



Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Ensino Superior do Seridó
Centro de Ciências Exatas e da Terra
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

O ESTUDO DAS FUNÇÕES QUADRÁTICAS E SUA RELAÇÃO COM O COTIDIANO

Clésio Ricardo de Brito

Caicó, maio de 2013

Clésio Ricardo de Brito

O ESTUDO DAS FUNÇÕES QUADRÁTICAS E SUA RELAÇÃO COM O COTIDIANO

Trabalho apresentado ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Ensino da Matemática

Orientador:

Prof. Dr. Adriano Thiago Lopes Bernardino

Caicó, maio de 2013

Catálogo da Publicação na fonte

Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
Centro de Ensino Superior do Seridó.
Biblioteca Setorial Professora Maria Lúcia Bezerra da Costa - Caicó

Brito, Clésio Ricardo de.

O estudo das funções quadráticas e sua relação com o cotidiano / Clésio Ricardo de Brito. - Caicó, 2013.

Orientador: Prof. Dr. Adriano Thiago Lopes Bernardino.

Dissertação (Mestre em Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ensino superior do Seridó. Centro de Ciências Exatas e da Terra. Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional.

1. Funções quadradas - cotidiano. 2. Matemática. 3. GeoGebra - software. I. Bernardino, Adriano Thiago Lopes. II. Título.

UFRN/CERES/BS CAICÓ

CDU : 517.5

CLÉSIO RICARDO DE BRITO

O Estudo das Funções Quadráticas e sua Relação
com o Cotidiano

Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Matemática e aprovado em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, do Centro de Ciências Exatas e da Terra, da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

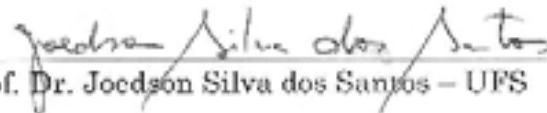
Banca Examinadora



Prof. Dr. Adriano Thiago Lopes Bernardino – UFRN



Prof. Dr. Fagner Lemos de Santana – UFRN



Prof. Dr. Joedson Silva dos Santos – UFS

Maio de 2013

Dedicatória

Dedico este trabalho a minha esposa Maria do Socorro Gonçalves de Brito, companheira inseparável e alicerce de uma relação amorosa e familiar, as minhas filhas Karen Krystine e Khrystiane Kadydja, musas inspiradoras e sinônimos de garra e dedicação e In Memoriam a Filadelfo Augusto de Brito (Filó, meu pai) e Ozana Medeiros (Inha, minha quase mãe), pilares de sustentação e fonte de inspiração moral, ética e religiosa, que há muitos anos lutaram incansavelmente contra o desânimo e a apatia apresentados frente à missão de estudar, numa grande demonstração de amor e dedicação, incentivando-me e apoiando-me, fazendo-me compreender a importância e a necessidade da conclusão do Curso de Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte - Campus de Caicó, fator determinante para a realização da minha vida pessoal, familiar e profissional, como também, degrau fundamental para a realização desta conquista que agora se concretiza.

Agradecimentos

A Deus, fonte de amor e misericórdia, por todos os dons concedidos, principalmente o dom da vida; por estar comigo em todos os momentos e pela oportunidade de dedicá-la à missão de educador.

Aos amigos Joaildo Maia e Naciara Pereira, fomentadores diretos de minha persistência em ultimar essa jornada.

A minha família, especialmente minha mãe, Ozilda Nóbrega Barreto de Brito, fonte de apoio, segurança, perseverança e cumplicidade, fatores considerados primordiais para a concretização desta realidade.

A UFRN - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, pela iniciativa de trazer para Caicó e para todo o Seridó, o PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, de importância ímpar para todos os profissionais da área, principalmente devido à escassez de eventos desta magnitude.

Ao orientador Professor Doutor Adriano Thiago Lopes Bernardino, pelo estímulo e pelas valiosas contribuições a este trabalho.

Aos professores Fágner Lemos de Santana e Joedson Silva dos Santos por aceitarem o convite e participarem da banca examinadora.

A todos os professores que de forma amigável e segura trabalharam conosco durante o Curso.

Aos amigos e colegas de caminhada que estiveram presentes sempre, trazendo uma palavra de apoio nos momentos mais difíceis.

A CAPES pelo apoio financeiro.

“ Eu educo hoje, com os valores que eu recebi ontem, para as pessoas que são o amanhã. Os valores de ontem, os conheço. Os de hoje, percebo alguns. Dos de amanhã, não sei. Se só uso os de hoje, não educo: complico. Se só uso os de ontem, não educo: condiciono. Se só uso os de amanhã, não educo: faço experiências às custas das crianças. Se uso os três, sofro mais educo. Por isso, educar é perder sempre sem perder-se. Educa quem for capaz de fundir ontens, hoje e amanhã, transformando-os num presente onde o amor e o livre arbítrio sejam as bases.”

Artur da Távola

Resumo

Atravessando os séculos, a Matemática - como ciência exata que é - vem assumindo um papel determinante na vida do homem, que dela faz uso para suprir necessidades de sua vida diária. Com essa trajetória, fica caracterizada a importância dessa ciência como instrumento de valorização não só contéudística, mas também de um saber matemático que conduz o ser aprendiz a um processo dinâmico de aprendizagem eficiente, capaz de buscar soluções para seus problemas reais. No entanto, necessário se faz compreender que o conhecimento matemático hoje requer um novo olhar daqueles que diretamente lidam com o processo ensino-aprendizagem, pois cabe a eles - professores de Matemática - desmistificarem a versão de que a Matemática, trabalhada na sala de aula, traz dificuldades para a compreensão do alunado. Sobre esse prisma, buscou-se com este trabalho encontrar uma metodologia que auxilie os alunos a entenderem melhor as Funções Quadráticas e suas aplicações no cotidiano. Fazendo-se uso dos conhecimentos etnomatemáticos, contextualizando os problemas referentes ao conteúdo e, ao mesmo tempo, manuseando o software GeoGebra, objetivando uma melhor visualização do comportamento dos gráficos das citadas funções.

Palavras-chave: Aprendizagem, Matemática, Funções Quadráticas, GeoGebra.

Abstract

Across the centuries, Mathematics - exact science as it is - has become a determining role in the life of man, which forms to use suprir needs of their daily lives. With this trajectory, is characterized the importance of science as an instrument of recovery not only conteudística, but also a mathematician to know that leads the apprentice to be a dynamic process of learning efficient, able to find solutions to their real problems. However, it is necessary to understand that mathematical knowledge today requires a new view of those who deal directly with the teaching-learning process, as it is for them - Teachers of Mathematics - desmistificarem the version that mathematics, worked in the classroom, causes difficulties for the understanding of students. On this view, we tried to find this work a methodology that helps students better understand the Quadratic functions and its applications in daily life. Making use of knowledge Ethnomathematics, contextualizing the problems relating to the content and at the same time handling the software GeoGebra, aiming a better view of the behavior of graphs of functions cited.

Keywords: Learning, Mathematics, Quadratic Functions, GeoGebra.

Sumário

1. Introdução	1
1.1 A Escolha do Tema	1
1.2 Problema Detectado	6
2. Fundamentação Teórica	9
2.1 Pedagógica	9
2.2 Funções Quadráticas	14
3. Objetivos	23
3.1 Objetivo Geral	23
3.2 Objetivos Específicos	23
3.3 Público Alvo	23
3.4 Pré-requisitos	24
4. Etapas e Estratégias	25
4.1 Primeira Etapa	25
4.2 Segunda Etapa	31
4.3 Terceira Etapa	38
5. Conclusão	45
Referências Bibliográficas	48

1. Introdução

“A sala de aula não é um exército de pessoas caladas nem um teatro onde o professor é o único ator e os alunos, espectadores passivos. Todos são autores da educação. A Educação deve ser participativa” ([11] p. 125).

1.1 A Escolha do Tema

A beleza existe em todo lugar. Depende do nosso olhar, da nossa sensibilidade; depende de nossa consciência, do nosso trabalho e do nosso cuidado. A beleza existe porque o ser humano é capaz de sonhar, viver e ser parte de uma educação em constante evolução.

A educação é necessária para a sobrevivência do ser humano. Para que ele não precise inventar tudo de novo, necessita apropriar-se da cultura, do que a humanidade já produziu. Se isso era importante no passado, hoje é ainda mais decisivo numa sociedade baseada no conhecimento. Em se tratando de Matemática a realidade não é diferente, já que a Matemática faz parte do nosso cotidiano.

A Matemática desenvolveu-se, desde a sua origem na antiguidade, para atender às necessidades da vida cotidiana. Como todas as outras ciências, reflete as leis sociais e serve de poderoso instrumento para o conhecimento do mundo e a tentativa de domínio da natureza.

Segundo VITTI [30], a história dos números tem alguns milhares de anos. É impossível saber exatamente como tudo começou. Mas uma coisa é certa: os homens não inventaram primeiro os números para depois aprenderem a contar. Pelo contrário, os números foram se formando, lentamente, pela prática diária das contagens.

Assim, vê-se que os números surgiram da necessidade humana por meio de conta-

gens e, com isso, os homens foram aperfeiçoando esses conhecimentos.

Segundo o texto de Howard Eves em *Introdução à História da Matemática* (veja [24]): O conceito de número e o processo de contar desenvolveram-se tão antes dos primeiros registros históricos (há evidências arqueológicas de que o homem, já há uns 50000 anos, era capaz de contar) que a maneira como ocorreram é largamente conjectural. Não é difícil, porém, imaginar como isso provavelmente se deu. É razoável admitir que a espécie humana, mesmo nas épocas mais primitivas, tinha senso numérico, pelo menos ao ponto de reconhecer mais e menos quando se acrescentavam ou retiravam alguns objetos de uma coleção pequena, pois há estudos que mostram que alguns animais são dotados desse senso. Com a evolução gradual da sociedade, tornaram-se inevitáveis contagens simples. Uma tribo tinha que saber quantos eram seus membros e quantos eram seus inimigos e tornava-se necessário a um homem saber se seu rebanho de carneiros estava diminuindo. É provável que a maneira mais antiga de contar se baseasse em algum método de registro simples, empregando o princípio da correspondência biunívoca. Para uma contagem de carneiros, por exemplo, podia-se dobrar um dedo para cada animal. Podia-se também contar fazendo-se ranhuras no barro ou numa pedra (ver Figura 1 [24]), produzindo-se entalhes num pedaço de madeira ou fazendo-se nós numa corda. Então, talvez mais tarde, desenvolveu-se um arranjo de sons vocais para registrar verbalmente o número de objetos de um grupo pequeno. E, mais tarde ainda, com o aprimoramento da escrita, foram surgindo arranjos de símbolos para representar esses números (ver Figuras 2 e 3 [28]). Esse desenvolvimento hipotético encontra respaldo em relatórios de antropólogos que estudaram povos primitivos em nossa época.



Figura 1: Achado Arqueológico

Há mais de 3000 anos, os egípcios utilizavam alguns símbolos para indicar o número de elementos de um conjunto:



Figura 2: Símbolos Egípcios

Os maias, os chineses e outros povos da Antiguidade também representavam os números por meio de símbolos, conforme figura abaixo:

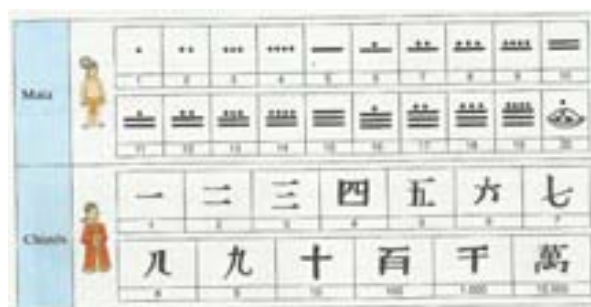


Figura 3: Símbolos da Antiguidade

Hoje, é adotado universalmente o sistema de numeração decimal, originado na Índia e divulgado na Europa pelos árabes. É também chamado de sistema indo-arábico. Os símbolos, chamados algarismos, são dez: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

O ensino como um todo e, especialmente da Matemática, deve ser um processo compartilhado, logo depende profundamente do conhecimento do aluno sobre a importância do assunto que está sendo discutido, ou seja, de sua capacidade de atender as suas necessidades e expectativas e de lhe abrir alternativas para a melhoria da sua qualidade de vida. Nesse sentido o ensino de tal ciência procura inserir o educando no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura, devendo redirecionar a disciplina no sentido da formação de capacidades intelectuais, da estruturação do pensamento, da agilização do raciocínio do aluno, da aplicação de problemas a situações da vida diária.

Recorrendo aos Parâmetros Curriculares Nacionais [5], vemos que:

Para que a aprendizagem seja significativa é preciso que os conteúdos sejam analisados e abordados de modo a formarem uma rede de significados. Se a premissa de que compreender é aprender o significado, e de que para aprender o significado de um objeto ou de um acontecimento é preciso vê-lo em suas relações com outros objetos ou acontecimentos, é possível dizer que a idéia de conhecer assemelha-se a de tecer uma teia. Tal fato evidencia os limites dos modelos lineares de organização curricular que se baseiam na concepção de conhecimento como “acúmulo” e indica a necessidade de romper essa linearidade.

Por isso, percebe-se que dentre os conteúdos de Matemática do Ensino Médio, alguns despertam maior interesse pela beleza de suas demonstrações, aplicações cotidianas e importância na formação básica do cidadão. Um destes conteúdos, sem dúvida alguma, são Funções, por ser um conteúdo que tem uma grande conexão com a vida diária dos alunos, através de situações contextualizadas capazes de estimulá-los na compreensão de tais conceitos matemáticos, tornando-os seres ativos do processo de aprendizagem.

O estudo das funções torna-se básico para a formação do cidadão. Falar em formação básica para a cidadania significa falar da inserção das pessoas no mundo do trabalho, nas relações sociais e na cultura, no âmbito da sociedade brasileira.

Os conteúdos e o tratamento que a eles devem ser dados assumem papel central, uma vez que é por meio deles que os propósitos da escola se realizam. Dessa forma, a seleção, a organização e o tratamento que será dado aos conteúdos devem ser precedidos de grande discussão pela equipe escolar.

Atualmente os profissionais da Educação enfrentam muitos obstáculos no desenvolvimento de suas atividades em sala de aula, no tocante ao desempenho de seus alunos. Isso talvez aconteça pelo fato de que a Matemática está muito associada às atividades do dia-a-dia e os conteúdos não sejam trabalhados com esse enfoque. Os Parâmetros Curriculares Nacionais [8] nos colocam que:

“a Matemática é fundamental. Possivelmente, não existe nenhuma atividade da vida contemporânea, da música à informática, do comércio à meteorologia, das engenharias às comunicações, em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível para codificar, ordenar, quantificar e interpretar compassos, taxas, dosagens, coordenadas, tensões, frequências e quantas outras variáveis houver”.

Apesar de tanta importância, muitos não têm essa consciência, achando que a Matemática não tem utilidade na vida cotidiana. Poucas pessoas têm consciência de que a Matemática utilizada fora da escola é a mesma que se estuda em sala de aula. Para isso, sem dúvida, metodologias que favoreçam um bom domínio de conteúdos matemáticos estudados na escola e, dentre eles, podemos destacar o estudo de funções e, em especial, a Função Quadrática, onde a construção e a interpretação de gráficos precisam ser estudadas e aperfeiçoadas.

Com a experiência vivida durante o período em que cursamos as disciplinas do PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), conhecemos as potencialidades do software GeoGebra¹ e suas diversas aplicações dentro da Matemática. Acredita-se que sua utilização em sala de aula como um recurso didático possibilita ao aluno uma aproximação entre a Matemática dos livros com situações apresentadas em suas ações diárias, já que os mesmos terão condições de construir alguns conceitos matemáticos necessários à sua formação básica. No estudo das Funções Quadráticas, o uso do software citado permitirá ao aluno uma melhor compreensão de alguns elementos básicos como: raízes, vértice, concavidade, valores de máximo e de mínimo, como também a variação da parábola com a mudança de valores dos coeficientes reais a , b e c da função

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

sendo $a \neq 0$.

Desse modo, espera-se que tal conteúdo seja estudado de forma que permita ao aluno perceber a relação que existe com nosso cotidiano, e que as dificuldades possam ser superadas. Por isso foi escolhido para o desenvolvimento deste trabalho, Funções Quadráticas, com o tema: O Estudo das Funções Quadráticas e sua Relação com o Cotidiano.

¹Software de Matemática que reúne Geometria, Álgebra e Cálculo Diferencial.

1.2 - Problema Detectado

Atualmente os profissionais da Educação enfrentam enormes obstáculos no desenvolvimento de suas atividades em sala de aula no que se refere ao desempenho de seus alunos. Embora os resultados não sejam os esperados, em praticamente todas as disciplinas, torna-se mais evidente quando relacionado à disciplina Matemática. Isso talvez aconteça pelo fato de que a Matemática está muito associada às atividades do cotidiano e não seja explorada desta forma. Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN's [5] nos colocam que:

O conhecimento é resultado de um complexo e intrincado processo de construção e reorganização utilizado pelos alunos para assimilar e interpretar os conteúdos escolares. [...] Por mais que o professor, os companheiros de classe e os materiais didáticos possam, e devam, contribuir para que a aprendizagem se realize, nada pode substituir a atuação do próprio aluno na tarefa de construir significados sobre os conteúdos da aprendizagem. É ele quem vai modificar, enriquecer e, portanto, construir novos e mais potentes instrumentos de ação e interpretação.

Isto significa que o ensino da Matemática necessita despertar mais interesse nos alunos, principalmente para aqueles que apresentam dificuldades durante o processo de ensino-aprendizagem. Essa situação é fruto também da maneira como os conteúdos são colocados pelos professores.

Para que se compreenda essa situação se faz necessário, antes de tudo, uma análise das atitudes e práticas pedagógicas dos professores, o contexto em que atua, o perfil de sua clientela, as condições em que desenvolvem seu trabalho e sua visão no processo como um todo. Sabe-se que todos os caminhos apontam para a necessidade da construção de uma relação entre a Matemática do cotidiano com a Matemática da sala de aula.

A Matemática é um dos componentes culturais do cidadão, estando presente em jogos, em objetos, no desenvolvimento da comunicação, em nossas ruas e avenidas e em várias outras situações do cotidiano. Baseado nessa realidade, Duarte [15] nos coloca sobre o ensino da Matemática:

“O ensino da Matemática, assim como todo ensino, contribui (ou não) para as transformações sociais não apenas através da socialização (em si mesma) do conteúdo matemático, mas também através de uma dimensão política que é intrínseca a essa socialização. Trata-se da dimensão política contida na própria relação entre o conteúdo matemático e a forma de sua transmissão-assimilação”.

A finalidade de se estudar Matemática, não pode se resumir a sua beleza, ou o significado de suas teorias. Estuda-se Matemática para que se possa analisar, discutir, criar conjecturas, enfim, adquirir conhecimentos que possam ser utilizados no dia a dia. Para que isto aconteça, faz-se necessário que os professores de Matemática estejam preparados para responder algumas perguntas feitas por alunos que adquiriram verdadeira aversão à Matemática ao longo da vida estudantil:

- Para que serve isto?
- Onde vou usar isto?
- Para que eu preciso estudar isto?

Garbi [19], nos alerta:

“Muitos professores de Matemática sentem-se desconfortáveis ao tentar responder a essas questões e, ao permitir que os alunos o percebam, acabam reforçando nos jovens a idéia de que aquilo não deve mesmo servir para muita coisa útil. É uma pena porque, em realidade, o difícil hoje é encontrar áreas de atividade humana onde a Matemática ou, pelo menos, seu raciocínio lógico-dedutivo não tenha, em maior ou menor grau, alguma participação efetiva.”

Pensando como Garbi, é necessário agir de modo diferente, e exercer outras funções, mediando um processo de construção de conhecimentos, incentivando os alunos a pensarem, buscando soluções para as situações apresentadas.

De acordo com os PCN's, o ensino da Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios (veja [4]).

Assim, percebe-se que é de fundamental importância à associação dos conteúdos ao cotidiano de cada um. No entanto, nem sempre essa relação acontece, já que alguns

professores de Matemática também não conseguem estabelecer uma ligação entre esses conteúdos e a realidade dos alunos, contribuindo assim para que continue a aversão que boa parte deles têm dessa ciência e sem perceber nenhum significado útil nesse estudo.

Dessa forma, apresenta-se como problema principal a conscientização dos alunos em relação ao estudo das Funções Quadráticas. Diferentemente do que vem sendo feito, já que este conteúdo é transmitido para o aluno como um amontoado de fórmulas prontas e acabadas, sem perceber a sua presença em diversas áreas de conhecimentos práticos.

2. Fundamentação Teórica

2.1 Pedagógica

No mundo atual a competitividade é muito grande e os avanços em todos os campos ocorrem com muita rapidez, exigindo o desenvolvimento constante de cada ser humano, não permitindo que fiquem estagnados no tempo. Como parte de uma sociedade, precisa-se crescer nos aspectos: espiritual, social e principalmente profissional. A “Educação” não foge à regra.

O mundo moderno caracteriza-se por constantes mudanças científicas, tecnológicas e sócio-culturais, exigindo que o professor adquira novas competências e habilidades, abrindo assim novos horizontes para o processo ensino-aprendizagem. Na busca por essas habilidades, várias tendências vêm sendo desenvolvidas inclusive, na área de Educação Matemática, entre elas, a Etnomatemática.

O Século XX será lembrado como um Século de grandes transformações tecnológicas, econômicas, políticas e sociais. No campo da educação, essas mudanças também se fizeram presentes e se refletiram no modo de ensinar, nos conteúdos a serem ministrados, na relação entre o professor e o aluno, na influência da psicologia no ensino, na introdução dos computadores como recurso didático, na educação à distância, entre outras tantas mudanças.

Quanto ao ensino de Matemática, em particular, as reformas das décadas de 30 e 40 e, mais tarde, a reforma conhecida como Matemática Moderna, nas décadas de 60 e 70, modificaram a disciplina de forma tão profunda que ainda hoje sentimos os efeitos dessas mudanças. Em sua constante evolução, o ensino da Matemática, passou por várias fases, surgindo durante a segunda metade do Século XX, a Etnomatemá-

tica, que pressupõe facilitar o processo ensino-aprendizagem da Matemática a partir do conhecimento que o aluno adquire no meio em que está inserido, ou seja, no seu ambiente cultural.

A Etnomatemática, baseada nas críticas sociais sobre o ensino tradicional da Matemática e fundamentada na análise das práticas matemáticas em seus diferentes contextos culturais, tem Ubiratan D'Ambrósio como um dos seus principais defensores. Em seguida, o conceito passou a designar as diferenças culturais nas diferentes formas de conhecimento. Pode ser entendida como um programa interdisciplinar que engloba as ciências da cognição, da epistemologia, da história, da sociologia e da difusão.

Na área das Ciências Exatas, principalmente Matemática, a necessidade de novas Metodologias é eminente. Numa perspectiva Etnomatemática, o ensino desta, ganha contornos e estratégias específicas, peculiares ao campo perceptual dos sujeitos aos quais se dirige, sendo necessário observar as realidades existentes e perceber que são completamente distintas entre si em função do contexto cultural e social na qual estão inseridas.

O encontro de pessoas com raízes culturais distintas provoca no momento do encontro na sala de aula, uma dinâmica complexa, que pode ser explorada ou não, considerando que inevitavelmente, durante esse processo ocorre o aprimoramento, a transformação ou a substituição de raízes. Considera-se positiva a aproximação entre culturas que resulta em um processo criativo, onde o indivíduo poderá sentir-se independente, fortalecendo suas raízes sem suprimir as raízes do outro. O uso do conhecimento matemático adquirido no meio cultural de cada um poderia ser utilizado para facilitar a introdução do conhecimento acadêmico. Entretanto, à supervalorização atribuída ao pensamento formal, pelo atual sistema de ensino, impede que esse conhecimento seja trabalhado em sala de aula, desprezando, dessa forma, os valores socioculturais do aluno. Assim, as aulas de Matemática deveriam estar baseadas nos conhecimentos matemáticos transportados de fora para dentro da escola. Este conhecimento deve ser desenvolvido a partir da própria experiência de vida do aluno. Faz-se necessário que os professores respeitem, entendam e aceitem a cultura dos alunos, interpretando as realidades externas em termos matemáticos para associá-las a experiências curriculares.

Boa parte dos professores de Matemática, quase não trabalha os conteúdos de forma contextualizada em sala de aula, partindo de situações diárias dos alunos, seguindo o modelo tradicionalista. O modo tradicional de lecionar a Matemática pode contribuir para que os alunos não aceitem a disciplina, não participem de debates, não entendam os conteúdos e não desenvolvam seu raciocínio matemático. Observa-se que os livros didáticos distribuídos pelo PNLEM² trazem bastantes exemplos contextualizados no que se refere ao ensino de Funções Quadráticas, entre os quais destacamos as coleções Conexões com a Matemática [2], publicado pela Editora Moderna, sendo Juliane Matsubara Barroso a editora responsável, e a coleção Novo Olhar - Matemática de Joamir Souza, publicado pela Editora FTD [29].

A necessidade de se trabalhar tal conteúdo relacionado ao cotidiano do aluno requer um estudo mais aprofundado sobre o tema, buscando Metodologias e didáticas que possam ser colocadas em prática, auxiliando o desenvolvimento da Matemática. No entanto, os Parâmetros Curriculares Nacionais [5], leva a compreensão de que somente rever a forma ou metodologia de ensino não é suficiente. Manter o conhecimento matemático restrito à informação, com as definições e exemplos não garante que o aluno estabeleça alguma significação para as ideias isoladas e desconectadas uma das outras. Acredita-se que o aluno sozinho seja capaz de construir as múltiplas relações entre os conceitos e formas de raciocínio envolvidas nos diversos conteúdos; no entanto, o fracasso escolar e as dificuldades dos alunos frente à Matemática, mostram claramente que isso não é verdade.

A contextualização e a interdisciplinaridade permitem a conexão entre diversas formas de pensamento matemático, ou ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência.

Com relação às funções, seu conceito também desempenha importante papel para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano como de outras áreas do conhecimento.

²PNLEM - Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio. O Ministério da Educação (MEC) distribui os livros didáticos às unidades de Ensino Médio de todo o país por intermédio do FNDE - Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação.

O ensino da Matemática deve garantir que o aluno adquira flexibilidade para lidar com o conceito de função em diversas situações e, nesse sentido, através de uma variedade de problemas matemáticos. O aluno pode ser incentivado a buscar soluções, ajustando seus conhecimentos sobre o tema, na perspectiva da construção de um modelo matemático que envolvesse a interpretação e a investigação.

Atualmente as funções constituem um conceito fundamental a ser estudado na disciplina Matemática do Ensino Médio. Essa importância é ressaltada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio ([5], p.121).

“O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções”.

O conceito de função é considerado como um dos mais importantes na Matemática. Como o ponto, a reta e o plano são os elementos básicos para construção da teoria fundamental da geometria euclidiana, as noções dos diferentes tipos de funções constitui um dos fundamentos básicos para o desenvolvimento dessa ciência desde o fim do século XVI.

Os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio [6] procuram dar ênfase ao processo de transformação do ensino, propondo que os alunos percebam as aplicações da Matemática em variadas situações. A Matemática como ciência, com seus processos de construção e validação de conceitos e argumentos e os procedimentos de generalizar, relacionar e concluir que lhe são característicos, permite estabelecer relações e interpretar fenômenos e informações. As formas de pensar dessa ciência possibilitam ir além da descrição da realidade e da elaboração de modelos. Enfatizam ainda que o papel da Matemática no Ensino Médio não é apenas formativo ou instrumental, mas também deva ser visto como ciência, com características estruturais específicas, destacando a necessidade de o aluno perceber definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos, com a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros para

servir de validação de intuições, dando sentido às técnicas aplicadas.

Em relação ao ensino de função o documento afirma que:

Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática (veja [6]).

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio [9] vem apresentar um conjunto de reflexões que alimente a prática docente e que levem em consideração os diferentes propósitos da formação Matemática na Educação Básica. Ao final do Ensino Médio, segundo o documento, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico.

Com uma nova versão dos PCN's, lançada em 2002 com o título Orientações Curriculares para o Ensino Médio [8], as competências e conhecimentos são desenvolvidos em conjuntos e se reforçam reciprocamente. Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, se apropriar de linguagens específicas, argumentarem, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação.

Acha-se pertinente destacar o apontamento e os detalhes apresentados por este documento referente ao estudo de funções, mostrando o sentido dessas competências no

âmbito da Matemática, explicitando o que se espera do aluno em cada uma delas, com exemplos que procuram auxiliar a compreensão de como, nessa disciplina, é possível desenvolver as competências eleitas na área ([8] p. 116).

Dessa forma, este trabalho foi desenvolvido, procurando levar em consideração o pensamento etnomatemático, baseado em Ubiratan D'Ambrósio, como também destacando os Parâmetros Curriculares Nacionais, para que sirva de auxílio aos professores que continuam desenvolvendo suas aulas de forma tradicional, levando-os a refletir sobre a necessidade de mudanças, que ajudem a transpor as dificuldades apresentadas pelos alunos diante da disciplina Matemática.

2.2 Funções Quadráticas

O conceito de função é um dos mais importantes da Matemática e das ciências em geral. Está presente sempre que relacionamos duas grandezas variáveis, como:

▷ O valor pago em um abastecimento de combustível é função da quantidade de litros abastecido.

▷ A área de um círculo é função da medida do seu raio.

▷ O tempo gasto para percorrer determinada distância é função de sua velocidade.

Função é toda relação entre duas grandezas tal que para cada valor da primeira correspondente um único valor da segunda.

De modo geral, temos:

Dados dois conjuntos não vazios A e B , uma função de A em B é uma regra que diz como associar cada elemento x em A a um, e somente um, elemento y em B .

Temos que:

Dada uma função f de A em B , o conjunto A chama-se domínio da função e o conjunto B , contradomínio da função. Para cada $x \in A$, o elemento $y \in B$ chama-se imagem de x pela função f ou o valor assumido pela função f para $x \in A$ e o representamos por $f(x)$. O conjunto de todos os $f(x)$ é chamado de conjunto imagem da função f .

Neste trabalho, denotaremos por \mathbb{R} o conjunto dos números reais e por $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função de domínio \mathbb{R} e contradomínio \mathbb{R} . Caso não seja mencionado, a função sempre terá domínio e contradomínio \mathbb{R} .

Toda função em que o domínio e o contradomínio são subconjuntos de \mathbb{R} é chamada de função real de variável real.

ROSSO JR. e FURTADO [28], PAIVA [24] e DANTE [14] definem Função Quadrática da seguinte forma:

Uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se quadrática quando for da forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

com a , b e c reais e $a \neq 0$.

Para o prosseguimento deste trabalho os valores reais a , b e c serão chamados de coeficientes, onde a é o coeficiente de x^2 , b é o coeficiente de x e c é o coeficiente constante, também chamado de termo independente.

As Orientações Curriculares apresenta como sugestão para o estudo de funções “uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes: tempo e distância percorrida; comprimento da circunferência e raio; tempo e crescimento populacional, entre tantos outros que poderiam ser estudados” (veja [9], p. 72).

O mesmo documento apresenta uma análise específica sobre Função Quadrática (veja [9]).

“O estudo da Função Quadrática pode ser motivado via problemas de aplicação, em que é preciso encontrar um certo ponto de máximo (clássicos problemas de de determinação de área máxima). O estudo dessa função - posição do gráfico, coordenadas do ponto de máximo/mínimo, zeros da função - deve ser realizado de forma que o aluno consiga estabelecer as relações entre o “aspecto” do gráfico e os coeficientes de sua expressão algébrica, evitando-se a memorização de regras. O trabalho com a forma fatorada ($f(x) = a.(x - m)^2 + k$) pode ser um auxiliar importante nessa compreensão”.

Para fazer a demonstração sugerida pelo documento, representar a Função Quadrá-

tica $f(x) = ax^2 + bx + c$ na forma canônica, deve-se “trabalhar” com a função usando alguns artifícios matemáticos. Observe:

A Função Quadrática acima pode ser escrita em forma de produto, colocando-se o coeficiente a em evidência. Assim a função será escrita na forma:

$$f(x) = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right].$$

Observe que as duas primeiras parcelas do segundo fator (dentro dos colchetes) são as mesmas do desenvolvimento de um quadrado, $(x + \frac{b}{2a})^2$, que quando desenvolvido obtém-se:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}.$$

Assim, para completar o quadrado, torna-se suficiente adicionar a função o termo 0 (zero), que é o elemento neutro da adição, escrito na forma $\frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}$ e, ao mesmo tempo, multiplicar a segunda parcela por 1 (um), que é o elemento neutro da multiplicação, na forma $\frac{2}{2}$, que são artifícios convenientes. Dessa forma, tem-se:

$$f(x) = a\left[x^2 + 2\left(\frac{b}{2a}\right)x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right],$$

ou ainda

$$f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2}\right],$$

que é a forma canônica de uma Função Quadrática.

Fazendo $m = -\frac{b}{2a}$ e $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$, pode-se concluir que $k = f(m)$. Observe:

$$f(x) = a\left[\left(x - \left(-\frac{b}{2a}\right)\right)^2 + \frac{1}{a}\left(\frac{4ac - b^2}{4a}\right)\right].$$

Substituindo m e k , obtém-se:

$$f(x) = a\left[(x - m)^2 + \frac{k}{a}\right]$$

ou ainda,

$$f(x) = a(x - m)^2 + k.$$

Assim, para todo $x \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, pode-se escrever qualquer Função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ na forma:

$$f(x) = a(x - m)^2 + k,$$

em que $m = -\frac{b}{2a}$ e $k = f(m)$.

O estudo da Função Quadrática depende, em grande parte, de uma figura plana chamada parábola. O processo para obter a parábola, a partir da lei da função, é o mesmo adotado por todas as demais funções, ou seja, escolhe-se alguns valores para x e calcula-se os valores correspondentes $f(x)$. São necessários, no mínimo, três pontos distintos do plano cartesiano para construção da parábola.

Observe os gráficos das funções $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ com a função $f(x) = x^2 - 4x + 3$ passando pelos pontos $A(0, 3)$, $B(2, -1)$ e $C(4, 3)$ e a função $g(x) = -x^2 + 4$ passando pelos pontos $A(-2, 0)$, $B(0, 4)$ e $C(2, 0)$.

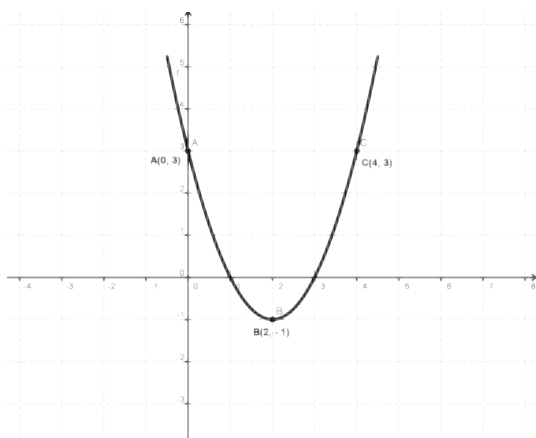


Figura 4: Parábola

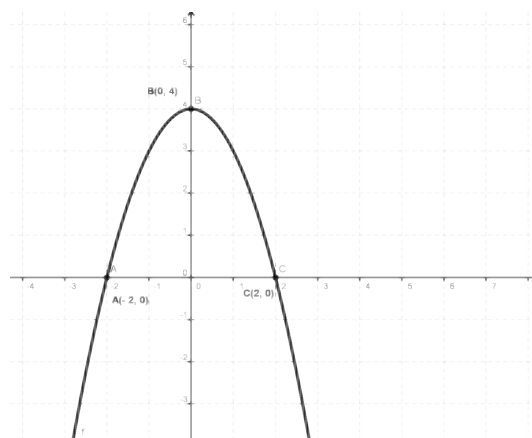


Figura 5: Parábola

Como se pode perceber a concavidade da parábola do gráfico da função $f(x)$ está voltada para cima e em $g(x)$ está voltada para baixo. Esta posição depende do sinal do coeficiente a da lei $f(x) = ax^2 + bx + c$ da Função Quadrática.

- ▷ se $a > 0$, a parábola tem concavidade voltada para cima;
- ▷ se $a < 0$, a parábola tem concavidade voltada para baixo.

O ponto fundamental para a construção de uma parábola é o vértice. O vértice é o ponto de maior ordenada ou de menor ordenada da parábola, isto é, a abscissa do vértice tem a maior imagem ou a menor imagem da função f (valores assumidos por $f(x)$).

Quando a Função Quadrática tem duas raízes (zeros), x' e x'' , a abscissa do vértice x_v é a média aritmética dessas raízes, ou seja:

$$x_v = \frac{x' + x''}{2}.$$

As coordenadas do vértice também podem ser determinadas pelas equações:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \quad e \quad y_v = f(x_v).$$

A forma canônica $f(x) = a(x - m)^2 + k$ da lei da Função Quadrática apresenta um destaque importante para o vértice V da parábola correspondente, uma vez que tal ponto sempre é $V(m, k)$, ou seja:

$$f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v.$$

Consequências da forma canônica:

i) Valor máximo e valor mínimo da Função Quadrática:

Observando a função na forma canônica, $f(x) = a(x - m)^2 + k$, percebe-se que para $x = m$, a função terá valor mínimo ou valor máximo igual a k . Isso ocorre por ser o termo $a(x - m)$ para $x = m$ igual a 0 (zero). Veja o gráfico abaixo.

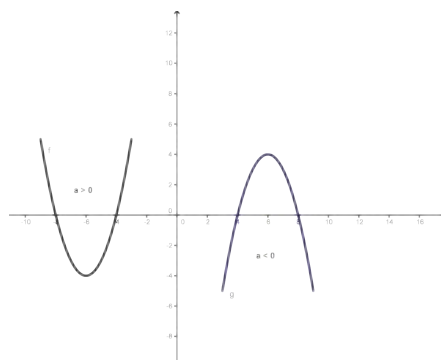


Figura 6: Concavidades

De modo geral, tem-se:

▷ Se $a > 0$, a função tem valor mínimo.

▷ Se $a < 0$, a função tem valor máximo.

ii) Zeros da Função Quadrática.

Os zeros de uma função $f(x)$ são os valores de x que anulam a função, isto é, são valores de x tais que $f(x) = 0$.

Um dos modos de determinar os valores dos zeros de uma Função Quadrática é com o uso da fórmula demonstrada a partir da forma canônica $f(x) = a(x - m)^2 + k$.

Substituindo m e k e, em seguida, igualando a 0 (zero), obtém-se:

$$f(x) = a(x - m)^2 + k$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} = 0$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{4ac - b^2}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = \frac{-b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Portanto, uma das formas de se determinar os zeros de uma Função Quadrática é pela fórmula matemática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Nos gráficos, os zeros ou raízes da função são representados pela intersecção da parábola com o eixo das abscissas (eixo horizontal). Observe nas figuras abaixo que uma Função Quadrática pode ter uma, duas ou não ter raízes reais.

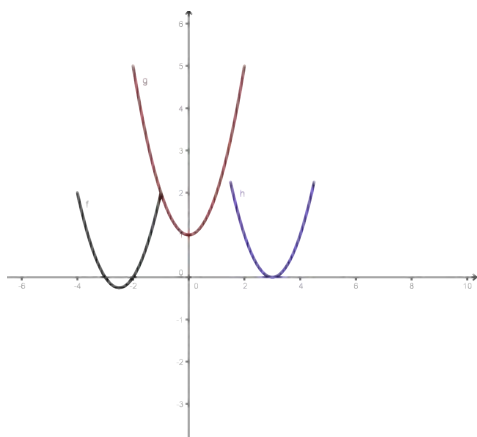


Figura 7: Representação Raízes

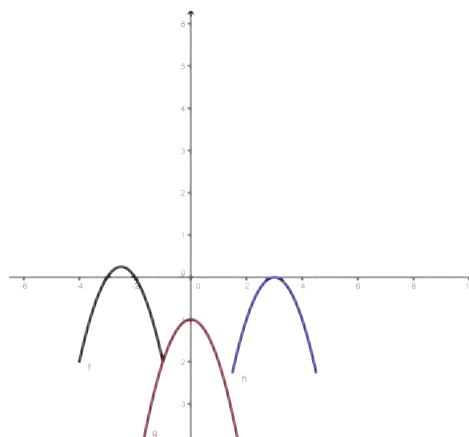


Figura 8: Representação Raízes

iii) Relação entre os coeficientes e os zeros da Função Quadrática.

Fazendo $b^2 - 4ac = \Delta$, e representando os zeros da função por x' e x'' , obtém-se:

$$x' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x'' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Sendo S a soma dos zeros da função, tem-se:

$$x' + x'' = S$$

$$S = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$S = \frac{-b - \sqrt{\Delta} - b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$S = -\frac{2b}{2a}$$

$$S = -\frac{b}{a}.$$

Portanto, a soma S dos zeros de uma Função Quadrática é dada por:

$$x' + x'' = -\frac{b}{a}.$$

De modo semelhante o produto P dos zeros de uma Função Quadrática será dado por:

$$x' \cdot x'' = P$$

$$P = \left(\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right)$$

$$P = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2}$$

$$P = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2}$$

$$P = \frac{4ac}{4a^2}$$

$$P = \frac{c}{a}.$$

Dessa forma, conclui-se que o produto P dos zeros de uma Função Quadrática são dados por:

$$x' \cdot x'' = \frac{c}{a}.$$

3. Objetivos

3.1 Objetivo Geral

Estabelecer relações entre a Matemática da sala de aula e da vida cotidiana, buscando enfatizar principalmente as Funções Quadráticas.

3.2 Objetivos Específicos

Desenvolver no aluno a capacidade de perceber a relação entre a Matemática cotidiana e as Funções Quadráticas.

Fazer com que os alunos trabalhem em sala de aula com situações vividas no cotidiano relacionadas as Funções Quadráticas.

Representar e compreender, através do software GeoGebra, o comportamento do gráfico de uma Função Quadrática.

3.3 Público Alvo

Este trabalho tem como público alvo alunos da 1ª Série do Ensino Médio, embora o assunto tema da pesquisa possa também ser encontrado em livros do 9º ano do Ensino Fundamental. Desse modo, supõe-se que ao chegar ao Ensino Médio, estes alunos já tragam consigo um conhecimento prévio sobre o tema. Mas a realidade encontrada é bastante diferente, uma vez que os mesmos não demonstram ter adquirido este conhe-

cimento no ano anterior.

3.4 Pré-requisitos

O aluno deverá ter noções básicas sobre o conceito de Funções Quadráticas, do manuseio de computadores, construir e interpretar gráficos no plano cartesiano, dominar as operações com números reais e realizar operações com potências.

4. Etapas e Estratégias

4.1 Primeira Etapa

Apresenta-se esta etapa em dois momentos:

1. Instigar os alunos a participarem da aula através de perguntas relacionadas ao conteúdo.
2. Apresentar problemas com resoluções que tratem de informações gráficas e as relações existentes entre as diferentes grandezas apresentadas.

No primeiro momento desta etapa, cria-se na própria sala de aula, um diálogo com perguntas, respostas e debates, a fim de envolver a todos.

- ▷ O que é uma Função Quadrática?
- ▷ Como identificar uma Função Quadrática?
- ▷ Você utiliza conhecimentos de Funções Quadráticas?
- ▷ Consegue identificar algo relacionado à Função Quadrática em seu cotidiano?
- ▷ Conhece o gráfico de uma Função Quadrática?
- ▷ Consegue criar uma situação-problema que esteja associada à Função Quadrática?

Em seguida, são apresentadas situações-problema do cotidiano que estejam relacionadas ao conteúdo tema do trabalho.

Ex.1[28]: Um empregado recebeu de sua patroa a tarefa de construir uma horta retangular encostada na parede de uma casa. Para cercar o local onde a horta será construída, a patroa disponibilizou 50 metros de tela. Usando toda essa metragem, ela quer que a área da horta seja a maior possível. Com que dimensões o empregado deve construir a horta?

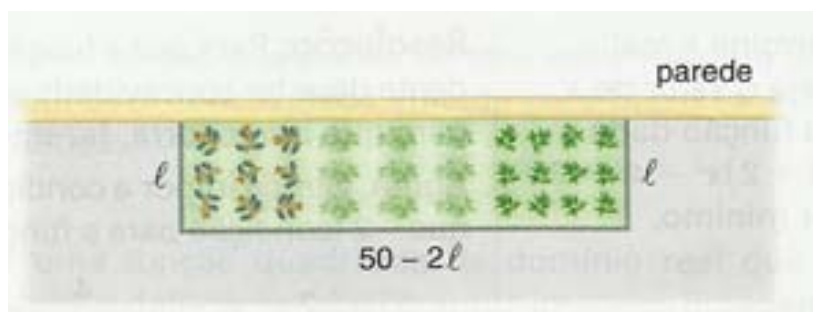


Figura 9: Horta

Para atender as necessidades citadas no problema, a tela será usada em três lados, sendo dois de mesma medida, pois os lados opostos de um retângulo são congruentes. Representando estes lados pela variável ℓ , os lados em que a tela será usada são: ℓ , $(50 - 2\ell)$ e ℓ . A área do retângulo que denotaremos por S_ℓ será dada em função de ℓ , pelo produto da medida de dois lados perpendiculares. Logo,

$$S_\ell = \ell(50 - 2\ell).$$

Desenvolvendo a equação, obtém-se:

$$S_\ell = 50\ell - 2\ell^2.$$

Portanto, a área será dada por esta função. A área máxima da horta será determinada pelo estudo dessa Função Quadrática de coeficientes: $a = -2$, $b = 50$ e $c = 0$.

Para calcular a área máxima da horta deve-se determinar o valor ℓ do vértice, que como demonstrado anteriormente, será dado por: $\ell = -\frac{b}{2a}$. Substituindo os valores de a e b , obtidos na função S_ℓ , tem-se:

$$\ell = -\frac{b}{2a}$$

$$\ell = -\frac{50}{2(-2)}$$

$$\ell = 12,5.$$

Para calcular a área máxima encontra-se o valor de $S(\ell)$ para ℓ máximo, ou seja $\ell = 12,5m$.

Assim, tem-se:

$$S_\ell = 50\ell - 2\ell^2.$$

$$S_\ell = 50(12,5) - 2(12,5)^2$$

$$S_\ell = 312,5m^2.$$

Assim, conclui-se que os lados da horta tem as dimensões: $12,5m$, $25,0m$ e $12,5m$ e a área máxima é de $S_\ell = 312,5m^2$.

Ex.2[28]: O dono de um hotel notou que, se cobrar R\$ 80,00 a diária, consegue ocupar o hotel com 100 hóspedes por dia e, para R\$ 5,00 a mais na diária, a ocupação decresce de 1 hóspede. Sabendo que, diariamente, o hotel apresenta um custo fixo de R\$ 2.000,00 e um custo variável de R\$ 20,00 por hóspede, como o dono do hotel pode fazer para calcular o lucro por dia?

Sendo L o lucro obtido, o mesmo será dado pela diferença entre o total arrecadado e o custo, ou seja:

$$L = T - C.$$

Considere n o número de hóspedes presentes no hotel por dia e T o total arrecadado.

Daí, T é igual ao produto do valor da diária pelo número de hóspedes. Assim,

$$T = (80 + 5n)(100 - n).$$

De modo semelhante, representando o custo diário por C , onde este será obtido pelo produto entre o custo variável por hóspede e o número de hóspedes, adicionado ao custo fixo diário. Assim tem-se:

$$C = 20(100 - n) + 2000.$$

Substituindo T e C na equação anterior e desenvolvendo a mesma, encontra-se:

$$L = -5n^2 + 440n + 4000.$$

Portanto, o lucro diário do hotel será dado por uma Função Quadrática de n , com coeficientes $a = -5$, $b = 440$ e $c = 4000$.

Para determinar o lucro máximo obtido pelo dono do hotel e o número de hóspedes para que o mesmo seja máximo, determina-se as coordenadas do vértice, n_v e L_v .

Deste modo, tem-se:

$$n_v = -\frac{b}{2a}$$

$$n_v = -\frac{440}{2(-5)}$$

$$n_v = 44.$$

O lucro máximo será:

$$L = -5n^2 + 440n + 4000$$

$$L = -5(44)^2 + 440(44) + 4000$$

$$L = 13680$$

Portanto, o lucro máximo será de R\$13.680,00 (treze mil, seiscentos e oitenta reais), quando o número de hóspedes presentes for 44 (quarenta e quatro).

Ex.3[28]: O desenvolvimento da gestação de uma determinada criança, que nasceu com 40 semanas, 50,6 cm de altura e com 3446 gramas de massa, foi modelado, a partir da 20ª semana, aproximadamente, pelas funções matemáticas:

$$h(t) = 1,5t - 9,4$$

sendo $h(t)$ a altura dada em centímetros e t indicando o tempo em semanas, com $t \geq 20$, e

$$p(t) = 3,8t^2 - 72t + 246$$

onde $p(t)$ representa a massa em gramas. Admitindo o modelo matemático, determine quantas gramas tinha o feto quando sua altura era 35,6 cm.



Figura 10: Feto em Gestação

Sendo a massa $p(t)$ dada em função do tempo, se faz necessário conhecer o valor de t para determiná-la. Isto se torna possível, quando o valor da altura $h(t)$ é conhecido.

Como:

$$h(t) = 1,5t - 9,4$$

e $h(t) = 35,6\text{cm}$, após a substituição temos:

$$35,6 = 1,5t - 9,4.$$

Resolvendo a equação, encontra-se o tempo desejado. Logo

$$t = 30.$$

Portanto são necessárias 30 semanas para alcançar a altura de 35,6 centímetros. Usando este resultado na Função Quadrática

$$p(t) = 3,8t^2 - 72t + 246$$

encontra-se o resultado desejado.

Assim, percebe-se através das situações apresentadas acima a importância do estudo de Funções Quadráticas, contribuindo para que o educando perceba que o estudo da função não se reporta apenas a uma coleção de fórmulas prontas, uma vez que a mesma se apresenta, por meio da modelagem matemática, nas mais diversas áreas do conhecimento, como Matemática Financeira, Economia, Medicina, entre outras.

Desse modo, vê-se que a Matemática ensinada na escola também está presente nas mais diversas situações possibilitando aos alunos o exercício da sua capacidade de pensar e buscar soluções para as situações-problema apresentadas e que estejam relacionadas com o seu dia a dia. Para isso, faz-se necessário trabalhar, não somente as Funções Quadráticas, mas a Matemática no geral, de uma forma contextualizada para que a aprendizagem realmente se efetive e que o aluno possa construir valores e atitudes de natureza diversa, contribuindo para sua formação cidadã e humana.

Diante disso, pode-se concluir que trabalhar a Matemática partindo sempre de situações rotineiras, desperta nos alunos o interesse e torna o ensino e a aprendizagem

mais significativa para os mesmos.

4.2 Segunda Etapa

Apresenta-se esta segunda etapa em dois momentos:

1. Mostrar situações em que as aplicações práticas das parábolas contribuem para o desenvolvimento humano.
2. Disponibilizar o acesso à sala de informática para que os alunos analisem o comportamento dos gráficos das Funções Quadráticas.

Para cumprir o primeiro momento serão resolvidas pelo professor as situações propostas aos alunos. Em seguida, apresentam-se situações do cotidiano em que as formas parabólicas estão presentes, destacando suas finalidades e/ou seu princípio de funcionamento, tais como:

- i) Antenas parabólicas: Se um satélite artificial colocado em uma órbita geoestacionária emite um conjunto de ondas eletromagnéticas, estas poderão ser captadas pela sua antena parabólica, uma vez que o feixe de raios atingirá a sua antena que tem formato parabólico e ocorrerá a reflexão desses raios exatamente para um único lugar, denominado foco da parábola, onde estará um aparelho receptor que converterá as ondas eletromagnéticas em um sinal que a sua TV poderá transformar em ondas que por sua vez significarão filmes, jornais e outros programas que você assiste normalmente.



Figura 11: Antena Parabólica

- ii) Lombadas em ruas e avenidas: Colaboram com a organização do trânsito, dimi-

nuindo a velocidade do fluxo dos veículos, protegendo principalmente os pedestres.



Figura 12: Lombada

iii) Arcos de Parábola: Utilizada na construção civil, principalmente em residências, pontes, ginásios de esportes, conchas acústicas e arcos sacros, entre outros.



Figura 13: Fachada Residencial

Logo após, os alunos são incentivados a apresentarem outras situações em que se faz uso de parábolas.

Para concluir esta segunda etapa, o professor conduz os alunos para a sala de informática, para com o auxílio do software GeoGebra, observar o comportamento da parábola através da variação dos coeficientes a , b e c da função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

As Funções Quadráticas possuem alguns pontos notáveis: raízes, valores de x que anulam a função; vértice, ponto em que o gráfico da função muda o sentido de crescimento; concavidade, depende do sinal do coeficiente a : voltada para cima se $a > 0$ e voltada para baixo se $a < 0$ e os pontos de máximo ou de mínimo, que coincidem com

o vértice sendo de máximo quando a concavidade é voltada para baixo e de mínimo quando a concavidade é voltada para cima.

Observe no gráfico da função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = x^2 - 4,$$

os pontos citados anteriormente.

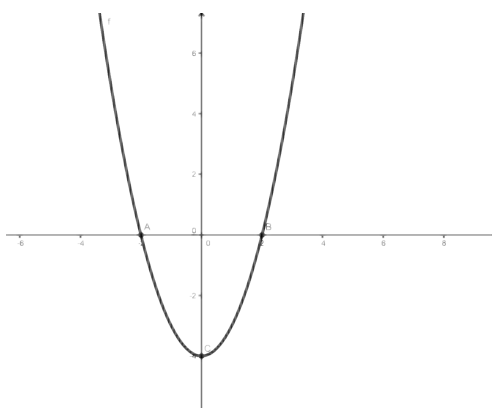


Figura 14: Pontos Notáveis

A concavidade é voltada para cima, pois o valor do coeficiente a é positivo, $a > 0$; os pontos $A(-2, 0)$ e $B(2, 0)$ representam as raízes (valores que anulam a função, estão localizados sobre o eixo das abscissas); o ponto $C(0, -4)$ é o vértice da parábola e ao mesmo tempo é o ponto de mínimo (menor valor assumido pela função). Por estar localizado sobre o eixo das ordenadas, corresponde também ao termo independente (coeficiente c).

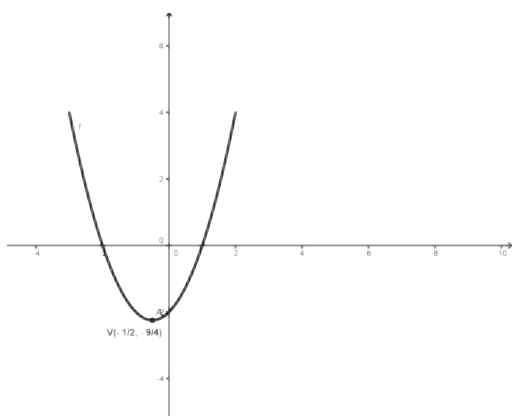
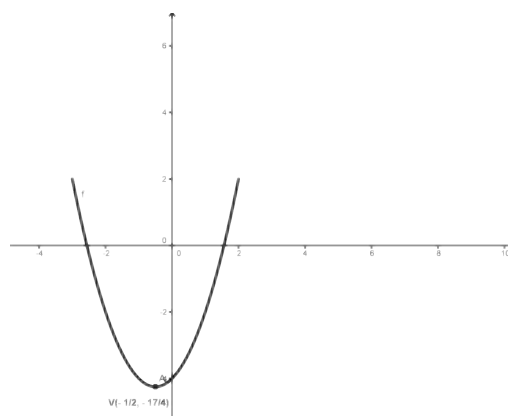
Inicia-se a análise dos gráficos das funções com as variações dos coeficientes.

Dada a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, com

$$f(x) = x^2 + x + c,$$

veja que mudanças ocorrem com a variação do coeficiente c .

De $c = -2$, $f(x) = x^2 + x - 2$ para $c = -4$, $f(x) = x^2 + x - 4$.

Figura 15: Parâmetro $c = -2$ Figura 16: Parâmetro $c = -4$

Analisando-se os dois gráficos acima percebe-se que: ambos tem a concavidade voltada para cima pois o coeficiente a é positivo, $a > 0$ sendo ($a = 1$), mantendo a mesma abertura, havendo um deslocamento vertical para baixo do vértice e do ponto de mínimo (menor valor assumido pela função), provocando dessa forma, o afastamento das raízes em relação a origem do plano, ponto $(0, 0)$. Pode-se ainda perceber que o vértice não sofreu deslocamento horizontal, pertencendo a mesma reta diretriz ou eixo de simetria (reta paralela ao eixo das ordenadas e perpendicular ao eixo das abscissas que passa pelo vértice da parábola), visto que nos dois gráficos as coordenadas referente ao eixo das abscissas, são iguais:

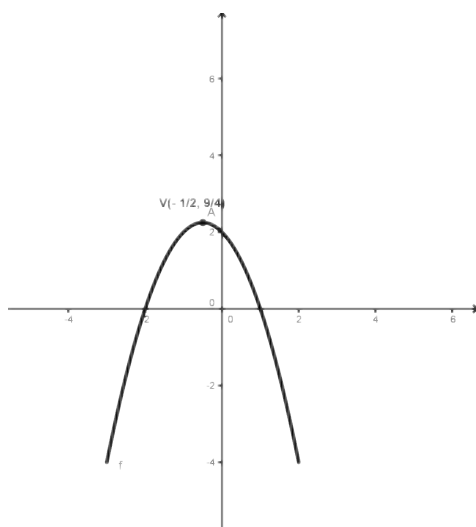
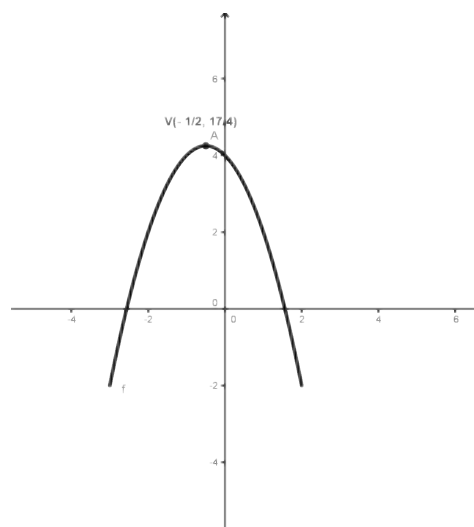
$$\left(-\frac{1}{2}; -\frac{9}{4}\right) \text{ e } \left(-\frac{1}{2}; -\frac{17}{4}\right).$$

Dando prosseguimento a análise, observa-se o comportamento do gráfico quando ocorre a variação do coeficiente em uma função que tem a concavidade voltada para baixo. Para isso observa-se a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, com

$$f(x) = -x^2 - x + c,$$

com a variação do coeficiente c .

De $c = 2$, $f(x) = -x^2 - x + 2$ para $c = 4$, $f(x) = -x^2 - x + 4$.

Figura 17: Parâmetro $c = 2$ Figura 18: Parâmetro $c = 4$

Agora percebe-se que ambos os gráficos têm a concavidade voltada para baixo pois o coeficiente a é negativo, $a < 0$ sendo ($a = -1$), mantendo a mesma abertura, havendo um deslocamento do vértice e do ponto de máximo (maior valor assumido pela função) verticalmente para cima. Com isso, as raízes afastaram-se da origem do plano, ponto $(0, 0)$. Percebe-se ainda que o vértice permanece a mesma distância do eixo das ordenadas (observe que as coordenadas do vértice são iguais para o eixo das abscissas), pertencendo a mesma reta diretriz (reta paralela ao eixo das ordenadas e perpendicular ao eixo das abscissas que passa pelo vértice da parábola).

Assim, pode-se concluir que a variação do coeficiente c causa um movimento de translação (deslocamento horizontal e/ou vertical sem alteração na abertura) ao gráfico, contribuindo, em alguns casos, para a variação das raízes.

De modo semelhante, analisa-se o comportamento do gráfico com a variação do coeficiente b .

Dada a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, com $f(x) = x^2$ com concavidade voltada para cima, existe uma função $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, com $g(x) = -x^2$ que tem o mesmo vértice porém com concavidade voltada para baixo. Observe a figura abaixo.

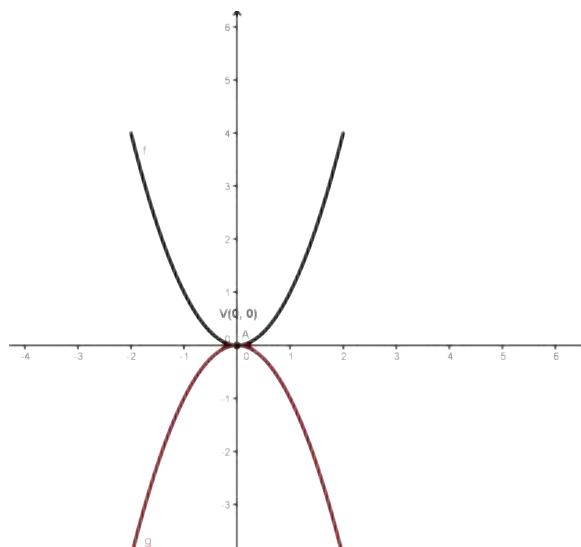
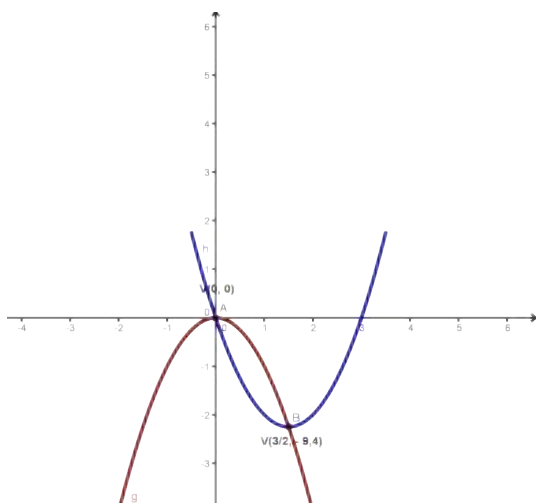
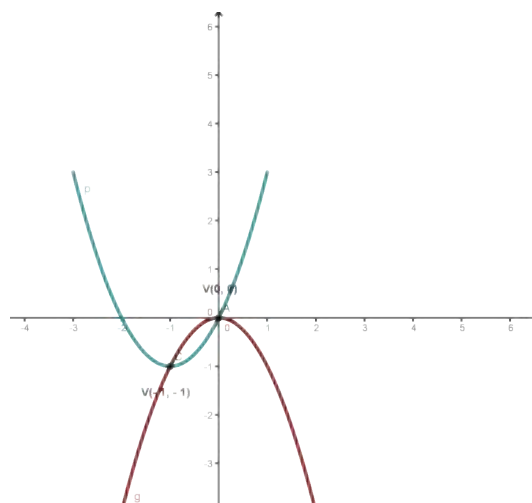


Figura 19: Parâmetro b

Fazendo variar apenas o coeficiente b , em relação a função $f(x) = x^2$, o vértice da nova função será ponto da parábola da função $g(x) = -x^2$. Veja os exemplos para as funções $h(x) = x^2 - 3x$ e $p(x) = x^2 + 2x$, nas figuras abaixo:

Figura 20: Parâmetro $b = -3$ Figura 21: Parâmetro $b = 2$

Por fim, analisa-se o comportamento com a variação do coeficiente a .

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ com

$$f(x) = ax^2 - 2x + 1,$$

observe quando a variação ocorre:

De $a = 1$, $f(x) = x^2 - 2x + 1$ para $a = 4$, $f(x) = 4x^2 - 2x + 1$.

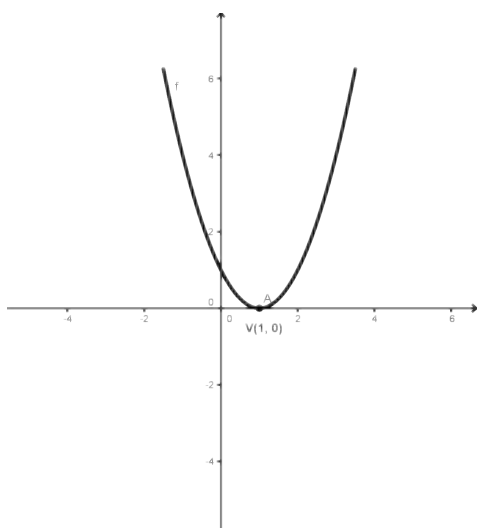


Figura 22: Parâmetro $a = 1$

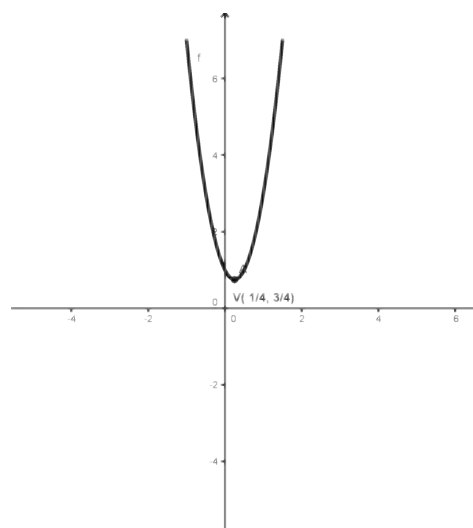


Figura 23: Parâmetro $a = 4$

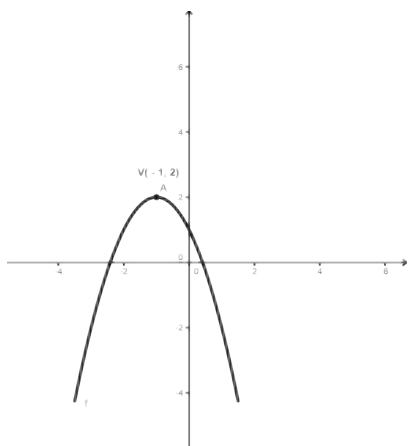
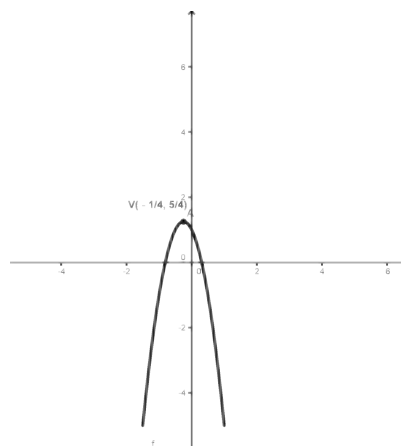
A variação do coeficiente a modifica a estrutura do gráfico da função. Nestes casos em que a concavidade é voltada para cima, pois o mesmo é positivo, a medida que o seu valor aumenta, diminui a abertura da parábola deslocando-a para cima e para a esquerda. Analogamente os movimentos horizontal e vertical se invertem quando seu valor diminui, ou seja, para baixo e para direita.

Usando procedimento semelhante para a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ com

$$f(x) = ax^2 - 2x + 1$$

com o valor do coeficiente alternando:

De $a = -1$, $f(x) = -x^2 - 2x + 1$ para $a = -4$, $f(x) = -4x^2 - 2x + 1$.

Figura 24: Parâmetro $a = -1$ Figura 25: Parâmetro $a = -4$

Nestes casos em que a concavidade é voltada para baixo, pois o coeficiente a é negativo, a medida que o seu valor diminui a parábola desloca-se para baixo e para a direita. Analogamente os movimentos horizontal e vertical se invertem quando seu valor aumenta, ou seja, para a esquerda e para cima. Conclui-se, dessa forma, que quanto maior é o valor absoluto do coeficiente a menor é a abertura da parábola.

4.3 Terceira Etapa

Esta etapa será dividida em dois momentos:

1. Demonstrar a fórmula matemática da Função Quadrática associada a situações criadas na etapa anterior.
2. Observar os elementos representados na construção da parábola associando-os a situações do dia a dia.

Inicialmente, escolhe-se algum objeto ou figura que mostre uma parábola para que seja descoberta a Função Quadrática geradora da mesma.

Exemplo 1. Determine a Função Quadrática associada a uma lombada de 100 centímetros de largura e 20 centímetros de altura.

Obs.: As figuras apresentadas na resolução deste problema são simbólicas não apresen-

tando valores reais.

Nesta resolução será considerado que a base da lombada está localizada sobre o eixo das abscissas.

Como determinar então, que Função Quadrática poderia ter gerado esta lombada?

Para responder esta pergunta, observa-se inicialmente, o comprimento frontal contendo o início e o fim da lombada e sua altura. Para esses pontos, associamos, respectivamente, as raízes (pontos equidistantes do ponto médio da base da lombada) e o ponto de altura máxima (vértice da parábola).

Considere uma lombada de um metro de comprimento e vinte centímetros de altura. Associando estas medidas a pontos do plano cartesiano, pode-se determinar a função que originou a parábola. Considere três casos:

i) O ponto de altura máxima da lombada está localizado sobre o eixo y (eixo das ordenadas) e, o início e o fim da lombada, são pontos equidistantes do eixo vertical (visto que os mesmos são simétricos) localizados sobre o eixo horizontal x (eixo das abscissas). Observe a figura.

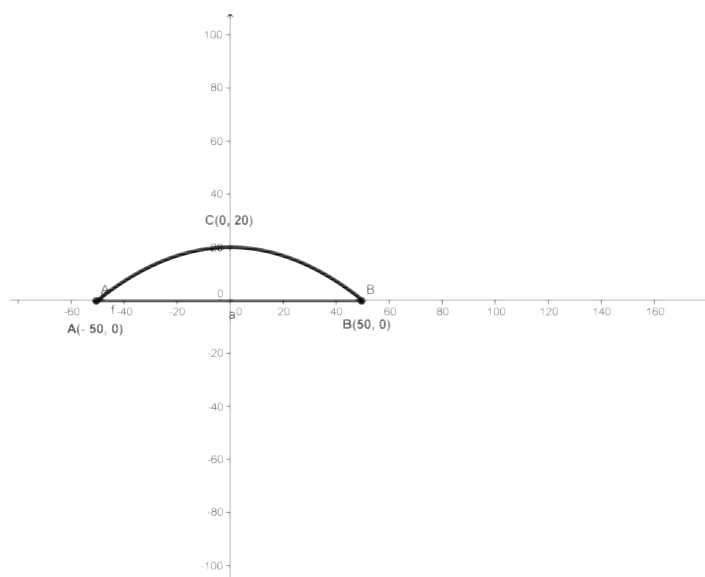


Figura 26: Lombada Vértice Origem

Teremos, assim, os pontos: $A(0, 20)$, $B(-50, 0)$ e $C(50, 0)$. Como citado anteriormente, sabe-se que toda Função Quadrática tem a forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

com $a \neq 0$, basta substituir os valores disponíveis que se obtém a função.

$$\begin{cases} f(x) = ax^2 + bx + c \\ f(x) = ax^2 + bx + c \\ f(x) = ax^2 + bx + c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 20 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \\ 0 = a(-50)^2 + b(-50) + 20 \\ 0 = a \cdot 50^2 + b \cdot 50 + 20 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} c = 20 \\ a = \frac{50b-20}{2500} \\ \frac{50b-20}{2500} \cdot 2500 + 50b + 20 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c = 20 \\ a = \frac{50b-20}{2500} \\ b = 0. \end{cases} \quad (I)$$

Na equação (I),

$$a = \frac{50b - 20}{2500},$$

substituindo o valor de b, tem-se:

$$a = -\frac{1}{125}.$$

Assim, a função procurada será:

$$f(x) = -\frac{1}{125}x^2 + 20.$$

ii) O início da lombada está na origem do plano, ou seja, no ponto de abscissa e ordenada iguais a zero, ponto (0, 0).

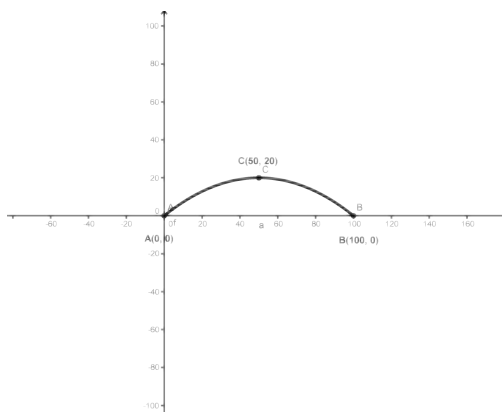


Figura 27: Lombada Início Origem

Temos assim os pontos: $A(0, 0)$, $B(100, 0)$ e $C(50, 20)$.

Neste caso, ficamos com:

$$\begin{cases} f(x) = ax^2 + bx + c \\ f(x) = ax^2 + bx + c \\ f(x) = ax^2 + bx + c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \\ 0 = a \cdot 100^2 + b \cdot 100 + 0 \\ 20 = a \cdot 50^2 - 100a \cdot 50 + 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = -100a \\ a = -\frac{1}{125} \end{cases} \quad (II)$$

Na equação (II),

$$b = -100a.$$

Substituindo o valor de a , obtém-se:

$$b = -100 \cdot \left(-\frac{1}{125}\right).$$

Efetuada a operação, encontra-se:

$$b = \frac{4}{5}.$$

Assim, a função procurada será:

$$f(x) = -\frac{1}{125}x^2 + \frac{4}{5}x.$$

iii) A lombada tendo como base o eixo das abscissas em um ponto qualquer, diferente da origem.

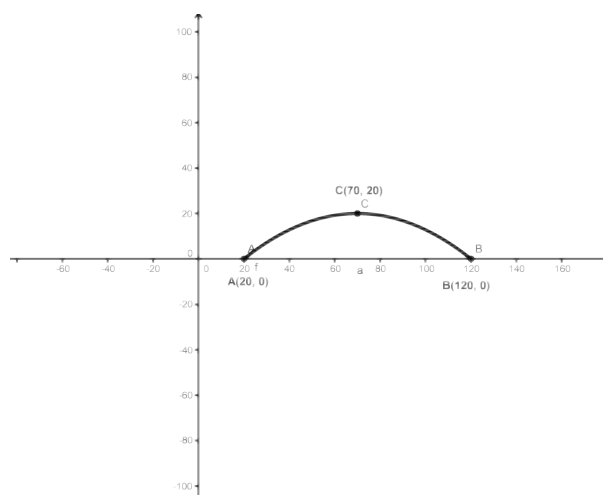


Figura 28: Lombada Ponto Qualquer

Usando como exemplo a parábola determinada pelos pontos: $A(20, 0)$, $B(120, 0)$ e $C(70, 20)$, tem-se:

$$\begin{cases} f(x) = ax^2 + bx + c \\ f(x) = ax^2 + bx + c \\ f(x) = ax^2 + bx + c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 = a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + c \\ 0 = a \cdot 120^2 + b \cdot 120 + c \\ 20 = a \cdot 70^2 + b \cdot 70 + c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 400a + 20b + c = 0 \\ 14400a + 120b + c = 0 \\ 4900a + 70b + c = 20. \end{cases}$$

Portanto, o sistema de equações será:

$$\begin{cases} 400a + 20b + c = 0 \\ 14400a + 120b + c = 0 \\ 4900a + 70b + c = 20. \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, encontra-se os seguintes resultados:

$$a = -\frac{1}{125}, b = \frac{28}{25} \text{ e } c = -\frac{96}{5}.$$

Portanto, a função procurada será:

$$f(x) = -\frac{1}{125}x^2 + \frac{28}{25}x - \frac{96}{5}.$$

Finalmente analisa-se a lombada localizada em um ponto do plano em que a base da mesma não coincide com o eixo das abscissas. Neste caso serão considerados como extremos (início e fim) da lombada os pontos de coordenadas cartesianas: $A(20, 30)$ e $B(120, 30)$, e como ponto de altura máxima o ponto cujas coordenadas cartesianas são $C(70, 50)$, conforme gráfico abaixo:

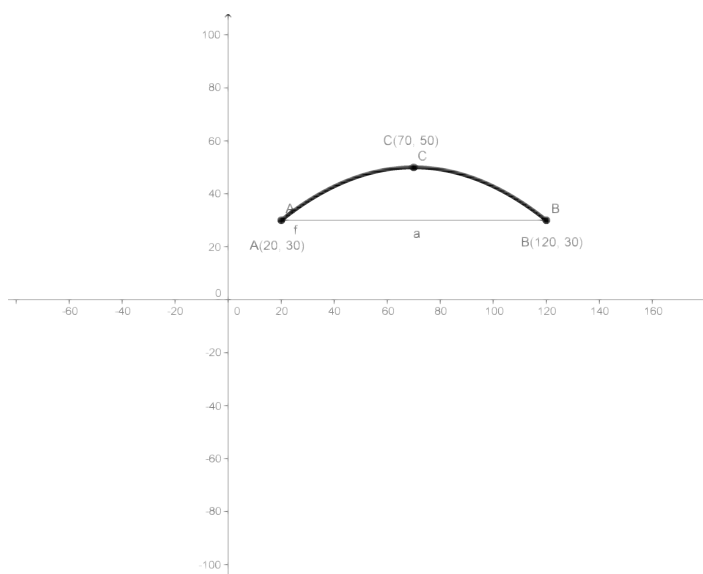


Figura 29: Lombada Base Qualquer

$$\begin{cases} f(x) = ax^2 + bx + c \\ f(x) = ax^2 + bx + c \\ f(x) = ax^2 + bx + c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 30 = a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + c \\ 30 = a \cdot 120^2 + b \cdot 120 + c \\ 50 = a \cdot 70^2 + b \cdot 70 + c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 400a + 20b + c = 30 \\ 14400a + 120b + c = 30 \\ 4900a + 70b + c = 50. \end{cases}$$

Desenvolvendo o sistema, encontra-se:

$$\begin{cases} c = -\frac{96}{5} \\ b = \frac{28}{25} \\ a = -\frac{1}{125}. \end{cases}$$

Assim, o sistema tem como solução: $a = -\frac{1}{125}$, $b = \frac{28}{25}$ e $c = -\frac{96}{5}$.

Portanto, a função será:

$$f(x) = -\frac{1}{125}x^2 + \frac{28}{25}x - \frac{96}{5}.$$

5. Conclusão

A Educação Matemática busca novas metodologias de modo a facilitar o processo de ensino aprendizagem dos alunos. Procura relacionar o conhecimento teórico à prática cotidiana, tornando a transmissão/assimilação um processo de fácil compreensão por parte dos professores e alunos envolvidos no mesmo.

Os resultados obtidos na docência por profissionais de Matemática nem sempre são satisfatórios, inclusive no Ensino Médio, nível de ensino que abrange o público alvo deste trabalho. Descobrir todas as causas que deterioram o processo ensino-aprendizagem neste nível de ensino é praticamente impossível para qualquer professor. O certo é que boa parte dos alunos apresentam dificuldades no tocante à aprendizagem quando nos referimos aos conteúdos matemáticos.

Aprender é uma tarefa árdua, na qual se convive o tempo inteiro com o que ainda não é conhecido. Para o sucesso da empreitada, é fundamental que exista uma relação de confiança e respeito mútuo entre professor e aluno, de maneira que o ambiente escolar possa contemplar todas as questões de ordem intelectual e afetiva. Isso não fica garantido somente pelas ações do professor. O trabalho educacional inclui todas as intervenções necessárias para que os alunos aprendam a respeitar diferenças, a estabelecer vínculos de confiança e possam ter uma prática cooperativa e solidária.

Neste trabalho em que se busca abordar o conteúdo das Funções Quadráticas, entende-se que a causa principal da falta de entendimento por parte do aluno seja a dificuldade de relacionar o tema a sua própria realidade. Considera-se fundamental para a compreensão de tal assunto a relação que deve existir entre a matemática da sala de aula, abordada pelos livros didáticos e a matemática do dia a dia, vivenciada pelos alunos. Perceber que as parábolas, gráfico gerado pelas Funções Quadráticas,

estão presentes em nossa vida diária, aparecendo em fachadas de residências para dar um toque de beleza; em ginásios de esporte, melhorando a resistência da estrutura do mesmo; em lombadas, presente em ruas e avenidas de todas as cidades, entre outros, é considerado fundamental para que haja o relacionamento com o cotidiano. Essa associação muitas vezes se torna difícil, mesmo o aluno tendo estudado o referido conteúdo na 9º ano do Ensino Fundamental, demonstra não ter os conhecimentos básicos necessários para tal fim.

Desse modo, se boa parte dos alunos não reconhecem as parábolas, torna-se impossível para eles identificar, nas mesmas, a posição das raízes, do ponto de máximo ou de mínimo, do vértice e do intervalo em que a função é crescente ou decrescente e até mesmo a posição de sua concavidade. Falta também compreensão aos alunos para que percebam a associação do conteúdo estudado com situações-problema do cotidiano. Essa associação permitiria aos estudantes encontrar rapidamente as soluções para os problemas propostos. A dificuldade da interpretação do problema e, ao mesmo tempo, a transformação em uma simbologia matemática, impedem que a solução seja encontrada.

Diante dessa realidade, se faz necessário que o professor intervenha no processo, buscando um novo caminho, uma nova metodologia a fim de contribuir para uma aprendizagem mais significativa para os alunos. Em sua prática pedagógica, o professor deve sentir a necessidade de inovações, já que se vive em uma sociedade em constantes mudanças tecnológicas, sociais e intelectuais. O uso de materiais manipuláveis e/ou tecnológicos, como é o caso do software GeoGebra, possibilita aos alunos construir e desenvolver seus conhecimentos e habilidades, realização de trabalhos cooperativos, fazendo com que a participação em equipe crie um laço de reciprocidade entre eles, podendo gerar discussões em conjunto sobre a Matemática e suas aplicações, justificar seus pensamentos diante de todos, criando um relacionamento professor-aluno e que os alunos não vejam o professor como o único detentor do conhecimento, possam integralizar os conteúdos, fazendo-os perceber que o conteúdo estudado em sala de aula está presente em suas vidas.

Assim, imagina-se que o professor seja um facilitador da aprendizagem e não ape-

nas um mero transmissor de dados e, acima de tudo, que possa compreender que a avaliação da aprendizagem é apenas uma parte integrante de ensino e não um fim.

Diante do que é apresentado neste trabalho, percebe-se que no Ensino da Matemática foram e têm sido feito inúmeros esforços para acompanhar todas as mudanças que vêm ocorrendo no desenvolvimento dessa Ciência, de forma que o ensino de matemática contribua para uma melhoria na qualidade de vida de sua clientela, tornando-os cidadãos críticos e conscientes de seu papel na sociedade.

Então, espera-se que este trabalho possa trazer uma contribuição significativa para o estudo de Funções Quadráticas em sala de aula, e que este seja compreendido e aplicado pelos alunos, acabando com suas dificuldades de aprendizagem através da aplicação e da associação a situações cotidianas e, por outro lado, possa contribuir para que os professores de Matemática aprimorem seus conhecimentos e entendam que ensinar e aprender dentro de uma sociedade moderna, requer a necessidade de acrescentar novos significados aos conteúdos trabalhados, permitindo aos cidadãos em formação usar as informações recebidas para suprir suas dificuldades.

Referências

- [1] BARRETO FILHO, BENIGNO e XAVIER BARRETO, CLÁUDIO. *Matemática: Aula por Aula*, Volume Único. São Paulo: FTD, 2000.
- [2] BARROSO, J. M., *Conexões com a Matemática, Obra Coletiva*, 1ª edição, v. 2. São Paulo: Moderna, 2010.
- [3] BOYER, CARLOS B. *História da Matemática. Carl B. Boyer, revista por Uta C. Merzbach; tradução Elza F. Gomide*, 2ª edição. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
- [4] BRASIL, Ministério da Educação - Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais. Ensino Médio - Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- [5] BRASIL, Ministério da Educação - Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental*. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- [6] BRASIL, Ministério da Educação - Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. Brasília: MEC/Semtec, 1999.
- [7] BRASIL, Ministério da Educação - Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *PCN + Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

- [8] BRASIL, Secretaria do Ensino Médio. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Ensino Médio. Brasília: MEC/SEM, 2002.
- [9] BRASIL, Ministério da Educação - Secretaria de Educação Fundamental. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*, v2. Brasília: MEC/SEF, 2006.
- [10] CARVALHO, DIONE LUCCHESI. *Metodologia do Ensino de Matemática*. 2ª Edição. São Paulo: Cortez, 1994.
- [11] CURY, AUGUSTO JORGE. *Pais brilhantes, professores fascinantes*. Rio de Janeiro: Sextante, 2003.
- [12] D'AMBRÓSIO, UBIRATAN. *Educação Matemática: da teoria à prática*. 10ª Edição. São Paulo: Papyrus, 2003.
- [13] D'AMBRÓSIO, UBIRATAN. *Que Matemática deve ser aprendida nas escolas*. Disponível em: site oficial. sites.uol.com.br/vello/ubi.htm - 82k - Acesso: 10 de dezembro de 2012.
- [14] DANTE, LUIZ ROBERTO. *Matemática*. 1ª Edição, volume único, São Paulo: Ática, 2005.
- [15] DUARTE, N. e OLIVEIRA, B. *Socialização do saber escolar*. São Paulo: Cortez, 1987.
- [16] EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA SALA DE AULA. Disponível em: www.partes.com.br/ed15/educacao.asp - 53k. Acesso em 05 de janeiro de 2013.
- [17] FREIRE, PAULO. *Pedagogia da Autonomia. Saberes necessários à prática educativa*. 35ª edição. São Paulo. Paz e Terra. 2007.
- [18] GADOTTI, MOACIR. *Boniteza de um sonho. Ensinar-e-aprender com sentido*. Novo Hamburgo. Feevale. 2003.
- [19] GARBI, GILBERTO G. *Para que serve isso? Revista do Professor de Matemática*, Rio de Janeiro, nº 63, 1-5, 2007.
- [20] GIOVANNI, JOSÉ RUY; BONJORNO, JOSÉ ROBERTO e GIOVANNI JR., JOSÉ RUY. *Matemática Fundamental*. 2º Grau. Volume Único. São Paulo:

- FTD,1994.
- [21] GIRALDO, V., CAETANO, P. e MATTOS, F. *Recursos Computacionais no Ensino de Matemática*, Coleção PROFMAT, SBM.
- [22] MACHADO, SÍLVIA DIAS ALCÂNTARA. *Educação Matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC, 1999.
- [23] PAZ JÚNIOR, GILSON TAVARES. *As dificuldades no Ensino de Matemática*. Disponível em: www.webartigos.com/articles/5488/1/as-dificuldades-no-ensino-de-matematica/pagina1.html - 37k. Acesso em 05 de janeiro de 2013.
- [24] PAIVA, MANOEL RODRIGUES. *Matemática:Paiva/Manoel Rodrigues Paiva*. Volume 1, 1ª Edição. São Paulo: Moderna, 2009.
- [25] PCN + ENSINO MÉDIO. *Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em 07 de outubro de 2012.
- [26] PIRES, C.M.M. *Matemática: currículo de matemática: da organização livre a ideia de rede*. São Paulo: FTD, 2000.
- [27] REVISTA DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO. *Uma nova forma de ensinar Matemática*. Disponível em: [www. Partes.com.br/ed15/educaçã.asp](http://www.Partes.com.br/ed15/educaçã.asp).53k - Acesso: 10 de janeiro de 2013.
- [28] ROSSO JR., ANTONIO CARLOS e FURTADO, PATRÍCIA. *MATEMÁTICA - Uma Ciência para a Vida*. HARBRA, 2011.
- [29] SOUZA, J. *Coleção: Novo Olhar - Matemática*. 1 ed. v 2. São Paulo: FTD, 2010.
- [30] VITTI, C. M. *Matemática com prazer, a partir da história e da geometria*. 2ª Edição. Piracicaba, São Paulo: UNIMEP, 1999.