações decorrentes das ideias de Gamow [5].

A principal diferença entre a teoria da nucleossíntese estelar apresentada no  $B^2FH$  e os estudos anteriores era que essa teoria previa a evolução química do universo, prevendo que estrelas mais recentes teriam um valor mais alto de metalicidade, ou seja, abundância de elementos mais pesados que o hélio. Esse artigo também previu a existência de processos que poderiam explicar a existência de elementos mais pesados que o ferro.

Ambos os artigos concordavam que átomos leves como o de hidrogênio, hélio e lítio teriam sido produzidos durante o *big bang*, levando a teoria atual de Nucleossíntese primordial. Após esses estudos ainda era preciso algum tipo de experimento para dar suporte à teoria que estabelecia que a fonte de energia do Sol é a fusão nuclear. As reações nucleares sugeriam que um dos subprodutos esperado desta rede de reações nucleares era o neutrino.

Os neutrinos solares, ou seja, neutrinos emitidos pelo Sol, são criados como resultado de reações nucleares que ocorrem no núcleo do Sol, onde a temperatura mínima é de aproximadamente  $1.5 \times 10^7$  K, temperatura exigida para iniciar a reação e, sendo assim, é uma condição mínima para a emissão de neutrinos. Devido ao fato de neutrinos sofrerem pouca interação com a matéria, estes são rapidamente dispersados em todas as direções. Por esse motivo, o estudo dos neutrinos pode nos dar condição de obter informação sobre as reações nucleares que de outra maneira seriam de muito difícil acesso.

Ao se construir uma teoria é preciso comparar o valor previsto por essa teoria com o valor medido ou observado nos experimentos. Caso haja discordância entre os dois valores é necessário modificar a teoria. Essa modificação é feita alterando a teoria para estar de acordo com as medidas ou observações.

Ao se estudar o fluxo de neutrinos provenientes das reações nucleares que ocorrem no Sol, o valor obtido através dos códigos de evolução estelar não concorda com as medidas feitas por detectores na Terra. Para solucionar esse problema foram sugeridos vários caminhos diferentes, um deles é mudanças no modelo utilizado para a construção dos experimentos. Nesse ponto gostaríamos de expor que iremos abordar esse problema, juntamente com a solução mais aceita atualmente, a oscilação de neutrinos. Propor a possibilidade de uma modificação na estatística usada na distribuição das velocidades das partículas do plasma e sondar suas consequência.

A seguir, faremos uma breve descrição do Sol e de suas principais características.

## 1.1 O Sol

O Sol, como é compreendido hoje em dia, é estudado teoricamente através do *modelo solar padrão*, também conhecido como *Standard Solar Model* ou SSM, onde se considera o Sol uma esfera gasosa, sem rotação e sem campos magnéticos fortes. A composição química é aproximadamente 74.9% de hidrogênio e 23.8% de hélio e 1.3% de outros elementos, que na astrofísica consideramos como metais. O raio do Sol é de  $6.955 \times 10^{10}$  cm, a massa  $1.989 \times 10^{33}$  gramas e a idade é estimada em 4.57 bilhões de anos [6].

Contextualizando a posição do Sol na grande amostra de estrelas existentes, podemos dizer que um dos primeiros resultados na observação astronômica foi a existência de uma relação entre a temperatura efetiva e a estrutura do espectro de luz constituídos pelas linhas de absorção. Por esse motivo existe uma classificação chamada de tipo espectral separando as estrelas com relação a sua temperatura, são elas: O, B, A, F, G, K, M, onde o Sol é uma estrela do tipo G. Cada uma dessas classes pode ser relacionada com a temperatura.

Este resultado é um produto direto da teoria de emissão de corpo negro. Do ponto de vista evolutivo, há  $4.57 \times 10^9$  anos o Sol se encontra em um período de sua evolução estelar conhecido como sequência principal. Uma estrela é considerada estando na sequência principal quando ela está quimicamente homogênea, em equilíbrio hidrostático e sua principal fonte de energia é a fusão de hidrogênio em hélio.

A duração da sequência principal depende da massa e da metalicidade da estrela, onde as mais massivas geralmente passam menos tempo em comparação com as menos massivas, pois com a força gravitacional maior, as reações nucleares podem ocorrer mais rapidamente. Por exemplo, estima-se que a sequência principal de uma estrela com a massa do Sol dure  $10^{10}$  anos, enquanto uma estrela com uma massa igual a 0.25 massas solares pode durar na ordem de  $32 \times 10^{10}$  anos. Já uma estrela com massa igual a 0.85 massas solares pode durar na ordem de  $1.5 \times 10^{10}$  anos, uma com massa igual a 3 massas solares pode durar na ordem de  $0.065 \times 10^{10}$  anos.

## 1.2 O Neutrino

Na física podemos dizer que para se detectar a existência de algo é preciso que ocorra algum tipo de interação. Existem quatro maneiras conhecidas de ocorrer interações, são elas as quatro forças fundamentais, a força gravitacional, a força nuclear fraca, a força eletromagnética, e a força nuclear forte. O estudo dessas quatro forças descreve as interações entre a matéria e a energia.

1. A força gravitacional é a mais fraca das quatro forças, afeta todas as partículas que possuem massa e possui um alcance infinito.
2. A força nuclear fraca, afeta todos os lépton, por exemplo, o elétron, o neutrino e todos os quarks, que são os constituintes dos Hádrons, como, o próton. Seu alcance máximo é de  $10^{-18}$  metros. A força nuclear fraca é responsável pela transformação, por exemplo, de um próton em um nêutron, transformação essa que emite um neutrino.
3. A força eletromagnética afeta partículas carregadas e, como a gravidade, possui um alcance infinito.
4. A força nuclear forte afeta todas as partículas que possuem um tipo de carga chamada "cor", apesar de ser a força mais forte das quatros, seu alcance, como no caso da força nuclear fraca, é diferente de infinito, tendo um valor de  $10^{-15}$  metros.

O neutrino é uma partícula que sofre uma influência muito fraca das forças fundamentais, por não ser composto de quarks ele não possui "cor", além de não possuir carga. Por sofrer pouca influência das forças fundamentais, o neutrino passa através da matéria quase desimpedido. Dessa forma, observando neutrinos podemos obter informações indiretas sobre o processo de formação dos elementos e analisando a energia que ele tem ao ser detectado e a quantidade detectada sondaremos aspectos sobre as condições físicas no interior do Sol. Esse processo de formação de neutrinos para o caso do Sol é a fusão nuclear, ou seja, estudando o neutrino, podemos obter informação sobre as condições nas proximidades do núcleo do Sol e assim utilizar esses dados para simular as condições físicas e reações que ocorrem no interior do Sol e, conseqüentemente, prever seu caminho evolutivo.

Para fazer uma comparação, o fóton, após ser criado, leva entre  $10^4$  a  $2 \times 10^5$  anos para atravessar o Sol, enquanto o neutrino atravessa o Sol em aproximadamente 2 segundos. Com isso podemos ter uma noção do quão pouco o neutrino interage com a matéria e, em consequência, o quão difícil é detectar o mesmo. A força fundamental que mais afeta essa partícula é a força nuclear fraca; por isso podemos usar essa interação para detectá-lo.

Além dessas características, existe outra importante relacionada com os neutrinos. Atualmente conhecemos três tipos de neutrinos, também chamados de sabores. São eles o neutrino do elétron, o neutrino do múon e o neutrino do tau, todos diferentes entre si. Segundo o Modelo Padrão de partículas o sabor de um neutrino é uma característica imutável, ou seja, um neutrino do elétron nunca poderia virar, por exemplo, um neutrino do múon.

O neutrino é criado em processos como o decaimento radioativo  $\beta$  e a captura eletrônica, onde ocorre naturalmente como subproduto de algumas reações nucleares, como as que ocorrem no interior do Sol. Durante as reações nucleares que produzem neutrinos no

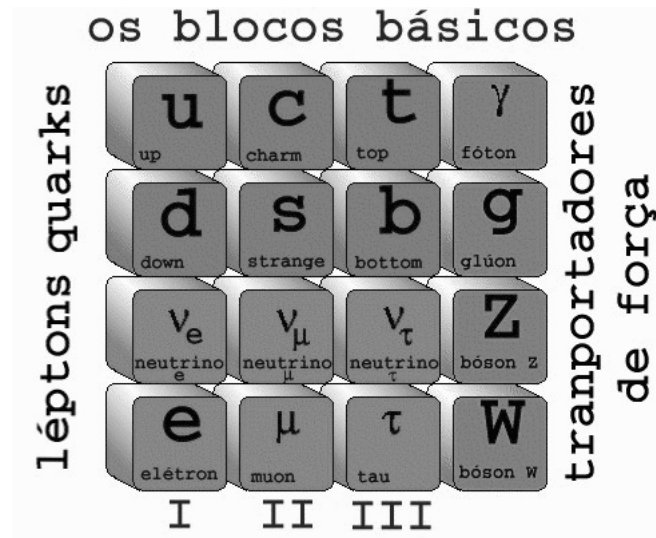


Figura 1.1: O Modelo Padrão da física de partículas [7]

Sol, nêutrons viram prótons ou prótons viram nêutrons. Esse processo ocorre devido a existência de partículas conhecidas como quarks. Esses quarks formam tanto os nêutrons quanto os prótons. São eles: *up* e *down*, *charm* e *strange*, *top* e *bottom*, como mostrados na figura 1.1. Possuindo uma carga semi-inteira, os quarks nunca são observados sozinhos e são os constituintes de algumas partículas conhecidas como Hádrons. Esses Hádrons podem ser divididos em Mésons, formado de um quark com uma "cor" e outro quark com sua "anti-cor" e Bárions, formado de três quarks de "cores" distintas. Prótons e nêutrons são exemplos de Bárions, onde um próton é formado de dois quarks *up* e um quark *down*, já um nêutron é formado de dois quarks do tipo *down* e um *up*.

Como mostrado na figura 1.1 existem vários tipos de quarks e toda vez que um quark se transforma em outro, um neutrino é emitido, por exemplo, para um próton se tornar um nêutron é preciso que um quark *up* presente no próton se torne um quark *down*. O tipo de neutrino solar a ser emitido é o neutrino do elétron, devido a fusão nuclear que causa transformações entre quarks *down* e quarks *up* para transformar nêutrons em prótons ou vice versa.

No Sol, essa transformação de um tipo de quark em outro pode ocorrer de duas maneiras distintas, são elas o decaimento  $\beta$  e a captura eletrônica. O decaimento  $\beta$  é quando uma instabilidade, causada pela força nuclear fraca, transforma um próton em um nêutron, ou vice-versa, causando a decomposição do núcleo atômico e emitindo como subproduto partículas  $\beta$  (elétron ou pósitron) e neutrino do tipo elétron. A energia, nesse caso, pode ser dividida entre os subprodutos em qualquer proporção, por isso o neutrino é emitido em um espectro de energia. A captura eletrônica também é causada pela força nuclear fraca, porém, nesse caso, o núcleo captura um elétron de uma camada eletrônica mais baixa e transforma um próton em um nêutron emitindo um neutrino do tipo elétron. Devido a natureza quantizada das camadas eletrônicas, esse neutrino,

diferente do neutrino proveniente do decaimento  $\beta$ , não possui um espectro de valores para a energia, possuindo, então, um valor bem definido de energia.

O decaimento  $\beta$  ocorre, por exemplo, na cadeia pp onde dois núcleos distintos de hidrogênio se tornam um núcleo de  $He^2$ , seguido por um decaimento  $\beta$ , transformando o  $He^2$  em deutério e emitindo como um dos subprodutos um neutrino do elétron, ou seja, dois prótons ( $He^2$ ) se tornam um próton e um nêutron ( $H^2$ ). A captura eletrônica ocorre, por exemplo, quando o núcleo do  $Be^7$  captura um elétron resultando na formação do  $Li^7$  e emitindo um neutrino do elétron. Podemos dizer que indiretamente a abundância de  $Li^7$  deve ser relacionada com a produção de neutrinos.

### 1.3 O Problema do neutrino Solar

O núcleo do Sol está constantemente sob o efeito de grandes temperaturas e grandes pressões, porém isso não significa que essa velocidade é a mesma para todo átomo, mesmo para átomos iguais. Normalmente se considera que os átomos em um plasma seguem uma distribuição de velocidades de Maxwell. Essas condições são favoráveis para a ocorrência de colisões e a eventual formação de novos átomos através de reações nucleares.

Para calcular a taxa em que ocorrem essas reações é preciso, primeiramente, saber a chance de ocorrer essa reação, medida pela seção de choque. Calculada como o número de reações por segundo dividido pelo número de partículas incidentes por segundo e por centímetro, essa seção de choque é a representação da área das partículas e da probabilidade de uma colisão. O nome seção de choque deriva da ideia clássica de projéteis sendo atirados em um alvo de área  $\sigma$ . Outra coisa necessária para esse cálculo é a velocidade das partículas, pois é essa velocidade que irá determinar a chance de os elementos chegarem próximos o suficiente para que possa ocorrer essa reação devido a ter ultrapassado, por exemplo, a barreira coulombiana. Essa velocidade irá seguir, como mencionada anteriormente, uma distribuição de Maxwell-Boltzmann por considerar que o plasma solar possui uma natureza maxwelliana.

A taxa de reação nuclear é representada aqui como  $f$  e dada pela fórmula abaixo. Onde  $n_1$  e  $n_2$  são as quantidades de cada partícula envolvida,  $\sigma$  é a seção de choque,  $v$  é a distribuição de velocidades das partículas e  $\langle\sigma v\rangle$  é o valor esperado. Podemos escrever que:

$$f = n_1 n_2 \langle\sigma v\rangle \quad (1.1)$$

O núcleo do Sol é, então, um reator de fusão nuclear transformando um átomo em outro e liberando, como subprodutos de algumas fusões, várias partículas, como, o neutrino. Essa ideia levou a Raymond Davis Jr. a construir um experimento chamado de Homestake



[8] [9] usando  $Cl^{37}$  no fim dos anos 1960. Com a função de detectar neutrinos emitidos por essa fusão em uma tentativa de mostrar que essa era realmente a fonte de energia do Sol. Com os dados iniciais, foi detectado um valor substancialmente menor que previsto pelos modelos da época. Essa foi a primeira indicação da existência do problema do neutrino solar.

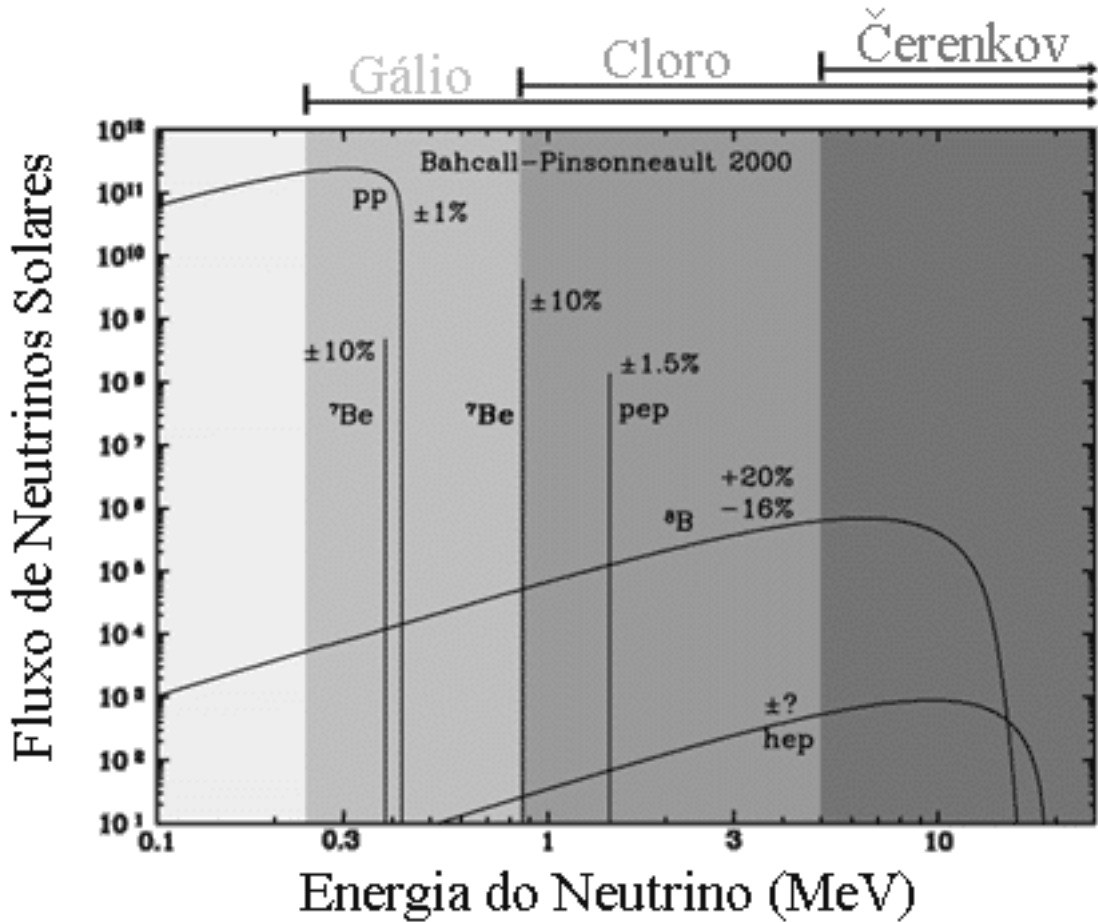


Figura 1.2: Fluxo de neutrino para cada Energia de neutrino [10]

Devido a limitações do experimento de Davis [11] [12] só era possível detectar neutrinos com energia maior que  $Q_\nu = 0.814$  MeV. Não sendo capaz de detectar o fluxo de neutrinos devido a cadeia pp, como mostrado na figura 1.2, com um fluxo aproximado de

$$\phi = 6.4 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}\text{seg}^{-1}$$

O experimento de Davis, porém, era capaz de detectar neutrinos mais energéticos, tais como aqueles provenientes da reação nuclear do  $B^8$  e de  $Be^7$ , com fluxos previstos de

$$\phi_B = 3.6 \times 10^7 \text{ cm}^{-2}\text{seg}^{-1}$$

$$\phi_{Be} = 1.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}\text{seg}^{-1}$$

Cerca de 12% do fluxo de  $Be^7$  possui uma energia de  $Q_\nu = 0.383$  MeV e 88% possui uma energia de  $Q_\nu = 0.861$  MeV. Apesar do fluxo de  $Be^7$  ser maior que o de  $B^8$ , devido à seção de choque entre o  $Be^7$  e o  $Cl^{37}$  ser 200 vezes menos efetiva que a seção de choque entre  $B^8$  e o  $Cl^{37}$ , o fluxo de  $Be^7$  possui uma influência menor que o esperado para o fluxo total do Sol, contabilizando metade do fluxo total.

O fluxo de  $B^8$  medido pelo Homestake é em média três vezes menor que o previsto pela teoria de Bahcall-Ulrich para  $B^8$ . Teoria essa que calcula as taxas das reações nucleares através do modelo mostrado no artigo de Bahcall & Ulrich (1988) [13] [11].

$$\begin{aligned} \phi &= (1.92 \pm 0.28) \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{seg}^{-1} && \text{Homestake} \\ \phi &= 5.76 \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{seg}^{-1} && \text{Bahcall-Ulrich} \end{aligned}$$

O problema do neutrino solar é definido como a discrepância entre o que o modelo prevê e o que é detectado para o fluxo de neutrino solar pelos experimentos. Experimentos mais modernos que o Homestake continuam a detectar uma discrepância semelhante para valor previsto do fluxo de neutrino.

É neste contexto que se insere esta dissertação, onde o objetivo é entender a produção de neutrinos no Sol, verificar como esse neutrino é calculado no código e comparar o valor obtido pelo código de evolução estelar com as medições mais recentes dos diversos detectores de neutrino solar e ainda obter como conclusão se há a necessidade de alguma modificação na distribuição das velocidade das partículas no interior do plasma Solar.

## Fundamentos Teóricos

Apresentaremos aqui alguns desenvolvimentos teóricos importantes para este trabalho. Neste capítulo daremos uma ênfase especial ao tratamento teórico que consolida o modelo de estrutura estelar. Apresentaremos as principais equações e suas consequências. Muitos dos resultados aqui apresentados são encontrados em detalhes no Kippenhahn (1988) [14]

### 2.1 O Sol

Estudar as estrelas, suas propriedades, composição e idades nos dá uma grande quantidade de informação para ajudar na compreensão do universo como um todo. A estrela mais estudada na atualidade é o Sol. Nessa seção serão abordados os fundamentos teóricos sobre a sequência principal do Sol [15], através do estudo de suas equações básicas da estrutura interna. As equações básicas são equações diferenciais usadas para descrever o ambiente interno do Sol com base em suposições mais fundamentais, como a conservação da massa, o equilíbrio hidrostático, a conservação da energia e a descrição do transporte dessa energia. Outro assunto que será abordado nessa seção é a nucleossíntese, juntamente com a descrição das reações nucleares mais fundamentais presentes no interior do Sol. Para finalizar, também serão apresentados mais detalhes sobre o neutrino solar, os detectores capazes de determinar o fluxo de neutrinos usado para mostrar o problema do neutrino solar e o caminho mais aceito na atualidade como solução.

#### 2.1.1 A Estrutura interna do Sol e suas características

Para descrevermos de uma maneira mais simples uma estrela, consideraremos uma esfera gasosa sem rotação, sem campos magnéticos fortes e sem companheira binária (sistema simples). Nessa situação as únicas forças atuando sobre um elemento de massa são a pressão e a gravidade. Essas considerações implicam em uma simetria esférica e, sendo assim, todas as funções serão constantes em cascas esféricas concêntricas.

Para obter uma descrição detalhada da distribuição de massa dentro de uma estrela, usaremos a formulação Euleriana, obtendo assim a função  $m(r, t)$  como a massa contida em uma esfera de raio  $r$  no tempo  $t$ , onde definimos essa função como:

$$dm = 4\pi r^2 \rho dr - 4\pi r^2 \rho v dt \quad (2.1)$$

Onde o primeiro termo da direita é a massa contida em uma casca esférica de raio  $r$  e espessura  $dr$  com densidade volumétrica  $\rho$  em  $g/cm^3$  e o segundo termo é o fluxo de massa entrando e saindo da casca esférica de raio  $r$  com velocidade radial  $v$ .

A partir dessa função, podemos obter duas relações; a variação da massa devida à variação do raio e o movimento da massa através da casca esférica,

$$\frac{\partial m}{\partial r} = 4\pi r^2 \rho \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -4\pi r^2 \rho v \quad (2.3)$$

Derivando a equação 2.2 em função de  $t$  e a equação 2.3 em função de  $r$  obtemos a equação de continuidade da hidrodinâmica,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial (\rho r^2 v)}{\partial r} \quad (2.4)$$

Ao analisarmos a evolução de uma estrela, percebemos que é mais útil fazer uma mudança de variável e utilizar  $m$  ao invés de  $r$ , ou seja, a formulação Lagrangiana ao invés da Euleriana mostrada na equação 2.5 abaixo

$$\frac{\partial}{\partial m} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \frac{\partial}{\partial r} \quad (2.5)$$

Um motivo para isso é que esperamos que ao longo da vida da estrela o raio mude e a massa permaneça a mesma <sup>1</sup>. Modificando a equação 2.2 de  $m(r, t)$  para  $r(m, t)$ , teremos:

---

<sup>1</sup>Isso é verdade para estrelas onde nós desprezamos a perda de massa e acreção

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \quad (2.6)$$

A equação 2.6 é a primeira equação de estrutura estelar e representa a conservação da massa. Sabemos que, durante uma grande parte da vida, as estrelas evoluem na fase conhecida como sequência principal. Durante essa fase mudanças de grande escala não são observadas, ou seja, cada elemento de massa está em equilíbrio mecânico, também chamado de equilíbrio hidrostático por se tratar de fluidos. Lembrando-se das hipóteses iniciais de estrela gasosa sem rotação, sem campo magnético e estrela simples, ou seja, sem companheira binária, as únicas forças atuando são a gravidade e o gradiente de pressão. Se considerarmos a aproximação de uma casca esférica fina de espessura  $dr$ , podemos ignorar a diferença no valor do raio, causada pela curvatura, e também simplificar a densidade volumétrica. Dessa maneira, obtemos uma casca esférica fina de raio  $r$ , a massa  $\rho dr$  onde o peso seria  $g\rho dr$  atuando em direção ao centro. Esse termo é o peso da casca tentando colapsar em direção ao centro da estrela. Para que isso não ocorra precisamos que a pressão  $P_e$  na parte exterior da casca seja menor que a pressão  $P_i$  na parte interior. A força por unidade de área devido a essa diferença de pressão é:

$$P_e - P_i = -\frac{\partial P}{\partial r} dr \quad (2.7)$$

Para que uma estrela permaneça em equilíbrio, a soma das forças deve ser zero, sendo assim:

$$\frac{\partial P}{\partial r} + g\rho = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -g\rho \quad (2.9)$$

Obtemos então a condição de equilíbrio hidrostático para a estrela, onde as forças causadas pelo gradiente de pressão de um lado e o peso do outro são compensadas, todos em uma única casca esférica fina. Substituindo na equação o  $g$  como sendo  $g = \frac{Gm}{r^2}$  e  $m$  sendo a massa contida na esfera de raio  $r$ , temos

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{Gm}{r^2} \rho \quad (2.10)$$

Transformando essa equação de função de  $r$  para função de  $m$  usando a equação 2.5 temos a segunda equação básica da estrutura estelar, equação que representa o equilíbrio hidrostático.

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4} \quad (2.11)$$

A equação acima, porém, não leva em consideração movimentos de expansão e contração ou pulsação da estrela. Para levarmos isso em conta, precisamos incluir um termo para a aceleração da casca esférica fina. Para isso, iremos igualar essa força com a força resultante para poder usar a segunda lei de Newton. Desta forma teremos

$$\frac{\partial P}{\partial r} + g\rho = -ma \quad (2.12)$$

Onde  $m = \rho dr$  e a aceleração é  $\frac{\partial^2 r}{\partial t^2}$ , então:

$$\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{Gm}{r^2} \rho = -\rho \frac{d^2 r}{dt^2} \quad (2.13)$$

Transformando essa equação de função de  $r$  para função de  $m$  usando a equação 2.5, temos a segunda equação básica da estrutura estelar para o caso em que pode ocorrer expansão, contração ou até pulsação da estrela em tempos característicos curtos,

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4} - \frac{1}{4\pi r^2} \frac{d^2 r}{dt^2} \quad (2.14)$$

Ainda considerando essa mesma casca esférica fina, podemos analisar agora a quantidade de energia que passa através dela. Usando a conservação de energia, obtemos que, a quantidade de energia que sai da casca é igual à energia que entra na casca mais qualquer energia “criada” ou “consumida” na própria casca. Energia essa criada através das reações nucleares e consumida, por exemplo, através da emissão de neutrinos.

Vamos definir uma função  $l(r)$  como sendo a energia atravessando essa casca esférica. Considerando a energia por unidade de massa ( $erg/g$ ) como  $\varepsilon_i$  então temos:

$$\frac{\partial l}{\partial m} = \varepsilon_i \quad (2.15)$$

Analizando esse  $\varepsilon_i$  vimos que ele pode ser separado em três componentes: a energia obtida devido às reações nucleares  $\varepsilon_n$ , energia liberada nos neutrinos  $\varepsilon_\nu$  e a energia gravitacional  $\varepsilon_g$  obtida ou perdida devido à variação de pressão e temperatura na casca fina, então a equação de estrutura estelar resultante é a conservação de energia, teremos

$$\frac{\partial l}{\partial m} = \varepsilon_n - \varepsilon_\nu + \varepsilon_g \quad (2.16)$$

O termo  $\varepsilon_g$  pode ser descrito como o calor perdido ou ganho devido ao trabalho. Por isso usando a primeira lei da termodinâmica e reescrevendo em termos da pressão e temperatura, temos:

$$\varepsilon_g = -c_P \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\delta}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (2.17)$$

com

$$\delta \equiv - \left( \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right) \quad (2.18)$$

Em uma estrela o transporte de energia pode ocorrer de duas maneiras diferentes: por radiação ou convecção e, dependendo da maneira que esse transporte ocorre, teremos uma equação de estrutura termal diferente. Se expressarmos a estratificação da temperatura através de um gradiente de temperatura, usando a abreviação  $\nabla$ , temos:

$$\nabla = \left( \frac{d \ln T}{d \ln P} \right) \quad (2.19)$$

Com a intenção de obter a equação de estrutura termal como  $\frac{\partial T}{\partial m}$  derivamos de forma a obter algo similar ao termo da estratificação da temperatura, teremos assim

$$\frac{\partial T}{\partial m} = \frac{\partial P}{\partial m} \frac{dT}{dP} = - \frac{Gm}{4\pi r^4} \frac{T}{P} \nabla \quad (2.20)$$

O termo  $\nabla$  pode ser substituído por  $\nabla_{rad}$  ou  $\nabla_{ad}$  dependendo da região da estrela

em que estamos tratando. O transporte de energia da estrela, em uma dada região, vai ser convectivo quando o transporte radiativo não for suficiente para equilibrar a estrela termodinamicamente, representado abaixo como o critério de Schwarzschild.

$$\frac{dT}{dP} > \left( \frac{dT}{dP} \right)_{ad} \quad (2.21)$$

### 2.1.2 A Nucleossíntese

A nucleossíntese neste trabalho será restrita a descrever a evolução temporal da composição química de uma estrela. Uma parte dos elementos presentes em uma estrela foram formados na própria estrela. Enquanto a estrela evolui, passa por vários estágios de reações nucleares, partindo do hidrogênio inicial e, em menor proporção, o hélio, os elementos são fundidos em núcleos mais pesados que são, então, dispersados nas fases terminais da vida de uma estrela.

Essa ideia básica virou um elaborado esquema para interpretação de abundâncias das espécies nucleares. Esse trabalho, porém, irá seguir somente a ideia padrão de nucleossíntese, sem entrar em processos alternativos ou teorias alternativas.

O elemento mais abundante no universo é o hidrogênio, seguido pelo  $He^4$ , os próximos mais abundantes são os múltiplos inteiros do núcleo de  $He^4$ , ou seja,  $C^{12}$ ,  $O^{16}$ ,  $Ne^{20}$ , em ordem decrescente de abundância até chegar ao  $Fe^{56}$  onde há um grande pico de abundância. Como qualquer fusão em núcleos mais pesados que o de  $Fe^{56}$  demandaria energia ao invés de produzir, então, o motivo desse grande pico é o fim dos estágios de fusão nuclear que geram energia nas estrelas. Os átomos mais pesados são formados, por exemplo, nas supernovas durante a explosão devido à captura rápida de nêutrons e prótons, sendo denominado de nucleossíntese explosiva.

### A Composição química

Usando as ideias expostas anteriormente, podemos estudar a variação da composição química na estrela com relação ao tempo, já que a evolução em si modifica várias propriedades básicas na estrela, que afetam o estudo da própria estrela.

Definindo  $X_i$  como a fração de unidade de massa que consiste em um núcleo do tipo  $i$ , exigimos por consequência, que a soma de todos os tipos de núcleos seja igual a um.

$$\sum_i X_i = 1 \quad (2.22)$$

A relação entre essa abundância de massa e o número de partículas por volume  $n_i$  e um núcleo de massa  $m_i$  e dada por:



$$X_i = \frac{(m_i n_i)}{\rho} \quad (2.23)$$

Por convenção os termos de abundância para o hidrogênio,  $X_H$ , e o hélio,  $X_{He}$ , são chamados de X e Y enquanto os termos para a soma das abundâncias de todos elementos é chamado de Z.

Para calcularmos a variação dessas abundâncias em função do tempo, precisamos também da taxa de reação  $r_{ij}$  definida como o número de reações por unidade de tempo e volume que transformam o núcleo  $i$  no  $j$ . Em geral é preciso levar em conta a taxa de destruição desse núcleo em outro. Levando isso em conta, a variação dessas abundâncias resulta na seguinte expressão:

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = \frac{m_i}{\rho} \frac{\partial n_i}{\partial t} = \frac{m_i}{\rho} \left[ \sum_j r_{ji} - \sum_k r_{ik} \right] \quad (2.24)$$

### As Reações no interior da estrela

Para ocorrer uma reação nuclear é necessária uma altíssima pressão, além de uma temperatura em torno de  $1.5 \times 10^7$  K. No Sol, essas condições ocorrem somente nas proximidades do núcleo. Durante a sequência principal da estrela, a fonte de energia são as cadeias pp, porém, caso estejam presentes outros elementos na estrela no momento de formação, outras reações também podem ocorrer. Após analisar a probabilidade de cada possível reação ocorrer, nota-se que poucas possuem uma chance não desprezível de acontecer. Um exemplo disso são as cadeias pp, que podem ser separadas em ppI, ppII e ppIII; cada cadeia mostra um caminho possível que os núcleos de hidrogênio podem seguir até formar o  $He^4$ . Outra opção é o tri ciclo CNO, mostrando o caminho seguido pelo carbono  $C^{12}$  até virar novamente carbono  $C^{12}$  e recomeçar o ciclo. Essas reações serão listadas na seção abaixo e parte delas (o bi ciclo CNO) é representado na figura abaixo.

### A Queima de Hidrogênio

O resultado final da queima do hidrogênio é a transformação de quatro núcleos de  $H^1$  em um de  $He^4$ . A energia liberada através desse processo é aproximadamente 10 vezes maior que de qualquer outro, mesmo que parte dessa energia seja liberada com a emissão de neutrinos.

Todas as cadeias pp começam formando  $He^3$

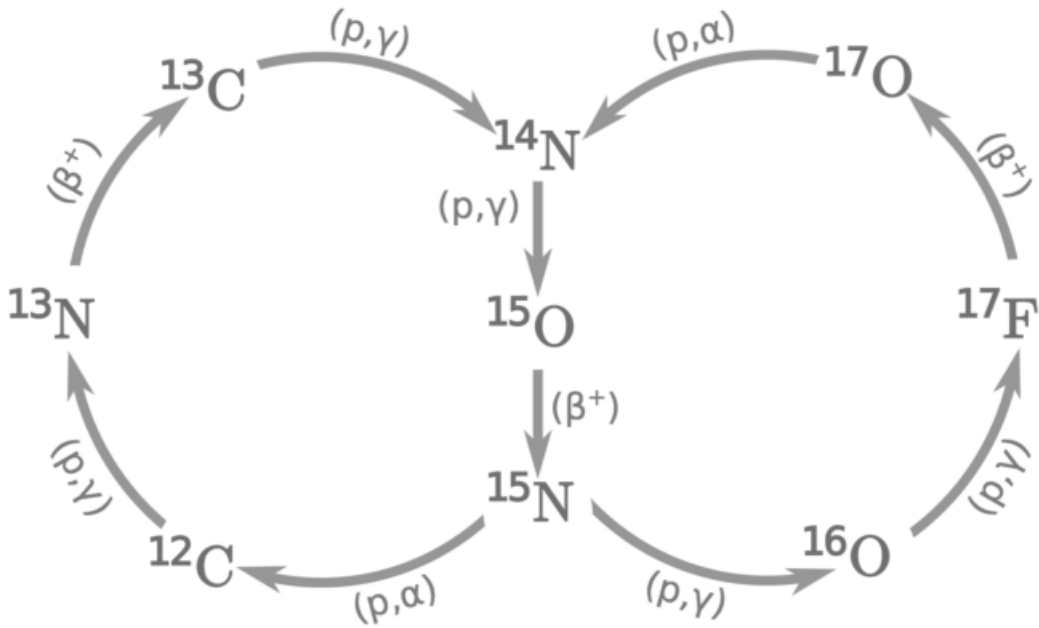
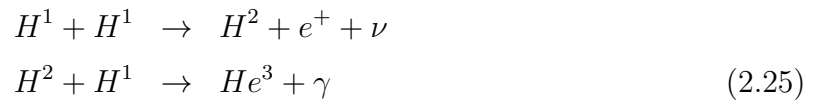
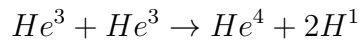


Figura 2.1: Representação do bi ciclo CNO

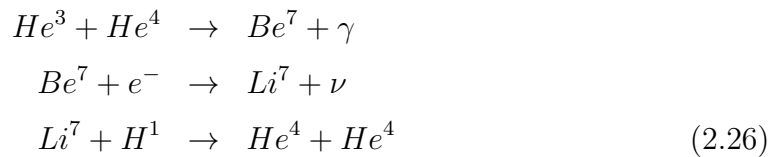


A partir desse ponto podem ocorrer três opções

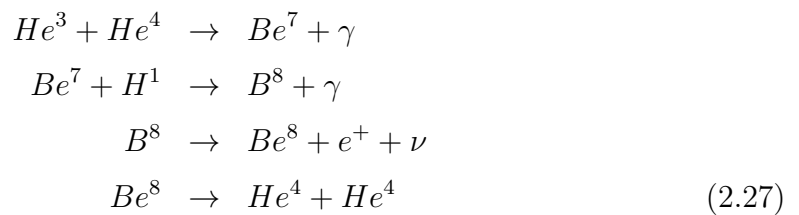
1. ppI



2. ppII

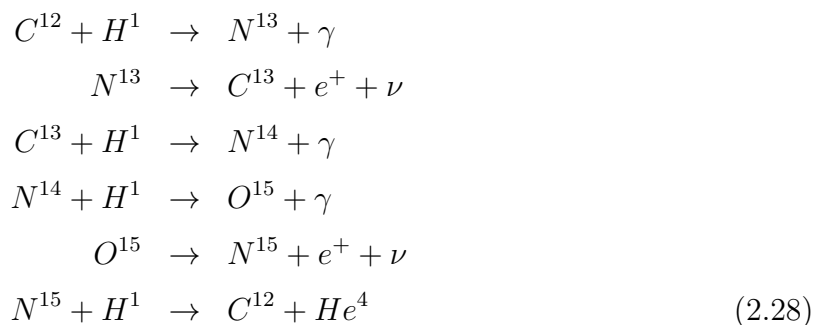


3. ppIII

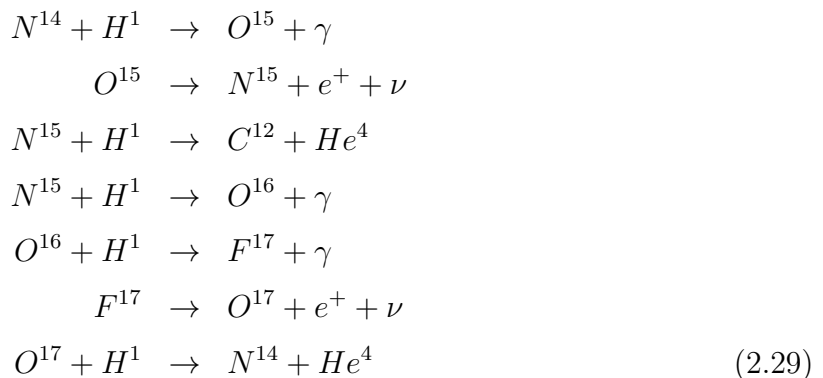


### O Tri Ciclo CNO

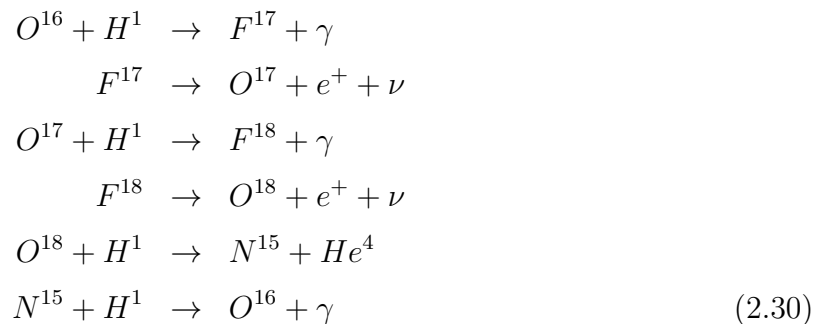
Caso uma estrela seja formada originalmente por hidrogênio e hélio, ela só pode ter acesso à energia devido as reações das cadeias pp; porém, várias estrelas foram formadas usando matéria produzida por estrelas de gerações anteriores possuindo também uma mistura de elementos mais pesados. Nesse caso torna-se necessário considerar outras possíveis reações como fonte de energia. Uma reação muito importante é o ciclo CNO [16], porém somente as duas primeiras partes são possíveis de ocorrer no Sol.



Fechando a primeira parte do ciclo CNO



Fechando a segunda parte do ciclo CNO

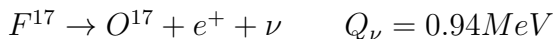
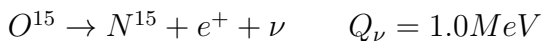
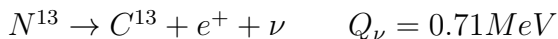
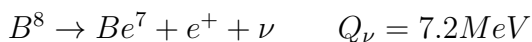
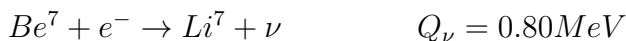
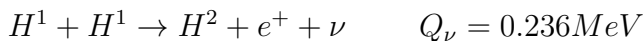


Fechando a terceira parte do ciclo CNO

### 2.1.3 O Neutrino Solar

Um importante ingrediente físico no estudo dos neutrinos é o livre caminho médio. Esta grandeza é definida como a distância média percorrida entre duas colisões, no caso do neutrino, o livre caminho médio é, aproximadamente  $10^9$  raios solares, mesmo para altas densidades, com exceção do colapso nos estágios finais de uma estrela. Então, é seguro dizer que o neutrino atravessa o Sol sem interagir, carregando uma parte da energia criada na estrela, como um ralo. Por esse motivo, a energia perdida através da emissão de neutrinos precisa ser levada em conta no cálculo energético da estrela.

Durante as reações nucleares, vários neutrinos do elétron são criados e a energia de cada um depende da reação que o criou; isso nos permite estudar a taxa dessa reação em particular, medindo quantos neutrinos com uma determinada energia são detectados [15]. Essa energia é, porém, uma média feita sob a distribuição da energia de todos os neutrinos detectados.



### Os detectores de Neutrino Solar

Para se detectarem neutrinos é preciso detectar os raros momentos de interação dele com a matéria e assim detectar as consequências dessa interação [17].

Isso ocorre quando o neutrino atravessa um nêutron ou próton no núcleo do átomo, chegando próximo o suficiente de algum quark ou anti-quark, para poder interagir com ele. Existe uma chance moderada de essa interação destruir o núcleo; então, os nêutrons ou prótons podem ser detectados.

Outra possibilidade que pode ocorrer algumas vezes é o neutrino causar a emissão de um lépton carregado durante uma colisão com um quark ou anti-quark, tal como um elétron, um múon ou um tau, dependendo do tipo de neutrino. Nesse caso é preciso detectar o elétron, o múon ou o tau emitido.

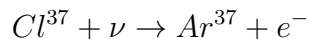
Uma outra possibilidade é o impacto do neutrino com um elétron atômico causar uma colisão elástica, na qual o neutrino transfere boa parte de sua energia cinética para o elétron, levando-o a se mover em altíssima velocidade. Essa velocidade é alta o suficiente para ultrapassar a velocidade da luz permitida pelo meio em que se encontra;

como consequência radiação é emitida. Esta característica é também chamada de efeito Cherenkov [18]. Esse efeito, responsável pela luminosidade azulada presente em reatores nucleares, rendeu ao cientista soviético Pavel Cherenkov o Nobel de Física de 1958 [19].

Cada detector possui sua própria técnica, efeito e substância usada para observar o neutrino. Uma breve explanação sobre alguns detectores será feita a seguir.

Existem algumas dezenas de experimentos envolvendo neutrinos, e cerca de metade deles são sensíveis à detecção de neutrinos produzidos no Sol. Para o primeiro desses experimentos, o Homestake, sabe-se que todo cálculo teórico foi feito pelo John N. Bahcall [9] [8]. Esse foi o primeiro experimento a detectar e contar neutrinos solares dando o primeiro indício que alguma coisa estava errada. Havia uma discrepância entre a medida e a previsão teórica. Essa discrepância ficou conhecida como o Problema do Neutrino Solar e permaneceu sem nenhuma solução satisfatória durante várias décadas. Somente com os indícios do *Sudbury Neutrino Observatory*<sup>2</sup>, ou SNO, no ano de 2001 foi que começou a ser aceita uma resposta satisfatória: a oscilação de neutrinos massivos [20] [24].

Existem várias substância que podem possivelmente detectar neutrinos, como por exemplo,  $Cl^{37}$  e  $Ga^{71}$ . A primeira experiência feita para se detectarem neutrinos solares, como mencionado anteriormente, foi o experimento de Davis, ou Homestake, instalado nas minas de Homestake na Dakota. Em um reservatório de 615 toneladas de tetracloroetano localizado aproximadamente a 1.5 km abaixo do nível do mar. Para detectar os neutrinos o Homestake usa uma reação do isótopo de cloro, o  $Cl^{37}$



A reação acima só ocorre quando há a passagem de neutrinos pelo tanque, ou seja, a detecção é feita ao se determinar a presença de Argônio. Através desse método a detecção só é possível através da identificação da presença do Argônio. Sendo assim, o Argônio é periodicamente filtrado para determinar a taxa da reação e se, de fato, ela ocorreu ou não.

A energia mínima necessária para ocorrer essa reação é de 0.814 MeV; então, a experiência não permite a observação de neutrinos emitidos pela cadeia pp, já que o neutrino emitido por essa reação não possui energia suficiente para iniciá-la, porém, permite a observação dos neutrinos emitidos pela desintegração de  $B^8$  e produtos da captura eletrônica de  $Be^7$

---

<sup>2</sup>Observatório de neutrinos Sudbury

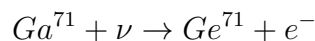
Tabela 2.1: Taxa de captura do Cl em SNU para as diferentes reações.

Fonte	Taxa (SNU)
pp	0.0
pep	0.22
hep	0.04
$Be^7$	1.15
$B^8$	5.76
$N^{13}$	0.09
$O^{15}$	0.33
$F^{17}$	0.0
Total	$7.6^{+1.3}_{-1.1}$

Valores retirados de Bahcall, Pinsonneault e Basu [21]

Como mostrado na tabela 2.1, enquanto o valor esperado para o fluxo total de neutrinos solares no Homestake era de 7.6 SNU, o valor detectado foi de  $2.56 \pm 0.23$  SNU. SNU, ou *Solar neutrino Unit*<sup>3</sup>, corresponde a uma captura de  $10^{-36}$  neutrinos por átomo por segundo.

Outros experimentos que utilizavam princípios semelhantes ao do Homestake para detectar neutrinos solares surgiram, o SAGE [22] e o Gallex/GNO [23]. Usando o Gálio para detectar o neutrino em uma reação semelhante a do Homestake.



O Gálio foi escolhido, pois o limite mínimo de energia para a reação ocorrer, 0.233 MeV, é bem mais baixo que o do Cloro. A reação acima se inicia com a transformação do Gálio em um isótopo instável de Germânio, que possui uma meia-vida de 11.43 dias. Após esse passo, o Germânio é, então, separado e sua transformação em Gálio através da captura eletrônica é detectado. Cada decaimento radioativo do Germânio corresponde a uma detecção de neutrino.

O SAGE (*Soviet-American Gallium Experiment*<sup>4</sup>, que entrou em operação em 1990 e continua até hoje, está a uma profundidade aproximada de 3.5 km e localizado no observatório de neutrinos de Baksan em Baksan, Rússia. Possui um reservatório com 50 toneladas de  $Ga^{71}$ .

O outro importante experimento é o Gallex/GNO, que utiliza o Gálio para detectar

---

<sup>3</sup>Unidade de Neutrino Solar

<sup>4</sup>Experimento de Gálio Soviético-americano

neutrinos e entrou em operação em 1991 sendo sucedido pelo GNO (*Gallium Neutrino Observatory*)<sup>5</sup>, que ainda encontra-se em operação. Localizado na montanha de Gran Sasso na região de Abruzzos, próximo à cidade de Áquila na Itália. Este observatório possui um reservatório de 100 toneladas que consistem em uma mistura de ácido clorídrico e Cloreto de Gálio (III) contendo 30 toneladas de Gálio que age como alvo para o neutrino.

Ambos os experimentos de Gálio possuem como vantagem poder detectar neutrinos de baixas energias, pois a reação ocorre a uma energia mínima de 0.233 MeV. Devido a esse baixo valor ele detecta os neutrinos da maioria das reações, como mostrado na figura 1.2. Inclusive os neutrinos da cadeia pp que consistem no experimento em mais de 54% das detecções. Os valores previstos para a detecção de Gálio estão representados na tabela 2.2.

Tabela 2.2: Taxa de captura do Ga em SNU para as diferentes reações.

Fonte	Taxa (SNU)
pp	69.7
pep	2.8
hep	0.1
$Be^7$	34.2
$B^8$	12.1
$N^{13}$	3.4
$O^{15}$	5.5
$F^{17}$	0.1
Total	$128^{+9}_{-7}$

Valores retirados de Bahcall, Pinsonneault e Basu [21]

Mesmo usando uma reação de Gálio que deveria, como mencionado anteriormente, detectar o fluxo de neutrinos provenientes da cadeia pp, o fluxo medido pelo SAGE foi de  $75.4^{+7.8}_{-7.4}$  SNU ou cerca de 59% do valor previsto pela teoria; e o fluxo medido pelo GALLEX/GNO foi de  $74.1^{+6.7}_{-7.8}$  SNU ou cerca de 58% do valor previsto.

Um outro experimento, o *Sudbury Neutrino Observatory* [20]<sup>6</sup>, ou SNO, utiliza como alvo para o detector, a água pesada, ou seja, água formada pelo isótopo chamado de deutério, ao invés do hidrogênio ( $D_2O$ ). O SNO é um detector localizado próximo à cidade de Sudbury, Ontario, EUA e instalado em uma mina da empresa Vale Inco a uma profundidade de aproximadamente 2 km da entrada da mina. O tanque do detector é um

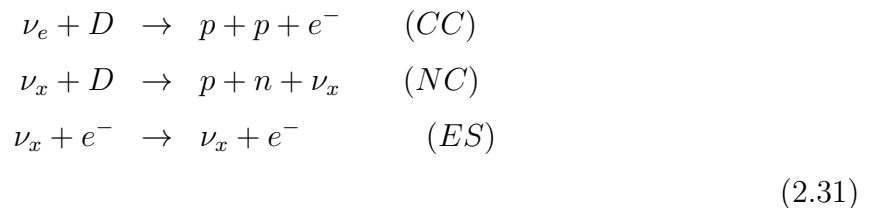
---

<sup>5</sup>Observatório de Neutrinos de Gálio

<sup>6</sup>Observatório de Neutrinos Sudbury

container com 1000 toneladas de  $D_2O$  ultra pura contido dentro de uma esfera acrílica de 12 metros de diâmetro.

As três reações usadas pelo SNO para detectar a passagem de neutrinos são: a reação de Corrente Carregada, ou  $CC^7$ ; a reação de Corrente Neutra, ou  $NC^8$  e o Espalhamento de Elétrons, ou  $ES^9$ . Mostradas abaixo, todas as reações são detectadas através do mesmo método, a radiação de Cherenkov.



A reação  $CC$  ocorre quando o neutrino interage através da força fraca transformando o nêutron em um próton, obtendo, como resultado, a destruição do núcleo do deutério em dois prótons e um elétron. Quando isso ocorre, o elétron, por possuir uma massa muito menor que a do próton, recebe a maior parte da energia e é lançado em altíssima velocidade emitindo radiação de Cherenkov que é então detectada pelo SNO, porém essa reação só ocorre para o neutrino do tipo elétron.

A reação  $NC$  ocorre quando o neutrino interage com o núcleo do deutério destruindo-o no processo, liberando o próton e o nêutron do núcleo, além de emitir o neutrino. Ao atingir outro núcleo, o nêutron irá ser eventualmente detectado por emitir raios gama em consequência dessa colisão. Esses raios gama irão, então, espalhar elétrons, causando a emissão de radiação Cherenkov. Essa reação é igualmente sensível para qualquer um dos neutrinos. Devido baixa seção transversal entre o nêutron e a água pesada, e a dificuldade de distinguir o espectro final, os resultados provenientes desse método não serão usado nesse trabalho.

A reação  $ES$ , que não ocorre unicamente na água pesada, é sensível a todos tipos de neutrinos; porém, é substancialmente mais sensível ao neutrino do elétron. Ela ocorre quando o neutrino interage com um elétron através da força fraca, causando a emissão de radiação Cherenkov. Apesar de resultar em pouca informação do espectro do neutrino, uma boa vantagem da reação  $ES$  em relação à  $NC$  é que a informação da direção em que o neutrino estava se movendo é mantida, podendo ser usado para diferenciar o neutrino solar de neutrinos provenientes de outras fontes, como outras estrelas ou galáxias.

Caso o fluxo de neutrinos detectados pelo SNO através da reação  $ES$ , sensível a todos tipos de neutrinos, seja maior que o detectado na reação  $CC$ , sensível, somente ao neutrino

---

<sup>7</sup> *Charged current*

<sup>8</sup> *Neutral current*

<sup>9</sup> *Elastic scattering*



do elétron, então isso significa que foram detectados neutrinos, provenientes do Sol, de outro tipo que não o neutrino do elétron. Como essa comparação visa saber se há o não outro tipo de neutrinos emitidos pelo sol, não é preciso comparar o valor obtido para o fluxo com o valor calculado por algum modelo solar. O resultado obtido pelo SNO para o fluxo das duas reações foi

$$\begin{aligned}\phi_{SNO}^{CC}(\nu_e) &= 1.75 \pm 0.07(\text{estat})_{-0.11}^{+0.12}(\text{sist}) \pm 0.05(\text{teor}) \times 10^6 \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \\ \phi_{SNO}^{ES}(\nu_x) &= 2.39 \pm 0.34(\text{estat})_{-0.14}^{+0.16}(\text{sist}) \times 10^6 \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \\ \phi_{SNO}^{ES} - \phi_{SNO}^{CC} &= 0.64 \pm 0.40 \times 10^6 \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}\end{aligned}$$

A medida do SNO para a mesma reação ES do fluxo de  $B^8$  está de acordo com a medida pela Colaboração Super-Kamiokande.

$$\begin{aligned}\phi_{SK}^{ES}(\nu_e) &= 2.32 \pm 0.03(\text{estat})_{-0.07}^{+0.08}(\text{sist}) \times 10^6 \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \\ \phi_{SK}^{ES} - \phi_{SNO}^{CC} &= 0.57 \pm 0.17 \times 10^6 \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}\end{aligned}$$

Onde (estat) é o erro estatístico, (sist) é o erro sistemático e o (teor) é o erro para a seção transversal obtida teoricamente

### Possível Solução

Existem três tipos de neutrinos conhecidos, como mostrados na figura 1.1, o neutrino do elétron, o neutrino do múon e o neutrino do tau. Oscilação de neutrinos é a ideia, prevista por Bruno Pontecorvo (1957) [24], que devido a possuírem massa, um neutrino do elétron pode se transformar em neutrinos do múon ou neutrino do tau e que esse neutrino pode então se transformar em outro tipo de neutrino, oscilando entre as três possibilidades até o momento em que é medido. Apesar de o modelo padrão determinar que neutrinos são imutáveis, a teoria de oscilação de neutrinos diz que isso ocorre. Sendo assim, o tipo do neutrino é uma superposição dos 3 tipo de estados diferentes em que a probabilidade de detectar um neutrino de um tipo específico fica oscilando juntamente com a probabilidade de detectar algum outro tipo. Para que dois tipos de neutrinos oscilem é preciso que, pelo menos, um dos dois tipos de neutrinos envolvidos possua massa não nula e, mesmo que ambos possuam massa, a diferença entre a massa deles deve ser não nula também, caso contrário, os dois tipos de neutrinos mencionados não irão oscilar. [25]

O SNO obteve resultados [20] suportando a ideia que os neutrinos de tipo elétron, múon e tau podem oscilar dessa maneira. Com essa ideia o neutrino produzido no sol, neutrino do elétron, pode virar um do múon ou tau até chegar na Terra. Como se assumia que todo neutrino deveria manter o seu tipo, o neutrino do elétron emitido pelo Sol não poderia se

transformar em um neutrino do múon ou do tau e como a maioria dos experimentos até a atualidade se concentraram ou em detectar somente o fluxo de neutrinos do elétron ou em técnicas de detecção em que o fluxo dos outros tipos de neutrinos fossem secundários havia sempre alguma discrepância entre o valor medido e o valor esperado.

Existem dois tipos básicos de experimentos para detectar a oscilação de neutrinos: o experimento de desaparecimento e de aparecimento [26]. Em um experimento de desaparecimento um feixe de neutrinos emitido é observado em dois detectores diferentes, um próximo da fonte do feixe e outro longe; os dois espectros de energia são observados e comparados, caso estejam faltando neutrinos em algum intervalo no espectro, é devido à oscilação dos neutrinos nesse intervalo de energia. Para um experimento de aparecimento, um feixe constituído de somente um tipo de neutrino é observado em busca do aparecimento de um outro tipo de neutrino; porém nesse tipo de experimento o neutrino que aparece pode ser confundido com neutrinos de fontes externas. Atualmente existem vários experimentos que possuem como função detectar essa oscilação e os seus parâmetros, como, por exemplo, o MINOS [27] e o T2K [28]. O experimento T2K publicou na edição de Janeiro-Fevereiro da *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements* [29] o resultado de 2 anos de detecção suportando a oscilação de neutrinos

Esse resultado foi muito relevante para mais do que somente o problema do neutrino solar; ele também somou a resultados anteriores [30] [31] [32] [33] suportando a ideia que neutrinos possuem massa, mesmo que pequena. Já que a existência dessa massa é um pré-requisito para que a oscilação de neutrinos seja possível. Essa ideia rendeu o prêmio Nobel de física do ano de 2002 [34] dividido entre Raymond Davis Jr., Masatoshi Koshiba e Riccardo Giacconi. Mesmo estando de acordo com os experimentos, esse não é um problema completamente fechado, já que muitos estudos ainda ocorrem tanto na oscilação de neutrinos quanto no neutrino solar [35]. Um exemplo de problema em aberto nessa oscilação é saber onde ela ocorre. Uma das opções diz que o neutrino oscila após sair do Sol, ou seja, uma oscilação no vácuo, outra diz que o neutrino oscila enquanto dentro do Sol, ou seja, uma oscilação na matéria. Outro problema ainda em aberto é que alguns dos parâmetros que regem como essa oscilação deve ocorrer, a probabilidade de um neutrino virar um tipo em detrimento de outro, ainda não são bem determinados.

## O Código de Evolução Estelar de Toulouse-Geneva (TGEC)

Devido à grande quantidade de cálculos envolvidos no estudo da evolução estelar, a ciência atual utiliza ferramentas computacionais para facilitar a análise dos dados. Os códigos computacionais de evolução praticamente revolucionaram o estudo da evolução estelar. Usando as equações básicas de estrutura estelar e o entendimento físico da estrela, esses códigos podem prever características físicas como luminosidade, raio, temperatura superficial, composição química. Ao longo dos anos a melhoria da capacidade de processamento dos computadores resultou em uma complexidade maior dos códigos, tornando possíveis códigos cada vez mais sofisticados devido a inclusão de novos efeitos físicos, e quebrando algumas simetrias da modelagem de uma estrela. Um código desse tipo provavelmente nunca está completamente terminado, e sempre pode-se adicionar ou melhorar alguma coisa; como consequência, os mesmos permanecem relevantes até hoje, tornando-se, assim, uma ferramenta essencial para a astrofísica teórica e também observacional.

O Código de Evolução Estelar Toulouse Geneva, também conhecido como *Toulouse Geneva Evolution Code* ou TGEC [36], foi escrito por Kippenhahn nos anos setenta. Desde então, vários outros autores deram sua contribuição para o código, acrescentando, aos poucos, vários detalhes que não faziam parte do código original. O código calibra a estrutura estelar em cada passo da evolução das estrelas do tipo solar na sequência principal e evolui até a ignição intrínseca de He no núcleo. Os modelos estelares usados no código possuem como característica a simetria esférica, onde a estrela é dividida em cascas concêntricas e, por isso, sua única variável independente é o raio, resultando em um sistema unidimensional.

## 3.1 A Descrição do código

Nessa seção serão descritas algumas características do código TGEC como, por exemplo, as equações de estado que são utilizadas, bem como as referências das opacidades e das taxas de reações nucleares, além de qual modelo de convecção e de atmosfera são usados. Em seguida será dada uma breve explanação sobre o cálculo do fluxo de neutrinos no código.

### 3.1.1 As Equações de Estado

A equação de estado é uma relação matemática entre grandezas termodinâmicas de estado, descrevendo as relações entre as variáveis de estado. O código possui a opção de usar várias equações de estado diferentes; entre outras, podemos destacar a mais recente OPAL2001, Rogers and Nayfonov (2002) [37], onde utilizam-se como parâmetros livres as variáveis Pressão, Temperatura, a fração de massa de hidrogênio e de elementos pesados ( $P, T, X, Z$ ), usando três valores diferentes para a metalicidade ( $Z = 0, Z = 0.02$  e  $Z = 0.04$ ). O método de interpolação usado no código é a interpolação quadrática à temperatura fixa com três valores diferentes para a densidade, seguidos por uma interpolação quadrática ao longo da temperatura. Versões mais antigas também estão presentes no código, como o OPAL96 e o MHD. Mais detalhes sobre o OPAL96 podem ser encontrados no artigo de Iglesias e Rogers (1996) [38] e o MHD nos trabalhos de Däppen, W., Mihalas, D., Hummer, D.G., Mihalas, B.W. (1988) [39].

### 3.1.2 As Opacidades e a Composição Química

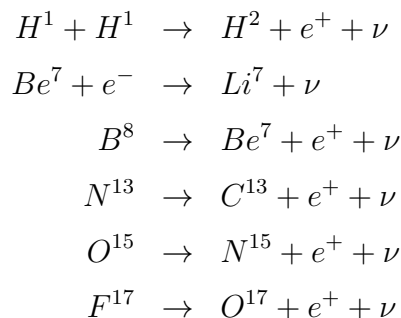
A opacidade é a fração de radiação que é absorvida pelo meio ao atravessar uma estrela. Para as opacidades a tabela de OPAL96, obtida no Iglesias e Rogers (1996) [38] é usada sempre que possível. Para baixas temperaturas, as tabelas presentes no trabalho de Alexander & Ferguson (1994) [40] são usadas. A abundância relativa é a fração de um dado elemento químico em relação a composição total da estrela. As abundâncias iniciais são obtidas através do trabalho de Grevesse & Noels (1993) [41] ou de uma tabela implementada há poucos anos, o Asplund et al. (2005) [42].

### 3.1.3 As Reações Nucleares

Para as reações nucleares são levadas em conta as três cadeias pp e o ciclo CNO para as reações de queima de hidrogênio. As taxas das reações nucleares podem ser computadas de acordo com diferentes opções de tabelas, mais informações podem ser encontradas juntamente com as tabelas, presentes nos trabalhos de: Caughlan & Fowler (1988) [43], Adelberger et al. (1998) [44] para cadeias pp e da fórmula analítica na compilação do NACRE (Angulo et al. 1999) [45].

O código também é capaz de calcular a taxa de produção de energia nuclear e gravitacional, além da blindagem para diferentes reações. Os fatores de blindagem são calculados no Salpeter 1954 [46], porém os valores obtidos no Bahcall & Pinsonneault (1992) [47] também podem ser usados.

Das reações apresentadas no capítulo anterior, as que emitem neutrinos são:



### 3.1.4 A Física da Convecção

A descrição de Bohm-Vitense 1958 [48] para *mixing-length theory* (MLT) é usada como padrão para descrever a mistura que ocorre na estrela, considerando que todos os vórtices gerados pela mistura que seriam de tamanhos diferentes como um único vórtice; porém podem ser usadas outras opções que consideram um amplo espectro de tamanho para o mesmo, como por exemplo, estão disponíveis no código: Canuto & Mazzitelli 1991 [49], que considera uma forma linear e Canuto et al. 1996 [50] que incrementa interações não-lineares.

### 3.1.5 Atmosfera

É usada uma aproximação de atmosfera cinza, que consiste em: considerar que o coeficiente de absorção não possui dependência com o comprimento de onda ou frequência no intervalo considerado, a existência de uma geometria plano-paralela, e uma atmosfera em equilíbrio termal radiativo. Seguindo a relação de Eddington abaixo

$$T(\tau) = T_{eff} \left[ \frac{3}{4} \left( \tau + \frac{2}{3} \right) \right] \quad (3.1)$$

começando com um  $\tau = 0.001$  até  $T = T_{eff}$  ou seja  $\tau = \frac{2}{3}$

### 3.1.6 Computação do Modelo no TGEK

O Modelo é computado tanto com um passo de tempo fixo ou variável, sendo o variável usado como padrão. A resolução das equações de estrutura interna são feitas usando-se

o método de relaxação de Henyey. O código também considera as seguintes espécies químicas: H, He, C, N, O, Ne, Mg e Z levando em conta outros metais. Uma descrição mais completa do código pode ser encontrada no Hui-Bon-Hoa 2007 [36].

### 3.1.7 Os Processos Físicos Fora do Padrão

Vários processos físicos fora da evolução padrão podem ser incluídos no TGEC, podemos citar a difusão microscópica, a acreção, mistura induzida por rotação, circulação meridional, perda de massa, evolução do momento angular e overshooting ou undershooting.

Além disso, diferentes processos de mistura estão presentes e podem ser introduzidos no modelo, por exemplo, a difusão microscópica foi incluída no TGEC por Charbonnel e aperfeiçoado por Talon & Richard e a descrição do formalismo usado pode ser encontrada nos trabalhos de Chapman & Cowling (1970) [51] e Paquette (1986) [6]. Outros exemplos são a mistura induzida por rotação e a circulação meridional (Zahn (1992) [52]). Outras versões desta mistura são encontradas em Richard et. al (2004) [53] e Théado & Vauclair (2003) [54].

### 3.1.8 Cálculo do fluxo de Neutrinos

Primeiramente o código utiliza a reatividade média calculada no trabalho de Caughlan & Fowler (1988) [43]. A reatividade média é uma relação entre a seção de choque e a velocidade da partícula, onde a seção de choque mede a probabilidade de que durante uma colisão de um feixe de partículas contra uma partícula ocorra uma reação. A seção de choque é calculada como o número de reações por segundo dividido pelo número de partículas incidentes por segundo e por centímetro. A reatividade é a média da seção de choque multiplicado pela velocidade das partículas envolvidas na reação. Pensando dessa maneira a reatividade é a probabilidade que no volume percorrido pela partícula, ocorra uma reação. Mais detalhes sobre essa reatividade e a taxa de reação são apresentados no capítulo 4.

A partir dessa reatividade, o código calcula a taxa de cada reação nuclear para, então, calcular quantos neutrinos serão emitidos em cada reação nuclear. O código primeiramente calcula o fluxo emitido por cada camada e, como resultado, teremos o fluxo de neutrinos através de uma camada.

Após feito esse cálculo do fluxo, o código soma o fluxo de cada camada para obter um valor total do fluxo de neutrinos. Esse é o fluxo total emitido pela estrela, no nosso caso, o Sol. Além disso, precisamos lembrar que nem todo neutrino solar é emitido na direção da Terra. Para poder transformar esse valor no fluxo de neutrinos que atravessa a Terra é preciso fazer algumas transformações, considerar somente a fração do fluxo emitido na direção da Terra ignorando o resto que será espalhado em todas as direções.

Isso é feito matematicamente considerando uma casca esférica de raio igual a distância entre o Sol e a Terra e considerando que a Terra ocupa um ponto nessa casca, ou seja, dividindo o fluxo pela área da casca esférica. Após esse passo, o código obtém como saída o fluxo de neutrino emitido pelo Sol, que atravessa a Terra, podendo ser expresso tanto em  $cm^{-2}seg^{-1}$  quanto em **Solar Neutrino Unit**<sup>1</sup> ou SNU.

O código não leva em conta que todos os neutrinos que atravessam a Terra não passam pelo detector. O motivo disso é que, como o tanque usado nos experimentos não possui o tamanho da Terra, somente uma fração dos neutrinos atravessam o detector. Além disso, como nem todo detector usa a mesma substância ou técnica para detectar o efeito da passagem no neutrino pelo tanque de detecção, é função de cada observatório levar em consideração a chance de ocorrer uma interação entre o neutrino e a substância usada para determinar o fluxo de neutrinos.

## 3.2 O Modelo utilizado

Para o modelo desse trabalho, usamos a equação de estado OPAL2001 do Rogers & Nayfonov (2002) e as opacidades radiativas de Iglesias & Rogers (1996), completada com as opacidades atômicas e moleculares a baixas temperaturas de Alexander & Ferguson (1994). As fórmulas analíticas para as reações nucleares são descritas no Angulo et al. (1999). A convecção é tratada de acordo com o formalismo de MLT encontrado no Böhm-Vitense (1958). Para as atmosferas é usado a relação de Eddington. Os coeficientes de difusão usados são encontrados nos trabalhos de Paquette et al. (1986) usando também a mistura de Théado & Vauclair (2003). Não é considerado perda de massa ou pulsação

O modelo de uma massa solar foi calibrado para estar de acordo com a temperatura efetiva e a luminosidade atual do Sol. O método de calibração é baseado descrição feita no Richard et al. (1996): para uma estrela de uma massa solar, ajustamos o parâmetro de mistura e a abundância inicial de hélio para reproduzir a luminosidade e raio solar observado na idade do sol. Os valores observados usados são encontrados no Richard et al. (2004) ( $L_{\odot} = 3.8515 \pm 0.0055 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$ ,  $R_{\odot} = 6.95749 \pm 0.00241 \times 10^{10} \text{ cm}$ , e  $t_{\odot} = 4.57 \pm 0.02 \text{ Gyr}$ ). Para o melhor ajuste foi obtido um  $L = 3.8501 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$  e  $R = 6.95524 \times 10^{10} \text{ cm}$  para uma idade de  $t = 4.576 \text{ Gyr}$ .

---

<sup>1</sup>Unidade de Neutrino Solar

## Resultados

O problema do neutrino solar surgiu na década de 1960 juntamente com os resultados dos detectores de neutrinos solares. A famosa discrepância entre o valor obtido pelos detectores e o valor obtido pelos códigos de evolução estelar durou mais 40 anos [9] [20] sem uma solução satisfatória. No entanto no ano de 2002 com o prêmio Nobel [34] a comunidade científica reconheceu a oscilação de neutrinos [55] como, até então, a melhor solução obtida.

Apresentaremos aqui os resultados obtidos pelo TGECC, bem como colocaremos em contexto as distribuições obtidas para o fluxo de neutrinos. Juntamente com proposta de mudança na maneira que é feito o cálculo do fluxo de neutrinos solares, modificando a estatística usada para se obterem as médias das taxas de reações nucleares.

### 4.1 Fluxo de Neutrino Solar

Cada reação nuclear que emite neutrinos mostrada no capítulo 2, e presente no código mostrado no capítulo 3, necessita de condições mínimas de temperatura e pressão para ocorrer, condições essas que estão presentes no interior do Sol. Mesmo essas condições estando presentes no Sol, elas não estão presentes em qualquer lugar no interior do Sol. A figura 4.1 mostra a dependência do fluxo de neutrino com o raio e como o fluxo de neutrino reflete a taxa em que ocorre a reação. Essa figura também reflete com que intensidade que a reação ocorre.



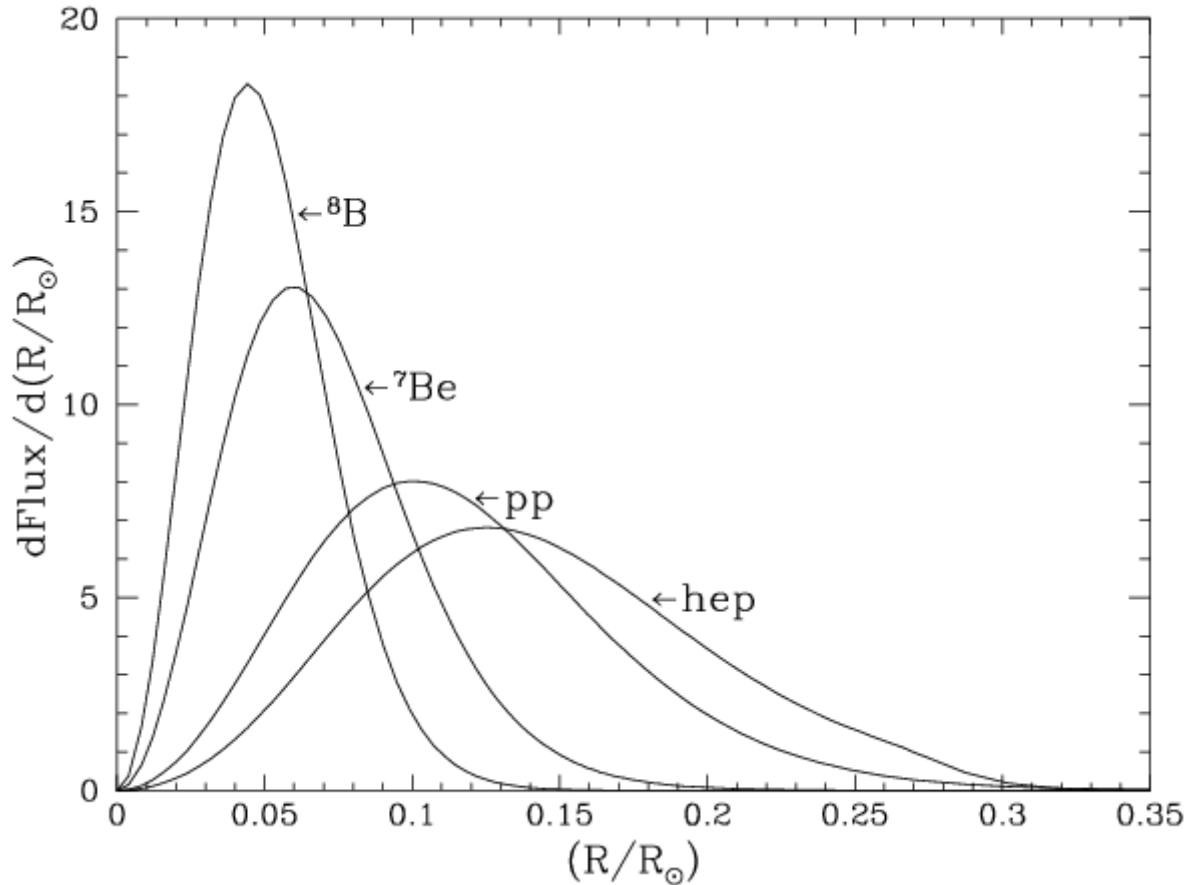


Figura 4.1: Distribuição do fluxo de neutrino em função do raio de cada camada [56]

O gráfico acima é obtido através da teoria presente dos trabalhos de Bahcall (1989). Podemos ver que, para as reações representadas, não existe fluxo de neutrinos para um raio relativo maior que 0.35 e que o pico se encontra nas proximidades do núcleo. Como a emissão de neutrinos é um indicador da intensidade em que a reação ocorre, o gráfico 4.1 é proporcional à taxa de reação nuclear, ou seja, podemos, então, sondar onde ocorre cada reação nuclear.

As figuras 4.2 e 4.3 mostram gráficos que representam o fluxo de neutrinos emitido por cada camada para as reações do Berílio e para o Boro. O eixo  $x$  representa o raio dividido pelo raio solar, o eixo  $y$  representa a derivada do fluxo em função do eixo  $x$ . O valor mostrado no eixo  $y$  é a derivada do fluxo por camada emitido pelo Sol e não pode ser diretamente comparado com o fluxo detectado na Terra, pois, é preciso considerar ainda que boa parte dos neutrinos emitidos pelo Sol não são liberados na direção da Terra. Para fazer isso é preciso considerar uma casca esférica com raio igual à distância entre o Sol e a Terra, e tomar a Terra como um ponto, ou seja, dividindo o valor do fluxo por essa distância.

As figuras 4.2 e 4.3 mostram gráficos que representam o fluxo de neutrinos utilizando o raio como variável independente para as reações do Berílio e para o Boro; porém podemos

também modificar a variável independente para representar os mesmos valores de fluxo utilizando em função da massa, gerando assim gráficos diferentes, mostrados nas figuras 4.4 e 4.5.

A comparação entre os gráficos 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5 obtidos pelo TGEC e o gráfico 4.1 obtido pelo Bahcall [56] não é algo fácil, devido ao programa não explicitar as unidades, para o valor do fluxo, antes de terminar o cálculo, por isso o gráfico foi normalizado para fazermos uma análise qualitativa. Outra dificuldade é numérico obtido não ser derivável em todos os pontos devido a formação de picos, ou seja, não ser uma curva bem comportada. Essa dificuldade nos levou a fazer uma suavização da curva. Para facilitar a comparação, foi feito um ajuste de curva usando uma distribuição de Maxwell. Por isso, para comparar os gráficos obtidos pelo TGEC com o de Bahcall podemos analisar dois pontos: o ponto máximo, que ocorre próximo a  $R = 0.05R_{\odot}$  para todos os gráficos, e o ponto que o fluxo se torna zero, que para o Berílio ocorre aproximadamente em  $R = 0.2R_{\odot}$  e para o Boro  $R = 0.15R_{\odot}$ . Mesmo sem poder fazer uma comparação mais direta entre os gráficos, esses pontos indicam uma semelhança e coerência entre o código e os valores obtidos para o fluxo de neutrinos pelo modelo de Bahcall.

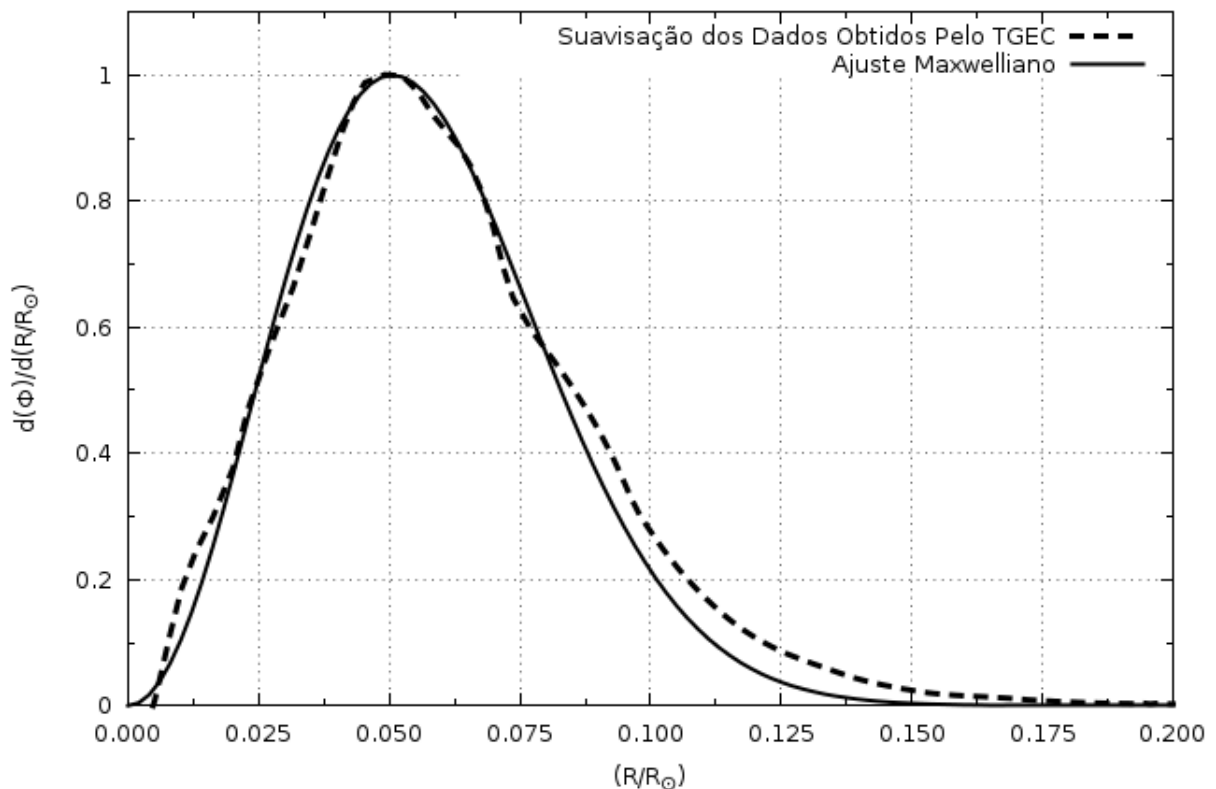


Figura 4.2: Fluxo obtido pelo TGEC para neutrinos emitidos pelo Berílio em função do raio de cada camada

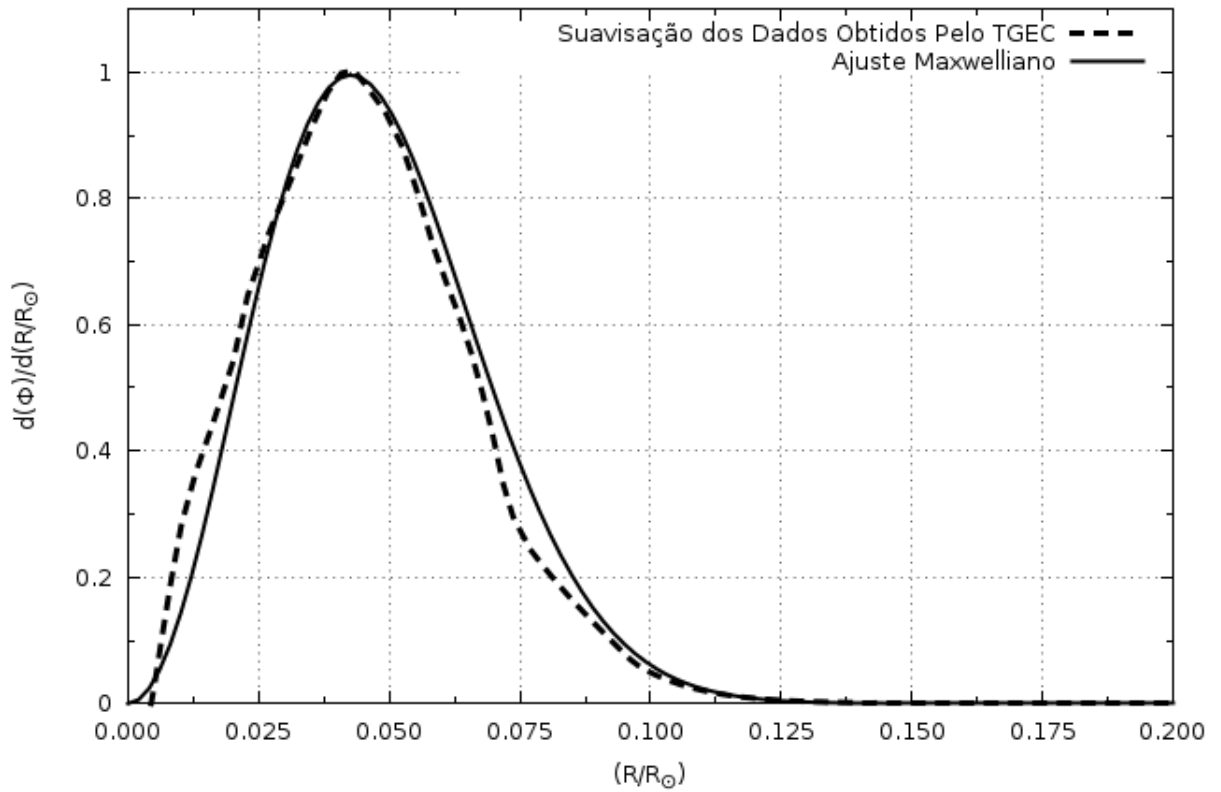


Figura 4.3: Fluxo obtido pelo TGEC para neutrinos emitidos pelo Boro em função do raio de cada camada

Se compararmos os gráficos para o fluxo de Berílio da figura 4.2 e o da figura 4.4, vemos que, apesar de os gráficos usarem uma variável diferente (Raio para o 4.2 e Massa para o 4.4), a forma e vários aspectos, como por exemplo os picos da curva não ajustada, são semelhantes, mesmo que em locais diferentes, o mesmo se aplica para o gráfico da figura 4.3 e o da figura 4.5.

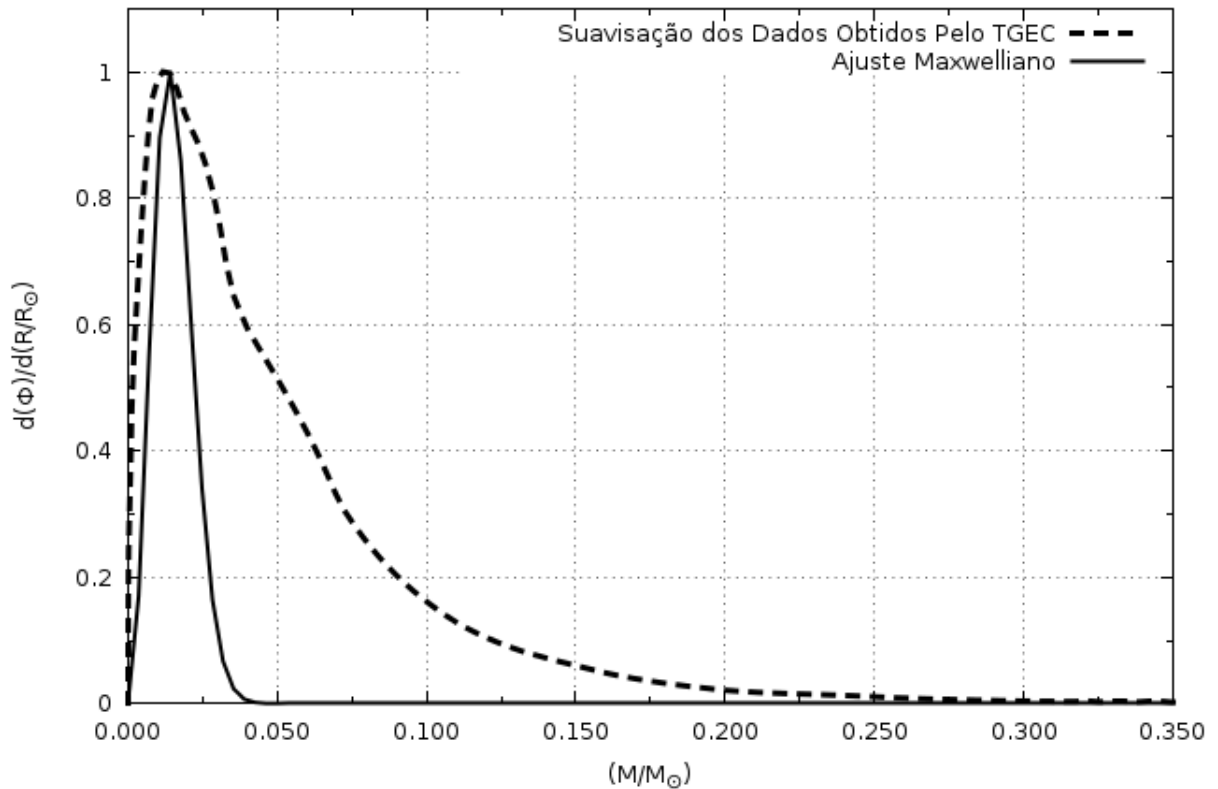


Figura 4.4: Fluxo obtido pelo TGEC para neutrinos emitidos pelo Berílio em função da massa de cada camada

Para cada gráfico é feito o ajuste dos dados computacionais sob a forma de uma curva do tipo Maxwell-Boltzmann. Podemos ver que essa forma de ajuste está coerente com os dados para os gráficos que utilizam como variável livre o raio de cada camada (figuras 4.2 e 4.3) da mesma maneira do gráfico feito por Bahcall (figura 4.1). Quando tentamos o mesmo tipo de ajuste para aproximar o modelo computacional dos gráficos que utilizam a massa de cada camada como variável livre (figuras 4.4 e 4.5), notamos claramente a existência de uma divergência. Essa divergência ocorre em uma região onde, de acordo com equação usada no ajuste, não deveria haver fluxo de neutrinos.

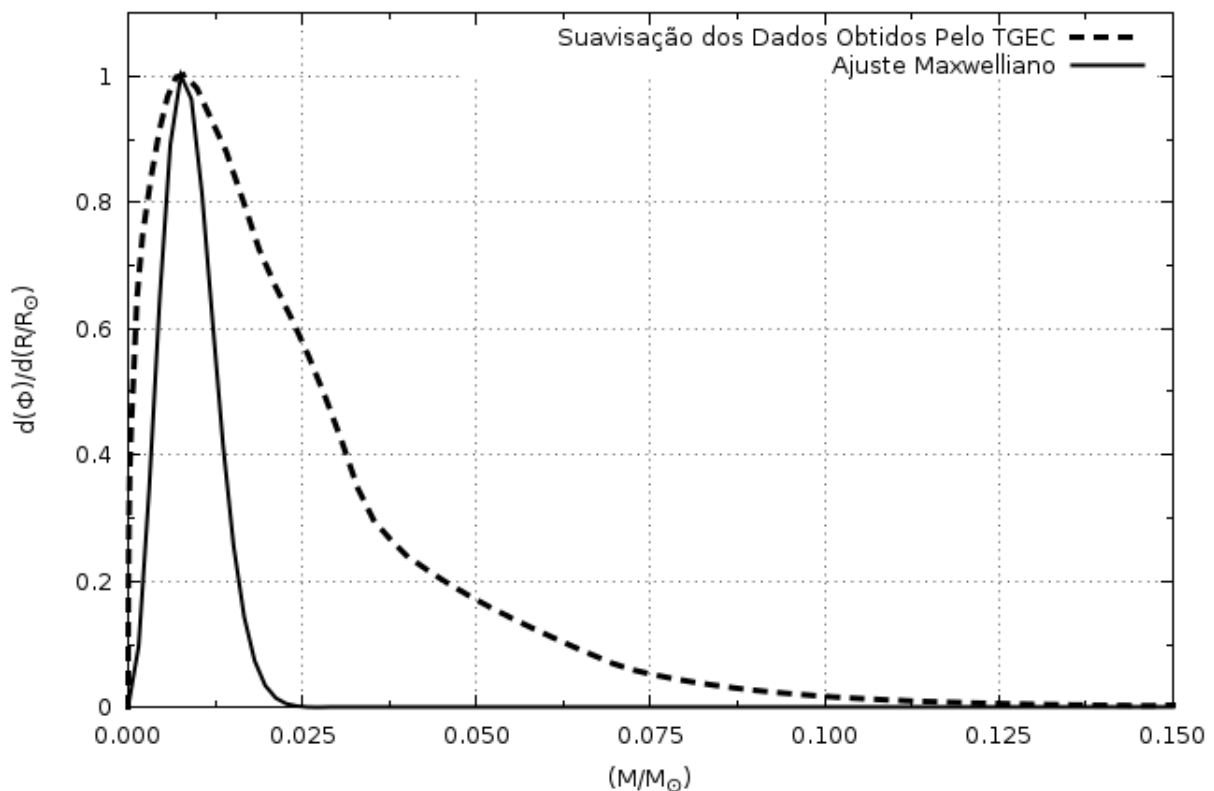


Figura 4.5: Fluxo obtido pelo TGEc para neutrinos emitidos pelo Boro em função da massa de cada camada

Podemos comparar também os valores obtidos pelo código TGEc para o fluxo de neutrinos com os valores mostrados no capítulo 2. Os valores encontrados no capítulo 2 para o fluxo de neutrinos obtido por vários experimentos diferentes em comparação com o valor previsto pela teoria de Basu, Pinsonneault, & Bahcall 2000 [57], estão resumidos na tabela 4.1 abaixo.

Tabela 4.1: Tabela comparativa da teoria vs. experimento. Unidades de Cloro, Gallex/GNO e SAGE estão em SNU. Os valores de  $B^8$  estão em unidades de  $10^6 \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ .

Experimento	Teoria	Medida	Teoria/Medida
Cloro	$7.6^{+1.3}_{-1.1}$	$2.56 \pm 0.23$	$0.34 \pm 0.06$
Gallex/GNO	$128^{+9}_{-7}$	$74.1^{+6.7}_{-7.8}$	$0.58 \pm 0.07$
SAGE	$128^{+9}_{-7}$	$75.4^{+7.8}_{-7.4}$	$0.59 \pm 0.07$
$B^8$ Kamiokande	$5.05[1.00^{+0.20}_{-0.16}]$	$2.80[1.00 \pm 0.14]$	$0.55 \pm 0.13$
$B^8$ Super-Kamiokande	$5.05[1.00^{+0.20}_{-0.16}]$	$2.40[1.00^{+0.04}_{-0.03}]$	$0.48 \pm 0.09$

Tabela retirada de Bahcall, Pinsonneault e Basu [21]

Como podemos ver na tabela 4.1, todos esses experimentos mostram um valor diferente do previsto em uma razão menor que 60% do valor teórico. Mesmo rodando o código utilizando somente os processos físicos padrões, notamos uma boa concordância com os experimentos. Os valores mostrados na tabela 4.5a representam a previsão para fluxo emitido pelo Sol, e os valores mostrados na tabela 4.5b são os resultados do TGEC para o fluxo de neutrino que seria medido através de um detector que utiliza  $Cl^{37}$  e  $Ga^{71}$ .

Tabela 4.2: Valores obtidos pelo TGEC para o fluxo de neutrinos emitido pelo Sol

Elemento	Fluxo( $10^{10} \times cm^{-2}s^{-1}$ )
pp	0.6012E+01
pep	0.1428E-01
hep	0.1165E-06
$Be^7$	0.4585E+00
$B^8$	0.4621E-03
$N^{13}$	0.4216E-01
$O^{15}$	0.3530E-01
$F^{17}$	0.4394E-03

Tabela 4.3: Valores, em SNU, obtidos pelo TGEC para o fluxo detectado por  $Cl^{37}$  e  $Ga^{71}$

Elemento	$Cl^{37}$	$Ga^{71}$
pp	0.0000	70.9381
pep	0.2285	3.0706
hep	0.0045	0.0085
$Be^7$	1.0913	33.5649
$B^8$	4.8980	11.2285
$N^{13}$	0.0700	2.6055
$O^{15}$	0.2330	4.0951
$F^{17}$	0.0029	0.0514
Total	6.5283	125.5626

Comparando os valores obtidos pelo TGEC na tabela 4.5a com os valores mostrados na tabela 4.1, temos como resultado a tabela 4.4: O fluxo medido para o  $B^8$  pelo Kamiokande de  $2.80[1.00 \pm 0.14]10^6 cm^{-2}s^{-1}$  e o fluxo medido pelo Super-Kamiokande de  $2.40[1.00^{+0.04}_{-0.03}]10^6 cm^{-2}s^{-1}$  em comparação com o valor obtido pelo TGEC de  $4.62 \times 10^6 cm^{-2}s^{-1}$ . Vemos que o valor obtido pelo TGEC é bem maior que os valores do Kamiokande e do Super-Kamiokande e está em concordância com o valor esperado pela teoria de Bahcall de  $5.05[1.00^{+0.20}_{-0.16}] \times 10^6 cm^{-2}s^{-1}$ .

Podemos comparar também os valores obtidos pelo TGEC da tabela 4.5b com os valores mostrados na tabela 4.1, temos como resultado a tabela 4.4. O fluxo previsto pelo TGEC a ser medido através de um detector de Cloro é de 6.5283 SNU, enquanto o fluxo medido fora de  $2.56 \pm 0.23$  SNU enquanto o valor esperado pela teoria é de  $7.6_{-1.1}^{+1.3}$  SNU, discordando, então, com os experimentos e em concordância com o código. Para o fluxo previsto pelo TGEC a ser medido através de um detector de Gálio, temos como resultado 125.5626 SNU enquanto o fluxo medido pelo Gallex/GNO foi de  $74.1_{-7.8}^{+6.7}$  e o medido pelo SAGE de  $75.4_{-7.4}^{+7.8}$ , enquanto o fluxo esperado pela teoria de Bahcall é de  $128_{-7}^{+9}$  SNU, ou seja, o valor obtido pelo TGEC está discordando com os experimentos e em concordância com a teoria.

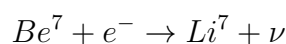
Tabela 4.4: Tabela comparativa do TGEC vs. experimento. Unidades de Cloro, Gallex/GNO e SAGE estão em SNU. Os valores de  $B^8$  estão em unidades de  $10^6 cm^{-2} s^{-1}$ .

Experimento	TGEC	Medida
Cloro	6.5283	$2.56 \pm 0.23$
Gallex/GNO	125.5626	$74.1_{-7.8}^{+6.7}$
SAGE	125.5626	$75.4_{-7.4}^{+7.8}$
$B^8$ Kamiokande	$4.62 \times 10^6 cm^{-2} s^{-1}$	$2.80[1.00 \pm 0.14]$
$B^8$ Super-Kamiokande	$4.62 \times 10^6 cm^{-2} s^{-1}$	$2.40[1.00_{-0.03}^{+0.04}]$

Os valores obtidos por esse trabalho estão de acordo com os resultados de Richard (1999) [58] que utiliza o mesmo código. Além disso, notamos que o código possui uma boa concordância com teorias já estabelecidas.

## 4.2 Taxa de Reação Termonuclear

Para se obter o fluxo de neutrinos é preciso primeiramente ter a taxa em que ocorre a reação que produz o neutrino. A taxa de reação termonuclear analítica usada pelo código é dada pelo Caughlan & Fowler (1988) [43] e expressa como  $N_A \langle \sigma v \rangle$  onde  $N_A$  é o número de Avogadro,  $\sigma$  é a seção transversal e  $v$  é a velocidade relativa entre os núcleos envolvidos e a média  $\langle \sigma v \rangle$  é tomada sobre a distribuição de Maxwell-Boltzmann para velocidade como uma função da temperatura, como exemplificado na equação 4.1, para a reação



onde  $T_9$  é a temperatura em unidades de  $10^9$  K e  $T_{9nm} = (T_9)^{\frac{n}{m}}$ .

$$N_A \langle \sigma v \rangle = \frac{1.34 \times 10^{-10}}{T_{912}} \cdot (1 - 0.537 \cdot T_{913} + 3.86 \cdot T_{923} + \frac{0.0027}{T_9} \cdot \exp(\frac{2.515 \times 10^{-3}}{T_9})) \quad (4.1)$$

Essa expressão é obtida no Fowler & Caughlan (1967) [59] a partir da integral 4.2 tomada sobre a energia do centro do momento linear.

$$\begin{aligned}\langle\sigma v\rangle &= \frac{(8/\pi)^{1/2}}{M^{1/2}(kT)^{3/2}} \int \sigma E \exp(-E/kT) dE \\ &= 6.1968 \times 10^{-14} A^{-1/2} T_9^{-3/2} \int \sigma_b E_6 \exp(-11.605 \cdot \frac{E_6}{T_9}) dE_6 \quad cm^3 seg^{-1} (4.2)\end{aligned}$$

Onde  $\sigma_b$  é a seção transversal em barns ( $10^{-24} cm^2$ ),  $E_6$  é a energia em MeV e a massa reduzida, por exemplo,  $A = \frac{A_0 A_1}{(A_0 + A_1)}$ . De acordo com o artigo [59] poucos casos possuem dados suficientes para fazer o cálculo mostrado na equação 4.2. Para baixas temperaturas é costume avaliar  $\langle\sigma v\rangle$  usando a seção transversal medida em laboratório para a faixa de temperatura em que as primeiras reações nucleares ocorrem.

Para partículas carregadas atravessarem a barreira de Coulomb o tunelamento quântico pode ser levado em conta. Devido a esse efeito, o valor para a seção transversal precisa ser modificado e, por consequência, modificando a taxa de reação. Devido aos trabalhos de Gamow (1928) [60] e Gurney & Congon (1928, 1929) [61] [62], podemos considerar a seção transversal para baixas energias como mostrado na equação 4.4, onde  $E_G$  é a energia de Gamow e  $S(E)$  é o fator de seção transversal.

$$\sigma = \frac{S(E)}{E} \exp[-(E_G/E)^{1/2}] \quad (4.3)$$

$$E_G = (2\pi\alpha Z_0 Z_1)^2 \left(\frac{MC^2}{2}\right) = 0.98948 Z_0 Z_1 A^{1/2} MeV^{1/2} \quad (4.4)$$

Adicionando a equação 4.4 à equação 4.2 temos o resultado mostrado na equação 4.5, onde  $E_o$  é a energia efetiva de interação dada pela energia na qual ocorre o máximo no produto entre as exponenciais de Maxwell-Boltzmann e de Gamow.

$$\langle\sigma v\rangle = \frac{(8/\pi)^{1/2}}{M^{1/2}(kT)^{3/2}} \int S(E) \exp(-(E_G/E)^{1/2} - E/kT) dE \quad (4.5)$$

$$= \frac{2^{1/2} \Delta E_o^{3/2}}{M} S_{eff} \exp(-\tau) \quad (4.6)$$

Onde  $S_{eff}$ ,  $\tau$  e  $E_o$  são dados pelas equações abaixo



$$S_{eff} = S(0)\left[1 + \frac{5}{12\tau} + \frac{S'(0)}{S(0)}\left(E_o + \frac{35}{36}kT\right)\right] \quad (4.7)$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{S'(0)}{S(0)} \left(E_o^2 + \frac{89}{36}E_o kT\right) \quad MeV - barn$$

$$\tau = 3E_o/kT \quad (4.8)$$

$$E_o = [\pi\alpha Z_0 Z_1 kT (Mc^2/2)^{1/2}]^{2/3} \quad (4.9)$$

$$\Delta E_o = 4(E_o kT/3)^{1/2} \quad (4.10)$$

$$\alpha = e^2/\hbar c \quad (4.11)$$

A distribuição de Maxwell-Boltzmann, dada pela função 4.12, assume partículas idênticas e distinguíveis livres se movendo sem interagir uma com as outras, a menos de colisões elásticas. A função densidade de probabilidade para essa distribuição é mostrada abaixo:

$$f_{MB}(x) = \frac{1}{C} \frac{x^2}{e^{\beta x^2}} \quad (4.12)$$

A discrepância no ajuste dos gráficos 4.4 e 4.5, juntamente com a exigência de que as partículas se movam sem interação de longa distância nos leva a sugerir uma mudança na distribuição de velocidade acima. Seguindo o exemplo de outras situações onde essa exigência de não haver interação de longa distancia não se aplica, como no caso da difusão anômala [63], iremos utilizar a distribuição de Tsallis [64]. A distribuição de Tsallis é dada pela função 4.13 e pode ser usada em casos onde existe interação de longo alcance. Essa distribuição recai na distribuição de Maxwell-Boltzmann para o caso particular de  $e_q(x)$  com  $q \rightarrow 1$ .

$$f_T(E) = \frac{1}{C} \frac{x^2}{e_q^{\beta x^2}} \quad (4.13)$$

$$e_q(x) = [1 + (1 - q)x]^{\frac{1}{1-q}}$$

Como o TGEC utiliza a fórmula analítica calculada pelo trabalho de Caughlan & Fowler (1988) [43], a melhor forma de modificar a taxa de reação no código para levar em conta a distribuição de Tsallis e primeiramente modificar o valor mostrado no artigo de Caughlan & Fowler (1988). Depois de feita a modificação, podemos, então, adicionar ao TGEC a nova fórmula da taxa de reação para o código levar em conta uma possível interação de longo alcance existente no plasma solar. Essa modificação irá, em consequência, modificar o fluxo de neutrinos solares, pois o cálculo do fluxo é feito com base na taxa de reação. Como mostrado na 4.14, onde  $R_e$  é a taxa de reação, levando em conta quantas reações de algum tipo específico ocorreram.

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{1}{4\pi R^2} \int_0^{R_{sol}} 4\pi r^2 R_e(r) dr \\ R_e &= \langle \sigma v \rangle N_a N_x\end{aligned}\tag{4.14}$$

Com isso em mente, para fazer essa modificação é preciso trocar na equação 4.5 a distribuição de Maxwell-Boltzmann pela  $q$ -exponencial e, assim, usar a distribuição de Tsallis, obtendo um novo conjunto de taxas de reações. Teríamos, então, a seção transversal e o fluxo como mostrados na equação 4.15.

$$\begin{aligned}\langle \sigma v \rangle_q &= \frac{(8/\pi)^{1/2}}{M^{1/2}(kT)^{3/2}} \int S(E) e^{-(E_G/E)^{1/2}} e_q^{-(E/kT)} dE \\ \phi &= \frac{1}{4\pi R^2} \int_0^{R_{sol}} 4\pi r^2 R_e(r) dr \\ R_e &= \langle \sigma v \rangle_q N_a N_x\end{aligned}\tag{4.15}$$

A resolução da equação 4.15 pode ser feita expandindo o fator de seção transversal  $S(E)$  ao redor do centro de momento, como mostrado na equação 4.16. Com o resultado abaixo podemos utilizar os valores de  $S(0)$  e  $S'(0)/S(0)$  tabelados no artigo de Fowler & Caughlan (1967) [59] a assim substituir na equação 4.15

$$S(E) = S(0) \left( 1 + \frac{S'(0)}{S(0)} E + \frac{1}{2} \frac{S''(0)}{S(0)} E^2 \right)\tag{4.16}$$

Após isso, é preciso modificar as taxas de reações nucleares usadas no código por esse novo conjunto de taxas de reação. Lembrando que, o parâmetro adicional  $q$ , usado na distribuição de Tsallis, é um parâmetro livre, por isso, é preciso ainda determinar o seu valor. Podendo obter como resultado  $q \rightarrow 1$ , mostrando que a distribuição é realmente de Maxwell-Boltzmann.

Uma outra maneira de fazer essa substituição detalhada nesse trabalho, é utilizar as ideias do artigo de Corradu et al. (1999) [65], estimativas feitas antes da confirmação da existência da oscilação de neutrinos. A estimativa do artigo mencionado foi feita considerando uma aproximação de primeira ordem na distribuição de Tsallis na forma de Clayton, ou seja, com  $\delta = (1 - q)/2$  e considerando um  $T' = T + T(1 + q)$ . Além de aproximar a integral usando uma expansão de ponto de sela ao redor do ponto máximo de  $E_o$ , conhecido como Pico de Gamow. Aplicando essa aproximação, temos a equação 4.17, onde obtemos como resultado as equações 4.18 e 4.19 para a  $i$ -ésima reação, como

mostrado no artigo, onde  $T_c$  é a temperatura no centro do Sol.

$$\langle \sigma v \rangle \sim \int_0^{\infty} (kT)^{-3/2} e^{(-E/kT - \delta(E/kT)^2)} \sigma v dv \quad (4.17)$$

$$\frac{\langle \sigma_i v \rangle_{\delta}}{\langle \sigma_i v \rangle} = e^{-\delta(E_o^{(i)}/kT)^2} \quad (4.18)$$

$$\frac{E_o}{kT} \approx 5.64 \left( Z_1^2 Z_2^2 \frac{A^1 A^2}{A^1 + A^2} \frac{T_c}{T} \right)^{1/3} \quad (4.19)$$

Utilizando esses resultados, o artigo de Coraddu et al. (1999) mencionado acima, calculou o valor dos fluxos para o caso de  $\delta = 0$  ( $q \rightarrow 1$ ) e para o caso de  $\delta = 0.005$  ( $q = 0.99$ ), com o intuito de mostrar que mesmo variações extremamente pequenas no valor de  $q$  podem causar uma grande modificação no valor do fluxo. Com isso em mente podemos dizer que o fluxo possui uma grande sensibilidade a distribuição de velocidades, distribuição essa considerada Maxwell-Boltzmann a menos de uma flutuação. Essa flutuação pode ser entendida como uma leve tendência a se comportar de maneira mais organizada, já que a distribuição de Maxwell-Boltzmann pode ser compreendida como algo completamente aleatório.

Tabela 4.5: Fluxo de neutrinos utilizando as aproximações do Coraddu et al. (1999) [65]. Unidades de Cloro, Gálio estão em SNU. Os valores de  $B^8$  estão em unidades de  $10^6 \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ .

Fluxos	$\delta = 0$	$\delta = 0.005$	Medida
$\phi_{B^8}$	6.62	1.65	2.40[1.00 <sup>+0.04</sup> <sub>-0.03</sub> ]
Gálio	137	100	74.1 <sup>+6.7</sup> <sub>-7.8</sub>
Cloro	9.3	2.84	2.56 ± 0.23

Tabela retirada de Bahcall, Pinsonneault e Basu [21]

Comparando os valores para  $\delta = 0$  dados acima com os valores para o SSM dados por Bahcall, Pinsonneault e Basu [21], podemos ver que os fluxos se aproximam, porém ainda diferem do valor previsto. Essa discordância entre o valor de Bahcall, Pinsonneault e Basu com os de Coraddu et al. é devido as aproximações usadas.

Artigos posteriores, como o de Turck-Chieze et al. (2001) [66], mostraram que, utilizando as aproximações do Coraddu et al., qualquer deformação na estatística de Maxwell-Boltzmann deve ser pequena. Sendo assim, a natureza do plasma solar deve acompanhar aproximadamente uma distribuição maxwelliana, o que, segundo Coraddu et al., ainda deve causar uma boa diferença no valor do fluxo

Com isso em mente, vemos que a proposta de modificar o TGEC para incluir uma taxa

de reação calculada através de uma distribuição de velocidades das partículas no plasma alternativa, pode servir como suporte à oscilação de neutrinos. Mesmo que distribuição inerente a velocidade das partículas no plasma acompanhe uma distribuição maxwelliana, a menos de uma pequena variação na ordem de  $10^{-2}$ , essa pequena variação gera uma modificação no valor do fluxo de neutrinos. Como pequenas variações podem modificar muito o valor do fluxo, então usando variações menores ainda podemos modificar o valor do fluxo em algumas casas decimais, onde essa diferença nas casas decimais pode ser usada como um ajuste fino para o fluxo de neutrinos caso seja preciso, ou seja, após determinados todos os parâmetros desconhecidos da oscilação de neutrinos qualquer discrepância pode ser corrigida através dessa modificação.

## Conclusões e Perspectivas

A ideia que os neutrinos possuem massa e, conseqüentemente, um neutrino de um tipo pode se transformar em outro tipo após sua emissão, conhecida como oscilação de neutrinos, é reconhecidamente uma solução para o Problema do Neutrino Solar, pois com a transformação dos neutrinos do elétron, resultante das reações nucleares que ocorrem no interior do Sol, em outro tipo de neutrino, os observatórios de neutrinos viram-se incapazes de detectar com precisão o fluxo total de neutrinos solares. Esse problema, porém, não está completamente fechado, já que várias pesquisas ainda estão em andamento na área de oscilação de neutrinos, pois vários parâmetros ainda estão sendo determinados. Esses parâmetros são os responsáveis por ditar a proporção na qual um tipo de neutrino se transforma em outro.

Nesta dissertação analisamos a evolução do Sol através do estudo de um modelo evolutivo calculado com o TGEC. Este modelo forneceu a evolução temporal de toda a estrutura estelar e importantes parâmetros físicos fundamentais no cálculo das reações nucleares e do fluxo de neutrinos. Os principais resultados deste trabalho foram:

- Análise do fluxo de neutrino por reação e por camada em coordenadas de massa e em raio
- Localização de um parâmetro importante para um tratamento não extensivo da estrutura interna estelar, a taxa de reação
- Determinar que mesmo o plasma solar possuindo um  $q = 0.99$ , diferenciando de uma distribuição maxwelliana a menos de uma ordem de grandeza de  $10^{-2}$ , essas pequenas flutuações ainda causam uma grande variação no valor do fluxo de neutrinos, como mostrado no Coraddu et al. (1999) e Turk-Chieze et al. (2001)

Como perspectivas teremos que mesmo com esses parâmetros determinados, ajustes podem ser necessários, e a modificação da distribuição de velocidades das partículas no plasma, mesmo que ínfima, é capaz de realizá-los. Esse trabalho propõe a utilização e

modificação do TGEC através de distribuições alternativas, para sondar se a distribuição inerente a velocidade das partículas no plasma acompanha uma distribuição maxwelliana.

A partir dessa ideia, algumas perspectivas de continuação de trabalho são:

- Modificar a taxa de reação termonuclear no código por taxas que usem distribuições alternativas. Espera-se que isso cause uma modificação no fluxo de neutrinos, modificação essa que pode ser comparada posteriormente com o valor do fluxo obtido levando em conta a oscilação de neutrinos
- Análise as consequências dessa modificação na taxa de reação termonuclear e na abundância de elementos. Espera-se que com a modificação da taxa de reação tenha como consequência uma abundância diferente de elementos e essa observação pode ser usada para corroborar esse resultado
- Estudar a possibilidade da inclusão da difusão anômala, modificando no código a equação de Fokker-Planck para a difusão, utilizando a distribuição de Tsallis, e analisar a consequência disso para a distribuição da abundância dos elementos químicos na superfície. Onde se espera que isso modifique as observações, o que pode ser usado para corroborar esse resultado

## Referências Bibliográficas

- [1] Eddington, A. S., **The internal constitution of the stars**. The Observatory, **43**, p.341-358, 1920.
- [2] Bethe, H. A., **Energy Production in Stars**. Physical Review, **55**, p.434-456, 1939.
- [3] Burbidge, E. Margaret; Burbidge, G. R.; Fowler, William A.; Hoyle, F., **Synthesis of the Elements in Stars**. Reviews of Modern Physics, **29**, p.547-650, 1957.
- [4] Gamow, G.; Alpher, R., **The Origin of Chemical Elements**. Physical Review, **73**, p.7, 1948.
- [5] Penzias, A.A.; Wilson, R.W., **A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s**. Astrophysical Journal, **142**, p.419-421, 1965.
- [6] Richard, O. et al. **New Solar Models Including Helioseismological Constraints and Light-Element Depletion**. Astronomy and astrophysics, **312**, p. 1000-1011, 1996.
- [7] Disponível em:  
<<http://www.astro.iag.usp.br/~ronaldo/introcosm/Glossario/ModelPad.html>>  
Acesso em 12 de novembro de 2013
- [8] Bahcall, John N. **Solar neutrinos. I. Theoretical**. Physical Review Letters, **12**, p. 300-302, 1964.
- [9] Davis Jr., Raymond. **Solar neutrinos. II. Experimental**. Physical Review Letters, **12**, p.303-305, 1964.
- [10] Bahcall, John N.; Serenelli, Aldo M.; Basu, Sarbani. **New solar opacities, abundances, helioseismology, and neutrino fluxes**. The Astrophysical Journal Letters, **621**, p. L85, 2005.
- [11] Davis, Raymond., **A Review of the Homestake Solar Neutrino Experiment**. Progress in Particle and Nuclear Physics, **32**, p.13-32, 1994.

- [12] Bahcall, J. N. et al. **Solar Neutrino Flux**. The Astrophysical Journal, **137**, p.344-346, 1963.
- [13] Bahcall, J. N.; Ulrich, R. K. **Solar models, neutrino experiments, and helioseismology**. Reviews of Modern Physics, **60**, p. 297, 1988.
- [14] Kippenhahn, Rudolf; Weigert, Alfred; Weiss, Achim. **Stellar structure and evolution**. Berlin: Springer-Verlag, 1990.
- [15] Clayton, Donald D. **Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis**. University of Chicago Press, 1968.
- [16] Wiescher, M. et al. **The cold and hot CNO cycles**. Annual Review of Nuclear and Particle Science, **60**, p. 381, 2010.
- [17] Lee, T.D. **Particle Physics and Introduction to Field Theory**. Harwood Academic, Switzerland, 1981.
- [18] Cerenkov, P. A. **Visible radiation produced by electrons moving in a medium with velocities exceeding that of light**. Physical Review, **52**, p. 378, 1937.
- [19] Disponível em:  
<[http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1958/](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1958/)>  
Acesso em 04 de abril de 2014
- [20] Ahmad, Q. R. et al. **Measurement of the Rate of  $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$  Interactions Produced by  $B^8$  Solar Neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory**. Physical Review Letters, **87**, p. 071301, 2001.
- [21] Bahcall, John N.; Pinsonneault, M. H.; Basu, Sarbani. **Solar models: Current epoch and time dependences, neutrinos, and helioseismological properties**. The Astrophysical Journal, **555**, p. 990, 2001.
- [22] Abazov, A. I. et al. **Search for neutrinos from the Sun using the reaction  $Ge^{71}(\nu_e, e^-)Ge^{71}$** . Physical review letters, **67**, p. 3332, 1991.
- Abdurashitov, J. N. et al. **Results from SAGE (the Russian-American gallium solar neutrino experiment)**. Physics Letters B, **328**, p. 234-248, 1994.
- Abdurashitov, J. N. et al. **The Russian-American gallium experiment (SAGE) Cr neutrino source measurement**. Physical Review Letters, **77**, p. 4708, 1996.



- [23] Bellotti, E. et al. **Proposal for a permanent Gallium neutrino observatory (GNO) at Laboratori nazionali del Gran Sasso**. LNGS annual report 1996.
- Anselmann, P. et al. **GALLEX solar neutrino observations. The results from GALLEX I and early results from GALLEX II**. Physics Letters B, **314**, p. 445-458, 1993.
- [24] Pontecorvo, Bruno. **Mesonium and antimesonium**. Journal of Experimental and Theoretical Physics, **33**, 1957.
- [25] Waltham, Chris. **Teaching neutrino oscillations**. American Journal of Physics, **72**, p. 742, 2004.
- [26] Disponível em:  
 <[http://www2.warwick.ac.uk/fac/sci/physics/current/teach/module\\_home/px435/](http://www2.warwick.ac.uk/fac/sci/physics/current/teach/module_home/px435/)>  
 Acesso em 13 de novembro de 2013
- [27] Disponível em:  
 <<http://en.wikipedia.org/wiki/MINOS>>  
 Acesso em 19 de novembro de 2013
- [28] Disponível em:  
 <[http://en.wikipedia.org/wiki/T2K\\_experiment](http://en.wikipedia.org/wiki/T2K_experiment)>  
 Acesso em 19 de novembro de 2013
- [29] Abe, K. et al. **Recent Results from the T2K Experiment**. Nuclear Physics B-Proceedings Supplements, **246**, p. 23-28, 2014.
- [30] Jegerlehner, Beat; Neubig, Frank; Raffelt, Georg. **Neutrino oscillations and the supernova 1987A signal**. Physical Review D, **54**, p. 1194, 1996.
- [31] Hosaka, J. et al. **Three flavor neutrino oscillation analysis of atmospheric neutrinos in Super-Kamiokande**. Physical Review D, **74**, p. 032002, 2006.
- [32] Ashia, Y. et al. **Evidence for an oscillatory signature in atmospheric neutrino oscillations**. Physical review letters, **93**, p. 101801, 2004.
- [33] Fukuda, Y. et al. **Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos**. Physical Review Letters, **81**, p. 1562, 1998.
- [34] Disponível em  
 <[http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/2002/](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2002/)>  
 Acesso em 12 de novembro de 2013

- [35] Schwetz, Thomas; Tórtola, Mariam; Valle, Jose WF. **Three-flavour neutrino oscillation update**. *New Journal of Physics*, **10**, p. 113011, 2008.
- [36] Hui-Bon-Hoa, Alain. **The Toulouse-Gebeva Evolution Code (TGEC)**. *Astrophysics and Space Science*, **316**, p. 55-60, 2008.
- [37] Rogers, F. J.; Nayfonov, A. **Updated and expanded OPAL equation-of-state tables: implications for helioseismology**. *The Astrophysical Journal*, **576**, p. 1064, 2002.
- [38] Iglesias, Carlos A.; Rogers, Forrest J., **Updated opal opacities**. *The Astrophysical Journal*, **464**, p. 943, 1996.
- [39] Hummer, D.G.; Mihalas, D. **The equation of state for stellar envelopes. I-An occupation probability formalism for the truncation of internal partition functions**. *The Astrophysical Journal*, **331**, p. 794-814, 1988
- Mihalas, D.; Däppen, W.; Hummer, D.G. **The equation of state for stellar envelopes. II-Algorithm and selected results**. *The Astrophysical Journal*, **331**, p. 815-825, 1988
- Däppen, W.; Mihalas, D.; Hummer, D.G.; Mihalas, B.W. **The equation of state for stellar envelopes. III-Thermodynamic quantities**. *The Astrophysical Journal*, **332**, p. 261-270, 1988
- [40] Alexander, D. R.; Ferguson, J. W., **Low-temperature Rosseland opacities**. *The Astrophysical Journal*, **437**, p. 879-891, 1994.
- [41] Grevesse, N.; Noels, A., **Cosmic abundances of the elements. In: Origin and Evolution of the Elements**. p. 15-25. 1993
- [42] Asplund, Martin; Grevesse, Nicolas; Sauval, A. Jacques., **The solar chemical composition. In: Cosmic abundances as records of stellar evolution and nucleosynthesis**. p. 25. 2005
- [43] Caughlan, Georgeanne R.; Fowler, William A., **Thermonuclear reaction rates V. Atomic Data and Nuclear Data Tables**. **40**, p. 283-334, 1988.
- [44] Adelberger, E. G. et al., **Solar fusion cross sections**. *Reviews of modern physics*, **70**, p. 1265-1291, 1998.
- [45] Angulo, Carmen et al., **A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates**. *Nuclear Physics A*, **656**, p. 3-183, 1999.

- [46] Salpeter, E. E., **Electron screening and thermonuclear reactions**. Australian Journal of Physics, **7**, p. 373-388, 1954.
- [47] Bahcall, John N.; Pinsonneault, M. H., **Standard solar models, with and without helium diffusion, and the solar neutrino problem**. Reviews of Modern Physics, **64**, p. 885, 1992.
- [48] Böhm-Vitense, Erika., **Über die Wasserstoffkonvektionszone in Sternen verschiedener Effektivtemperaturen und Leuchtkräfte. Mit 5 Textabbildungen**. Zeitschrift für Astrophysik, **46**, p. 108, 1958.
- [49] Canuto, V. M.; Mazzitelli, I., **Stellar turbulent convection-A new model and applications**. The Astrophysical Journal, **370**, p. 295-311, 1991.
- [50] Canuto, V. M.; Goldman, I.; Mazzitelli, I. **Stellar turbulent convection: a self-consistent model**. The Astrophysical Journal, **473**, p. 550, 1996.
- [51] Chapman, S., Cowling, T.G. **The mathematical theory of non-uniform gases, an account of the kinetic theory of viscosity, thermal conduction and diffusion in gases**. Cambridge: University Press (3rd ed.), 1970.
- [52] Zahn, J.-P. **Circulation and turbulence in rotating stars**. Astronomy and Astrophysics, **265**, p. 115-132, 1992.
- [53] Richard, Olivier; Théado, Sylvie; Vauclair, Sylvie. **Updated Toulouse solar models including the diffusion-circulation coupling and the effect of  $\mu$ -gradients**. Solar Physics, **220**, p. 243-259, 2004.
- [54] Vauclair, Sylvie; Théado, Sylvie. **On the Coupling between Helium Settling and Rotation-induced Mixing in Stellar Radiative Zones. I. Analytical Approach**. The Astrophysical Journal, **587**, p. 777, 2003.
- [55] Bahcall, John N.; Krastev, P. I.; Smirnov, A. Yu. **Where do we stand with solar neutrino oscillations?**. Physical Review D, **58**, p. 096016, 1998.
- [56] Bahcall, John N. **Neutrino astrophysics**. Cambridge University Press, 1989.
- [57] Basu, Sarbani; Pinsonneault, M. H.; Bahcall, John N. **How much do helioseismological inferences depend on the assumed reference model?**. The Astrophysical Journal, **529**, p. 1084, 2000.
- [58] Richard, O.; **Étude approfondie de la structure interne du Soleil: héliosismologie et modèles fins incluant la ségrégation détaillée des éléments et les processus de transport**, Tese de Doutorado, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 1999.

- [59] Fowler, William A.; Caughlan, Georgeanne R.; Zimmerman, Barbara A. **Thermonuclear reaction rates**. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, **5**, p. 525, 1967.
- [60] Gamow, George. **Zur quantentheorie des atomkernes**. Zeitschrift für Physik, **51**, n. 3-4, p. 204-212, 1928.
- [61] Gurney, Ronald W.; Condon, Edward U. **Wave mechanics and radioactive disintegration**. Nature, **122**, n. 3073, p. 439, 1928.
- [62] Gurney, R. W.; Condon, E. U. **Quantum mechanics and radioactive disintegration**. Physical Review, **33**, n. 2, p. 127, 1929.
- [63] Tsallis, Constantino; Bukman, Dirk Jan. **Anomalous diffusion in the presence of external forces: Exact time-dependent solutions and their thermostistical basis**. Physical Review E, **54**, p. R2197, 1996.
- [64] Tsallis, Constantino. **Introduction to nonextensive statistical mechanics: approaching a complex world**. Springer, 2009.
- [65] Coraddu, M. et al. **Thermal distributions in stellar plasmas, nuclear reactions and solar neutrinos**. Brazilian Journal of Physics, **29**, n. 1, p. 153-168, 1999.
- [66] TURCK-CHIEZE, S. et al. **Solar internal composition and nuclear reaction rates in the light of helioseismology**. Solar Physics, **200**, n. 1-2, p. 323-342, 2001.