



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**RENATO RODRIGUES DUARTE**

**PROGRAMA PARA AUTOMATIZAÇÃO DO  
DIMENSIONAMENTO DE VIGAS EM CONCRETO ARMADO  
À FLEXÃO**

**NATAL – RN  
2018**

RENATO RODRIGUES DUARTE

Programa para automatização do dimensionamento de vigas em  
concreto armado à flexão

Trabalho de Conclusão de Curso na modalidade Monografia, submetido ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Norte como parte dos requisitos necessários para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup>. Dra. Fernanda Rodrigues Mittelbach.

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN  
Sistema de Bibliotecas - SISBI  
Catalogação de Publicação na Fonte. UFRN - Biblioteca Central Zila Mamede

Duarte, Renato Rodrigues.

Programa para automatização do dimensionamento de vigas em concreto armado à flexão / Renato Rodrigues Duarte. - 2018.

81 f.: il.

Monografia (graduação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil. Natal, RN, 2018.

Orientador: Profa. Dra. Fernanda Rodrigues Mittelbach.

1. Concreto armado - Monografia. 2. Viga de concreto armado - Monografia. 3. Dimensionamento automático - Monografia. 4. Programação de rotina de cálculo - Monografia. I. Mittelbach, Fernanda Rodrigues. II. Título.

RN/UF/BCZM

CDU 624.012.4

RENATO RODRIGUES DUARTE

Programa para automatização do dimensionamento de vigas em concreto armado

Trabalho de Conclusão de Curso na modalidade Monografia, submetido ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Norte como parte dos requisitos necessários para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

**Aprovado em 28 de novembro de 2018:**

---

Prof(a). Dr(a). Fernanda Rodrigues Mittelbach – Orientadora

---

Prof. Dr. José Neres da Silva Filho – Examinador interno

---

Eng. Pedro Mitzcun Coutinho – Examinador externo

Natal – RN  
2018

## DEDICATÓRIA

*Dedico este trabalho à minha família, pela capacidade de acreditar e investir em mim ao longo de todos os anos de minha formação, seja na escola, na universidade ou na vida. Sei que houveram momentos que não foram fáceis, mas espero que tudo, de alguma forma, possa ter tido o seu valor.*

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus, por ter me dado, e por me dar, discernimento e paciência para seguir certos caminhos e buscar pelas melhores decisões, por mais dispendiosas e cansativas que essas possam ter sido ao longo desses anos de graduação.

À minha família, por ter seguido e me apoiado neste caminho que apenas se inicia, sei que vários momentos não foram fáceis, mas a compreensão que veio de todos vocês foi fundamental para mim, obrigado por estarem sempre comigo.

À todos os colegas e amigos os quais conheci ao longo da graduação e de todas as experiências que tive nela, sejam de trabalhos em grupo, intercâmbio, projetos de extensão, empresa júnior, enfim, tudo o que vivi pela universidade, agradeço pelos incontáveis momentos de alegria e apoio, mas também pelos momentos que não foram tão bons porém que geraram muito crescimento.

Aos amigos da vida, da escola e outras pessoas que por algum momento participaram da minha graduação e foram testemunhas dos momentos bons e ruins que por ela passei, fico muito grato por todo o apoio e crédito posto em mim.

Aos profissionais com os quais tive a oportunidade de vivenciar seus trabalhos e ter compartilhado um pouco do vasto conhecimento que vocês possuem, seja no estágio ou em outras experiências, obrigado pelas dicas e conselhos dados por quem já passou pelo mesmo que estou no momento.

Aos professores e mestres com quem passei os 6 anos de graduação, sendo 5 anos na UFRN (Universidade Federal do Rio Grande do Norte) e 1 ano na UCC (University College Cork - Irlanda), por trazer a vontade de buscar o conhecimento e tentar sempre aprimorar o que sabemos para ajudar ao próximo e desenvolver um futuro melhor para o país e para o mundo.

À minha professora orientadora Fernanda, pelo desafio dado, pelo incentivo, apoio, ajuda e por ouvir a mim e a todos que a ela procuram, pode ter a certeza que a senhora fez e faz muito além de suas obrigações para ver o bem-estar dos seus alunos. Obrigado!

Enfim, a todos que passaram pela minha vida e que ajudaram a me moldar como sou hoje e deixaram uma lembrança de alguma forma, os meus sinceros agradecimentos!

## **RESUMO**

### **Programa para automatização do dimensionamento de vigas em concreto armado à flexão**

No presente trabalho, desenvolve-se um código computacional para o dimensionamento de vigas em concreto armado. São consideradas seções retas retangulares ou seção retas T, realizando-se tanto o cálculo da armadura total necessária, quanto fornecendo opções de detalhamento ao usuário.

Os resultados obtidos são validados a partir da comparação com os devidos cálculos analíticos.

**Palavras-chave: viga de concreto armado. dimensionamento automático.**

## **ABSTRACT**

In the present work, a computational code has been developed for the dimensioning of reinforced concrete beams. The beams in consideration on this work are the beams with rectangular straight section or beams with straight T section, and it's calculated the total required armor and then options of armor detailing are provided.

The results obtained are validated from the comparison with analytical calculations.

**Keywords: reinforced concrete beam. automatic dimensioning.**



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>FIGURA</b>	<b>PÁGINA</b>
Figura 1 – Resumo do processo de produção do aço. ....	25
Figura 2 – Tipos de posicionamento entre laje e viga: (a) Viga normal, (b) Viga semi-invertida, (c) Viga invertida. ....	28
Figura 3 – Indicação de parâmetros em uma viga para cálculo de vão efetivo. ....	31
Figura 4 – Estádios de fissuração de uma peça em concreto armado. ....	33
Figura 5 – Domínios de uma peça em concreto armado. ....	34
Figura 6 - Domínios de estado-limite último ideais para uma viga. ....	35
Figura 7 - Diagrama tensão-deformação do aço para armaduras. ....	36
Figura 8 – Demonstração de seção T em uma viga. ....	38
Figura 9 – Disposição dos parâmetros do cálculo da largura colaborante. ....	39
Figura 10 - Situação para dimensionamento de vigas sem armadura dupla: (a) Corte na seção transversal (b) Corte longitudinal na peça revelando o binário das forças resistentes na seção reta. ....	40
Figura 11 – Situações para dimensionamento de vigas com armadura dupla: (a) Situação real (b) Situação sem armadura de compressão (c) Situação com armadura de compressão. ....	42
Figura 12 – Situações de binários na seção T: a) Situação real b) Situação em que as abas laterais combatem o momento de cálculo (c) Situação em que só a alma combate o momento de cálculo. ....	45
Figura 13 – Formato de um algoritmo genérico. ....	48
Figura 14 – Tela padrão do compilador PLATO. ....	50
Figura 15 – Exemplo de arquivo de entrada do programa de dimensionamento de vigas à flexão. ....	54
Figura 16 – Seção da viga do exemplo 1. ....	55
Figura 17 – Arquivo de entrada do exemplo 1 no programa. ....	58
Figura 18 – Arquivo de saída do exemplo 1. ....	58
Figura 19 - Arquivo de entrada do exemplo 1 no programa. ....	63
Figura 20 - Arquivo de saída do exemplo 2. ....	63
Figura 21 - Seção da viga do exemplo 1. ....	64
Figura 22 - Arquivo de entrada do exemplo 3 no programa. ....	67
Figura 23 - Arquivo de saída do exemplo 3. ....	67
Figura 24 - Seção da viga do exemplo 1. ....	68

Figura 25 - Arquivo de entrada do exemplo 4 no programa. ....	72
Figura 26 - Arquivo de saída do exemplo 4. ....	72
Figura 27 – Momentos solicitantes da viga do exemplo 5. ....	73
Figura 28 - Arquivo de entrada do exemplo 5 no programa. ....	76
Figura 29 - Arquivo de saída do exemplo 5. ....	77

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1 – Tipos de cimento fabricados no Brasil. ....	21
--	----

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Detalhamento manual de barras do exemplo 1.....	57
Tabela 2 – Detalhamento manual de barras do exemplo 1.....	62
Tabela 3 – Detalhamento manual de barras do exemplo 3.....	66
Tabela 4 – Detalhamento manual de barras do exemplo 4.....	71
Tabela 5 – Resumo das verificações dos momentos do exemplo 5.....	75
Tabela 6 – Resumo dos cálculos das áreas de aço dos momentos do exemplo 5.....	75
Tabela 7 – Detalhamento manual de barras do exemplo 5.....	76

## LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
$A$	Área inicial da seção transversal
$a$	Parâmetro de acréscimo de comprimento efetivo de viga
$ABNT$	Associação Brasileira de Normas Técnicas
$A_s$	Área de aço de combate à tração
$A_s'$	Área de aço de combate à compressão
$A_{sw}$	Área de armadura transversal
$b_f$	Largura da mesa
$b_w$	Largura da alma
$c$	Cobrimento da armadura em relação à face do elemento
$CA$	Concreto armado
$d$	Altura útil da seção
$d'$	Complemento da altura útil da peça
$E$	Módulo de elasticidade
$f$	Resistência
$f_{cd}$	Resistência de projeto à compressão do concreto
$f_{ck}$	Resistência característica à compressão do concreto
$f_{yd}$	Tensão de escoamento do aço
$h$	Altura da peça
$h$	Altura da mesa
$l_{ef}$	Comprimento efetivo do vão
$LN$	Linha neutra
$l_0$	Comprimento entre faces de apoio

## LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
$M$	Momento fletor
$M_d$	Momento fletor de projeto
$M_k$	Momento característico
$M_t$	Momento torçor
$M_{Res}$	Momento resistente da viga
$M_{Sol}$	Momento solicitante da peça
$N$	Esforço Normal
$NBR$	Norma brasileira
$I_c$	Momento de inércia
$R_{cc}$	Força resultante de resistência à compressão do concreto
$R_{ct}$	Força resultante de resistência à tração do concreto
$R_{st}$	Força resultante de resistência à tração do aço
$R_{sc}$	Força resultante de resistência à compressão do aço
$s$	Espaçamento entre as barras da armadura
$t$	Comprimento do apoio paralelo ao vão da viga analisada
$V$	Esforço Cortante
$x$	Altura de linha neutra
$z_{cc}$	Braço de alavanca entre $R_{cc}$ e $R_{st}$
$z_{st}$	Braço de alavanca entre $R_{st}$ e $R_{sc}$

## LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
$\varepsilon$	Deformação específica
$\varepsilon_c$	Deformação específica do concreto
$\varepsilon_{c2}$	Deformação máxima do concreto
$\varepsilon_{cu}$	Deformação referente a seção inteira à compressão
$\varepsilon_s$	Deformação específica do aço
$\varepsilon_s'$	Deformação específica do aço em compressão
$\varepsilon_{yd}$	Deformação referente ao patamar de escoamento do aço
$\phi$	Diâmetro das barras da armadura
$\phi_l$	Diâmetro das barras de armadura longitudinal de peça estrutural
$\phi_t$	Diâmetro das barras de armadura transversal de peça estrutural
$\gamma_{conc.}$	Peso específico do concreto armado, em $kN/m^3$
$\gamma_f$	Coefficiente de minoração de resistência do concreto e majoração de carregamento.
$\theta$	Inclinação das bielas de compressão
$\rho_c$	Massa específica do concreto
$\rho_{mín}$	Taxa geométrica mínima de armadura longitudinal de vigas
$\sigma_c$	Tensão à compressão no concreto
$\sigma_{ct}$	Tensão à tração no concreto
$\sigma_{Rd}$	Tensão normal resistente de cálculo
$\sigma_s$	Tensão normal no aço de armadura passiva
$\sigma_{Sd}$	Tensão normal solicitante de cálculo
$\sigma_{Sd}'$	Tensão normal solicitante de cálculo, em compressão

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	17
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	17
1.2	OBJETIVOS	17
1.2.1	GERAL	17
1.2.2	ESPECÍFICOS	18
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	18
<b>2</b>	<b>CONCRETO &amp; AÇO</b>	20
2.1	CONCRETO	20
2.2	AÇO	23
2.3	PRINCIPAIS VANTAGENS E PROPRIEDADES	25
2.3.1	CONCRETO ARMADO	25
<b>3</b>	<b>SISTEMA ESTRUTURAL – CONCRETO ARMADO</b>	27
3.1	NORMA 6118 (2014)	27
3.2	CONSTITUIÇÃO DO SISTEMA ESTRUTURAL	27
<b>4</b>	<b>VIGA</b>	29
4.1	INTRODUÇÃO AO ELEMENTO	29
4.2	EXECUÇÃO	31
<b>5</b>	<b>FLEXÃO EM VIGAS</b>	33
5.1	COMPORTAMENTO DA PEÇA	33
5.2	SEÇÃO T	37
5.3	DIMENSIONAMENTO	39
5.3.1	SEÇÃO RETANGULAR	39
5.3.2	SEÇÃO RETANGULAR COM ARMADURA DUPLA	41
5.3.3	SEÇÃO T	45
<b>6</b>	<b>A LINGUAGEM FORTRAN</b>	47



6.1	CONCEITUAÇÃO DE ALGORITMOS	47
6.2	USO DA LINGUAGEM	49
<b>7</b>	<b>O FUNCIONAMENTO DO CÓDIGO</b>	<b>50</b>
7.1	O <i>SOFTWARE</i>	50
7.2	O CÓDIGO DE DIMENSIONAMENTO DE VIGAS	51
7.3	MANUAL DE USO DO PROGRAMA	52
<b>8</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>55</b>
8.1	EXEMPLO 1 – SEÇÃO RETANGULAR ( $A_{s, \text{simples}}$ )	55
8.1.1	CÁLCULO ANALÍTICO	56
8.1.2	RESULTADO DO PROGRAMA	58
8.2	EXEMPLO 2 – SEÇÃO RETANGULAR ( $A_{s, \text{dupla}}$ )	58
8.2.1	CÁLCULO ANALÍTICO	59
8.2.2	RESULTADO DO PROGRAMA	62
8.3	EXEMPLO 3 – SEÇÃO T (SEÇÃO RETANGULAR “ $b_f$ ”) ( $A_{s, \text{simples}}$ )	63
8.3.1	CÁLCULO ANALÍTICO	64
8.3.2	RESULTADO DO PROGRAMA	67
8.4	EXEMPLO 4 – SEÇÃO T (SEÇÃO T – HIPÓTESE CONFIRMADA) ( $A_{s, \text{simples}}$ )	67
8.4.1	CÁLCULO ANALÍTICO	68
8.4.2	RESULTADO DO PROGRAMA	72
8.5	EXEMPLO 5 – SEÇÃO RETANGULAR PARA SEQUÊNCIA DE MOMENTOS	73
8.5.1	CÁLCULO ANALÍTICO	74
8.5.2	RESULTADO DO PROGRAMA	76
<b>9</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>78</b>
<b>10</b>	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>79</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A área da engenharia, não apenas a Engenharia Civil, reúne profissionais que devem estar prontos para a tarefa de resolver problemas. Então, para realizar as operações necessárias a solução de problemas de forma cada vez mais rápida e eficiente, é necessário que o engenheiro se cerque de todas as ferramentas à disposição para auxiliá-lo. Contudo, uma das ferramentas mais poderosas e que é amplamente explorada no universo da Engenharia Civil, mas que ainda tem muito a se desenvolver é a automatização de operações de cálculo.

É fato que existem diversos programas comerciais em Engenharia Civil, porém até para utilizá-los de forma mais consciente e adequada, é recomendável o conhecimento básico de seu funcionamento em função de seu algoritmo.

A possibilidade de se construir estruturas cada vez mais esbeltas e arrojadas trouxe, sem dúvida, um grande avanço tecnológico à construção civil. Na mesma medida, porém, foi preciso uma contrapartida, uma vez que o cálculo dessas estruturas é cada vez mais complexo e refinado. Logo, à medida que as estruturas foram tornando mais sofisticadas, o custo também foi crescendo. De acordo com a evolução dos computadores e dos programas que nele são executados, ferramentas poderosas foram criadas com a função de ajudar os engenheiros a desenvolver os projetos (FISCHER, 2003).

Uma das áreas do campo da Engenharia Civil em que a programação encontra aplicabilidade, está a de projeto de estruturas. Dessa forma, para obter resultados mais eficazes, mas que ainda assim necessitem de uma avaliação de um profissional capacitado para analisar as respostas que o programa oferecer, e se o que ele propõe está dentro da realidade, é válido o desenvolvimento de programas para o dimensionamento de estruturas de concreto armado.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 GERAL

O objetivo geral dessa monografia é desenvolver um programa com o emprego da linguagem de programação FORTRAN, largamente usada para problemas semelhantes na área

da Engenharia Civil, dentro do compilador PLATO, para o dimensionamento de viga em concreto armado, as quais estarão submetidas a esforços de flexão.

### 1.2.2 ESPECÍFICOS

Em relação aos objetivos específicos que permeiam este trabalho pode-se listar os seguintes:

- Promover o estudo da programação para resolução de problemas no campo da Engenharia Civil.
- Dimensionar vigas com seções retangulares e seção T.
- Agilizar o cálculo de vigas de concreto armado do grupo I.

### 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta monografia é um relatório que se mostra estruturado em 10 capítulos, no qual este primeiro capítulo é a Introdução.

No capítulo 2 teremos uma breve abordagem à respeito dos materiais constituintes do concreto armado, ou seja, do aço e do concreto, comentando desde sua origem até suas principais características.

No capítulo 3 o tema em questão será o sistema estrutural, em concreto armado, no qual a viga constituída desse material está no contexto, discutindo-se como se dá a interação entre os demais elementos da estrutura.

O capítulo 4 será focado no elemento viga.

No capítulo 5 aborda a execução da rotina de dimensionamento, ou programa.

No capítulo 6 será mostrado os pontos principais em torno da linguagem FORTRAN, a qual trouxe a oportunidade de produzir essas sub-rotinas de cálculos.

No capítulo 7 teremos uma rápida explanação sobre o funcionamento do código, abordando a execução do programa FORTRAN.

No capítulo 8 será colocado à prova o funcionamento do programa, o qual trará os resultados fornecidos pelo mesmo e os resultados obtidos com o dimensionamento de vigas da forma manual.

No capítulo 9 contaremos com as considerações finais deste trabalho, contando com conclusões de melhoras ou alterações a serem adotadas.

Por fim, no capítulo 10 temos as referências bibliográficas que serviram como base para a elaboração deste trabalho.

## 2 CONCRETO & AÇO

A história da evolução humana se confunde com o desenvolvimento do concreto. Inúmeras observações à natureza, incontáveis testes e misturas de materiais, além de exemplos perdidos que retratariam a tentativa do homem em trazer a realidade o que poderia ser tratado como um projeto rudimentar, o qual era sua ideia de moradia, abrigo ou local de trabalho.

### 2.1 CONCRETO

Com o passar do tempo, foi-se percebendo quais os materiais ou substâncias mais eficazes para se utilizar, quais aqueles que poderiam ser adicionados para melhorar o que poderia ser uma característica marcante da mistura, e que hoje entende-se como uma propriedade do concreto, como também determinados elementos que deveriam ser introduzidos com moderação.

Assim, o início da preparação do concreto se deu com materiais como o barro, a cal, além de variantes como a cal hidráulica, e a cinza vulcânica, compostos que com a adição de água passavam por um processo hidratação o qual levava ao endurecimento e enrijecimento e faziam o papel de aglomerantes precursores do cimento em si. Com isso, por muito tempo a cal pozolânica foi utilizada nas construções ao longo dos séculos, passando pela introdução de areia e de pedregulhos com o intuito de melhorar as condições das fundações das edificações, em especial as romanas (HELENE; ANDRADE, 2010).

Com o passar das eras, após a queda do império romano, o uso do concreto que existia até então não era consolidado, e poucas foram as descobertas em relação ao melhor entendimento de seu comportamento. Até que, em anos decorridos após esse período, houve um crescente estudo desse material. Países, como Reino Unido e França, despontaram nesse conhecimento, com a sua divulgação através do ensino em universidades, criação de ensaios para atestar o comportamento do concreto. Foi na França que se teve o primeiro vestígio da junção do aço para suprir as características de pouca resistência a tração do concreto.

Anos depois, em 1820, houve a divulgação de uma patente de um material denominado cimento hidráulico natural, mas apenas em 1824, em Portland, Inglaterra, houve a verdadeira invenção do Cimento Portland, como é conhecido atualmente. O cimento veio da queima do clínquer, mistura de calcário e argila finamente moídos.

Com a substituição dos aglomerantes usados até então no século XIX, pelo cimento Portland, mais uma vez esse material volta a ser estudado para se ter sua compreensão mais

ampla. A Alemanha é o país que se junta a dupla europeia para estudar o concreto em torno de 1850, e a partir daí o concreto com adição do cimento Portland passa a ser usado em muitas construções, passa por várias revoluções com o estudo avançado do concreto armado, a introdução de normas técnicas em cada país para reger a produção desse material, a introdução de aditivos para alterar características sem alterar suas proporções prévias, o aumento da resistência do concreto para patamares até então pouco usuais, e até hoje, novos ensaios, estudos e propriedades são aperfeiçoados para que a qualidade desse material largamente utilizado em nossa sociedade seja utilizado de forma segura, econômica e eficaz (HELENE; ANDRADE, 2010).

Ainda que, atualmente, diversas pesquisas sejam realizadas para analisar a adição de novos componentes ao concreto, em alguns casos para reutilizar materiais da indústria da construção civil ou aqueles destinados a descarte, a composição convencional do concreto permanece a mesma: água, aglomerante e agregados.

O aglomerante principal para preparar essa mistura é o cimento Portland, o qual servirá como a substância agregadora das partículas do concreto. O cimento é obtido através do aquecimento e posterior resfriamento brusco da mistura da rocha calcária com a argila moída, resultando no clínquer, o qual necessita ser moído e depois adicionado com as substâncias respectivas ao tipo de cimento que se deseja alcançar, o qual pode variar quanto a classe de resistência, indo de 25 a 40, ou ao composto adicionado, desde pozolana (CP II-Z) até escória de alto forno (CP II-E). No quadro 1 estão especificados os cimentos fabricados no Brasil:

Quadro 1 – Tipos de cimento fabricados no Brasil.

Nome técnico		Identificação do tipo e classe
Cimento portland comum	Cimento portland comum	CP I-25 CP I-32 CP I-40
	Cimento portland comum com adição	CP I-S-25 CP I-S-32 CP I-S-40
Cimento portland composto	Cimento portland composto com escória	CP II-E-25 CP II-E-32 CP II-E-40
	Cimento portland composto com pozolana	CP II-Z-25 CP II-Z-32 CP II-Z-40
	Cimento portland composto com filler	CP II-F-25 CP II-F-32 CP II-F-40
Cimento portland de alto-forno		CP III-25 CP III-32 CP III-40
Cimento portland pozolânico		CP IV-25 CP IV-32
Cimento portland de alta resistência inicial		CP V-ARI
Cimento portland resistente a sulfatos		Sigla e classe dos tipos originais acrescidos do sufixo RS. Exemplo: CP I-32RS, CP II-F-32RS, CP III-40RS, etc.
Cimento portland de baixo calor de hidratação		Sigla e classe dos tipos originais acrescidos do sufixo BC. Exemplo: CP I-32BC, CP II-F-32BC, CP III-40BC, etc.
Cimento portland branco	Cimento portland branco estrutural	CPB-25 CPB-32 CPB-40
	Cimento portland branco não estrutural	CPB
Cimento para poços petrolíferos		CPP - classe G

Fonte: (ABCP, 2002).

A substância que fará o cimento começar a mostrar suas características principais mais à frente após a mistura, como o endurecimento e a resistência a compressão, é a água. Quando ocorre o contato do cimento com esse líquido, forma-se a pasta de cimento que sofre a reação de hidratação pela reação química entre esses dois elementos e levará ao ganho de resistência dessa pasta com o passar do tempo, sendo esse ganho mais relevante a poucas idades.

Por fim, para concluir a preparação do concreto simples é necessário adicionar os agregados miúdo e graúdo. A adição do agregado miúdo, ou seja, a areia, à pasta de cimento, leva a produção da argamassa, já a junção da argamassa à brita, ou pedra britada, resulta no concreto em si. Essa adição desses materiais serve não apenas para reduzir o consumo do cimento no concreto, já que esse é o elemento mais caro dessa composição, mas também com a intenção de melhorar a trabalhabilidade da mistura, melhorar a resistência ao fogo e aumentar a resistência ao desgaste, por exemplo, como atestado em testes já executados.

Para trabalhar com os agregados existe todo um estudo voltado a compressão de suas propriedades que variam de acordo com o tipo de material envolvido ou então sua granulometria. Para classificar um agregado como miúdo ou graúdo há uma especificação quanto a dimensão dos seus grãos, assim, todo agregado que não passar pela malha da peneira de 4,8 mm de lado é considerado agregado graúdo, já o que transpor essa barreira será tratado como agregado miúdo. Como divisão dos agregados graúdos utilizados nos concretos, de acordo com cada situação, já que sua bitola altera o detalhamento final do projeto, temos:

- Brita 0 → 4,8 a 9,5 mm
- Brita 1 → 9,5 a 19,0 mm
- Brita 2 → 19,0 a 38,0 mm
- Brita 3 → 38,0 a 76,0 mm
- Pedra-de-mão →  $\geq 76,0$  mm

Já para as areias, a classificação é dada por:

- Areia Fina → 0,05 a 0,42 mm
- Areia Média → 0,42 a 2,00 mm
- Areia Grossa → 2,00 a 4,00 mm

Além do cimento, água e agregados, atualmente, é comum a inclusão de aditivos ao concreto. Esses aditivos são substâncias, das mais diversas composições, que servem para alterar características físicas ou químicas do concreto. Em várias situações a presença dos aditivos é útil. Como exemplo, há aditivos para aumentar o tempo de pega do concreto, acelerar a pega do concreto, aumentar a plasticidade do concreto, incorporar ar ao concreto, etc.

É fundamental entender os procedimentos adequados a se seguir, de modo que se produza o concreto mais fiel ao que está sendo considerado em projeto. Dessa forma, é importante utilizar materiais de boa qualidade, ou seja, realizar um bom controle tecnológico desses materiais, monitorar suas propriedades físicas e químicas para não afetar o traço previamente determinado, estocar os componentes do concreto da maneira que solicitam as normas técnicas, dentre outras atitudes. Deve ser seguido uma adequada manipulação do concreto, desde manter a sequência ideal de mistura, tanto quando feito na betoneira quando realizado em uma superfície lisa, até a disposição do concreto nas fôrmas, promovendo um bom adensamento, além de verificar as condições para a adequada cura do concreto.

## 2.2 AÇO

Enquanto o concreto vem com os seus predecessores desde o ano 12000 a.c., o aço só é introduzido na era do ferro, por volta de 4000 anos atrás. O aço, junto com o ferro, só começa a ser manipulado depois da Idade do Cobre e do Bronze, quando são melhor trabalhados e considerados mais difíceis de se obter.

Durante os séculos, o manuseio do aço foi intensificado, bem como seu conhecimento. Com a revolução industrial, que impulsionou o crescimento urbano europeu, foi necessário o desenvolvimento de aços com melhores propriedades.

Para suprir essa demanda foi criada, em 1856, uma forma eficaz de usar o oxigênio para reduzir o teor de carbono no ferro, sendo este um dos marcos para a criação da siderurgia moderna.

Já em relação a indústria da construção, o aço foi introduzido no concreto por volta do século XVIII, na França, com a intenção de solucionar uma das propriedades que o concreto tinha de pior, sua resistência a tração.

O resultado final de toda a indústria siderúrgica é o aço. Esse material é uma liga metálica resultante da interação entre o Ferro (Fe) e o Carbono (C), como componentes principais, além de outros elementos secundários.



Uma das maiores diferenciações entre os tipos de aço se encontra na porcentagem de carbono presente na liga metálica, assim, tem-se:

- Baixo percentual → até 0,25% → Baixa dureza
- Médio percentual → 0,25% a 0,60% → Maior resistência, menos dúcteis
- Elevado percentual → acima de 0,60% → Alta resistência, ductilidade dificultada

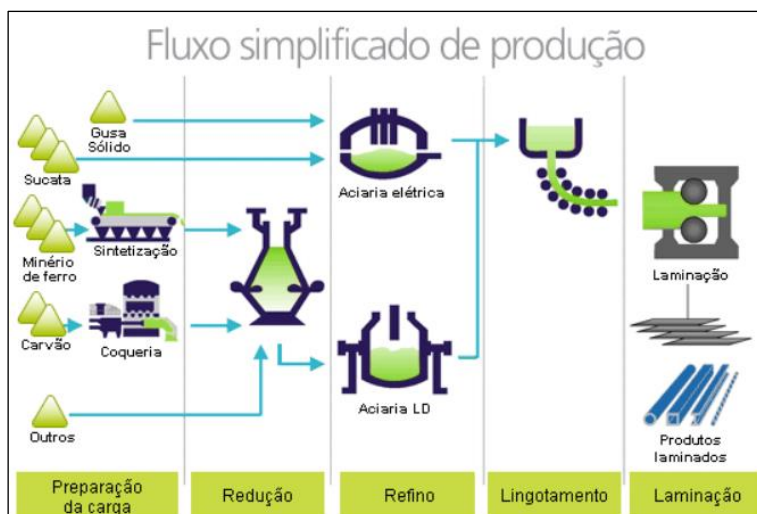
Os aços mais utilizados na construção civil, como armaduras de concreto armado, são o aço CA-50, o CA-60 e o menos utilizado que é o CA-25. Todos os aços citados têm utilização regida pela NBR 7487 (2007).

O processo de produção do aço pode ser resumido nas seguintes macros etapas:

- Preparação da carga
- Redução
- Refino
- Laminação

De maneira simplificada, a preparação da carga é a separação das matérias-primas que entrarão no processo mostrado na figura 1, em seguida inicia-se a redução, em que o minério de ferro, agora em alto forno, sofre a reação de redução para se transformar no ferro-gusa, um composto rico em carbono. Concluída essa etapa, parte-se para o refino, onde o gusa será transformado em aço líquido, nas aciarias, e terá uma redução em sua porcentagem de carbono e limpeza de impurezas. Enfim, solidifica-se o aço líquido de forma que fique em um estado sólido para que possa passar pela laminação, etapa na qual o aço será transformado nos mais diversos tamanhos, formas e classificações para usos variados. As etapas citadas podem ser visualizadas na figura 1:

Figura 1 – Resumo do processo de produção do aço.



Fonte: (INSTITUTO AÇO BRASIL, 2015).

Os cuidados na manipulação do aço, apesar de sua alta qualidade de produção, devem ser mantidos na execução do projeto. Portanto, os responsáveis por uma obra devem manter a adequada estocagem desse material junto ao local de corte e dobra, para evitar grandes deslocamentos das armaduras pelo canteiro, evitar que a corrosão ataque o material de forma que o inviabilize para uso, pois o aço é um componente nobre de um projeto e necessita de atenção.

## 2.3 PRINCIPAIS VANTAGENS E PROPRIEDADES

### 2.3.1 CONCRETO ARMADO

Há algumas décadas o concreto armado se tornou o material de construção civil mais utilizado no país e hoje já é o material de construção mais utilizado no mundo. Essa marca se deve a muita experiência de como esse material se comporta nas mais diversas situações, obtida ao longo dos anos ao acompanhar o comportamento estrutural desse material, e também a intensa pesquisa realizada com esse material para explorar ao máximo sua capacidade e deixar os projetos finais mais eficientes, seguros e econômicos.

Dessa forma, o que mais se destaca no concreto no sentido de levar a sua escolha para executar um projeto, no Brasil, é a economia segundo Araújo (2014a), baseado no fato de que o concreto é um material relativamente barato, principalmente quando comparado as estruturas

metálicas, por exemplo, e por esse material ser facilmente encontrado em qualquer região do país.

A durabilidade desse material também é alta ao ataque de intempéries também é alta, desde que seja levada em conta a classe de agressividade do ambiente seja respeitado o fator água/cimento do concreto, visando evitar uma alta porosidade que seria uma porta de entrada para ações de corrosão da armadura. Quando o concreto é bem dosado, e também bem preparado, isso favorece a uma melhor resistência do material ao fogo, já que permite um maior tempo até que o calor excessivo inicie a danificar as armaduras, resultando em mais tempo para uma eventual evacuação de pessoas para o exterior da edificação (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2013).

A execução de uma obra em concreto armado pode ser considerada rápida, em especial quando utilizado peças em concreto pré-moldadas, já que a preocupação em um canteiro passa a ser apenas com a manipulação dessas peças e não com todo o processo que envolve sua produção.

A capacidade do concreto fresco em se moldar à um formato específico e atender as expectativas de um arquiteto para alcançar o projeto arquitetônico idealizado também são significativas (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2013).

Assim, a junção desses dois componentes levou a um material de elevadas propriedades, e que quando usado de maneira segura, tem a capacidade de tornar projetos audaciosos em realidade.

### 3 SISTEMA ESTRUTURAL – CONCRETO ARMADO

Um projeto em concreto armado conta com diretrizes periodicamente verificadas para encaminhar o melhor comportamento de estruturas nesse modelo e também tem recomendações a serem adotadas, atestadas com anos de prática em tal serviço.

#### 3.1 NORMA 6118 (2014)

Considerada uma das normas de execução de serviços mais completas de informações e detalhes internacionalmente, a ABNT NBR 6118, edição de 2014, trata de reger os projetos em estruturas de concreto, no Brasil (MARTA OLIVEIRA, 2015).

Essa norma é aplicável a em concretos simples, armados e protendidos, os quais possuam uma massa específica seca no intervalo de  $2000 \text{ kg/m}^3$  até  $2800 \text{ kg/m}^3$ . Essa norma não atende aos concretos-massa e nem ao concreto sem finos, entretanto, assuntos adicionais ao projeto de estruturas, ou outros exemplos de concreto não citados acima, como o concreto pré-moldado, podem levar a mesma em consideração com a devida complementação das normas respectivas (NBR 6118, 2014).

#### 3.2 CONSTITUIÇÃO DO SISTEMA ESTRUTURAL

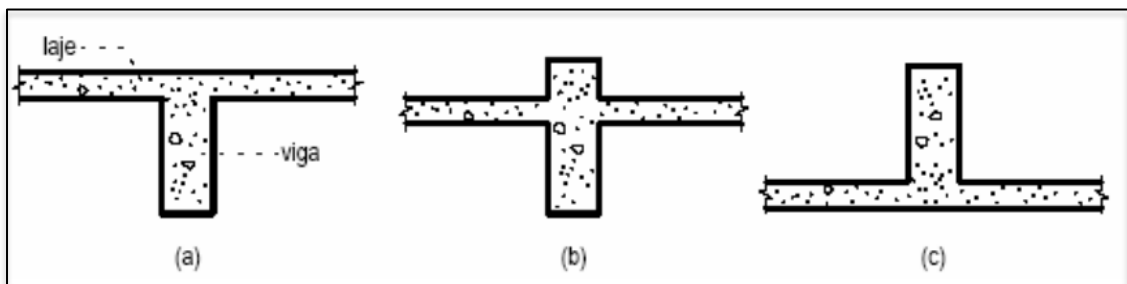
Como o foco deste trabalho são vigas em concreto armado, é importante saber a disposição do seu entorno em um projeto, ou seja, os elementos com que a viga pode interagir e suas influências para a estrutura.

Um projeto em concreto armado pode ser subdividido, dentre as diversas classificações que podem ser realizadas, em infraestrutura e superestrutura. Na infraestrutura estão as fundações, elementos que transmitirão todas as cargas que submetem a estrutura para o solo, de forma que solo e estrutura realizem uma interação segura, que deforme o mínimo (e esperado) possível (ARAÚJO, 2014b).

Já na superestrutura, estão todos os elementos que recebem as cargas e as transmitirão às fundações. Esses elementos são os pilares, as lajes e as vigas. O “caminho” usual de cargas é feito partindo das lajes, passando pelas vigas e chegando aos pilares. Todo esse trajeto tem a premissa de ser o mais rápido e direto, de forma a evitar desperdícios de material.

Quando se analisam as implicações da interação da viga com a laje, deve-se indicar, por exemplo, se a viga é normal, semi-invertida ou invertida, em que a invertida é geralmente escolhida pela questão estética de não ficar à mostra na face inferior da laje. Outro ponto que é muito levado em conta no momento de determinar as considerações de cálculo é a presença da seção T, em vigas. Esse tema será comentado no decorrer do trabalho, mas a título de breve comentário, a presença da seção T pode se resumir a “ajuda” da laje à viga, através da largura colaborante, que auxilia a viga na resistência à compressão do concreto.

Figura 2 – Tipos de posicionamento entre laje e viga: (a) Viga normal, (b) Viga semi-invertida, (c) Viga invertida.



Fonte: (BASTOS, 2017).

Na ocasião em que se explora a relação das vigas com os pilares, observa-se a formação dos pórticos que absorvem as ações horizontais, em especial as ações de vento. A viga é um elemento que une os pilares contraventados que são os que trabalham resistindo, principalmente, às ações verticais da estrutura, e os de contraventamento, sendo os que trabalham para manter a estabilidade de uma edificação perante as ações horizontais, em quantas direções forem necessárias (ARAÚJO, 2014b).

## 4 VIGA

### 4.1 INTRODUÇÃO AO ELEMENTO

Vigas são “elementos lineares em que a flexão é preponderante”. Dentro dessa explanação precisamos entender especificamente dois termos. Logo, um elemento linear é aquele em que o seu comprimento longitudinal é maior ou igual a pelo menos três vezes a maior dimensão da seção transversal, já a flexão é um efeito que as peças em concreto armado podem sofrer (não apenas as vigas) em que o esforço que comanda é o momento fletor (NBR 6118, 2014).

A partir de sua definição, deve-se então mensurar os efeitos que os esforços causam nas vigas, o que é encontrado através de uma análise estrutural do elemento. Dessa forma, a análise estrutural permite estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos, em uma parte ou em toda a estrutura (NBR 6118, 2014).

Tais análises apresentam, segundo a norma, certas alternativas a se seguir, as quais estão citadas a seguir:

- Análise linear
- Análise linear com redistribuição
- Análise plástica
- Análise não-linear
- Análise por meio de elementos físicos

De cima para baixo das análises indicadas acima, temos da mais simplificada a mais complexa, pois na análise linear é considerado o comportamento elástico-linear, obedecendo a *lei de Hooke*, já na análise por meio de elementos físicos são realizados ensaios para melhor compreensão do comportamento da peça e então obter grandezas para dimensionamento.

Independente do meio de análise escolhido, para que esse processo seja feito de maneira mais prática e eficiente, algumas hipóteses são colocadas na norma. Logo, “Estruturas ou partes de estruturas que possam ser assimiladas a elementos lineares (vigas) podem ser analisadas admitindo-se as seguintes hipóteses:

- a) manutenção da seção plana após a deformação;

- b) representação dos elementos por seus eixos longitudinais;
- c) comprimento limitado pelos centros de apoios ou pelo cruzamento com o eixo de outro elemento estrutural” (NBR 6118, 2014).

Concluída a análise estrutural, obtêm-se os diagramas dos principais esforços que as vigas são submetidas, tal como os de momento fletor ( $M$ ) e torção ( $M_t$ ) e o de esforço cortante ( $V$ ). Com os diagramas prontos, definem-se os esforços máximos de cada um dos diagramas citados anteriormente e realiza-se o dimensionamento individual desses esforços.

Elementos lineares do tipo viga apresentam solicitações irrisórias ao esforço normal ( $N$ ), quando comparado aos demais, portanto, por questões de simplificação, tal esforço é desconsiderado.

Além dos esforços presentes nas vigas, há características geométricas que precisam ser determinadas nessas peças, visando seu adequado dimensionamento. O primeiro deles é o vão efetivo ( $l_{ef}$ ), o qual é definido pela NBR 6118 com a fórmula a seguir:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \quad (4.1)$$

Onde:

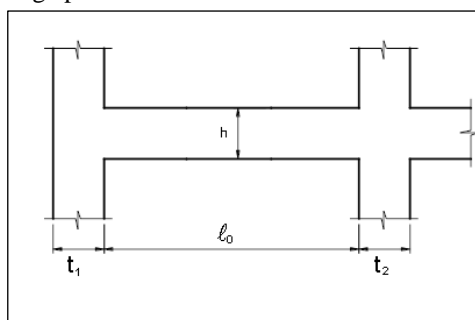
( $l_0$ ) → É o comprimento entre faces internas de apoios da viga.

( $a_1$  e  $a_2$ ) → É o acréscimo de comprimento em cada apoio da viga, entendendo a interação do conjunto viga-pilar para resistir aos esforços.

Tais acréscimos ( $a_1$ ,  $a_2$ ) são dados pelas seguintes condições, as quais podem ser visualizadas na figura 3:

$$a_{1,2} \leq \begin{cases} t_{1,2}/2 \\ 0.3 \cdot h \end{cases} \quad (4.2)$$

Figura 3 – Indicação de parâmetros em uma viga para cálculo de vão efetivo.



Fonte: (BASTOS, 2017).

Concluída a definição da largura efetiva, pode-se então estimar uma altura razoável para essa peça, como pré-dimensionamento. Normalmente, é utilizada altura de vigas entre (1/10) e (1/12) da largura efetiva do vão, visto que vigas muito baixas terão problemas de execução, e vigas muito altas terão um consumo de material que não é compatível com o aumento de eficiência desejado, além de aumentar efeitos de retração da peça.

## 4.2 EXECUÇÃO

O modo de execução de uma peça em concreto armado apresenta, hoje em dia, diversas opções para vencer as adversidades de projeto, logo, as vigas em concreto armado podem fazer uso desses procedimentos. Assim, as vigas podem ser fabricadas em pré-moldados o que, em uma construção modular, ajuda na velocidade de execução de uma obra, além de o projetista ter uma maior confiabilidade quanto a qualidade de execução e de serviço desse elemento, tendo em vista o maior rigor de controle tecnológico que essas peças tem de passar.

Outra prática adaptável para esses elementos é a protensão. Ela pode ser implantada para aumentar os vãos que essas peças devem transpor, porém sem produzir alterações nos parâmetros básicos de projeto, ou seja, não seria necessário mexer com as ações presentes na estrutura, ou modificar geometria ou mudar  $f_{ck}$  adotado. Com aplicação de tensões de tração nas armaduras, o estado de tensões da seção reta da peça seria alterado através da redução da resultante de tração, habilitando, portanto, o aumento do vão.

Contudo, o mais comum no país é a concretagem *in loco*, o que leva a estrutura apresentar o monolitismo, em que todas as peças concretadas juntas trabalham em conjunto. Com essa característica, a peça pode trabalhar ainda com mais segurança, já que a transferência de esforços, ou o próprio rearranjo deles em função de ações com níveis acima do previsto



como recalques ou retração do concreto, acontece ao longo de toda a estrutura (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2013).

Outro ponto importante durante a execução de vigas é a presença correta de todas as armaduras necessárias, sendo estas as listadas a seguir:

- Armadura de flexão
- Armadura transversal
- Armadura de pele
- Armadura de suspensão

Cada um dos tipos de armadura assume um papel na manutenção do equilíbrio e do bom estado de serviço da viga em concreto armado. A armadura transversal, ou estribos, é responsável pelo combate à força cortante e ao momento torsor quando a região de concreto não resiste sozinha a esses esforços que tendem a romper a peça por cisalhamento.

Quanto às armaduras de pele e suspensão, essas são utilizadas de forma circunstancial. A primeira é disposta em peças com alturas superiores a 60 cm. Essa armadura é disposta em volta de toda a periferia da seção para combater os efeitos de retração que começam a ser consideráveis. Já a segunda é colocada em vigas que estejam em uma região de apoio indireto, ou seja, quando uma viga trabalha como apoio a uma outra viga. Tal armadura irá funcionar semelhante a um tirante, que levanta a força aplicada pela viga apoiada ao banzo inferior da viga de apoio, até o seu banzo superior.

A armadura de flexão será a armadura longitudinal da peça que combaterá os esforços de momento fletor que comandam o efeito da flexão. Tal armadura será detalhada e calculada no capítulo 5.

## 5 FLEXÃO EM VIGAS

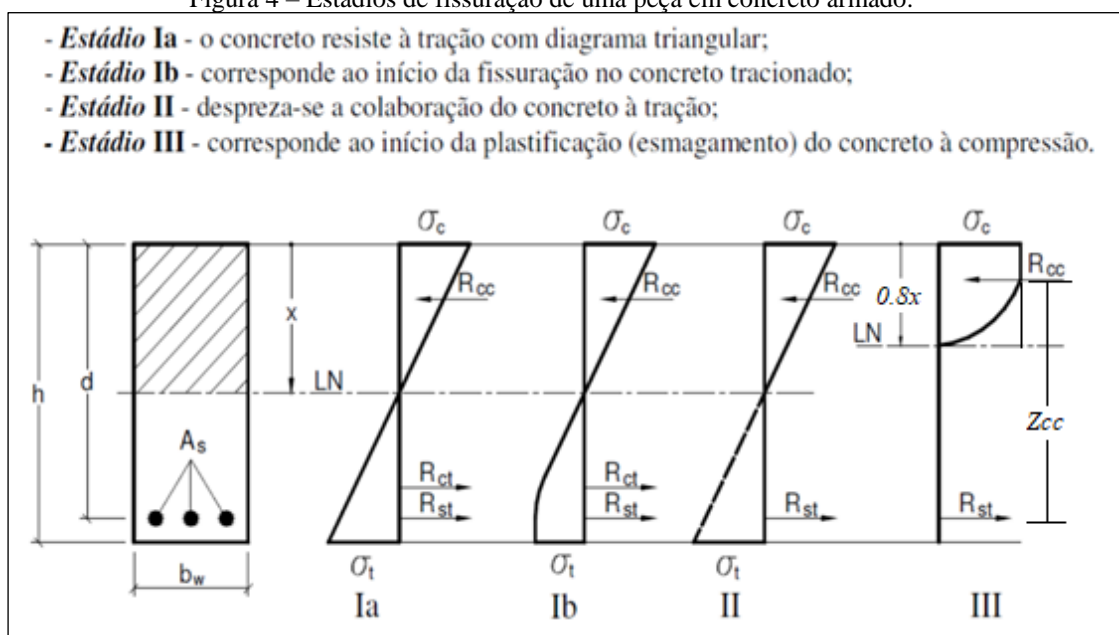
### 5.1 COMPORTAMENTO DA PEÇA

O estudo em torno da consideração da flexão em vigas dimensionadas com concretos pertencentes ao Grupo I ( $f_{ck} \leq 50$  MPa) se inicia com a compreensão da definição de estádios de fissuração de uma peça em concreto armado que são as fases que a peça atravessa desde a aplicação das cargas até a ruptura. Uma peça pode caminhar desde o estágio *Ia* até o estágio *III*. Como pode ser visualizado na figura 4, no estágio *Ia* a peça não apresenta fissuras o que mostra que a viga apresenta um carregamento abaixo da resistência à tração do concreto.

Durante o estágio *Ib* e o estágio *II*, a peça começa a apresentar as primeiras fissuras, indicando um aumento do carregamento, até não conseguir mais resistir à tração. Por fim, a linha neutra da peça começa a subir, levando a um aumento da tensão de compressão na região acima da linha neutra do concreto. Isso pode resultar em uma ultrapassagem da tensão limite de resistência à compressão do concreto, e então se inicia o esmagamento dessa região da seção gerando o colapso progressivo da peça.

Entretanto, esse colapso não pode ocorrer de qualquer forma, devendo ser estudado a ponto de se determinar o modo como ele deve ocorrer, o que nos faz entrar no conceito de domínios.

Figura 4 – Estádios de fissuração de uma peça em concreto armado.



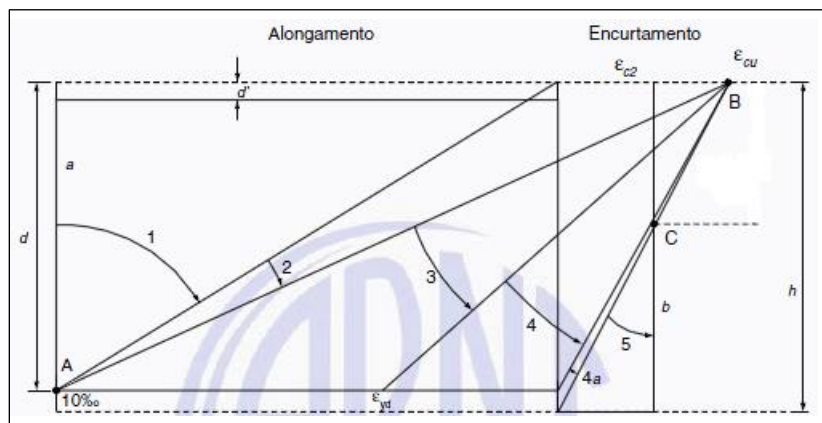
Fonte: Adaptado de (BASTOS,2017).

Onde:

- $R_{cc}$ : Resultante de resistência do concreto à compressão.
- $R_{ct}$ : Resultante de resistência do concreto à tração.
- $R_{st}$ : Resultante de resistência do aço à tração.
- $\sigma_t$ : Tensão normal de tração.
- $\sigma_c$ : Tensão normal de compressão.
- $d$ : Altura útil da peça.
- $h$ : Altura da seção transversal.
- LN: Linha neutra.
- $b_w$ : Largura da seção transversal da peça.
- $x$ : Posição da linha neutra na seção.
- $A_s$ : Área de aço da seção.

Como indicado na figura 5, os domínios de uma peça em concreto armado são fornecidos pela NBR 6118 (2014).

Figura 5 – Domínios de uma peça em concreto armado.



Fonte: (NBR 6118, 2014).

Onde:

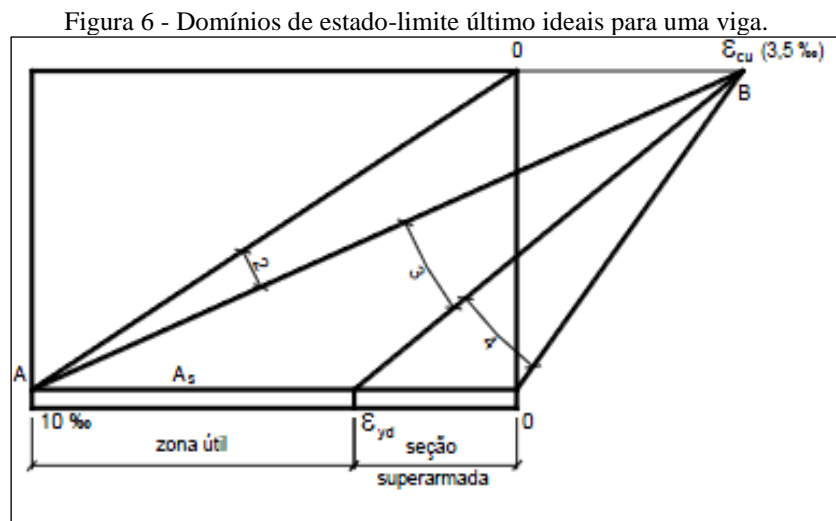
- $d'$ : Altura entre a face superior e o eixo da armadura longitudinal.
- $d$ : Altura útil da peça.
- $h$ : Altura da seção transversal.
- $\epsilon_{yt}$ : Deformação referente ao patamar de escoamento do aço.
- $\epsilon_{cu}$ : Deformação referente a seção inteira à compressão.

- $\epsilon_{c2}$ : Deformação máxima do concreto.

Na figura 5 é possível visualizar todos os domínios que delimitam os modos de ruptura do estado-limite último (ELU) das peças, bem como a profundidade da linha neutra de uma peça em relação aos extremos da seção transversal. Essa ruptura pode ocorrer tanto pelo alongamento máximo do aço de 10‰ quanto pelo encurtamento máximo de 3,5‰.

De maneira sucinta, a reta “a”, na vertical, indica que a seção da peça está inteiramente tracionada, o que na prática é muito pouco usual, e a reta “b” indica que a seção da viga estaria completamente comprimida, o que também não é comum. Assim, ao longo dessas duas situações extremas representadas pelas retas “a” e “b”, a linha neutra da seção reta vai descendo pela altura da peça, passando por todos os modos possíveis de ruptura.

Entretanto, para seguir certas recomendações solicitadas pela norma, visando o adequado funcionamento das peças, como o de respeitar a ductilidade desses elementos, a consideração de todos os domínios deve ser evitada, restringindo o dimensionamento aos domínios delimitados pela figura 6:



Fonte: (BASTOS, 2017).

Como ilustrado na figura 6, os domínios que devem ser utilizados para dimensionamento das vigas em concreto armado vão do domínio 1 até o 4. O domínio 1, é entendido como antieconômico, visto que o concreto em si não apresenta deformações, o que acarretaria em dimensões muito maiores do que as necessárias, onerando o orçamento da obra, gerando mais cargas para a estrutura e, muito provavelmente, interferindo no projeto arquitetônico (BASTOS, 2015).

Logo, os domínios restantes para se trabalhar iriam do 2 ao 4. A partir desse ponto, fica a cargo do projetista qual domínio ele prefere seguir, já que fatores econômicos, estruturais e de segurança começam a se nivelar e a escolha acaba por privilegiar algum desses, mesmo que indiretamente. Porém, deve-se ressaltar que o fator segurança deve ser sempre respeitado.

Mesmo sendo escolha livre do autor do projeto o domínio de sua escolha para definir como se dará o ELU de uma estrutura, há mais uma ressalva a se fazer, o que mais uma vez pode restringir essa opção. No domínio 3, a depender da altura da linha neutra da seção, a peça passa a necessitar de dois tipos de armaduras, sendo uma para combater os esforços de tração e uma nova para ajudar o concreto a combater os esforços de compressão, pois a seção reta estaria trabalhando majoritariamente à compressão, o concreto não consegue mais resistir sozinho às tensões tão elevadas, requisitando ajuda externa. Os limites de profundidade de linha neutra ( $x$ ), que são também limites de ductilidade trazidos pela NBR 6118 (2014) com a finalidade da análise linear da deformação da peça permanecer válida, e para que não haja armadura de compressão na viga, estão mostrados a seguir:

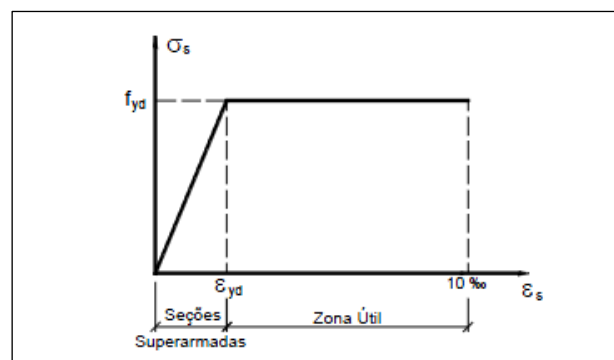
$$x \leq 0.45 \cdot d \rightarrow \text{Para } f_{ck} < 50 \text{ MPa} \quad (5.1)$$

$$x \leq 0.35 \cdot d \rightarrow \text{Para } f_{ck} \text{ entre } 50 \text{ e } 90 \text{ MPa} \quad (5.2)$$

Assim, com “ $x$ ” sendo a linha neutra da peça e “ $d$ ” a altura útil, é preferível que a viga não utilize armadura de compressão, limitando então uma peça ideal a trabalhar entre o domínio 2 e o limite de armadura dupla do domínio 3 (BASTOS, 2015).

A figura 7 ilustra o digrama tensão-deformação para o aço do concreto armado.

Figura 7 - Diagrama tensão-deformação do aço para armaduras.



Fonte: (BASTOS, 2017).

Onde:

- $\varepsilon_{yd}$ : Deformação referente ao patamar de escoamento do aço.
- $f_{yd}$ : tensão de escoamento do aço.

Respeitando-se a exigência de ductilidade das peças, o posicionamento da linha neutra na seção transversal, e o fator segurança proporcionado pelo “aviso prévio” de uma eventual ruptura de uma estrutura “as vigas devem ser projetadas à flexão simples nos domínios 2 ou 3, e não podem ser projetadas no domínio 4” (BASTOS, 2015).

Dessa maneira, a armadura ultrapassa o limite de proporcionalidade que garante seu comportamento elástico e entra no comportamento plástico ao chegar ao patamar de escoamento. Com isso, a peça passa a escoar, e em caso de uma ruptura da viga ela escoaria e deformaria de forma mais lenta, o que transmitiria um alerta visível para os usuários de seu projeto.

A partir desses conceitos utilizam-se as equações de equilíbrio de forças normais e momentos fletores para dimensionar as peças e obter as armaduras necessárias para combater as tensões de tração.

## 5.2 SEÇÃO T

O dimensionamento de uma viga de seção retangular pode ocorrer com sua consideração de seção reta retangular ou então como seção reta em formato “T”, sendo essas os tipos de seções mais comuns em se trabalhar. A consideração de seções retas T é realizada ao se entender a colaboração das lajes na resistência das vigas de estruturas moldadas *in loco*.

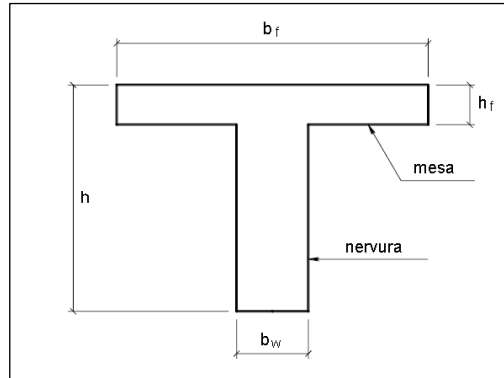
A seção T é um artifício utilizado para auxiliar a peça a combater as tensões de compressão (em viga normal), quando entende-se que está muito elevada. Dessa maneira, a área de concreto que estaria comprimida seria aumentada, ajudando a viga nesse sentido.

É importante perceber que a largura colaborante da laje deve estar na região que apresenta o concreto comprimido, assim, caso haja flexão negativa, não haverá hipótese de seção T para acrescentar largura colaborante com o intuito de combater tensões de tração na viga (PFEIL, 1983).

A presença de seção T em uma viga, ilustrada na figura 8, é interessante para alcançar menores alturas de viga, visto que seria necessária uma maior parcela de concreto comprimido para suportar essas tensões, caso essa não se encontrar na largura colaborante. A largura colaborante também contribui na diminuição de armadura em uma obra, entendendo que a

armadura comprimida que deveria ser disposta para ajudar a seção de concreto comprimida não é mais relevante, o que reduz por consequência os custos globais em um orçamento.

Figura 8 – Demonstração de seção reta T em uma viga.



Fonte: BASTOS, 2015.

Onde:

- $b_w$ : Base da viga, ou da nervura.
- $b_f$ : Largura colaborante total da peça.
- $h$ : Altura da seção transversal.
- $h_f$ : Altura da mesa.

O cálculo desenvolvido para encontrar a seção colaborante é feito após uma consideração de que as tensões ao longo de  $b_f$  são constantes, o que leva a essa dimensão ter comprimento de:

$$b_f = b_w + b_1 + b_1 \quad (5.3)$$

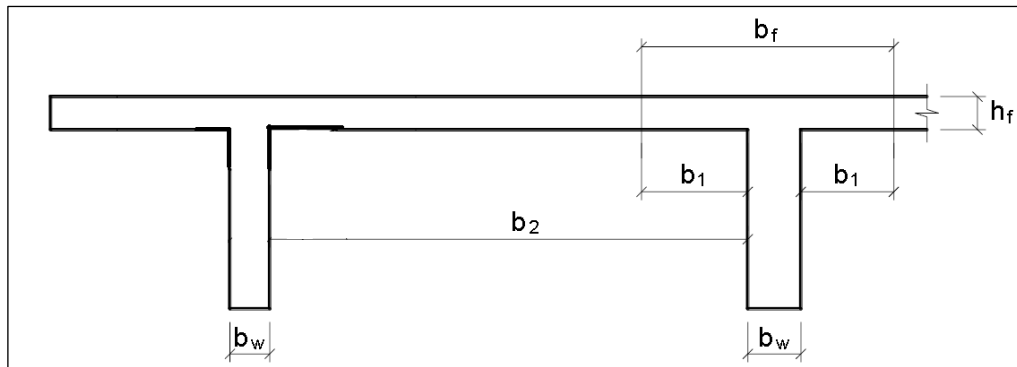
O parâmetro  $b_1$  é dado pelas relações a seguir e pode ter sua localização analisada na viga com seção T na figura 9. O fato de “b” aparecer duas vezes na fórmula indica que o cálculo é feito para os dois lados adjacentes à viga e o menor valor entre os dois é escolhido para ser adicionado a largura colaborante, em dobro.

$$b_1 \leq \begin{cases} 0.1 \cdot a \\ 0.5 \cdot b_2 \end{cases} \quad (5.4)$$

Onde:

- a: Distância entre momentos fletores nulos no diagrama da viga.
- $b_2$ : Distância entre faces de vigas consecutivas.

Figura 9 – Disposição dos parâmetros do cálculo da largura colaborante.



Fonte: Adaptado de (BASTOS, 2015).

### 5.3 DIMENSIONAMENTO

Serão apresentados a seguir, 3 dimensionamentos possíveis de serem verificados neste trabalho, sejam o de seção retangular, a variante do dimensionamento de seção retangular que apresenta armadura dupla e o de seção T.

#### 5.3.1 SEÇÃO RETANGULAR

De forma simplificada, o dimensionamento para uma viga com seção retangular passa pelo equilíbrio de momentos fletores na seção reta da peça. Igualam-se os momentos sollicitantes e resistentes da seção:

$$M_{Res} = M_{Sol} = M_d \quad (5.5)$$

Os momentos devem ser iguais, para resultar em um dimensionamento seguro, em que as forças resistentes do concreto e do aço resultam em:

$$M_d = R_{cc} \cdot z_{cc} \quad (5.6)$$

$$M_d = R_{st} \cdot z_{cc} \quad (5.7)$$

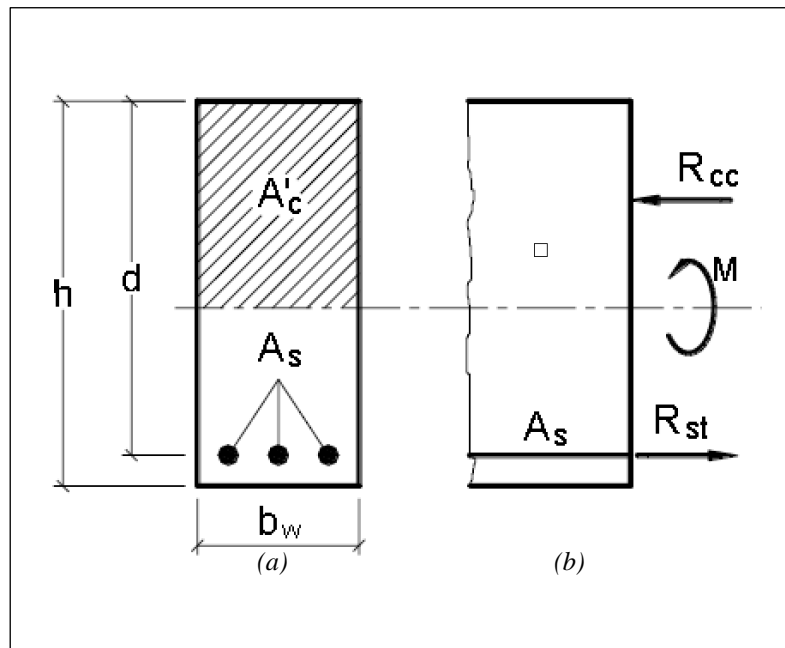


Onde:

- $R_{cc}$ : Força resultante das tensões de compressão do concreto, indicado na figura 10.
- $Z_{cc}$ : Braço de alavanca entre essas reações, indicado na figura 4.
- $R_{st}$ : Força resultante das tensões de tração do aço, indicado na figura 10.

Esses momentos gerados pelo concreto e aço vão gerar um binário que combaterá os momentos solicitantes. O momento solicitante será majorado por um fator igual a 1,40, o que resultará no momento de projeto, que por sua vez é o momento resistente que a viga deve resistir, como está demonstrado na figura 10:

Figura 10 - Situação para dimensionamento de vigas sem armadura dupla:  
(a) Corte na seção transversal (b) Corte longitudinal na peça revelando o binário das forças resistentes na seção reta.



Fonte: Adaptado de (BASTOS, 2015).

Portanto, de posse do momento de cálculo e desenvolvendo as equações de forças resistentes resultantes, chega-se em:

$$M_d = 0.8 \cdot 0.85 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0.4 \cdot x) \quad (5.8)$$

Onde:

- $M_d$ : Momento de cálculo da viga, sendo o momento resistente.
- $b_w$ : Largura da base da viga.
- $f_{cd}$ : Tensão de compressão de projeto do concreto.
- $d$ : Altura útil da peça.
- $x$ : Altura da linha neutra da seção reta.

A partir da fórmula (5.8) o projetista é capaz de encontrar a linha neutra da peça e todo a análise detalhado no subitem 5.1 é considerado.

Tendo em vista que para esse dimensionamento, obrigatoriamente, as condições trazidas em (5.1) e (5.2) estão respeitadas, parte-se para o cálculo da área de aço:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} \cdot (d - 0.4 \cdot x)} \quad (5.9)$$

Onde:

- $M_d$ : Momento de cálculo da viga.
- $A_s$ : Área de aço requisita pela viga.
- $d$ : Altura útil da peça.
- $x$ : Altura da linha neutra.
- $\sigma_{sd}$ : Tensão de tração de projeto do aço empregado.

Na fórmula (5.9) temos a compatibilização do esforço resistente com sua respectiva armadura. Logo, calculado a área de aço requisitada é necessário respeitar todas as condições de detalhamento impostas pela NBR 6118 (2014) para o adequado trabalho das barras de aço.

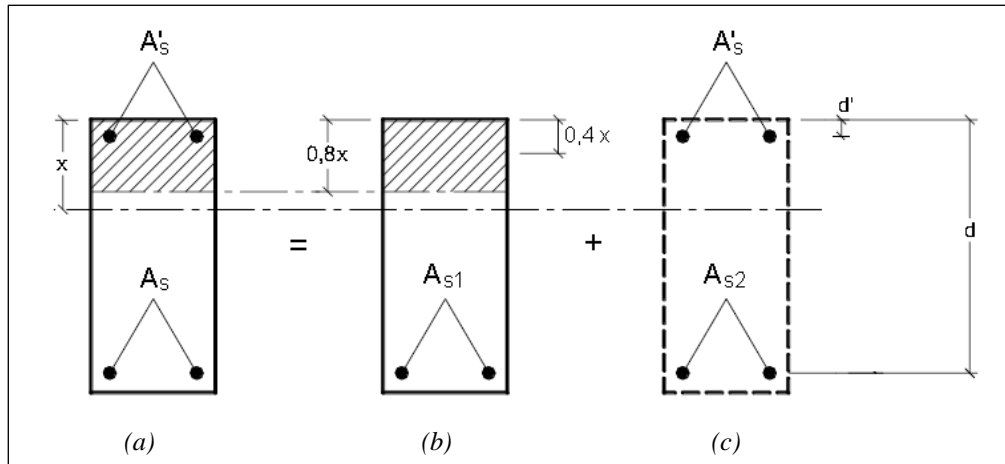
### 5.3.2 SEÇÃO RETANGULAR COM ARMADURA DUPLA

Para o dimensionamento da seção retangular com armadura dupla segue-se o mesmo princípio utilizado no subitem anterior (5.3.1), em que deve haver o equilíbrio de momentos fletores na seção.

Entretanto, como os limites impostos por (5.1) e (5.2) serão ultrapassados, isso indica que a peça contará agora com armadura de compressão. Com isso, o modo que esse dimensionamento é realizado através da sobreposição de situações, em que uma há essa

armadura de compressão e outra em que ela não é levada em conta. Essa situação fica demonstrada na figura 11:

Figura 11 – Situações para dimensionamento de vigas com armadura dupla: (a) Situação real (b) Situação sem armadura de compressão (c) Situação com armadura de compressão.



Fonte: Adaptado de (BASTOS, 2015).

Logo, é possível chegar à seguinte fórmula:

$$M_d = R_{cc} \cdot z_{cc} + R_{sc} \cdot z_{sc} \quad (5.10)$$

Onde:

- $R_{cc}$ : Força resultante das tensões de compressão do concreto.
- $Z_{cc}$ : Braço de alavanca entre a resultante  $R_{cc}$  e a resultante da área de aço, induzida pela situação mostrada em 12 (b).
- $Z_{sc}$ : Braço de alavanca entre a resultante  $R_{sc}$  e a resultante da área de aço, induzida pela situação mostrada em 12 (c).
- $R_{sc}$ : Força resultante das tensões de compressão do aço.

Com as informações obtidas, desenvolvem-se as equações das reações resistentes resultantes, as quais levam a:

$$M_d = 0.68 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (z_{cc}) + A'_s \cdot \sigma'_{sd} \cdot (d - d') \quad (5.11)$$

Onde:

- $M_d$ : Momento de cálculo da viga.
- $A_s'$ : Área de aço de compressão.
- $\sigma_{sd}'$ : Tensão de compressão de projeto do aço.
- $d'$ : Complemento da altura útil da seção reta da peça.

A partir da figura 11, a condição apresentada na equação (5.12) deve ser respeitada, onde temos os momentos da situação (b) e (c), os quais somados resultaram no esforço resistente total:

$$M_d = M_{1d} + M_{2d} \quad (5.12)$$

Onde:

- $M_d$ : Momento de cálculo da viga.
- $M_{1d}$ : Momento da situação sem armadura comprimida.
- $M_{2d}$ : Momento da situação com armadura comprimida e sem a contribuição do concreto.

Para encontrar tanto  $M_{1d}$  quanto  $M_{2d}$  deve-se ter em mãos previamente a altura da linha neutra, a qual foi encontrada utilizando a fórmula (5.8). Assim, parte-se para usar a seguinte fórmula:

$$M_{1d} = 0.68 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0.4 \cdot x) \quad (5.13)$$

Definido a primeira parcela, a qual deve contar com a linha neutra como sendo o limite encontrado para a armadura dupla, utiliza-se a fórmula (5.12) para encontrar  $M_{2d}$ . Concluído os cálculos dos momentos de binários, parte-se para encontrar as áreas de aço respectivas, as quais serão dadas pelas fórmulas abaixo:

$$A_{s1} = \frac{M_{1d}}{\sigma_{sd} \cdot (d - 0.4 \cdot x)} \quad (5.14)$$

$$A_{s2} = \frac{M_{2d}}{\sigma_{sd} \cdot (d - d')} \quad (5.15)$$

O que vai resultar em:

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \quad (5.16)$$

Onde:

- $A_s$ : Área de aço tracionado total.
- $A_{s1}$ : Área de aço da situação 1.
- $A_{s2}$ : Área de aço da situação 2.

E por fim, a armadura de compressão é dada por:

$$A'_s = \frac{M_{2d}}{\sigma'_{sd} \cdot (d - d')} \quad (5.17)$$

Onde:

- $\sigma'_{sd}$ : Tensão de cálculo da armadura de compressão.

E que é dado pela seguinte expressão:

$$\sigma'_{sd} = \varepsilon'_s \cdot E_s \leq f_{yd} \quad (5.18)$$

Onde:

- $\varepsilon'_s$ : Deformação da armadura de compressão.
- $E_s$ : Módulo de elasticidade longitudinal do aço.

Já que o módulo de elasticidade é padrão para o aço, o componente a ser determinado para utilizar a expressão (5.18), o qual é a deformação da armadura de compressão, é encontrado, para as peças dimensionadas no domínio 3, a seguir:

$$\varepsilon'_s = \frac{0.0035 \cdot (x - d')}{x} \quad (5.19)$$

Onde:

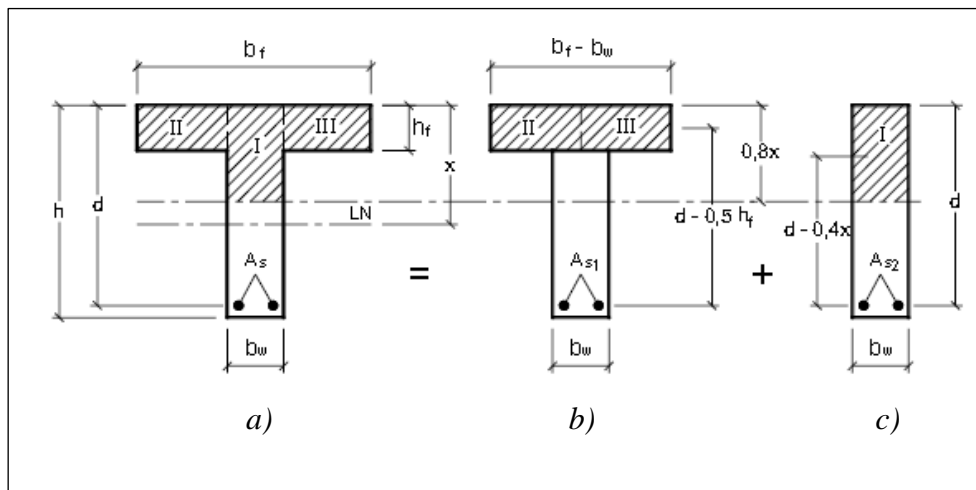
- $d'$ : Complemento da altura útil da peça.
- $x$ : Altura da linha neutra, igual ao limite de armadura dupla requisitado.

### 5.3.3 SEÇÃO T

Enfim, o último exemplo de dimensionamento que este trabalho aborda é a consideração da seção reta da viga com um formato em “T”, como foi mencionado no item 5.2. Este roteiro de cálculo da armadura para combater os momentos fletores solicitantes passa por duas situações. A primeira ocorre quando a linha neutra da seção não ultrapassa o limite da mesa, acarretando em um dimensionamento não mais como em seção T, mas como uma seção retangular, recaindo nos cálculos mostrados no item anterior, porém a largura dessa seção não será mais  $b_w$ , e sim,  $b_f$ . A segunda, que será tratada a seguir, acontece quando a linha neutra ultrapassa a mesa da seção. Para saber com qual das duas situações o projetista está lidando é possível utilizar a fórmula (5.8) e encontrar a linha neutra ( $x$ ), mas é importante atentar que o uso dessa fórmula deve ser feito com a alteração da largura ( $b_w$ ) pela largura colaborante ( $b_f$ ). Entretanto, o que realmente define se a linha neutra está ou não sobre a mesa não é o seu valor integral, mas a redução ( $0,8 \cdot x$ ), já que tratamos com a aproximação do diagrama parábola-retângulo para o concreto, como fica ilustrada na figura 4.

Dessa maneira, assim como foi desenvolvido no item anterior (5.3.2), também se definem dois tipos de binário de momentos, como mostrado na figura 12:

Figura 12 – Situações de binários na seção T: a) Situação real b) Situação em que as abas laterais combatem o momento de cálculo (c) Situação em que só a alma combate o momento de cálculo.



Fonte: Adaptado de (BASTOS, 2015).

Como pode ser visto na figura 12, na situação (b) apenas as abas laterais da mesa da seção contribuem no combate ao momento solicitante, enquanto que na situação c) só a alma da seção é considerada nos cálculos.

Por isso, temos que essas situações levaram ao mesmo raciocínio já demonstrado antes, e que será repetido:

$$M_d = M_{1d} + M_{2d} \quad (5.20)$$

↓

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \quad (5.21)$$

Logo, a parcela  $M_{1d}$ , referente à situação (b), é dada por:

$$M_{1d} = 0.85 \cdot h_f \cdot (b_f - b_w) \cdot f_{cd} \cdot (d - 0.5 \cdot h_f) \quad (5.22)$$

O que nos leva a utilizar mais uma vez a fórmula (5.20) com o intuito de encontrar  $M_{2d}$ , visto que as outras duas parcelas já são conhecidas. Portanto, ao ter os dois momentos das duas situações de cálculos parte-se para o cálculo das armaduras que é dado por:

$$A_{s1} = \frac{M_{1d}}{f_{yd} \cdot (d - 0.5 \cdot h_f)} \quad (5.23)$$

$$A_{s2} = \frac{M_{2d}}{f_{yd} \cdot (d - 0.4 \cdot x)} \quad (5.24)$$

Em que a linha neutra necessária para contribuir no cálculo da armadura de aço ( $A_{s2}$ ) da situação de projeto ilustrada por c) na figura 12 é fornecido pela equação (5.8), já que representa apenas a contribuição do binário gerado pela alma da seção reta. Dessa maneira, é justificada a troca de  $b_f$  por  $b_w$ .

Com a definição da nova linha neutra é possível então compará-la com os limites de domínios e de armadura dupla para compreender em que domínio a viga será dimensionada, resultando então no uso da fórmula (5.21) para encontrar a armadura total.

## 6 A LINGUAGEM FORTRAN

### 6.1 CONCEITUAÇÃO DE ALGORITMOS

Um dos principais pilares para a programação é o algoritmo que segundo Martins e Silva (SD) “é uma sequência finita e bem definida de passos que, quando executados, realizam uma tarefa específica ou resolvem um problema.” Cada algoritmo deve possuir algumas propriedades básicas para que ele atende ao seu conceito, como ter uma ordem de ações, possuir ações bem definidas e sem ambiguidades e por fim, ter um número finito de ações.

A partir da definição de algoritmos, leva-se então o conceito de lógica para o computador, o que nos faz ter agora os algoritmos computacionais os quais apresentam estrutura de dados e de controle. Na estrutura de dados, lida-se com as informações que passam pelo algoritmo, já na estrutura de controle lida-se com as ações que manipulam esses dados.

Para montar um bom algoritmo computacional, o desenvolvedor deve identificar o problema que se quer resolver, encontrar os dados necessários e que estão disponíveis para começar a trabalhar no algoritmo e em seguida mostrar os dados que serão produtos dessa sequência de passos. Por fim, determinam-se os passos que devem ser seguidos para que os dados de entrada levem aos dados de saída, de forma que se respeite as propriedades básicas dos algoritmos, e testa-se o algoritmo finalizado para verificar o seu funcionamento. Caso isso não ocorra, deve-se buscar pelos erros que possam estar presentes no corpo do algoritmo, ou os passos que não tenham gerado clareza em seus comandos.

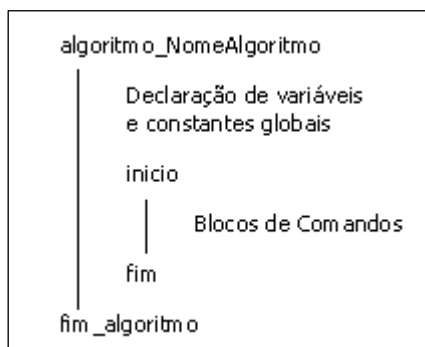
Assim, um algoritmo geral pode apresentar os seguintes pontos ao longo de seu escopo, ou seja, de seu corpo de passos e atribuições:

- Declaração de variáveis e constantes locais.
- Comandos de E/S.
- Comandos de Atribuição.
- Comentários.
- Estruturas de Seleção.
- Estruturas de Repetição.
- Chamada de Funções ou procedimentos.



Com esses pontos, o algoritmo apresenta uma aparência como a demonstrada na figura 13:

Figura 13 – Formato de um algoritmo genérico.



Fonte: (MARTINS; SILVA, SD).

No bloco de comandos estão presentes todos os itens acima listados, exceto pela declaração de variáveis, que se apresenta logo no início do algoritmo.

Portanto, a declaração de variáveis é a reserva de uma memória do computador para armazenar o dado e suas futuras manipulações, não podendo ser utilizada nenhuma variável sem antes ter sido anunciada.

Já os comandos de E/S e de atribuição são, respectivamente, ações para se obter dados iniciais (Entrada) ou fornecer os produtos (Saída), e ações para atribuir a uma variável algum valor ou conteúdo.

Quanto as estruturas de seleção e de repetição elas são, respectivamente, a escolha de um grupo de ações para serem executadas de acordo com a aceitação ou não de certas condições, como é o caso do “SE”, e a definição de um grupo de ações que se repete de acordo com alguma condição imposta ou número de repetições previamente estabelecido.

Para a chamada de funções ou procedimentos, isso pode variar dependendo da linguagem computacional empregada, pois pode haver dentro da lógica que rege essa linguagem algumas ações que sirvam para a montagem dos algoritmos, mas que não se enquadram nos tipos acima.

Por fim, os comentários não são ações do algoritmo em si, são apenas indicações de ações, ou seja, explicações de como o algoritmo está se desenvolvendo a cada passo, ou sequência de linhas.

## 6.2 USO DA LINGUAGEM

A linguagem FORTRAN (*FORmula TRANslation*) é uma linguagem simples que se iniciou com uma versão mais antiga, o FORTRAN 77, mas hoje é amplamente mais utilizada pela variante FORTRAN 95.

Esse código apresenta algumas premissas que devem ser seguidas para que o programador tenha uma melhor experiência no momento de montagem dos comandos. Cada algoritmo pode apresentar um programa principal e seus subprogramas, ou sub-rotinas, como também são chamados, em que o programa principal pode chamar as sub-rotinas, mas o inverso não é válido.

O código também apresenta unidades de programa, que são partes da programação com comandos e que terminam com o comando “END”. Se encaixam nessas unidades os comandos de estrutura condicional ou os de estruturas de repetição, por exemplo.

A linguagem em questão faz uso dos mesmos pontos discutidos no item 6.1 anterior, ou seja, a estruturação com declaração de variáveis, por exemplo, é a mesma, só que este código também faz uso de “MODULE” que é uma parte do código especialmente dedicada para declaração de variáveis que serão utilizadas ao longo do programa, ou seja, sua repetição será constante e seus valores serão repassados de sub-rotina para sub-rotina, o que para acontecer de forma segura e prática é feita através do uso desse tipo de comando.

Outro ponto importante é a adoção de matrizes no FORTRAN. Caso o mesmo tipo de valor precise ser processado igualmente, uma maneira que enxugue o tamanho do programa é a adoção de matrizes ou vetores, para armazenar valores de forma compacta e reduzir variáveis ao longo das sub-rotinas.

Por fim, arquivos contendo dados de entrada e de saída são bastante utilizados ao longo da programação em FORTRAN, dessa forma, os dados são manipulados ao longo do algoritmo e seus resultados podem ser inscritos em outro arquivo ou ser inscritos sobre o mesmo arquivo de saída.

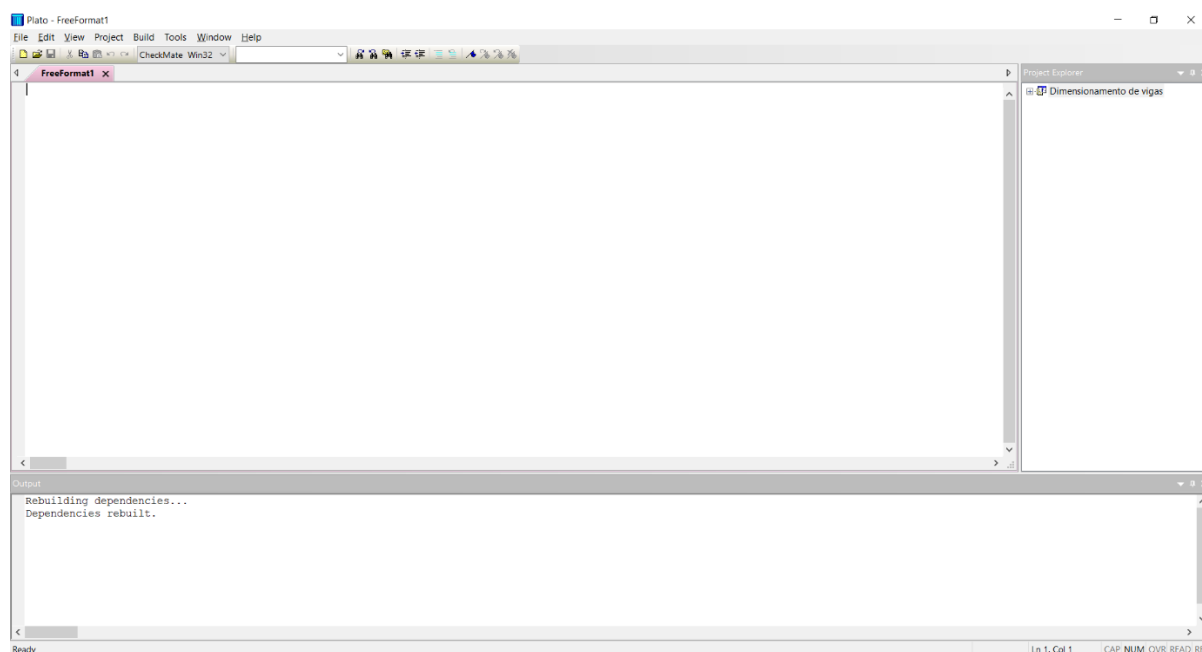
## 7 O FUNCIONAMENTO DO CÓDIGO

### 7.1 O SOFTWARE

De forma resumida, um compilador é um programa, ou um conjunto de programas, que fará agora o processo inverso ao que o programador percorreu. Em um primeiro momento, o programador utilizou um código, em que no caso deste trabalho é o FORTRAN, para transformar a cadeia de processos que ele possuía em um algoritmo que tenha sua própria linguagem. Em seguida, o programador irá introduzir esse algoritmo dentro do compilador, utilizou-se o PLATO neste trabalho, para que esse programa traduza o código FORTRAN para uma linguagem que o *software* possa compreender e trazer os resultados que se espera do algoritmo.

É extremamente importante que o compilador esteja adaptado para o código com o que se está trabalhando, visto que atualmente o número de linguagens disponíveis é crescente, pois cada uma pode ser melhor empregada em diferentes âmbitos do conhecimento.

Figura 14 – Tela padrão do compilador PLATO.



Fonte: (AUTOR, 2018).

Com o algoritmo pronto e devidamente implantado e detalhado no PLATO, é chegada a hora de testar o funcionamento dessa rotina de cálculo. Essa verificação é feita com a colocação de exemplos no compilador para que ele entregue o resultado. Caso esse resultado

não seja o esperado, ou então haja algum erro no desenrolar do programa que impossibilite de seguir a frente na sequência de comandos definidas, o programador deve iniciar o processo de correção de erros no código, ou como essa atividade é popularmente conhecida, “*debugar*” o algoritmo.

Essa correção de erros tende a ser extensa, visto que podem haver incoerências de lógica no programa, ou então desacordos com a linguagem FORTRAN, ou ainda erros de digitação ou de formatação de fórmulas.

Concluídas todas as verificações, o programa deve estar “rodando”, ou seja, sendo executado tranquilamente, e fornecendo resultados confiáveis a que o programador responsável se propôs a fazer.

## 7.2 O CÓDIGO DE DIMENSIONAMENTO DE VIGAS

A preparação do código desta rotina de cálculo teve início com uma definição prévia do algoritmo que serviria de base para a conseqüente tradução à linguagem FORTRAN. Nesta determinação do algoritmo foram escolhidos os parâmetros de entrada que os usuários deveriam fornecer para obter como resultado final o dimensionamento pretendido do elemento tipo viga em questão (os parâmetros estão listados no item 7.3, a seguir).

Em seguida ao abastecimento do programa desenvolvido no compilador PLATO com as variáveis demandadas, a rotina de cálculo tratará de captá-las e iniciar a manipulação de tais dados.

Todos os cálculos realizados seguem aos requisitos da NBR 6118:2014, conforme detalhados ao longo deste relatório, ou seja, obedecendo desde o distanciamento entre esforços solicitantes e resistentes para dimensionamento de estado limite último até o detalhamento final da área de aço encontrada.

Logo, exemplificando, o programa se responsabilizará em definir um dos parâmetros mais importantes desta rotina, que é a altura útil ( $d$ ) da viga. Tendo em vista que as bitolas das armaduras longitudinal e transversal são introduzidas pelo usuário, bem como o índice de agressividade ambiental, a precisão almejada para o dimensionamento será ainda maior por entender que arredondamentos em complementos de altura útil ( $d'$ ) não são ideais.

Após fixação da linha neutra do elemento, a qual será transmitida adiante para o dimensionamento da peça, o que pode ser feito tanto para a seção retangular quanto para a seção T, o código apresenta um trecho de alinhamento do modo de dimensionamento que a viga em questão detém, com os modos de dimensionamento disponíveis. Em outras palavras, haverá

uma comparação entre os limites de armadura dupla e os limites entre domínios que uma peça possui a partir dos parâmetros de entrada, com a linha neutra calculada para cada caso. Concluído este balizamento, se a peça for de seção retangular ela pode prosseguir para 3 caminhos possíveis, assim como explicitado no item 5.3. A princípio, ela pode ser dimensionada apenas com armadura de tração ou ainda com armadura dupla, mas caso seu dimensionamento a leve para um domínio superior ao permitido, ou seja, o domínio 4, uma alternativa será dada para que o usuário forneça novos dados para cálculo. Caso a peça apresente padrão “T”, ela contém outras 3 alternativas, as quais são o dimensionamento como seção retangular, mas de base “ $b_f$ ”, como seção T propriamente dita, ou ainda passar pelo mesmo procedimento que foi citado acima, em função de a peça alcançar um dimensionamento inviável, uma nova oportunidade de cálculo com novos dados fornecidos pelo usuário será oferecida.

Próximo da conclusão dessa rotina, a área de aço encontrada, de acordo com o modo de dimensionamento, da peça passa pelas verificações demandadas pela norma, seja de armadura mínima ou máxima, para enfim atingir o trecho de detalhamento dessas armaduras.

Foram definidos intervalos de áreas de aço em que a qual foi recentemente calculada pudesse se enquadrar, para que as opções de bitola dadas para o usuário ficassem próximas de sua realidade construtiva. Entretanto, se este não ficar satisfeito com as possibilidades ofertadas, a área de aço também ficará disponível para manipulação. Como o número de barras é fornecido, fica de bom tom fornecer os seus espaçamentos e se estes estão dentro do permitido, seja na direção vertical ou na horizontal.

Vale salientar que, na condição da viga apresentar mais de um momento para dimensionamento, os passos comentados acima serão seguidos para cada momento separadamente, assim como seus resultados também retornarão de forma individual.

### 7.3 MANUAL DE USO DO PROGRAMA

O usuário que deseje fazer uso desse programa deve, inicialmente, preencher um arquivo de texto, ou seja, um arquivo em formato “.txt” com os dados requisitados para que a rotina de cálculo funcione sem impedimentos. O arquivo de texto deve ser salvo com o nome descrito abaixo:

“ARQUIVO DE ENTRADA – PROGRAMA”

Os dados de entrada que devem necessariamente fazer parte deste arquivo são os descritos abaixo:

- Altura da seção (dado em centímetros).
- Largura da seção (dado em centímetros).
- Índice de agressividade ambiental (número inteiro de 1 a 4).
- Classe da brita de projeto (número inteiro de 0 a 4).
- Bitola da armadura longitudinal prévia (dado em cm).
- Bitola da armadura transversal prévia (dado em cm).
- Classe de resistência do concreto (dado em MPa).
- Classe do aço (dado em  $\text{kN/cm}^2$ ).
- Quantidade de momentos característicos (número inteiro maior que 0).
- Momentos característicos (dado em  $\text{kN.cm}$ ); (número de momentos igual à quantidade de momentos característicos).

Além desses dados de entrada, o usuário também pode entrar com a largura colaborante e a altura da mesa da viga, desde que este queira dimensionar a sua peça como uma seção T, visto que para os outros dimensionamentos do programa esses dados não são necessários.

- Largura colaborante (dado em cm).
- Altura da mesa da viga (dado em cm).

É importante destacar que, para o adequado funcionamento do programa, todas as variáveis citadas devem respeitar as unidades previamente estabelecidas com o intuito de levar a um resultado equivalente a realidade.

Por fim, a ordem que deve ser respeitada no arquivo de entrada está demonstrada na figura 15, onde o espaço entre cada valor deve ser atendido para que o compilador faça a captação correta:

Figura 15 – Exemplo de arquivo de entrada do programa de dimensionamento de vigas à flexão.

```

ARQUIVO DE ENTRADA - PROGRAMA - Notepad
File Edit Format View Help
[ALTURA] [LARGURA] [CLASSE DE AGRESSIVIDADE] [CLASSE DA BRITA] [BITOLA - ARM. LONGITUDINAL]
[BITOLA - ARM. TRANSVERSAL] [CLASSE DO CONCRETO] [CLASSE DO AÇO] [LARGURA COLABORANTE] [ALTURA DA MESA]
[QUANTIDADE DE MOMENTOS]
[MOMENTO 1]
[MOMENTO 2]
[MOMENTO N]

```

Fonte: (AUTOR, 2018).

Com o arquivo de entrada finalizado, o usuário entra no compilador PLATO e determina que o programa funcione. Após todos os comandos de interação com o usuário serem realizados, os resultados fornecidos pela rotina de cálculo serão encontrados em um outro arquivo de texto com o seguinte nome:

“ARQUIVO DE SAÍDA – PROGRAMA”

Nesse arquivo o usuário consulta os dados fornecidos pelo programa. Deve-se lembrar que todas as vezes que o programa funcionar, os dados nesse arquivo citado terão seus valores atualizados.

É de dever de todo usuário deste programa ter em mente o seguinte pensamento:

“O USO DOS DADOS FORNECIDOS PELO PROGRAMA DE DIMENSIONAMENTO DE VIGAS É DE INTEIRA RESPONSABILIDADE DO USUÁRIO, EM QUE O AUTOR SE EXIME DE QUALQUER EVENTUALIDADE FUTURA”.

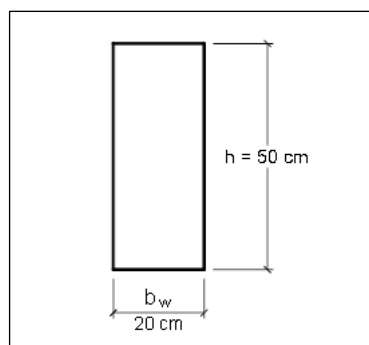
## 8 RESULTADOS

Com o sucesso da conclusão do programa, bem como o seu processo de correção de erros e posteriores testes do seu funcionamento, seguem os resultados fornecidos pelo programa.

### 8.1 EXEMPLO 1 – SEÇÃO RETANGULAR ( $A_s$ , simples)

O primeiro exemplo a ser tratado neste relatório pede para encontrar a armadura longitudinal de flexão para a seção de viga da figura 16:

Figura 16 – Seção da viga do exemplo 1.



**Fonte:** Adaptado de (BASTOS, 2015).

Este é o exemplo número 1 do item 7.3 (pg. 17) de Bastos (2017) e tem como dados iniciais os seguintes valores:

- Altura da seção: 50 cm.
- Largura da seção: 20 cm.
- Índice de agressividade ambiental: 1.
- Classe da brita de projeto: 1.
- Bitola da armadura longitudinal prévia: 10 mm (1,00 cm).
- Bitola da armadura transversal prévia: 5 mm (0.50 cm).
- Classe de resistência do concreto: 20 MPa.
- Classe do aço: CA-50 (50 kN/cm<sup>2</sup>).
- Quantidade de momentos característicos: 1.
- Momentos característicos: 10.000 kN.cm.



### 8.1.1 CÁLCULO ANALÍTICO

Assim, seguindo o dimensionamento discorrido no item 5.3 partimos para utilizar a fórmula (5.8), portanto:

$$M_d = 0.68 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0.4 \cdot x)$$

Onde:

- $M_d = M_k \cdot \gamma_f = 10000 \text{ kN} \cdot \text{cm} \cdot 1.4 = 14000 \text{ kN} \cdot \text{cm}$
- $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_f} = \frac{2.0 \text{ kN/cm}^2}{1.4} = 1.43 \text{ kN/cm}^2$
- $d = \text{altura} - \text{cobrimento} - \text{diâmetro barra transversal} - \text{raio barra longitudinal}$

↓

$$d = 50 \text{ cm} - 2.50 \text{ cm} - 0.50 \text{ cm} - \left(\frac{1.00}{2}\right) \text{ cm} = 46.50 \text{ cm}$$

Logo, substituiremos os valores na fórmula (5.8) para encontrar a linha neutra da seção reta da peça. Como a fórmula acima resultará em uma equação do segundo grau, serão mostradas suas 2 raízes. A raiz que se enquadrar na altura da peça será o valor utilizado. Dessa forma:

$$14000 = 0.68 \cdot 20 \cdot x \cdot 1.43 \cdot (46.5 - 0.4 \cdot x)$$

↓

$$x' = 18.39 \text{ cm}; x'' = 97.86 \text{ cm}$$

E comparando com os limites de armadura dupla:

$$x \leq 0.45 \cdot d = 0.45 \cdot 46.5 = 20.93 \text{ cm} \rightarrow \text{Para } f_{ck} < 50 \text{ MPa}$$

Então como a raiz  $x'$ , foi menor que o limite de armadura dupla pode-se continuar o dimensionamento para armadura simples. Agora será usada a fórmula (5.9) para determinar a área de aço necessária para combater as tensões de tração da flexão. Dessa maneira:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} \cdot (d - 0.4 \cdot x)}$$

Onde:

- $\sigma_{sd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_f} = \frac{50.0 \text{ kN/cm}^2}{1.15} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$

Com isso:

$$A_s = \frac{14000}{43.48 \cdot (46.5 - 0.4 \cdot 18.39)} = 8.23 \text{ cm}^2$$

Portanto, a área de aço demandada pela peça é de 8.23 cm<sup>2</sup>, a qual pode ter o seguinte detalhamento em barras:

Tabela 1– Detalhamento manual de barras do exemplo 1.

Área de aço	Bitola (mm)	Nº de Barras
8.23	8.00	16.38
	10.00	10.48
	12.50	6.71
	16.00	4.10

Fonte: (AUTOR, 2018).

O detalhamento da tabela 1 deve, por fim, respeitar os limites para espaçamento de barras na direção horizontal e vertical, previsto em norma:

#### *Espaçamento HORIZONTAL*

$$a_{h,\text{mín}} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \emptyset_l = 1,0 \text{ cm} \\ 1.2 \cdot d_{\text{máx,agregado}} = 1.2 \cdot 2.0 = 2.40 \text{ cm} \end{cases}$$

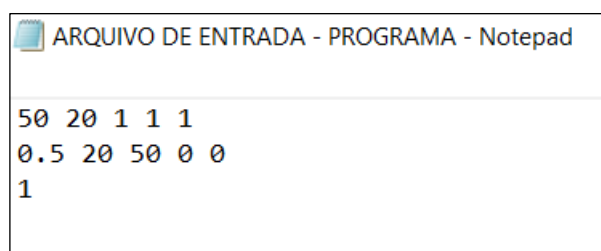
#### *Espaçamento VERTICAL*

$$a_{v,\text{mín}} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \emptyset_l = 1,0 \text{ cm} \\ 0.5 \cdot d_{\text{máx,agregado}} = 0.5 \cdot 2.0 = 1.00 \text{ cm} \end{cases}$$

### 8.1.2 RESULTADO DO PROGRAMA

De posse dos valores do cálculo analítico, a rotina de cálculo desenvolvida neste trabalho tem o dever de produzir valores iguais aos encontrados no item 8.1.1. Então, entrando com os mesmos dados do exemplo, temos:

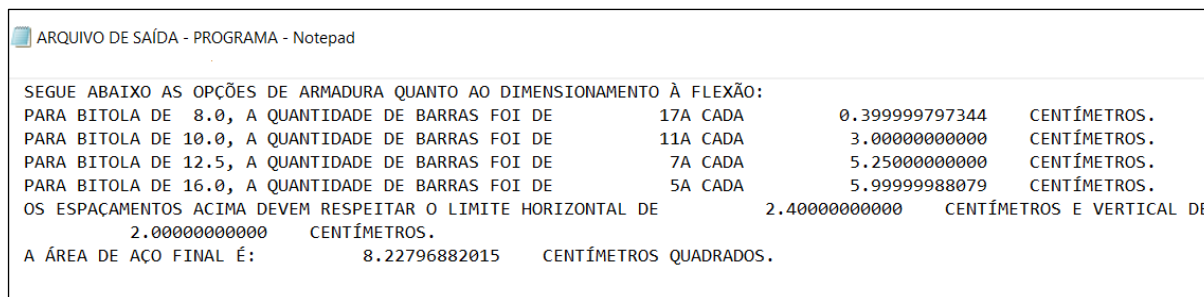
Figura 17 – Arquivo de entrada do exemplo 1 no programa.



Fonte: (AUTOR, 2018).

O que produzirá os seguintes resultados finais:

Figura 18 – Arquivo de saída do exemplo 1.



Fonte: (AUTOR, 2018).

A partir dos resultados fornecidos pelo programa, vemos que o resultado é consideravelmente semelhante. As diferenças nos números de barras estão no fato do arredondamento para que sejam utilizados números inteiros de barras.

## 8.2 EXEMPLO 2 – SEÇÃO RETANGULAR ( $A_{s,dupla}$ )

O segundo exemplo a ser mostrado neste relatório pede para encontrar a armadura longitudinal de flexão de uma viga que apresenta a mesma seção transversal mostrada na figura 16.

Este é o exemplo número 1 do item 8.3 (pg. 38) de Bastos (2017) e tem como dados iniciais os seguintes valores:

- Altura da seção: 50 cm.
- Largura da seção: 20 cm.
- Índice de agressividade ambiental: 1.
- Classe da brita de projeto: 1.
- Bitola da armadura longitudinal prévia: 10.0 mm (1,00 cm).
- Bitola da armadura transversal prévia: 6.3 mm (0.63 cm).
- Classe de resistência do concreto: 25 MPa.
- Classe do aço: CA-50 (50 kN/cm<sup>2</sup>).
- Quantidade de momentos característicos: 1.
- Momentos característicos: -15.700 kN.cm.

### 8.2.1 CÁLCULO ANALÍTICO

Assim, seguindo o dimensionamento discorrido no item 5.3 partimos para utilizar a fórmula (5.8), portanto:

$$M_d = 0.68 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0.4 \cdot x)$$

Onde:

- $M_d = M_k \cdot \gamma_f = -15700 \text{ kN} \cdot \text{cm} \cdot 1.4 = -21980 \text{ kN} \cdot \text{cm}$
- $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_f} = \frac{2.5 \text{ kN/cm}^2}{1.4} = 1.79 \text{ kN/cm}^2$
- $d = \text{altura} - \text{cobrimento} - \text{diâmetro barra transversal} - \text{raio barra longitudinal}$

↓

$$d = 50 \text{ cm} - 2.50 \text{ cm} - 0.63 \text{ cm} - \left(\frac{1.00}{2}\right) \text{ cm} = 46.37 \text{ cm}$$

Logo, substituiremos os valores na fórmula (5.8) para encontrar a linha neutra da seção reta da peça. Como a fórmula acima resultará em uma equação do segundo grau, serão mostradas suas 2 raízes, em que a raiz que se enquadrar na altura da peça será o valor utilizado. Dessa forma:

$$21980 = 0.68 \cdot 20 \cdot x \cdot 1.79 \cdot (46.37 - 0.4 \cdot x)$$

↓

$$x' = 24.85 \text{ cm}; x'' = 81.07 \text{ cm}$$

E comparando com os limites de armadura dupla e de domínio 3:

$$x \leq 0.45 \cdot d = 0.45 \cdot 46.37 = 20.87 \text{ cm} \rightarrow \text{Para } f_{ck} < 50 \text{ MPa}$$

$$x_{lim,3} = 0.63 \cdot d = 0.63 \cdot 46.37 = 29.21 \text{ cm}$$

Como a linha neutra passou acima do limite de armadura dupla, mas ainda assim dentro do domínio 3, o dimensionamento agora se dará seguindo o item 5.3.2. Então, pela fórmula (5.13), temos:

$$M_{1d} = 0.68 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0.4 \cdot x)$$

Onde:

- $x = x_{lim,3} = 29.21 \text{ cm}$
- $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_f} = \frac{2.5 \text{ kN/cm}^2}{1.4} = 1.79 \text{ kN/cm}^2$
- $d = \text{altura} - \text{cobrimento} - \text{diâmetro barra transversal} - \text{raio barra longitudinal}$

↓

$$d = 50 \text{ cm} - 2.50 \text{ cm} - 0.63 \text{ cm} - \left(\frac{1.00}{2}\right) \text{ cm} = 46.37 \text{ cm}$$

Logo:

$$M_{1d} = 0.68 \cdot 20 \cdot 20.87 \cdot 1.79 \cdot (46.37 - 0.4 \cdot 20.87) = 19317.43 \text{ kN.cm}$$

↓

$$M_d = M_{1d} + M_{2d}$$

↓

$$21980 = 19317.43 + M_{2d}$$

↓

$$M_{2d} = 2662.57 \text{ kN.cm}$$

Com os valores dos momentos das duas situações consideradas para dimensionamento de vigas com armadura dupla, podemos então fazer uso das fórmulas (5.14) e (5.15) para encontrar a área de aço da armadura tracionada. Portanto:

$$A_{s1} = \frac{M_{1d}}{\sigma_{sd} \cdot (d - 0.4 \cdot x)} = \frac{19317.43}{43.48 \cdot (46.37 - 0.4 \cdot 20.87)} = 11.68 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2} = \frac{M_{2d}}{\sigma_{sd} \cdot (d - d')} = \frac{2662.57}{43.48 \cdot (46.37 - 3.63)} = 1.43 \text{ cm}^2$$

Onde:

- $\sigma_{sd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_f} = \frac{50.0 \text{ kN/cm}^2}{1.15} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$
- $d' = h - d = 50 \text{ cm} - 46.37 \text{ cm} = 3.63 \text{ cm}$

Então, usando a fórmula (5.16) temos:

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 11.68 \text{ cm}^2 + 1.43 \text{ cm}^2 = 13.11 \text{ cm}^2$$

Já a armadura comprimida será dada pela fórmula (5.17), logo:

$$A'_s = \frac{M_{2d}}{\sigma'_{sd} \cdot (d - d')} = 1.43 \text{ cm}^2$$

Onde, ao utilizar as expressões expostas em (5.19) e (5.18), temos o valor da tensão de compressão de projeto do aço que foi empregado no cálculo da armadura de compressão na etapa anterior:

$$\varepsilon'_s = \frac{0.0035 \cdot (x - d')}{x} = \frac{0.0035 \cdot (20.87 \text{ cm} - 3.63 \text{ cm})}{20.87 \text{ cm}} = 2.89 \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma'_{sd} = \varepsilon'_s \cdot E_s = (2.89 \cdot 10^{-3}) \cdot 21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 60.69 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \leq f_{yd} = 43.48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Portanto, a área de aço demandada pela peça é de 13.11 cm<sup>2</sup> para armadura tracionada e 1.43 cm<sup>2</sup> para armadura comprimida. Com isso, essas áreas podem ter o seguinte detalhamento:

Tabela 2 – Detalhamento manual de barras do exemplo 1.

Área de aço	Bitola (mm)	Nº de Barras
13.11	10.00	16.70
	12.50	10.69
	16.00	6.52
	20.00	4.18
1.43	5.00	7.29
	6.30	4.59
	8.00	2.85
	10.00	1.82

Fonte: (AUTOR, 2018).

O detalhamento da tabela 2 deve, por fim, respeitar os limites para espaçamento de barras na direção horizontal e vertical:

#### *Espaçamento HORIZONTAL*

$$a_{h,mín} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \varnothing_l = 1,0 \text{ cm} \\ 1.2 \cdot d_{máx,agregado} = 1.2 \cdot 2.0 = 2.40 \text{ cm} \end{cases}$$

#### *Espaçamento VERTICAL*

$$a_{v,mín} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \varnothing_l = 1,0 \text{ cm} \\ 0.5 \cdot d_{máx,agregado} = 0.5 \cdot 2.0 = 1.00 \text{ cm} \end{cases}$$

### 8.2.2 RESULTADO DO PROGRAMA

De posse dos valores do cálculo manual, a rotina de cálculo desenvolvida neste trabalho deve produzir valores bastantes semelhante aos encontrados no item 8.2.1. Então, entrando com os mesmos dados do exemplo, temos:

Figura 19 - Arquivo de entrada do exemplo 1 no programa.

```

ARQUIVO DE ENTRADA - PROGRAMA - Notepad

50 20 1 1 1
0.63 25 50 0 0
1
15700

```

Fonte: (AUTOR, 2018).

O que produzirá os seguintes resultados finais:

Figura 20 - Arquivo de saída do exemplo 2.

```

ARQUIVO DE SAÍDA - PROGRAMA - Notepad

SEGUE ABAIXO AS OPÇÕES DE ARMADURA QUANTO AO DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO PARA ARMADURA TRACIONADA (COM ARMADURA DUPLA):
PARA BITOLA DE 10.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE 17A CADA -3.260000000000 CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 12.5, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE 11A CADA -1.000000000000E-02 CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 16.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE 7A CADA 2.53999983311 CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 20.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE 5A CADA 3.740000000000 CENTÍMETROS.
OS ESPAÇAMENTOS ACIMA DEVEM RESPEITAR O LIMITE HORIZONTAL DE 2.400000000000 CENTÍMETROS E VERTICAL DE
2.000000000000 CENTÍMETROS.
A ÁREA DE AÇO FINAL É: 13.1149165469 CENTÍMETROS QUADRADOS.
SEGUE ABAIXO AS OPÇÕES DE ARMADURA QUANTO AO DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO PARA ARMADURA COMPRIMIDA (COM ARMADURA DUPLA):
PARA BITOLA DE 5.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE 8A CADA 9.740000000000 CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 6.3, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE 5A CADA 10.5900000238 CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 8.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE 3A CADA 11.3399999642 CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 10.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE 2A CADA 11.740000000000 CENTÍMETROS.
OS ESPAÇAMENTOS ACIMA DEVEM RESPEITAR O LIMITE HORIZONTAL DE 2.400000000000 CENTÍMETROS E VERTICAL DE
2.000000000000 CENTÍMETROS.
A ÁREA DE AÇO FINAL É: 1.45504274486 CENTÍMETROS QUADRADOS.

```

Fonte: (AUTOR, 2018).

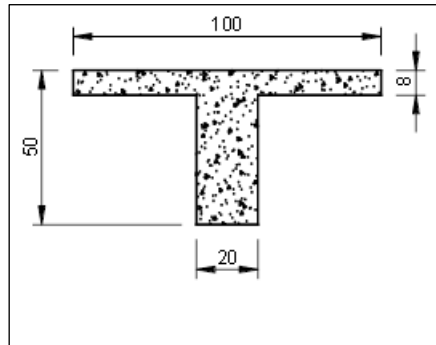
A partir dos resultados fornecidos pelo programa, vemos que o resultado é consideravelmente semelhante. As diferenças nos números de barras estão no fato do arredondamento para que sejam utilizados números inteiros de barras.

### 8.3 EXEMPLO 3 – SEÇÃO T (SEÇÃO RETANGULAR “ $b_f$ ”) ( $A_{s,simples}$ )

O terceiro exemplo a ser tratado neste relatório pede para encontrar a armadura longitudinal de flexão de uma viga que apresenta a seção transversal mostrada na figura 21:



Figura 21 - Seção da viga do exemplo 1.



Fonte: Adaptado de (BASTOS, 2015).

Este é o exemplo número 1 do item 9.2.4 (pg. 56) de Bastos (2017) e tem como dados iniciais os seguintes valores:

- Altura da seção: 50 cm.
- Largura da seção: 20 cm.
- Índice de agressividade ambiental: 1.
- Classe da brita de projeto: 1.
- Bitola da armadura longitudinal prévia: 10.0 mm (1,00 cm).
- Bitola da armadura transversal prévia: 6.3 mm (0.63 cm).
- Classe de resistência do concreto: 20 MPa.
- Classe do aço: CA-50 (50 kN/cm<sup>2</sup>).
- Quantidade de momentos característicos: 1.
- Momentos característicos: -15.000 kN.cm.
- Largura colaborante: 100 cm.
- Altura da mesa da viga: 8 cm.

### 8.3.1 CÁLCULO ANALÍTICO

Assim, seguindo o dimensionamento discorrido no item 5.3 partimos para utilizar a fórmula (5.8), portanto:

$$M_d = 0.68 \cdot b_f \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0.4 \cdot x)$$

Onde:

- $M_d = M_k \cdot \gamma_f = 15000 \text{ kN} \cdot \text{cm} \cdot 1.4 = 21000 \text{ kN} \cdot \text{cm}$
- $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_f} = \frac{2.0 \text{ kN/cm}^2}{1.4} = 1.43 \text{ kN/cm}^2$
- $d = \text{altura} - \text{cobrimento} - \text{diâmetro barra transversal} - \text{raio barra longitudinal}$

↓

$$d = 50 \text{ cm} - 2.50 \text{ cm} - 0.63 \text{ cm} - \left(\frac{1.00}{2}\right) \text{ cm} = 46.37 \text{ cm}$$

Logo, substituiremos os valores na fórmula (5.8) para encontrar a linha neutra da seção reta da peça. Como a fórmula acima resultará em uma equação do segundo grau, serão mostradas suas 2 raízes, em que a raiz que se enquadrar na altura da peça será o valor utilizado. Dessa forma:

$$21000 = 0.68 \cdot 100 \cdot x \cdot 1.43 \cdot (46.37 - 0.4 \cdot x)$$

↓

$$x' = 4.86 \text{ cm}; x'' = 111.06 \text{ cm}$$

↓

$$x \cdot 0.8 \leq h_f$$

↓

$$4.86 \cdot 0.8 = 3.89 \text{ cm} \leq h_f = 8.0 \text{ cm}$$

Como a linha neutra passou sobre a altura da mesa, isso significa que a viga com seção T pode ser dimensionada com seção retangular, a qual terá largura igual a  $b_f$ . E comparando com os limites de armadura dupla e de domínio 3:

$$x \leq 0.45 \cdot d = 0.45 \cdot 46.37 = 20.87 \text{ cm} \rightarrow \text{Para } f_{ck} < 50 \text{ MPa}$$

$$x_{lim,3} = 0.63 \cdot d = 0.63 \cdot 46.37 = 29.21 \text{ cm}$$

Como a linha neutra também respeitou todos os limites estabelecidos, a área de aço será calculada pela fórmula (5.9) para determinar a área de aço necessária para combater as tensões de tração da flexão. Dessa maneira:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} \cdot (d - 0.4 \cdot x)}$$

Onde:

- $$\sigma_{sd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_f} = \frac{50.0 \text{ kN/cm}^2}{1.15} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$

Com isso:

$$A_s = \frac{21000}{43.48 \cdot (46.37 - 0.4 \cdot 4.86)} = 10.87 \text{ cm}^2$$

Portanto, a área de aço demandada pela peça é de 8.23 cm<sup>2</sup>, a qual pode ter o seguinte detalhamento em barras:

Tabela 3 – Detalhamento manual de barras do exemplo 3.

Área de aço	Bitola (mm)	Nº de Barras
10.87	10.00	13.85
	12.50	8.86
	16.00	5.41
	20.00	3.46

Fonte: (AUTOR, 2018).

O detalhamento da tabela 3, por fim, respeitar os limites para espaçamento de barras na direção horizontal e vertical:

#### *Espaçamento HORIZONTAL*

$$a_{h,\text{mín}} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \emptyset_l = 1,0 \text{ cm} \\ 1.2 \cdot d_{\text{máx,agregado}} = 1.2 \cdot 2.0 = 2.40 \text{ cm} \end{cases}$$

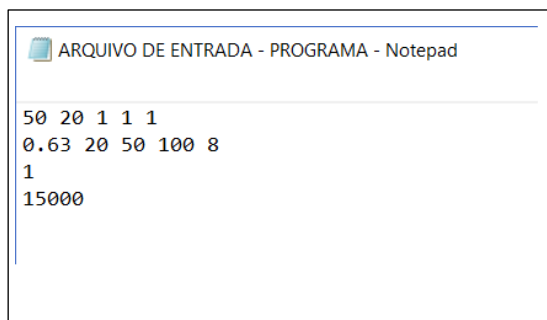
#### *Espaçamento VERTICAL*

$$a_{v,\text{mín}} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \emptyset_l = 1,0 \text{ cm} \\ 0.5 \cdot d_{\text{máx,agregado}} = 0.5 \cdot 2.0 = 1.00 \text{ cm} \end{cases}$$

### 8.3.2 RESULTADO DO PROGRAMA

De posse dos valores do cálculo analítico, a rotina de cálculo desenvolvida neste trabalho tem o dever de produzir valores bastantes semelhante aos encontrados no item 8.3.1. Então, entrando com os mesmos dados do exemplo, temos:

Figura 22 - Arquivo de entrada do exemplo 3 no programa.



```

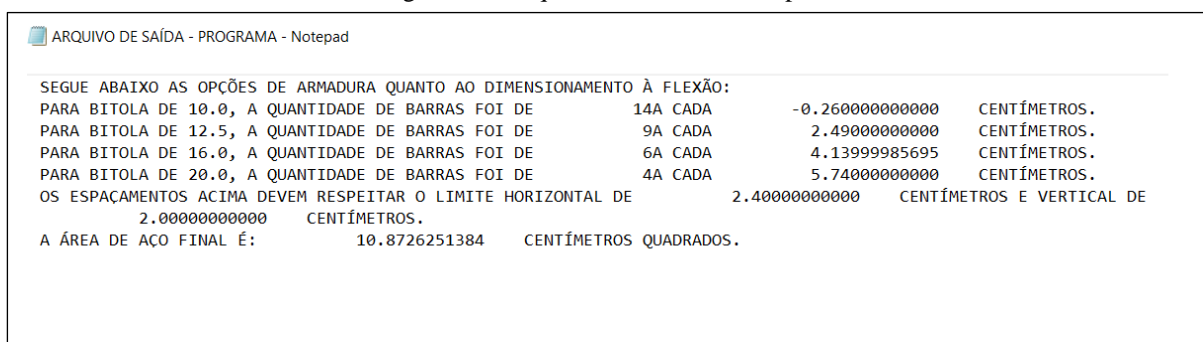
ARQUIVO DE ENTRADA - PROGRAMA - Notepad
50 20 1 1 1
0.63 20 50 100 8
1
15000

```

Fonte: (AUTOR, 2018).

O que produzirá os seguintes resultados finais:

Figura 23 - Arquivo de saída do exemplo 3.



```

ARQUIVO DE SAÍDA - PROGRAMA - Notepad
SEGUIE ABAIXO AS OPCÖES DE ARMADURA QUANTO AO DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO:
PARA BITOLA DE 10.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE 14A CADA -0.260000000000 CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 12.5, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE 9A CADA 2.490000000000 CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 16.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE 6A CADA 4.13999985695 CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 20.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE 4A CADA 5.740000000000 CENTÍMETROS.
OS ESPAÇAMENTOS ACIMA DEVEM RESPEITAR O LIMITE HORIZONTAL DE 2.400000000000 CENTÍMETROS E VERTICAL DE
2.000000000000 CENTÍMETROS.
A ÁREA DE AÇO FINAL É: 10.8726251384 CENTÍMETROS QUADRADOS.

```

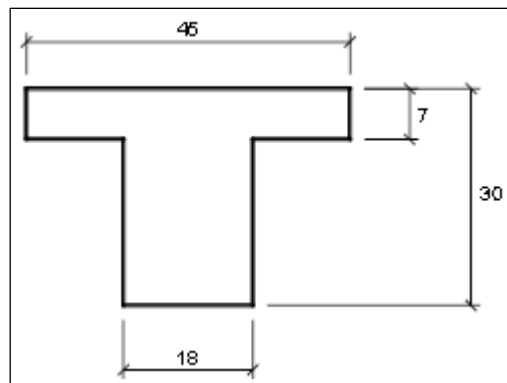
Fonte: (AUTOR, 2018).

A partir dos resultados fornecidos pelo programa, vemos que o resultado é consideravelmente semelhante. As diferenças nos números de barras estão no fato do arredondamento para que sejam utilizados números inteiros de barras.

### 8.4 EXEMPLO 4 – SEÇÃO T (SEÇÃO T – HIPÓTESE CONFIRMADA) ( $A_{s,simples}$ )

O quarto exemplo a ser trabalhado neste relatório pede para encontrar a armadura longitudinal de flexão de uma viga que apresenta a seção transversal mostrada na figura 24:

Figura 24 - Seção da viga do exemplo 1.



Fonte: Adaptado de (BASTOS, 2015).

Este é o exemplo número 2 do item 9.2.4 (pg. 59) de Bastos (2017) e tem como dados iniciais os seguintes valores:

- Altura da seção: 30 cm.
- Largura da seção: 18 cm.
- Índice de agressividade ambiental: 1.
- Classe da brita de projeto: 1.
- Bitola da armadura longitudinal prévia: 10.0 mm (1,00 cm).
- Bitola da armadura transversal prévia: 5.0 mm (0.50 cm).
- Classe de resistência do concreto: 25 MPa.
- Classe do aço: CA-50 (50 kN/cm<sup>2</sup>).
- Quantidade de momentos característicos: 1.
- Momentos característicos: +8.000 kN.cm.
- Largura colaborante: 45 cm.
- Altura da mesa da viga: 7 cm.

#### 8.4.1 CÁLCULO ANALÍTICO

Seguindo o dimensionamento discorrido no item 5.3, partimos para utilizar a fórmula (5.8), portanto:

$$M_d = 0.68 \cdot b_f \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0.4 \cdot x)$$

Onde:

- $M_d = M_k \cdot \gamma_f = 8000 \text{ kN}\cdot\text{cm} \cdot 1.4 = 11200 \text{ kN}\cdot\text{cm}$
- $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_f} = \frac{2.5 \text{ kN/cm}^2}{1.4} = 1.79 \text{ kN/cm}^2$
- $d = \text{altura} - \text{cobrimento} - \text{diâmetro barra transversal} - \text{raio barra longitudinal}$

↓

$$d = 30 \text{ cm} - 2.50 \text{ cm} - 0.50 \text{ cm} - \left(\frac{1.00}{2}\right) \text{ cm} = 26.50 \text{ cm}$$

Logo, substituiremos os valores na fórmula (5.8) para encontrar a linha neutra da seção reta da peça. Como a fórmula acima resultará em uma equação do segundo grau, serão mostradas suas 2 raízes, em que a raiz que se enquadrar na altura da peça será o valor utilizado. Dessa forma:

$$11200 = 0.68 \cdot 45 \cdot x \cdot 1.79 \cdot (26.50 - 0.4 \cdot x)$$

↓

$$x' = 8.94 \text{ cm}; x'' = 57.30 \text{ cm}$$

↓

$$x \cdot 0.8 \leq h_f$$

↓

$$8.94 \cdot 0.8 = 7.15 \text{ cm} \geq h_f = 7.00 \text{ cm}$$

Como a linha neutra passou abaixo da altura da mesa, isso significa que a hipótese de viga com seção T é válida e essa pode ser dimensionada como tal. Comparando com os limites de armadura dupla e de domínio 3:

$$x \leq 0.45 \cdot d = 0.45 \cdot 26.50 = 11.93 \text{ cm} \rightarrow \text{Para } f_{ck} < 50 \text{ MPa}$$

$$x_{lim,3} = 0.63 \cdot d = 0.63 \cdot 26.50 = 16.70 \text{ cm}$$

A linha neutra respeitou todos os limites estabelecidos, o que significa que não haverá armadura dupla na seção, tampouco dimensionamento no domínio 4. Então, continuando o dimensionamento para seção T iremos encontrar o  $M_{1,d}$  para a primeira situação, em que há apenas combate a flexão pelas abas colaborante. Logo, pela fórmula (5.22):

$$M_{1d} = 0.85 \cdot h_f \cdot (b_f - b_w) \cdot f_{cd} \cdot (d - 0.5 \cdot h_f)$$

↓

$$M_{1d} = 0.85 \cdot 7.00 \cdot (45 - 18) \cdot 1.79 \cdot (26.50 - 0.5 \cdot 7.00) = 6613.96 \text{ kN.cm}$$

Então, encontrando  $M_{2,d}$  pela fórmula (5.20), temos:

$$M_d = M_{1d} + M_{2d}$$

↓

$$11200 = 6613.96 + M_{2d}$$

↓

$$M_{2d} = 4586.04 \text{ kN.cm}$$

Entretanto, para encontrar a área de aço final de projeto é necessário achar a real posição da linha neutra na alma da seção T, visto que a contribuição da largura colaborante altera sua posição. Portanto com a expressão (5.8), mas agora reutilizando  $b_w$  já que se considera nessa situação apenas a alma da peça, e com  $M_{2d}$  como momento de cálculo:

$$4586.04 = 0.8 \cdot 0.85 \cdot 18 \cdot x \cdot 1.79 \cdot (26.50 - 0.4 \cdot x)$$

↓

$$x' = 9.17 \text{ cm}; x'' = 57.08 \text{ cm}$$

Então, com o novo valor de linha neutra dado por 9.17 cm, comparamos com o limite do domínio 2:

$$x_{lim,3} = 0.26 \cdot d = 0.26 \cdot 26.50 = 6.89 \text{ cm}$$

Logo, com os valores dos limites do domínio 3 e de armadura dupla já calculados, define-se que a peça em questão será dimensionada no domínio 3.

Com os valores dos momentos das duas situações consideradas para dimensionamento de vigas com seção T, podemos então fazer uso das fórmulas (5.23) e (5.24) para encontrar a área de aço da armadura tracionada. Portanto:

$$A_{s1} = \frac{6613.96}{43.48 \cdot (26.50 - 0.5 \cdot 7.00)} = 6.61 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2} = \frac{4586.04}{43.48 \cdot (26.50 - 0.4 \cdot 9.17)} = 4.62 \text{ cm}^2$$

Onde:

- $\sigma_{sd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_f} = \frac{50.0 \text{ kN/cm}^2}{1.15} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$

Então, usando a fórmula (5.19) temos:

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 6.61 \text{ cm}^2 + 4.62 \text{ cm}^2 = 11.23 \text{ cm}^2$$

Portanto, a área de aço demandada pela peça é de 11.23 cm<sup>2</sup> para armadura tracionada.

Com isso, essa área pode ter o seguinte detalhamento:

Tabela 4 – Detalhamento manual de barras do exemplo 4.

Área de aço	Bitola (mm)	Nº de Barras
11.23	10.00	14.31
	12.50	9.16
	16.00	5.59
	20.00	3.58

Fonte: (AUTOR, 2018).

O detalhamento da tabela 4 deve, por fim, respeitar os limites para espaçamento de barras na direção horizontal e vertical:

#### *Espaçamento HORIZONTAL*

$$a_{h,mín} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \emptyset_l = 1,0 \text{ cm} \\ 1.2 \cdot d_{máx,agregado} = 1.2 \cdot 2.0 = 2.40 \text{ cm} \end{cases}$$



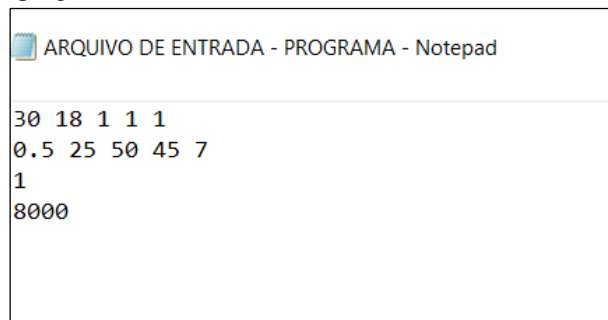
### Espaçamento VERTICAL

$$a_{v,\text{mín}} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \varnothing_l = 1,0 \text{ cm} \\ 0.5 \cdot d_{\text{máx,agregado}} = 0.5 \cdot 2.0 = 1.00 \text{ cm} \end{cases}$$

#### 8.4.2 RESULTADO DO PROGRAMA

De posse dos valores do cálculo manual, a rotina de cálculo desenvolvida neste trabalho deve produzir valores bastante semelhantes aos encontrados no item 8.4.1. Então, entrando com os mesmos dados do exemplo, temos:

Figura 25 - Arquivo de entrada do exemplo 4 no programa.



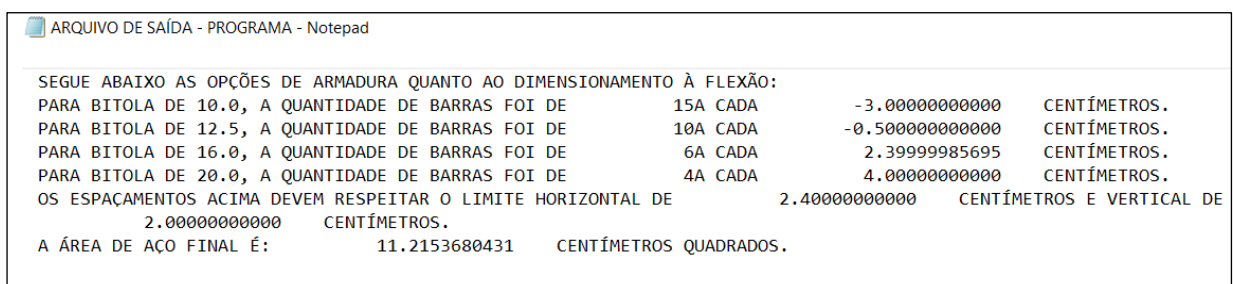
```

ARQUIVO DE ENTRADA - PROGRAMA - Notepad
30 18 1 1 1
0.5 25 50 45 7
1
8000
  
```

Fonte: (AUTOR, 2018).

O que produzirá os seguintes resultados finais:

Figura 26 - Arquivo de saída do exemplo 4.



```

ARQUIVO DE SAÍDA - PROGRAMA - Notepad
SEGUE ABAIXO AS OPÇÕES DE ARMADURA QUANTO AO DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO:
PARA BITOLA DE 10.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE 15A CADA -3.0000000000 CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 12.5, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE 10A CADA -0.5000000000 CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 16.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE 6A CADA 2.39999985695 CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 20.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE 4A CADA 4.0000000000 CENTÍMETROS.
OS ESPAÇAMENTOS ACIMA DEVEM RESPEITAR O LIMITE HORIZONTAL DE 2.4000000000 CENTÍMETROS E VERTICAL DE
2.0000000000 CENTÍMETROS.
A ÁREA DE AÇO FINAL É: 11.2153680431 CENTÍMETROS QUADRADOS.
  
```

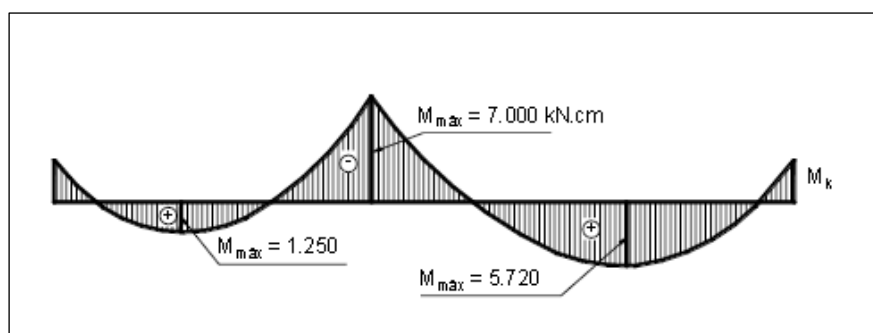
Fonte: (AUTOR, 2018).

A partir dos resultados fornecidos pelo programa, vemos que o resultado é consideravelmente semelhante. As diferenças nos números de barras estão no fato do arredondamento para que sejam utilizados números inteiros de barras.

## 8.5 EXEMPLO 5 – SEÇÃO RETANGULAR PARA SEQUÊNCIA DE MOMENTOS

O quinto exemplo a ser tratado neste relatório pede para encontrar a armadura longitudinal de flexão de uma viga que apresenta as seguintes solicitações de momento ao longo do seu eixo, como mostrado na figura a seguir:

Figura 27 – Momentos solicitantes da viga do exemplo 5.



Fonte: Adaptado de (BASTOS, 2015).

Este é o exemplo número 1 do item 10 (pg. 66) da apostila de flexão simples do Prof. Dr. Paulo Sérgio dos Santos Bastos, e tem como dados iniciais os seguintes valores:

- Altura da seção: 50 cm.
- Largura da seção: 14 cm.
- Índice de agressividade ambiental: 1.
- Classe da brita de projeto: 1.
- Bitola da armadura longitudinal prévia: 10.0 mm (1,00 cm).
- Bitola da armadura transversal prévia: 5.0 mm (0.50 cm).
- Classe de resistência do concreto: 25 MPa.
- Classe do aço: CA-50 (50 kN/cm<sup>2</sup>).
- Quantidade de momentos característicos: 3.
- Momentos característicos: +1250 kN.cm; -7000 kN.cm; +5720 kN.cm;
- Largura colaborante: 0 cm.

- Altura da mesa da viga: 0 cm.

### 8.5.1 CÁLCULO ANALÍTICO

Assim, seguindo o dimensionamento discorrido no item 5.3 partimos para utilizar a fórmula (5.8), portanto:

$$M_d = 0.68 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0.4 \cdot x)$$

Onde:

- $M_d = M_k \cdot \gamma_f = 1250 \text{ kN.cm} \cdot 1.4 = 1750 \text{ kN.cm}$
- $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_f} = \frac{2.5 \text{ kN/cm}^2}{1.4} = 1.79 \text{ kN/cm}^2$
- $d = \text{altura} - \text{cobrimento} - \text{diâmetro barra transversal} - \text{raio barra longitudinal}$

↓

$$d = 50 \text{ cm} - 2.50 \text{ cm} - 0.50 \text{ cm} - \left(\frac{1.00}{2}\right) \text{ cm} = 46.50 \text{ cm}$$

Logo, substituiremos os valores na fórmula (5.8) para encontrar a linha neutra da seção reta da peça. Como a fórmula acima resultará em uma equação do segundo grau, serão mostradas suas 2 raízes, em que a raiz que se enquadrar na altura da peça será o valor utilizado.

Dessa forma:

$$1750 = 0.68 \cdot 14 \cdot x \cdot 1.79 \cdot (46.5 - 0.4 \cdot x)$$

↓

$$x' = 2.25 \text{ cm}; x'' = 114.00 \text{ cm}$$

E comparando com os limites de armadura dupla:

$$x \leq 0.45 \cdot d = 0.45 \cdot 46.5 = 20.93 \text{ cm} \rightarrow \text{Para } f_{ck} < 50 \text{ MPa}$$

Em resumo para os demais momentos envolvidos:

Tabela 5 – Resumo das verificações dos momentos do exemplo 5.

MOMENTO	M <sub>k</sub> (kN.cm)	M <sub>d</sub> (kN.cm)	f <sub>cd</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	d (cm)	x'	x''	x	Límite (AD) (cm)	Límite (E3) (cm)	VERIFICAÇÕES
1	1250.00	1750.00	1.79	46.50	2.25	114.00	2.25	20.93	29.30	OK
2	-7000.00	-9800.00			14.07	102.18	14.07			OK
3	5720.00	8008.00			11.18	105.06	11.18			OK

Fonte: (AUTOR, 2018).

Então como a raiz  $x'$ , foi menor que o limite de armadura dupla em todos os momentos, isso significa que se pode continuar o dimensionamento para armadura simples. Agora será usada a fórmula (5.9) para determinar a área de aço necessária para combater as tensões de tração da flexão. Dessa maneira:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} \cdot (d - 0.4 \cdot x)}$$

Onde:

- $$\sigma_{sd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_f} = \frac{50.0 \text{ kN/cm}^2}{1.15} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$

Com isso:

$$A_s = \frac{1750}{43.48 \cdot (46.5 - 0.4 \cdot 2.25)} = 0.88 \text{ cm}^2$$

Comparando com a área de aço mínima, a qual é 0.15% da área da seção:

$$A_{s,mín} = 0.15\% A_c = 0.0015 \cdot (14 \cdot 50) = 1.05 \text{ cm}^2$$

Em resumo para os demais momentos envolvidos:

Tabela 6 – Resumo dos cálculos das áreas de aço dos momentos do exemplo 5.

MOMENTO	M <sub>k</sub> (kN.cm)	M <sub>d</sub> (kN.cm)	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )	A <sub>s,mín</sub> (cm <sup>2</sup> )	A <sub>s,adotado</sub> (cm <sup>2</sup> )
1	1250.00	1750.00	0.88	1.05	1.05
2	-7000.00	-9800.00	5.51	1.05	5.51
3	5720.00	8008.00	4.38	1.05	4.38

Fonte: (AUTOR, 2018).

O que levará a um detalhamento em barras de:

Tabela 7 – Detalhamento manual de barras do exemplo 5.

MOMENTO	Área de aço	Bitola (mm)	Nº de Barras
1	1.05	5.00	5.35
		6.30	3.37
		8.00	2.09
		10.00	1.34
2	5.51	6.30	17.68
		8.00	10.97
		10.00	7.02
		12.50	4.49
3	4.38	6.30	14.06
		8.00	8.72
		10.00	5.58
		12.50	3.57

Fonte: (AUTOR, 2018).

### 8.5.2 RESULTADO DO PROGRAMA

De posse dos valores do cálculo manual, a rotina de cálculo desenvolvida neste trabalho deve de produzir valores bastante semelhantes aos encontrados no item 8.4.1. Então, entrando com os mesmos dados do exemplo, temos:

Figura 28 - Arquivo de entrada do exemplo 5 no programa.

```

ARQUIVO DE ENTRADA - PROGRAMA - Notepad

50 14 1 1 1
0.5 25 50 0 0
3
1250
-7000
5720

```

Fonte: (AUTOR, 2018).

O que produzirá os seguintes resultados finais:

Figura 29 - Arquivo de saída do exemplo 5.

```

ARQUIVO DE SAÍDA - PROGRAMA - Notepad

      SEGUE ABAIXO AS OPÇÕES DE ARMADURA QUANTO AO DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO:

PARA BITOLA DE 5.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE          6 A CADA          5.0000000000    CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 6.3, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE          4 A CADA          5.4800001907    CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 8.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE          3 A CADA          5.59999996424   CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 10.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE         2 A CADA          6.0000000000    CENTÍMETROS.
OS ESPAÇAMENTOS ACIMA DEVEM RESPEITAR O LIMITE HORIZONTAL DE 2.4000000000    CENTÍMETROS E VERTICAL DE
2.0000000000    CENTÍMETROS.

A ÁREA DE AÇO FINAL É:          1.0500000000    CENTÍMETROS QUADRADOS.
SEGUE ABAIXO AS OPÇÕES DE ARMADURA QUANTO AO DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO:
PARA BITOLA DE 6.3, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE          18A CADA          -3.33999991417   CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 8.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE          12A CADA          -1.6000014305    CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 10.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE          7A CADA           1.0000000000    CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 12.5, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE          5A CADA           1.7500000000    CENTÍMETROS.
OS ESPAÇAMENTOS ACIMA DEVEM RESPEITAR O LIMITE HORIZONTAL DE 2.4000000000    CENTÍMETROS E VERTICAL DE
2.0000000000    CENTÍMETROS.

A ÁREA DE AÇO FINAL É:          5.51692593341    CENTÍMETROS QUADRADOS.
SEGUE ABAIXO AS OPÇÕES DE ARMADURA QUANTO AO DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO:
PARA BITOLA DE 6.3, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE          15A CADA          -1.44999992847   CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 8.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE          9A CADA           0.799999892712   CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 10.0, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE          6A CADA           2.0000000000    CENTÍMETROS.
PARA BITOLA DE 12.5, A QUANTIDADE DE BARRAS FOI DE          4A CADA           3.0000000000    CENTÍMETROS.
OS ESPAÇAMENTOS ACIMA DEVEM RESPEITAR O LIMITE HORIZONTAL DE 2.4000000000    CENTÍMETROS E VERTICAL DE
2.0000000000    CENTÍMETROS.

A ÁREA DE AÇO FINAL É:          4.38372949521    CENTÍMETROS QUADRADOS.

```

**Fonte:** (AUTOR, 2018).

A partir dos resultados fornecidos pelo programa, vemos que o resultado é consideravelmente semelhante. As diferenças nos números de barras estão no fato do arredondamento para que sejam utilizados números inteiros de barras.

## 9 CONCLUSÃO

Na elaboração do presente trabalho, foi necessário realizar um estudo focado nos procedimentos relativos ao dimensionamento e detalhamento de vigas à flexão. Quando se realiza a elaboração de um código computacional, além da aprendizagem relativa à linguagem, é imprescindível equacionar a solução de modo lógico estruturado, uma vez que a máquina não possui capacidade avaliativa.

Uma vez que o algoritmo esteja elaborado e validado, a solução computacional apresenta como grande vantagem a rapidez e a inexistência de erros humanos na execução dos cálculos realizados.

Para todos os exemplos utilizados para a validação do código computacional desenvolvido, as diferenças percentuais foram pequenas, de tal forma que se tornam irrelevantes e até inexistentes, uma vez que, ao realizar o detalhamento, a área real do aço resulta sensivelmente maior do que a calculada.

Foi de extrema valia desenvolver algo diferente da realidade do curso e entende-se que é um campo que ainda há muito a se explorar, por profissionais de todas as áreas.

Como sugestão para a continuação do desenvolvimento do trabalho iniciado por este TCC, é possível implementar o dimensionamento de outros esforços que uma viga pode estar usualmente submetida, como esforços cortantes e momentos torsões, para trazer uma situação completa de uma viga em projeto. Pode-se, ainda, realizar estudos relativos à introdução de reforços nesses elementos. Tai sugestões, seriam rotinas de cálculo para implementar no código computacional já desenvolvido.

## 10 REFERÊNCIAS

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de Concreto Armado**. 4. ed. Rio Grande - RS: Editora Dunas, 2014. 303 p. v. 1.

ARAÚJO, José Milton de. **Projeto Estrutural de Edifícios de Concreto Armado**. 3. ed. Rio Grande - RS: Editora Dunas, 2014. 306 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND (ABCP). **Guia básico de utilização do cimento Portland**. 7.ed. São Paulo, 2002. 28p. Disponível em: <[http://www.abcp.org.br/cms/wp-content/uploads/2016/05/BT106\\_2003.pdf](http://www.abcp.org.br/cms/wp-content/uploads/2016/05/BT106_2003.pdf)>. Acesso em 29 de setembro de 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2014: **Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

BASTOS, P. **Flexão Normal Simples - Vigas**. Curso de Estruturas de Concreto I. FEVEREIRO/2015. Notas de Aula. Universidade Estadual Paulista, Campus de Bauru.

BASTOS, P. **Vigas. Curso de Estruturas de Concreto II**. JUNHO/2017. Notas de Aula. Universidade Estadual Paulista, Campus de Bauru.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2014**. Volume I. 4.ed. São Carlos, SP. EdUFSCar, 2014.

FISCHER, Nádia. **Softwares auxiliam o cálculo estrutural**. 2003. Disponível em: <<http://techn17.pini.com.br/engenharia-civil/73/artigo285268-1.aspx>>. Acesso em: 20 de maio de 2018.

HELENE, Paulo; ANDRADE, Tibério. **Concreto de Cimento Portland**. 2010. Disponível em: <<https://www.phd.eng.br/wp-content/uploads/2014/07/lc48.pdf>>. Acesso em: 15 de outubro de 2018.

INSTITUTO AÇO BRASIL. **Processo siderúrgico: Etapas**. Disponível em: <<http://www.acobrasil.org.br/site2015/processo.html>>. Acesso em 25 de setembro de 2018.



MARTA OLIVEIRA. Associação Brasileira de Cimento Portland (ABCP) (Org.). **Norma de projeto de estruturas de concreto é reconhecida internacionalmente.** 2015. Disponível em: <<https://www.abcp.org.br/cms/imprensa/banco-de-pautas/norma-de-projeto-de-estruturas-de-concreto-e-reconhecida-internacionalmente-2/>>. Acesso em: 20 de outubro de 2018.

MARTINS, Luiz Gustavo A.; SILVA, Anilton Joaquim da. **Introdução à algoritmos.** Uberlândia, (SD). Disponível em: <[http://www.facom.ufu.br/~ilmerio/ic/ic\\_algoritmos.pdf](http://www.facom.ufu.br/~ilmerio/ic/ic_algoritmos.pdf)>. Acesso em: 15 de maio de 2018.

PFEIL, Walter. **Concreto Armado:** Dimensionamento - Compressão; Flexão; Cisalhamento. 4. ed. Rio de Janeiro - RJ: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1983. 265 p. v. 2.