UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE/SEDIS

COORDENAÇÃO DO CURSO DE CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO

O uso do Origami como ferramenta didática facilitadora no processo de ensino-aprendizagem dos conceitos básicos de Geometria Plana e Espacial.

Allan Rodrigo Almeida Cortez

Orientador:

Professor Me. Daniel Ecco

Caicó/RN

2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE/SEDIS

COORDENAÇÃO DO CURSO DE CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO

Allan Rodrigo Almeida Cortez

O uso do Origami como ferramenta didática facilitadora no processo de ensino-aprendizagem dos conceitos básicos de Geometria Plana e Espacial.

Monografia apresentada para o Programa de Pós-graduação do Departamento de Matemática da UFRN/SEDIS, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, sob orientação do Professor Me. Daniel Ecco.

Caicó/RN

2016

Catalogação da Publicação na Fonte. UFRN / SISBI / Biblioteca Setorial
Centro de Ciências Exatas e da Terra – CCET.

Cortez, Allan Rodrigo Almeida.
O uso do origami como ferramenta didática facilitadora no processo de ensino-aprendizagem dos conceitos básicos de geometria plana e espacial / Allan Rodrigo Almeida Cortez. - Caicó, RN, 2016.
45 f. : il.

Orientador: Prof. Me. Daniel Ecco.

Monografia (Especialização) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Secretaria de Educação à Distância. Coordenação do Curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.

1. Geometria - Monografia. 2. Ensino - Monografia. 3. Ferramenta - Monografia. 4. Origami - Monografia. I. Ecco, Daniel. II. Título.

RN/UF/BSE-CCET CDU: 514

Allan Rodrigo Almeida Cortez

O uso do Origami como ferramenta didática facilitadora no processo de ensino-aprendizagem dos conceitos básicos de Geometria Plana e Espacial.

Prática na sala de aula

Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio

Monografia apresentada para o Programa de Pós-graduação do Departamento de Matemática da UFRN/SEDIS, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, sob orientação do Professor Me. Daniel Ecco.

Aprovado em: _________de_________________2016.

____

Professor Mestre Daniel Ecco – Orientador

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN

____

Professora Especialista Luciana Vieira Andrade – Examinador

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN

____

Professor Mestre Odilon Júlio dos Santos – Examinador

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN

DEDICATÓRIA

A DEUS pelo dom da vida, da sabedoria, da fé e perseverança para vencer os obstáculos.

Aos meus pais, Luiz Américo Cortez e Rita de Cássia Almeida Cortez, pela orientação, dedicação e incentivo em todos os momentos da minha e por acreditarem sempre no meu potencial.

As minhas irmãs, e em especial minha esposa Gislanny Mayara de Araújo Cortez, que sempre me deu forças para continuar lutando pelos meus ideais.

A todos que me ajudaram durante essa etapa da minha vida, me dando todo o apoio possível, em especial, ao Professor Ms. Daniel Ecco pela compreensão e pela presença constante durante toda essa fase de escrita do trabalho.

AGRADECIMENTOS

A todos os professores que, ao longo deste trabalho, nos mostraram as diretrizes que deveríamos percorrer.

Aos nossos colegas, pelos momentos de aprendizagem constantes e pela amizade solidificada ao longo deste trabalho.

Ao Professor Ms. Daniel Ecco, por compartilhar o seu tempo para nos orientar na escrita do trabalho da melhor maneira possível.

A Escola Santa Clara por conceder suas salas de aula para o desenvolvimento das atividades lá desenvolvidas, especialmente a pessoa de Jailton Martins.

A todos àqueles que de certo modo contribuíram para a efetivação deste trabalho, agradeço jubilosamente e compartilho com vocês este mérito.

Obrigado!

“Chegar a um denominador comum
Dá as coordenadas
Aparar as arestas
Sair pela tangente
Ver de outro ângulo
Retidão de caráter
O xis da questão
O círculo íntimo
A esfera do poder
Possibilidades infinitas
Perdas incalculáveis
Numa fração de segundos
No meio do caminho
Encontramos: semelhança,
equivalência, estrutura,
função, categoria”

Nilton José Machado

Resumo

O presente trabalho apresenta uma abordagem diferenciada no Ensino de Matemática para o Ensino Médio sobre o uso do Origami como ferramenta didática facilitadora no processo de ensino-aprendizagem dos conceitos básicos de Geometria Plana e Espacial. Inicialmente apresento um contexto histórico do Origami, desde o seu surgimento até a sua aplicabilidade em sala de aula, explanando também o Ensino de Geometria nos dias atuais. Por fim, realizo uma sequência didática com as dobraduras que pode ser aplicada em sala de aula, mais precisamente com a turma da 2º série do Ensino Médio, com o intuito de que com o uso de materiais concretos e através das dobraduras os alunos possam ter a abstração necessária para uma aprendizagem mais significativa sobre a Geometria.

Palavra chave: Ensino. Ferramenta. Geometria. Origami.

ABSTRACT

This paper presents a differentiated approach in Mathematics Teaching for Secondary Education on the use of origami as a facilitator teaching tool in the teaching- learning process of the basic concepts of Plana and spatial geometry. Initially present a historical context of Origami, from its inception to its applicability in the classroom, also explaining the geometry of Education today. Finally, perform a didactic sequence with folds that can be applied in the classroom, more precisely with the class of 2nd High School series, in order that with the use of concrete materials and through the folding students may have abstraction necessary for a more meaningful learning about geometry.

Keyword : Education. Tool. Geometry. Origami.

Lista de Figuras

Figura 1: Origami do Tsuru. 13
Figura 2: Origami da tulipa e peixe dourado. 14
Figura 3: Colmeia formada por hexágonos 15
Figura 4: Edifício Le Kinémax 15
Figura 5: Xilogravura de Escher 15
Figura 6: Construindo uma reta única através de dois pontos distintos. 19
Figura 7: Construção de duas retas paralelas distintas. 20
Figura 8: Construção de retas concorrentes e oblíquas. 20
Figura 9: Construção de retas concorrentes e perpendiculares. 21
Figura 10: Construção do quadrado através da dobradura. 21
Figura 11: Verificando a propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer. 22
Figura 12: Construção do triângulo equilátero. 23
Figura 13: Construção da reta bissetriz. 24
Figura 14: Construção do incentro. 24
Figura 15: Construção do Circuncentro. 25
Figura 16: Construção do Baricentro. 26
Figura 17: Construção do Ortocentro. 26
Figura 18: Dobras iniciais do pentágono regular. 27
Figura 19: Processo de dobraduras na construção do pentágono. 27
Figura 20: Dobraduras finais da construção do pentágono. 28
Figura 21: Pentágono finalizado. 28
Figura 22: Pentágono reaberto. 28
Figura 23: Construção do hexágono regular. 29
Figura 24: Passo 1 para construção do Hexaedro. 30
Figura 25: Passo 2 para construção do Hexaedro. 30
Figura 26: Passo 3 para construção do Hexaedro. 31
Figura 27: Passo 4 para construção do Hexaedro. 31
Figura 28: Figura 25: Passo 5 para construção do Hexaedro. 31
Figura 29: Passo 6 para construção do Hexaedro. 31
Figura 30: Passo 7 para construção do Hexaedro. 31
Figura 31: Passo 8 para construção do Hexaedro. 32
Figura 32: Passo 9 para construção do Hexaedro. 32
Figura 33: Passo 10 para construção do Hexaedro. 32
Figura 34: Montagem do Hexaedro. 33
Figura 35: Finalização da montagem do Hexaedro. 34
Figura 36: Passo 1 para construção do Icosaedro. 34
Figura 37: Passo 2 para construção do Icosaedro. 35
Figura 38: Passo 3 para construção do Icosaedro. 35
Figura 39: Passo 4 para construção do Icosaedro. 35
Figura 40: Passo 5 para construção do Icosaedro. 36

Figura 41: Passo 6 para construção do Icosaedro. 36
Figura 42: Passo 7 para construção do Icosaedro. 36
Figura 43: Passo 8 para construção do Icosaedro. 37
Figura 44: Passo 9 para construção do Icosaedro. 37
Figura 45: Passo 10 para construção do Icosaedro. 37
Figura 46: Forma de encaixe das peças para construir o Icosaedro. 38
Figura 47: Formação inicial da montagem do Icosaedro. 39
Figura 48: Processo de encaixe dos pentágonos. 40
Figura 49: Icosaedro montado. 40
Figura 50: Passo inicial da montagem do Tetraedro. 41
Figura 51: Tetraedro montado. 41
Figura 52: Montagem do Octaedro. 42
Figura 53: Construção do Dodecaedro. 43

Sumário

1. INTRODUÇÃO 11

2. A HISTÓRIA DO ORIGAMI 12

4. O ENSINO DE GEOMETRIA NO ENSINO BÁSICO 14

5. O ORIGAMI COMO FERRAMENTA DIDÁTICA PEDAGÓGICA NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM 17

6. CONSTRUÇÃO DOS CONCEITOS GEOMÉTRICOS BÁSICOS UTILIZANDO O ORIGAMI 19

6.1 Noções de Construções Primitivas 19

6.1.1 Dados dois pontos distintos, existe uma única reta que contém esses pontos 19

6.1.2 Construção de retas paralelas distintas 19

6.1.3 Formação de Retas Concorrentes Oblíquas 20

6.1.4 Formação de Retas Concorrentes Perpendiculares 20

6.2 Construção de Figuras Geométricas e suas Propriedades 21

6.2.1 Triângulo 22

6.2.2 Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo 22

6.2.3 Construção do Triângulo Equilátero 23

6.2.4 Bissetriz Interna de um Triângulo 23

6.3 Pontos Geométricos 24

6.3.1 Construindo o Incentro 24

6.3.2 Construindo o Circuncentro 25

6.3.3 Construindo o Baricentro 25

6.3.4 Construindo o Ortocentro 26

6.4 Polígonos Regulares 27

6.4.1 Construindo o Pentágono Regular 27

6.4.2 Construindo o Hexágono Regular 28

6.5 Poliedros Regulares 29

6.5.1 Construindo o Hexaedro 30

6.5.2 Construindo o Icosaedro 34

6.5.3 Construção do Tetraedro 41

6.5.4 Construção do Octaedro 41

6.5.5 Construção do Dodecaedro 42

7. CONCLUSÃO 43

REFERÊNCIAS..45

1. INTRODUÇÃO

Sem dúvidas as ações do homem durante toda nossa existência foi o fator contribuinte para o desenvolvimento da sociedade, desde a manipulação do fogo, da criação da roda até a criação do papel, por exemplo. Com o surgimento da escrita, há 6.000 anos, as palavras eram escritas em pedras ou argilas, porém por volta de 3.000 a.C. os egípcios desenvolveram o papiro e por conseguinte inventaram os pergaminhos, feitos de couros bovinos curtidos, que eram mais resistentes que os papiros. Apenas por volta de 105 d.C. na China o papel foi inventando, por *T'Sai Lun*. Após 500 anos de sua invenção os japoneses tiveram o conhecimento do papel através dos monges budistas coreanos que lá estiveram, e no século VIII uma nova arte era desenvolvida através de dobraduras de papel denominada de Origami.

A palavra Origami tem como significado *arte de dobrar papel*. Segundo Da Cruz (2008) os princípios básicos para a construção do origami é a não utilização de cola e tesoura, ou seja, a forma que se quer obter é dada apenas pela dobradura do papel.

Quando citamos a palavra Origami, associamos este às figuras planas de representações de animais e objetos, porém, não conseguimos associá-lo a figuras tridimensionais que se podem formar, ou nas diversificadas formas que esta técnica pode oferecer na construção do conhecimento geométrico. Na construção do Origami, aspectos como raciocínio, concentração, lógica, visão artística e espacial, paciência, criatividade, observação, coordenação motora e perseverança são desenvolvidos.

Com todo esse potencial, fica evidente que a arte de dobrar é uma fonte consistente para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, em especial no ensino de Geometria. De acordo com BRASIL (2006, p. 127) o desenvolvimento geométrico se inicia pela visualização: as crianças conhecem o espaço ao seu redor. As figuras geométricas são reconhecidas por sua aparência física, suas formas, em sua totalidade e não por suas propriedades ou partes.

O conteúdo de Geometria é estruturante para o Ensino Fundamental e Médio, uma vez que a Geometria é uma ponte que une diferentes conteúdos, facilitando assim a aprendizagem da Álgebra e dos números. Com isso, o tratamento da Geometria tem que se dá de forma concreta e lúdica, e uma das formas disso acontecer é a utilização do Origami como ferramenta didática pedagógica.

O fomento deste trabalho tem como objetivo principal desenvolver uma aula lúdica no intuito de facilitar a aprendizagem dos conceitos básicos de Geometria Plana e Espacial na turma da 2ª série do ensino médio utilizando o Origami como ferramenta didática facilitadora no processo de ensino-aprendizagem. Têm-se como objetivos específicos o desenvolvimento do raciocino lógico geométrico dos alunos, a construção dos conceitos básicos da Geometria Plana e Espacial através das dobraduras e a construção do conhecimento formado pelos próprios alunos tendo o professor apenas como mediador na construção do conhecimento.

Este trabalho foi desenvolvido através de levantamentos bibliográficos em trabalhos acadêmicos, artigos, livros, literaturas eletrônicas e por meio de pesquisas exploratórias e descritivas.

2. A HISTÓRIA DO ORIGAMI

Apesar de sempre associarmos a origem do Origami ao Japão, esta arte não é uma exclusividade de lá, pois por volta do século VIII surgia na Europa, mais especificamente na Espanha, conhecimentos que se assemelhavam aos do Origami. Devido a história do papel ter sua origem na China acredita-se também que o Origami pode ter surgido lá.

Apesar do Origami necessitar de toda uma criatividade artística e de uma complexidade intelectual para sua construção, esta arte em forma de cultura, ou vice-versa, é uma forma de demonstrar que a simplicidade impera nas construções das formas. É tão importante na Cultura Japonesa que esta técnica é passada de geração a geração, tornando-a sempre mais atrativa, seja pelo colorido presente ou nas mais diversas formas que o Origami pode se apresentar.

> No princípio o origami era utilizado somente pelas classes nobres e nas cerimônias religiosas xintoístas, sob a forma de ornamentos (atashiro). Entre os origamis mais utilizados em cerimônias tem-se como exemplo duas borboletas ou mariposas, que até hoje ornamentam garrafas de saquê para representar a união. No período Muromachi (1338-1573), o papel tornou-se um produto mais acessível, e surgiram certos adornos com significados distintos que revelavam, por exemplo, a classe social do seu portador. Por meio do origami podia-se distinguir um agricultor de um guerreiro samurai, um seguidor de um mestre, bastando observar as dobraduras que eles possuíam (DA CRUZ, 2006).

Com o passar do tempo, o Origami, antes tratado apenas como uma forma de representações de ideias foi se inovando e novas formas foram surgindo. Assim, muitos outros símbolos foram criados e os povos de outras civilizações que apreciavam esta arte e sabiam interpretá-las o adotaram, e mais tarde esta técnica foi inserida nos currículos das escolas, como ferramenta didática no processo de ensino-aprendizagem, especialmente no ensino de Geometria.

3. ORIGAMIS POPULARES

O Origami é uma cultura que vem sendo passada para as futuras gerações como sendo um idioma comum no Japão desde a antiguidade. Os samurais foram os principais responsáveis pela criação dos primeiros Origamis que conhecemos hoje, sendo considerado apenas como passatempo para os adultos.

Um dos Origamis mais comuns é o *Tsuru*, símbolo que representa a paz e saúde, é uma espécie de pássaro em forma de cegonha. Segundo a lenda japonesa, o *Tsuru*, é um pássaro que vive mil anos, sendo assim, quem fizer mil *Tsurus*, concentrando-se em um desejo, será atendido.

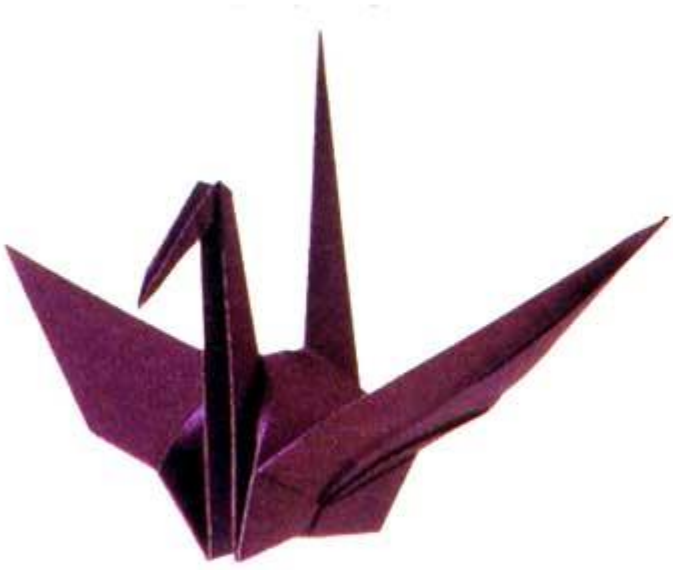

Figura 1: Origami do Tsuru.

Existem outros Origamis comuns, como o peixe dourado e a tulipa. Segundo a lenda quem sonha com o peixe dourado terá uma vida cheia de riquezas e sucesso, já as tulipas representam o amor perfeito.

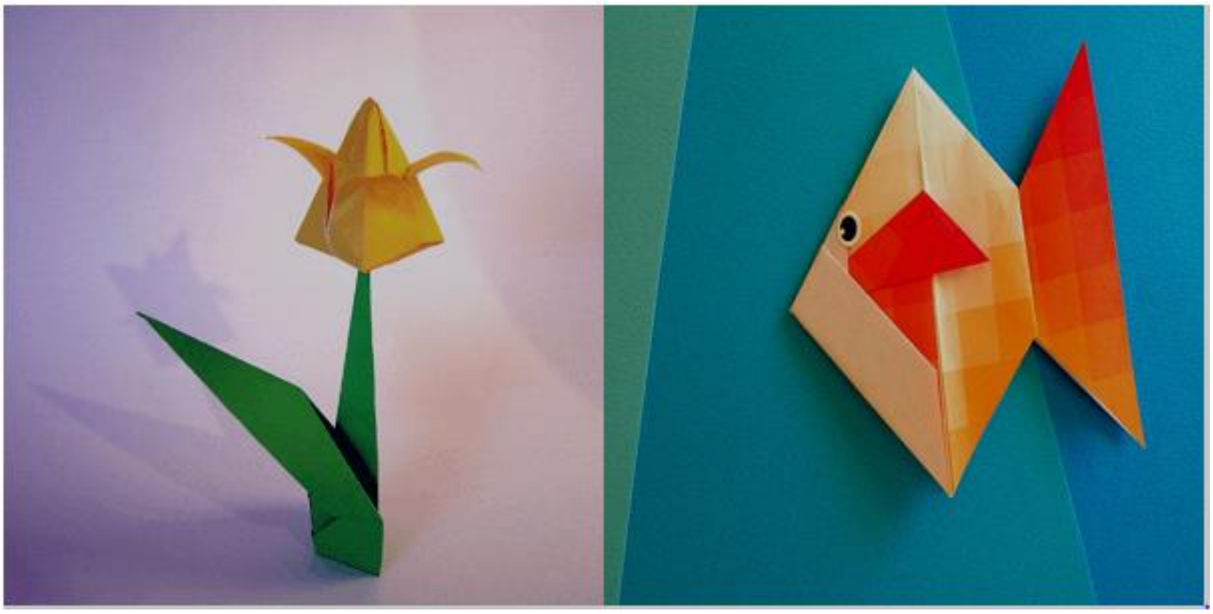

Figura 2: Origami da tulipa e peixe dourado.

Hoje em dia esta arte é utilizada em diversas ciências, como recurso pedagógico, mostrando assim toda potencialidade, utilizada também como terapia para pessoas com alto índice de estresse.

4. O ENSINO DE GEOMETRIA NO ENSINO BÁSICO

Etimologicamente a palavra Geometria vem do latim, formada pela composição de duas palavras *geo = terra e metria = medida*, então Geometria significa “medida de terra”. O seu desenvolvimento se deu pela necessidade de construção e demarcações de terras para plantações, no período em que o ser humano começou a utilizar a agricultura como forma de subsistência.

Vivemos em um plano cercado de formas geométricas, e para onde olharmos conseguimos enxergar a Geometria a nossa volta nas suas diversas formas, seja ela na natureza (Fig.1), na arquitetura (Fig.2), na arte (Fig.3), ou em qualquer outra área do conhecimento. É um ramo da Matemática muito antiga, estudada por vários renomados matemáticos da Grécia antiga, como: Tales de Mileto, Pitágoras, Platão, Aristóteles e Euclides.

Figura 3: Colmeia formada por hexágonos

Figura 4: Edifício Le Kinémax.

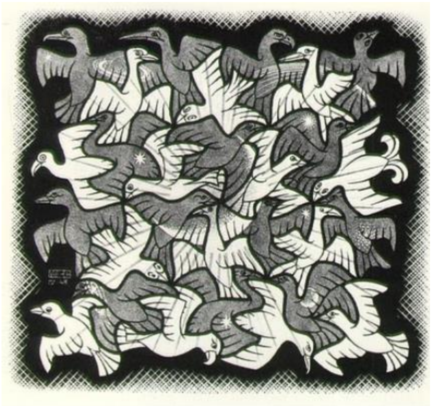

Figura 5: Xilogravura de Escher.

Com os índices de qualificação escolar insatisfatórios, seja para a promoção de uma nova série escolar ou na tentativa de concursos públicos e ingresso nas faculdades, muito se questiona sobre a formação docente no ensino básico. Esses questionamentos se fazem mais presentes quando falamos da disciplina de Matemática, pois os jovens por diversos motivos encontram dificuldades no seu aprendizado. Estamos em uma época que ensinar não significa apenas transmitir conteúdos, sendo assim, os professores devem propiciar aos alunos mecanismos que os auxiliem na construção da aprendizagem, e que, a eles sejam propostos problemas que a teoria seja aplicada na prática. Na disciplina de Matemática isso se torna ainda mais preocupante, uma vez que quando estudavam no ensino básico os professores não tiveram esse novo modelo educacional voltada para esta nova visão de ensino, pois o professor de Matemática do ensino básico é visto como protagonista detentor da informação e do conhecimento e os alunos apenas meros reprodutores do conhecimento ali transmitido por ele.

Infelizmente o ensino de Geometria na educação básica limita-se apenas a memorização de definições e de fórmulas matemáticas, através de exercícios repetitivos e massacrantes, que por sua vez não vem trazendo resultados satisfatórios. O mais grave de tudo isso é a não assimilação dos alunos da Geometria com o mundo que os cerca. Preocupados com essa grande lacuna na aprendizagem dos alunos, não só em Geometria, mas em todas as áreas do conhecimento, o Ministério da Educação estabeleceu diretrizes para todos os níveis de ensino, e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) é uma dessas diretrizes. Os PCN têm como objetivo orientar os professores através sugestões e subsídios na preparação eficaz do aluno, em que suas aulas aproximam ao máximo a realidade dos alunos com a sala de aula.

Os problemas muito trabalhados na Álgebra, também podem ser usados na Geometria a partir do instante em que o professor propõe ao aluno a visualização bi ou tridimensional das figuras e suas respectivas propriedades geométricas. Essa área do conhecimento é uma das mais antigas áreas de estudos e tem sido considerada uma aliada no ensino da matemática. Sendo a Geometria um dos pilares de sustentação para o raciocínio lógico matemático, por que é tão difícil ensinar Geometria? Por que tal conteúdo é tão renegado por professores e alunos? Talvez a reposta que satisfaça a todos é dificuldade de visualização dos elementos geométricos, principalmente, os tridimensionais.

Com o corre-corre do cotidiano os professores se deparam com as dificuldades de ensinar geometria, e um dos grandes problemas enfrentados pelos professores da rede pública é falta de estrutura, e isso acaba desmotivando o professor a desenvolver práticas pedagógicas diferenciadas, e com isso suas aulas acabam se dando de forma tradicional. BRASIL (2006, p.53) afirma que é comum que as aulas expositivas sejam o único meio utilizado, deixando ao mesmo tempo a ideia de que correspondem uma técnica pedagógica desinteressante e cansativa.

Ensinar Geometria requer uma grande sensibilidade por parte dos professores, uma vez que esta área do conhecimento trabalha a união das formas visuais com os conceitos e suas propriedades. Um dos nossos grandes desafios como educadores é desenvolver práticas de ensino didáticas pedagógicas diferenciadas e eficientes para nossos alunos, seja ele de Ensino Médio ou de Fundamental.

Segundo PCNEM (1999) a Matemática no Ensino Médio tem como função apresentar ao aluno novos tipos de informações e instrumentação necessária para que ela possa dar continuidade ao seu aprendizado. Não é suficiente rever a metodologia ou forma de ensino se continuar restringindo a Matemática a informações com suas definições, exemplos ou exercício de aplicações e fixação. Precisamos seduzir ao máximo nossos alunos em sala de aula, tentando obter sua total atenção e participação, para que eles possam abstrair da melhor forma possível o conhecimento apresentado pelo professor.

Podemos inferir que a Geometria é de suma importância para o desenvolvimento crítico e cognitivo dos alunos, uma vez que as deduções podem ser experimentadas de forma concreta. De acordo com BRASIL (1998, p.126) as atividades de Geometria propiciam ao professor construir com seus alunos um caminho, partindo de experiências concretas, que os levem a compreender a importância e a necessidade da prova para legitimar as hipóteses levantadas.

A Geometria no Ensino Médio, assim como no Ensino Fundamental deve deixar de ser tratada apenas em sua forma inicial, ou seja, os alunos não podem ter apenas a habilidade de distinguir as figuras geométricas umas das outras apenas pelo motivo de suas aparências serem distintas, os alunos devem ser capacitados de distingui-los através de suas respectivas propriedades.

> O ensino de Geometria no ensino fundamental está estruturado para propiciar uma primeira reflexão dos alunos através da experimentação e de deduções informais sobre as propriedades relativas a lados, ângulos e diagonais de polígonos, bem como o estudo de congruência e semelhança de figuras planas. Para alcançar um maior desenvolvimento do raciocínio lógico, é necessário que no ensino médio haja um aprofundamento dessas ideias no sentido de que o aluno possa conhecer um sistema dedutivo, analisando o significado de postulados e teoremas e o valor de uma demonstração para fatos que lhes são familiares (BRASIL, 2006, pag. 120).

5. O ORIGAMI COMO FERRAMENTA DIDÁTICA PEDAGÓGICA NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM

Apesar da arte da dobradura de papel existir a milênios apenas na década de 70 surgiram os primeiros estudos para enumerar as possíveis dobraduras em Origami e verificar as combinações possíveis entre elas. Humiaki Huzita se destacou nessa área ao desenvolver as seis operações básicas das dobraduras que deram origem a descrição formal das possíveis construções geométricas com o Origami, e que mais tarde ficou conhecida como os seis Axiomas de Huzita. Ao fim da década de 80, Jacques Justin apresentava que as operações possíveis com as dobraduras eram sete e não seis como propunha Huzita, porém apenas em 2002 Koshiro Hatori apresentou a dobragem que não era apresentado pelos Axiomas de Huzita, e assim se formalizou o sétimo axioma, ficando conhecido como os Axiomas de Huzita-Hatori. Este reformulou o mundo cientifico dos Origamis. Estas operações básicas definem que um único vinco, por si só, alinha várias combinações de pontos e retas já existentes.

Se pararmos para analisar de forma mais sucinta o processo de construção de um Origami, perceberemos o quanto os conceitos geométricos estão inseridos nas dobraduras.

Muitos são os estudos sobre a utilização dos materiais concretos em sala de aula no Ensino de Geometria, ou seja, a manipulação do material didático é uma das formas que favorecem a aprendizagem dos alunos, pois levam a eles a abstração necessária para que consigam verificar as propriedades geométricas, desenvolvendo o raciocínio lógico geométrico e, por conseguinte conseguirem associá-los a objetos do dia-a-dia. Com essa perspectiva os alunos percebem quê o que se é ensinado em sala de aula não é algo de outro mundo é algo palpável e que está ao seu alcance. Carvalho (2011) afirma que o material manipulável não exerce função apenas figurativa, deve-se dar ênfase as operações que podem ser desenvolvidas.

A utilização do Origami no Ensino de Eeometria através dos materiais concretos é um grande exemplo de material didático manipulável, além do custo benefício ser baixo, sua aplicação é eficaz e proporciona ao aluno ver o resultado de sua própria obra na dobradura. Rancan (2011), afirma que:

> A atividade lúdica assinala a evolução mental, sendo assim o aluno precisa de estímulos para aprender e os exercícios lúdicos auxiliam a despertar essa motivação e interesse necessários. Por meio da Geometria deve ser apresentada sua utilidade prática, trabalhando com curiosidades e manipulações, por exemplo, a fim de desenvolver o raciocínio criativo, fundamental para a aprendizagem dos conceitos geométricos.

A utilização do Origami no Ensino de Geometria abre um leque de possibilidades de formas diferenciadas de se trabalhar os seus conceitos básicos, seja na Geometria Plana quanto na Espacial como, por exemplo: ângulos, vértices, arestas, faces, paralelismo, perpendicularismo, segmentos de retas, entre outros. A construção do próprio material concreto e sua análise bem detalhada propicia a construção dos modelos mentais dos mais diversos elementos geométricos.

6. CONSTRUÇÃO DOS CONCEITOS GEOMÉTRICOS BÁSICOS UTILIZANDO O ORIGAMI

Esta parte do trabalho demonstrará de que maneira o conhecimento básico da Geometria Plana e Espacial pode ser trabalhada com os alunos da 2ª série do Ensino Médio através do Origami, mostrando o passo a passo na construção desse conhecimento.

6.1 Noções de Construções Primitivas

6.1.1 Dados dois pontos distintos, existe uma única reta que contém esses pontos

Marcando dois pontos distintos A e B no papel dobre-a de tal forma que a dobradura passe pelos pontos A e B simultaneamente. Ao desdobrar verifica-se que a dobradura forma uma única reta *r* que passa por A e B.

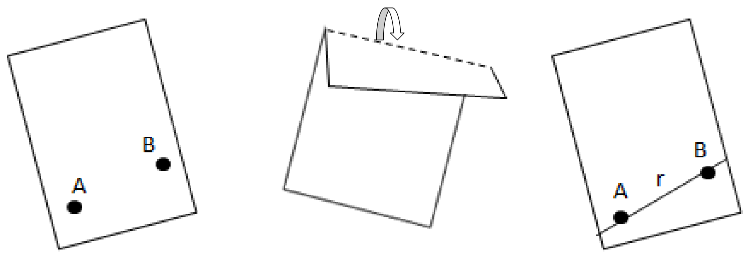

Figura 6: Construindo uma reta única através de dois pontos distintos. (Fonte: próprio autor)

6.1.2 Construção de retas paralelas distintas

Duas retas *r* e *s* serão paralelas distintas quando estiverem no mesmo plano e não possuírem nenhum ponto em comum. Para verificar essa propriedade através do Origami, marque dois pontos distintos A e B na folha de papel e em seguida marque mais dois pontos A' e B' de tal forma que estes pontos serão projeções ortogonais dos pontos A e B. Em seguida dobre a folha fazendo com que a dobra passe pelos pontos A e B simultaneamente e, por conseguinte faça uma nova dobradura fazendo com que os a dobra passe por A' e B' simultaneamente. Ao desdobrar a folha o que se verifica são duas retas que estão contidas no mesmo plano e não possuem pontos em comum.

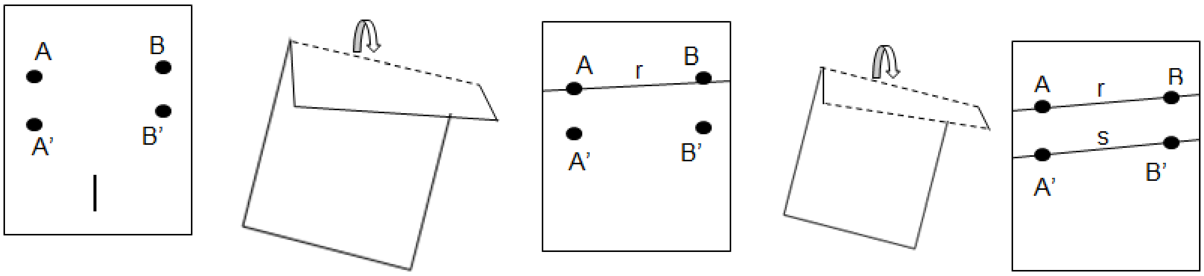

Figura 7: Construção de duas retas paralelas distintas. (Fonte: próprio autor)

6.1.3 Formação de Retas Concorrentes Oblíquas

Dada duas retas *r* e *s*, essas serão concorrentes quando se interceptarem em um único ponto em comum formando dois pares de ângulos agudos e dois pares de ângulos obtusos, sendo esses pares congruentes entre si. Com uma dobradura qualquer na folha de papel deve-se criar à reta *r* e fixar um ponto *P*, tal que a partir desta seja feita uma nova dobradura criando à reta *s* formada por *P* e *s*. Ao desdobrar a folha de papel verifica que as duas retas se cruzaram em um determinado ponto, formando quatro ângulos, sendo dois agudos e dois obtusos.

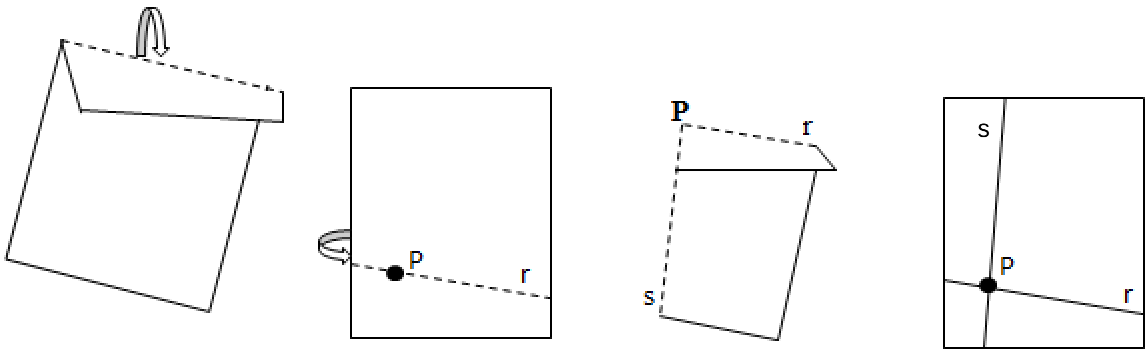

Figura 8: Construção de retas concorrentes e oblíquas. (Fonte: próprio autor)

6.1.4 Formação de Retas Concorrentes Perpendiculares

Em um plano α, dados um ponto P e uma reta r, existe uma única reta s perpendicular a r, formando assim quatro ângulos retos. Para verificar esta propriedade através da dobradura inicialmente é construída uma reta r e será marcado um ponto P, tal que P $\in$ r. Após o primeiro passo será feito uma nova dobradura tal modo que as semirretas formada pelo ponto P coincidam e formem uma nova reta s. Verifica-se que os ângulos formados pelas retas r e s estão sobrepostos, sendo cada um deles igual a 90º, e com isso resulta na formação de quatro ângulos retos.

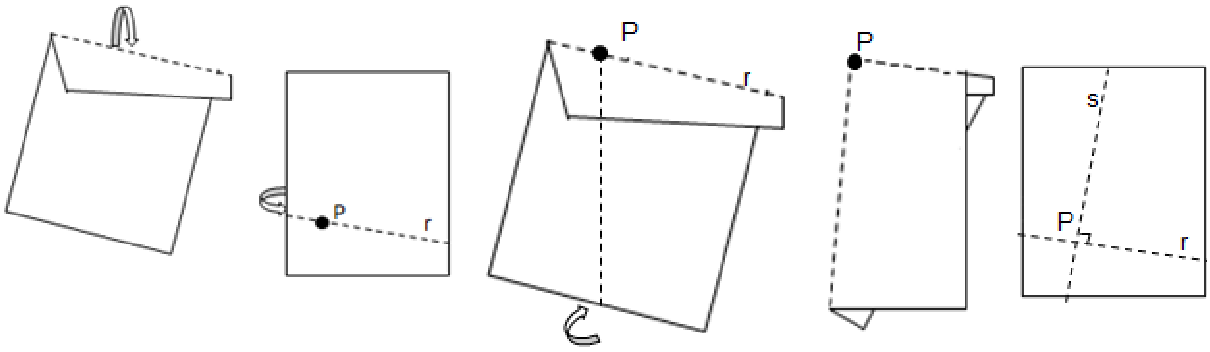

Figura 9: Construção de retas concorrentes e perpendiculares. (Fonte: próprio autor)

Para verificar a veracidade da propriedade através da dobradura, deve ser feito uma dobradura pela reta r e o ponto P, em que P deve ficar exposto. Em seguida deve-se fazer uma nova dobradura passando por P e interceptando a reta r. Ao desdobrar verifica-se a construção de duas retas perpendiculares.

6.2 Construção de Figuras Geométricas e suas Propriedades

Para a construção do triângulo e verificação de suas respectivas propriedades através da dobradura, será utilizada folha de papel em forma de um quadrado, que pode ser obtido e provado através de dobras simples e uma simples observação. Dado um retângulo com vértices ABCD, faça uma dobra a partir de uma dos vértices, de tal forma que o vértice chegue ao lado em que o vértice não pertence a ele.

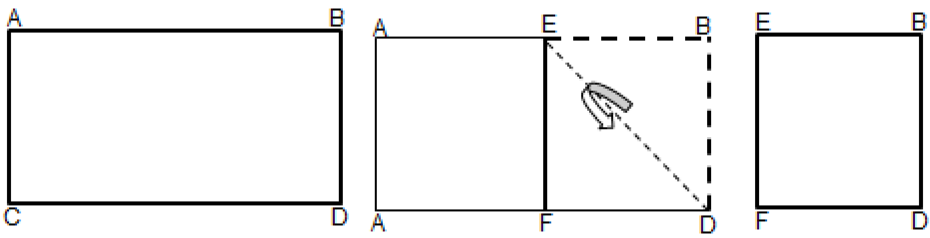

Figura 10: Construção do quadrado através da dobradura. (Fonte: próprio autor)

É fácil perceber que os triângulos ΔBED e ΔFED são congruentes pelo caso LAL (lado – ângulo – lado), e com isto podemos inferir que o quadrilátero BEDF é um quadrado.

6.2.1 Triângulo

Dado três pontos A, B e C não colineares a união dos segmentos AB, AC e BC chama-se triângulo. Sendo assim, dados os mesmos pontos não colineares, ao se construir dobraduras que passam por AB, AC e BC, verifica-se que o lugar geométrico formado pela união de tais dobras, chamadas de arestas (lados), é um triângulo ABC.

6.2.2 Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo

Sabe-se que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º. Pode-se verificar esse resultado a partir de um triângulo qualquer feito de papel. Considere que o vértice A seja o maior ângulo, com o intuito de melhor visualização do caso. Após a construção do triângulo é necessário determinar os pontos médios E e F dos respectivos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$. A partir daí é feita uma dobra de tal forma que o vértice A encontre o ponto D pertencente ao lado $\overline{BC}$. Em seguida realiza-se uma mais duas dobras, em que os pontos B e C também devem ir de encontro ao ponto D, formando assim uma dobra perpendicular ao lado $\overline{BC}$.

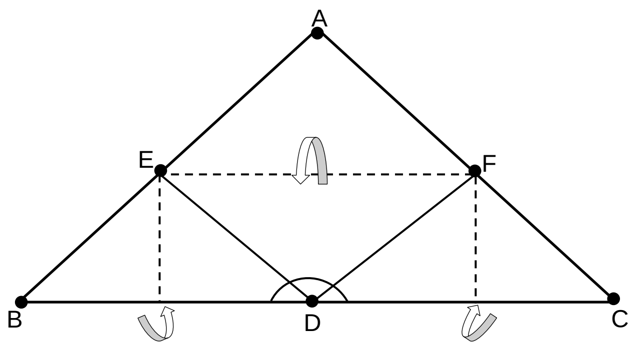

Figura 11: Verificando a propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer. (Fonte: próprio autor)

Após desdobrar percebe-se que a soma dos três ângulos que vão de encontro ao ponto D é 180º. É perceptível que o segmento de reta $\overline{EF}$ é paralelo ao lado $\overline{BC}$, sendo assim é a base média do triângulo ABC, com isto temos que:

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{BC}}$$

Como os pontos E e F são pontos médios do lados $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ respectivamente, temos que:

$$\frac{x}{2x} = \frac{\overline{EF}}{\overline{BC}} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\overline{EF}}{\overline{BC}} \rightarrow \overline{EF} = \frac{\overline{BC}}{2}$$

Sendo assim $\overline{BC}$ é a base média do triângulo.

6.2.3 Construção do Triângulo Equilátero

Dado um triângulo, este será equilátero se seus três lados forem congruentes entre si, ou seja, $AB \equiv AC \equiv BC$. Para a construção deste triângulo utilize um quadrado ABCD. Dobrando o lado AD sobre BC. Em seguida faça outra dobra levando o vértice C a um ponto sobre a dobra. Chamemos este ponto de E. Da mesma maneira repita o processo para o vértice B do quadrilátero. Após isso, o que se observa é um triângulo ΔDEC formado pelas três dobras, de tal forma que $DE \equiv EC$ e $DC \equiv EC$, sendo assim o ΔDEC é equilátero.

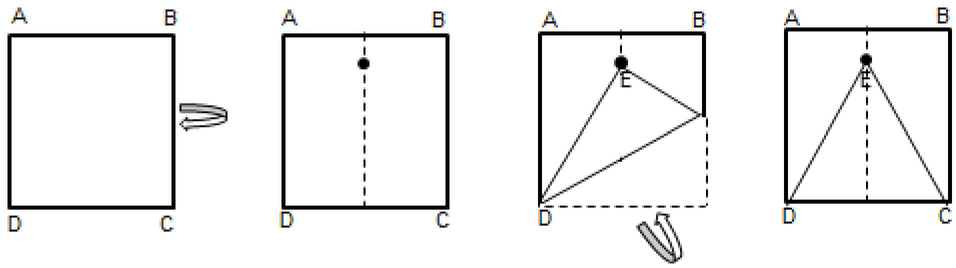

Figura 12: Construção do triângulo equilátero. (Fonte: próprio autor)

6.2.4 Bissetriz Interna de um Triângulo

Dado um triângulo qualquer ΔABP, a bissetriz do triângulo é um segmento de reta com extremidades em dos vértices e no lado oposto a esse vértice e que divide o ângulo em dois ângulos congruentes. Considere duas retas r e s concorrentes e dois pontos A e B pertencentes nas respectivas retas. Realiza-se uma dobradura sobre a reta r e em seguida realiza outra dobradura de tal maneira que os segmentos $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$ fiquem sobrepostos. Marcando um ponto Q sobre a nova dobradura e desdobrando o papel verifica-se que os ângulos $A\hat{P}Q$ e $B\hat{P}Q$ são congruentes. Isso se verifica pelo fato de que na última dobradura os ângulos ficarem sobrepostos, sendo assim o segmento de reta $\overline{OP}$ divide o ângulo $A\hat{P}B$ em dois ângulos congruentes e, portanto, é bissetriz.

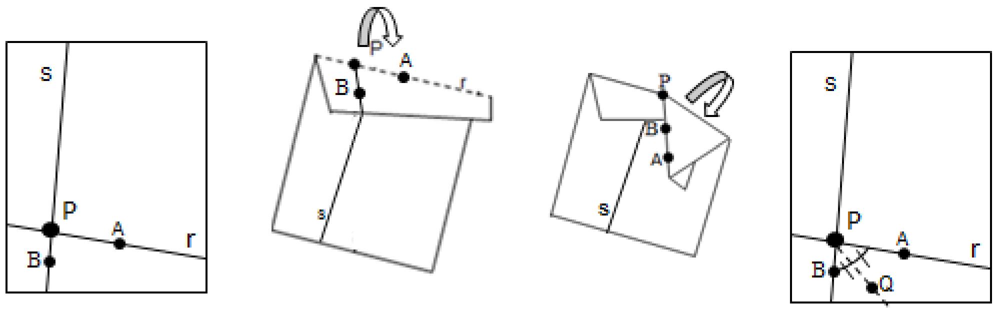

Figura 13: Construção da reta bissetriz. (Fonte: próprio autor)

6.3 Pontos Geométricos

Lugar geométrico é um conjunto de pontos que satisfazem uma determinada condição (propriedade), como por exemplo, o lugar geométrico dos pontos do plano equidistantes dos lados de um ângulo é a bissetriz desse ângulo. Será demonstrada através das dobraduras como obter o incentro, circuncentro, baricentro e ortocentro do triângulo.

6.3.1 Construindo o Incentro

Traçando as bissetrizes internas de um triângulo qualquer, estas se interceptarão em um ponto I que está à mesma distância dos lados deste triângulo, em que este ponto é denominado incentro. Dobrando cada um dos vértices de um triângulo de tal forma que o ângulo divido forme dois ângulos congruentes entre si, após desdobrado verifica-se o incentro.

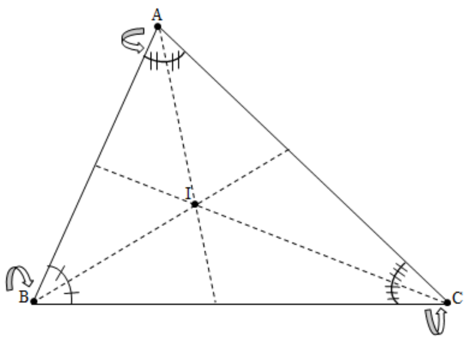

Figura 14: Construção do Incentro. (Fonte: próprio autor)

6.3.2 Construindo o Circuncentro

Sabe-se que a mediatriz de um triângulo é um segmento de reta que intercepta os lados de um triângulo nos seus respectivos pontos médio e é perpendicular a cada um deles. Sendo assim o ponto de encontro P dessas mediatrizes é denominado circuncentro. Este ponto P pode ser interno ou externo ao triângulo.

Para verificar tal propriedade através da dobradura, inicialmente temos que identificar o ponto médio dos respectivos lados do triângulo e, por conseguinte realizar uma dobra em cada lado no seu respectivo ponto médio. Ao desdobrar o papel, as respectivas dobras que representam as mediatrizes interceptam-se em um único ponto denominado circuncentro.

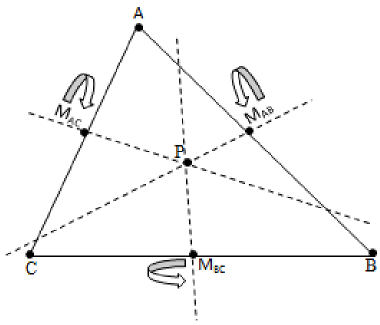

Figura 15: Construção do Circuncentro. (Fonte: próprio autor)

6.3.3 Construindo o Baricentro

A mediana é um segmento de reta que parte do vértice de um triângulo e intercepta o lado oposto desse vértice no seu ponto médio. Traçando as respectivas medianas, essas se interceptam em um ponto denominado baricentro.

Para construir o baricentro através da dobradura, realizam-se dobraduras nos vértices do triângulo de tal maneira que essas dobraduras interceptem o ponto médio do lado oposto de cada um dos vértices. Quando desdobra-se o triângulo fica perceptível o encontro dessas medianas, caracterizando assim o baricentro.

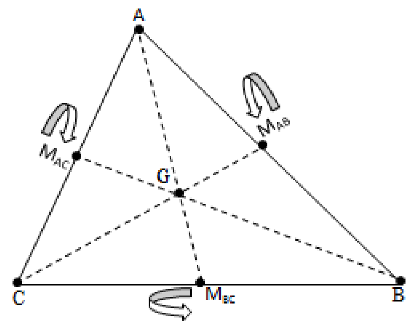

Figura 16: Construção do Baricentro. (Fonte: próprio autor)

6.3.4 Construindo o Ortocentro

A altura do triângulo é um segmento de reta que parte do vértice deste triângulo e intercepta o lado oposto desse vértice, sendo este segmento perpendicular ao lado do triângulo.

Para construir o ortocentro através das dobraduras basta realizarmos dobras nos vértices deste triângulo, de tal forma que esta dobra intercepte os lados opostos aos vértices do triângulo formando um ângulo de 90º. Aos desdobrar este triângulo observa-se que existe um ponto O que é a intersecção dos segmentos de retas que representam a altura. Assim sendo, este ponto de encontro das alturas é denominado ortocentro. A intersecção desses pontos também forma um triângulo inscrito denominado triângulo ortico.

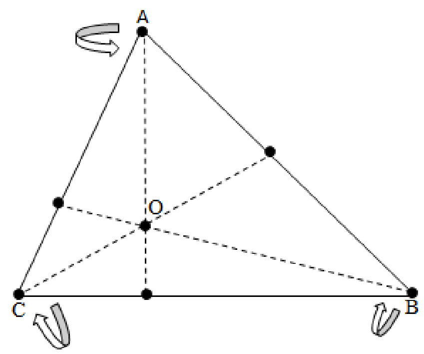

Figura 17: Construção do Ortocentro. (Fonte: próprio autor)

6.4 Polígonos Regulares

Denomina-se polígono uma região fechada formada pela união dos pontos pertencentes ao mesmo plano. Se o polígono é equilátero e equiângulo diz-se que este polígono é regular.

6.4.1 Construindo o Pentágono Regular

Para construir um pentágono regular através das dobraduras podemos realizar de maneiras distintas. Uma das formas de se construir esta figura geométrica é utilizando um retângulo qualquer $ABCD$. No retângulo $ABCD$ dobre a diagonal $\overline{AC}$ e marque um ponto E na interseção do segmento AB com o segmento DC e em seguida dobre o lado $\overline{BC}$ para dentro da figura.

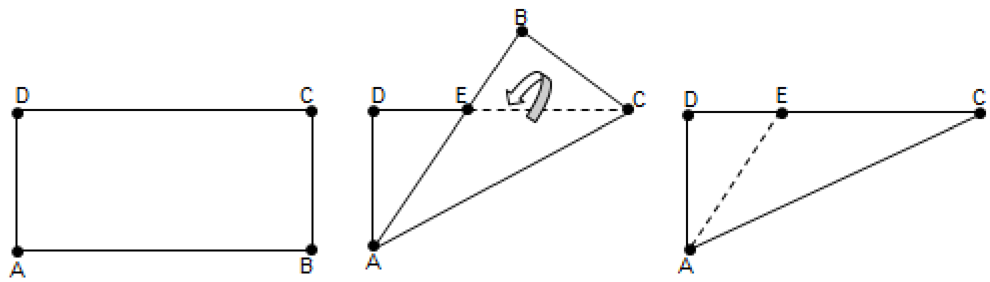

Figura 18: Dobras iniciais do pentágono regular. (Fonte: próprio autor)

Dobre o lado $\overline{AD}$ por dentro do lado $\overline{AE}$ encaixando as abas internamente. É perceptível que o triângulo ΔAEC é isósceles, pois os triângulos ΔDEA e ΔBEC são congruentes pelo caso LAA$_o$ (lado - ângulo – ângulo oposto), assim $\overline{AE} \equiv \overline{EC}$.

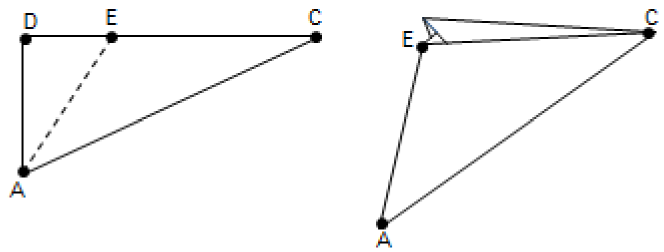

Figura 19: Processo de dobraduras na construção do pentágono. (Fonte: próprio autor)

O passo seguinte é fazer uma dobra que passe pela bissetriz do ângulo $A\hat{E}C$, obtendo assim o segmento $\overline{AF}$. Quando desdobrando realize uma dobra $\overline{GH}$, levando o vértice A para ao ponto F.

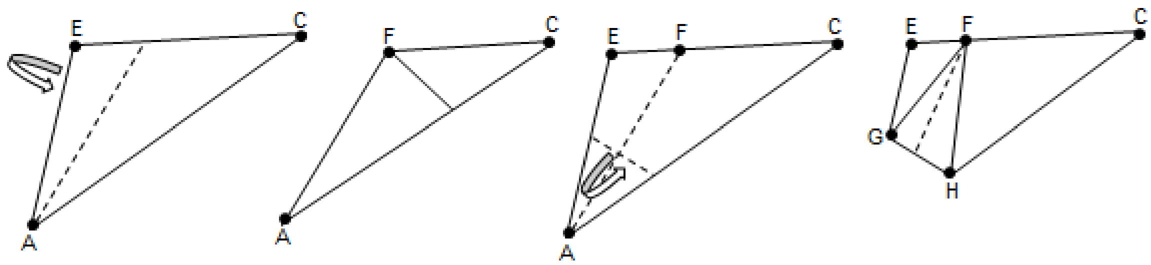

Figura 20: Dobraduras finais da construção do pentágono. (Fonte: próprio autor)

Para finalizar deve-se realizar uma dobra de do vértice C até que este coincida com o ponto G, finalizando assim a construção do pentágono.

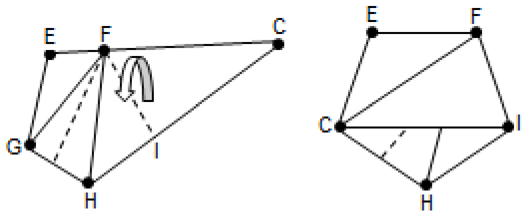

Figura 21: Pentágono finalizado. (Fonte: próprio autor)

Quando desdobramos o Origami em formato de pentágono, o âgulo $\hat{A}$ do retângulo inicial dividiu-se em 5 parte iguais, com isto, cada ângulo tem medida de 18º. Sendo assim, o segmento de reta $\overline{GH}$ é mediatriz do segmento de reta $\overline{AF}$, com isto infere-se que $\overline{GH}$ é perpendicular a $\overline{AF}$, e, portanto, o triângulo ΔGAH é isósceles, sendo $A\hat{G}H \equiv A\hat{H}G = 72°$. Logo $E\hat{G}H \equiv I\hat{H}G = 108°$.

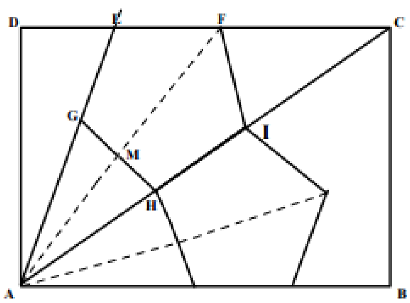

Figura 22: Pentágono reaberto. (Fonte: próprio autor)

6.4.2 Construindo o Hexágono Regular

Sabe-se que o hexágono regular pode ser decomposto em seis triângulos equiláteros, então, o processo de construção dessa figura geométrica se dará pode meio de um triângulo equilátero que já foi construído nas seções anteriores. Em um triângulo equilátero ΔABC o segmento de reta $\overline{BC}$ relativo à altura deste triângulo é mediana, mediatriz e bissetriz sendo F o ponto médio do lado oposto ao vértice. Com isso, podemos inferir que as alturas relativas dos outros vértices deste triângulo também se comportam da mesma maneira, sendo assim, o cruzamento destas alturas em um determinado ponto G forma o baricentro, circuncentro, incentro e ortocentro.

Realizando uma dobra levando o vértice B, A e C até o encontro do ponto G, obtém-se o hexágono regular. Consegue-se justificar o caso pelo fato de que os triângulos formados pelas dobraduras são equiláteros. A dobra ED é paralela à base $\overline{BC}$ do triângulo, consequentemente as outras dobras também serão paralelas às respectivas bases. Com isso, os triângulos ΔEGD e ΔFGH são congruentes pelo caso ALA (ângulo – lado – ângulo), portanto, o ângulo $\hat{G}$ mede 60º, assim prova-se que os triângulos são equiláteros e com isso forma o hexágono regular.

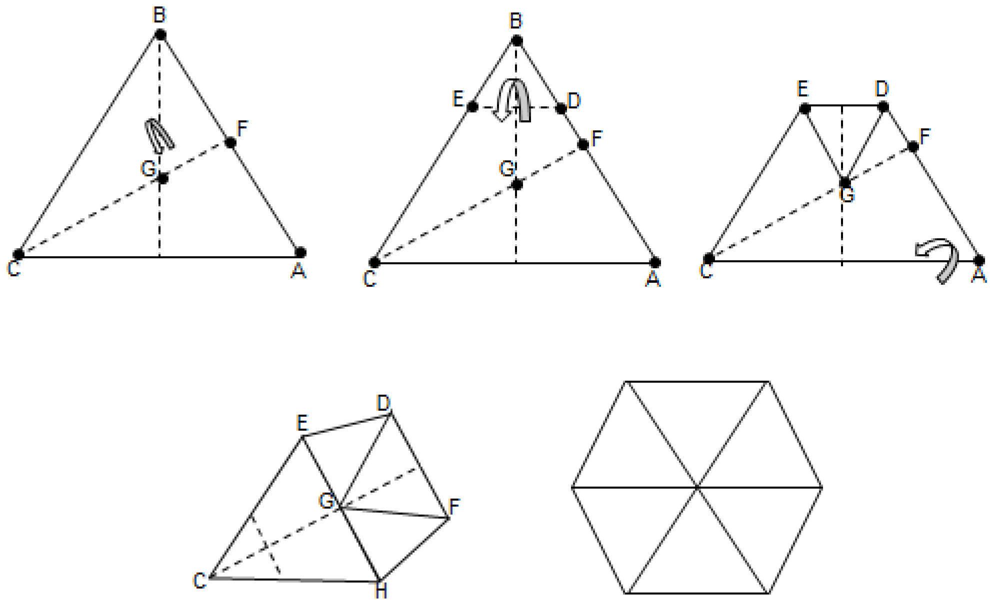

Figura 23: Construção do hexágono regular. (Fonte: próprio autor)

6.5 Poliedros Regulares

Denominam-se poliedros convexos regulares todos os poliedros cuja suas faces são polígonos regulares e congruentes entre si. Para a construção dos poliedros regulares tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro será utilizado o origami modular, que consiste em produzir peças individuais que quando encaixados geram sólidos geométricos. Esta atividade pode ser realizada com folhas de papel A4, porém para uma exposição sugiro que os módulos sejam feitas com folhas coloridas ou papel próprio para origami.

Sabe-se que a soma dos ângulos dos polígonos em volta de cada vértice de um poliedro é sempre menor que 360º, com isto podemos verificar que os polígonos que formam os poliedros de Platão são: triângulo ($3 \times 60° = 180º$), o Quadrado ($3 \times 90° = 270°$) e o pentágono ($3 \times 108° = 324°$). Assim, é perceptível que as faces dos poliedros de Platão são sempre faces triangulares, quadrangulares e pentagonais. Para a montagem dos poliedros regulares, faz-se o uso das dobradoras propostas por LUCAS (2013).

6.5.1 Construindo o Hexaedro

Para construir o hexaedro é necessária a construção de seis módulos em formato de paralelogramos, em que os moldes construídos seguirão os padrões sugeridos por LUCAS (2013). Partindo de um quadrado, faça uma dobra de modo a coincidir os lados AB e CD (perceba que a reta que se determina é a mediatriz do lado AD).

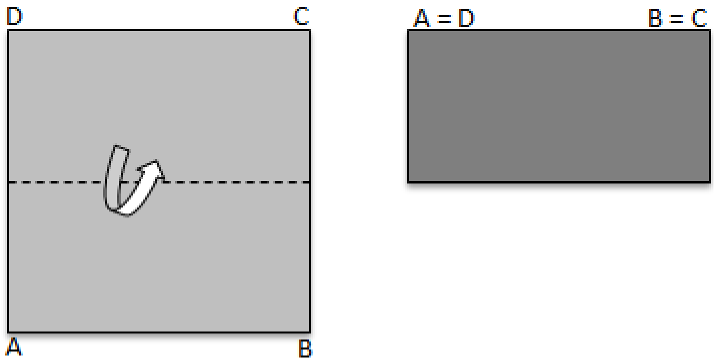

Figura 24: Passo 1 para construção do Hexaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Desfaça a dobra anterior e faça uma nova dobra levando os lados AB e CD até a mediatriz.

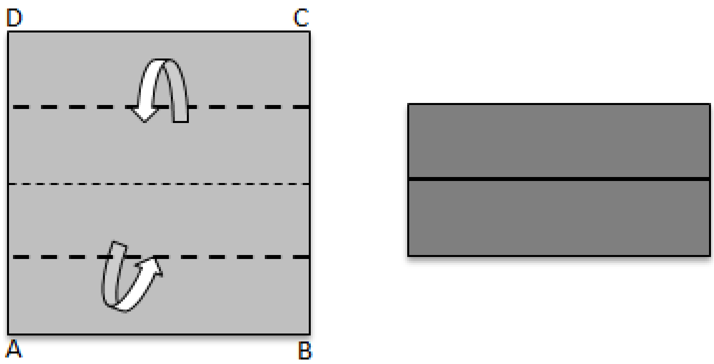

Figura 25: Passo 2 para construção do Hexaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Mantenha um dos vértices fixos, faça uma nova dobra de modo a formar um triângulo retângulo.

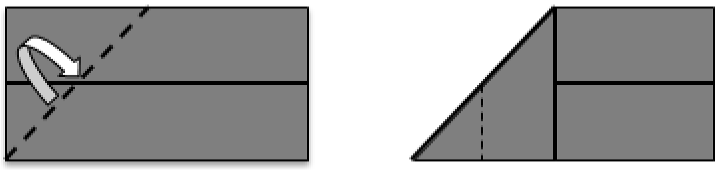

Figura 26: Passo 3 para construção do Hexaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

De modo análogo ai anterior faça a mesma dobradura com o vértice oposto, obtendo assim um paralelogramo.

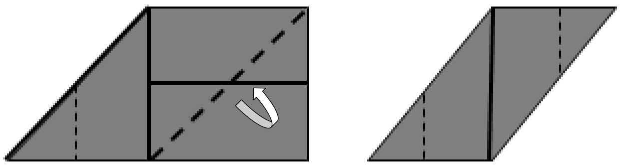

Figura 27: Passo 4 para construção do Hexaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Desdobrando observa-se que há nas extremidades dos vincos, duas abas (cinza) que formam um triângulo retângulo.

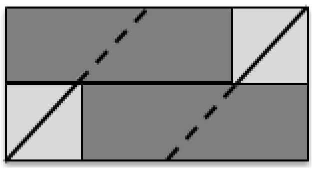

Figura 28: Figura 25: Passo 5 para construção do Hexaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Dobre colocando os triângulos para dentro.

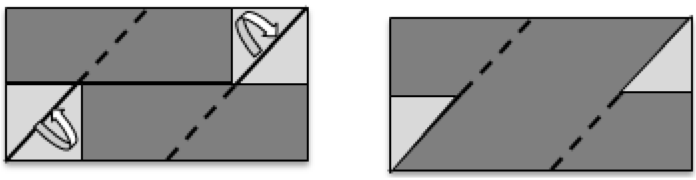

Figura 29: Passo 6 para construção do Hexaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Proceda de mesmo modo que o passo 3, porém de forma a colocar o vértice do triângulo dentro da parte inferior da peça.

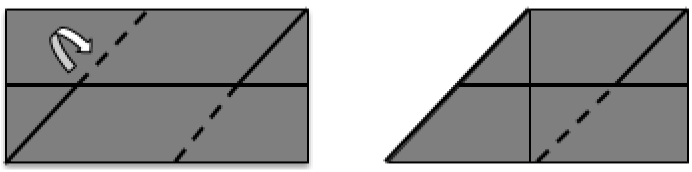

Figura 30: Passo 7 para construção do Hexaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Proceda de mesmo modo que o passo 4, porém de forma a colocar o vértice do triângulo dentro da parte superior da peça.

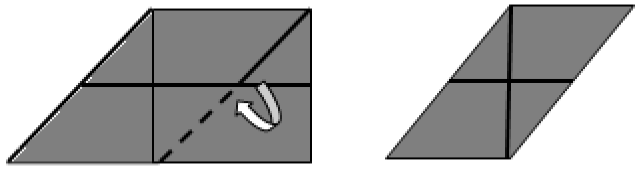

Figura 31: Passo 8 para construção do Hexaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Vire o módulo e faça uma dobra de modo que coincidam os dois vértices da base do paralelogramo procedendo de mesma forma com o vértice superior.

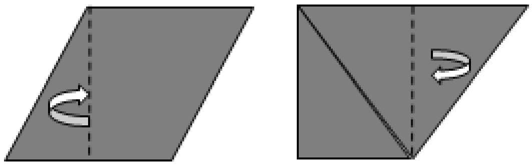

Figura 32: Passo 9 para construção do Hexaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Com isso, forma-se um quadrado. Desfaça o último passo.

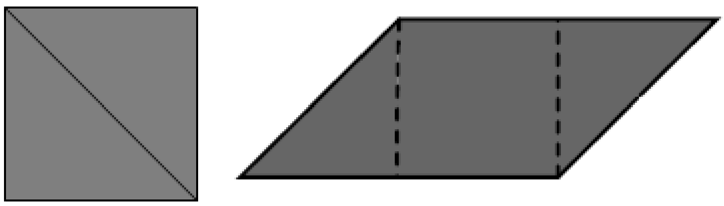

Figura 33: Passo 10 para construção do Hexaedro. ((Fonte: Lucas, 2013)

Ao virar percebe-se que o quadrado formado possui dois bolsos que servirão de das abas das peças.

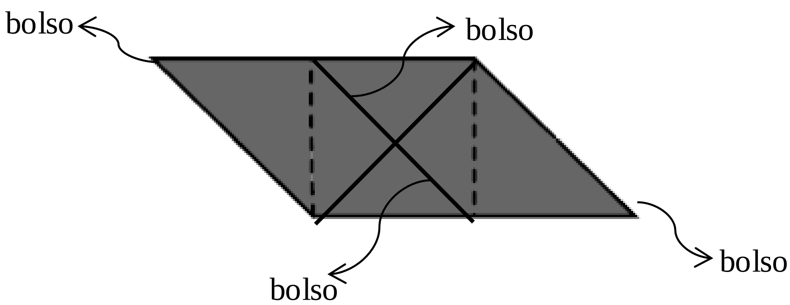

Figura 34: Molde pronto. (Fonte: Lucas, 2013)

Para montar o hexaedro será necessário produzir 6 peças com mesmo molde de preferencia com três cores distintas para coloca-las em faces opostas.

Inicialmente comece encaixando as abas nos bolsos, de maneira a posicionar abas iguais de mesma cor em lados opostos de cada face quadrangular do cubo. Por fim, encaixe o restante das peças tomando cuidado de não deixar nenhuma aba sem encaixar e nem bolsos sem abas.

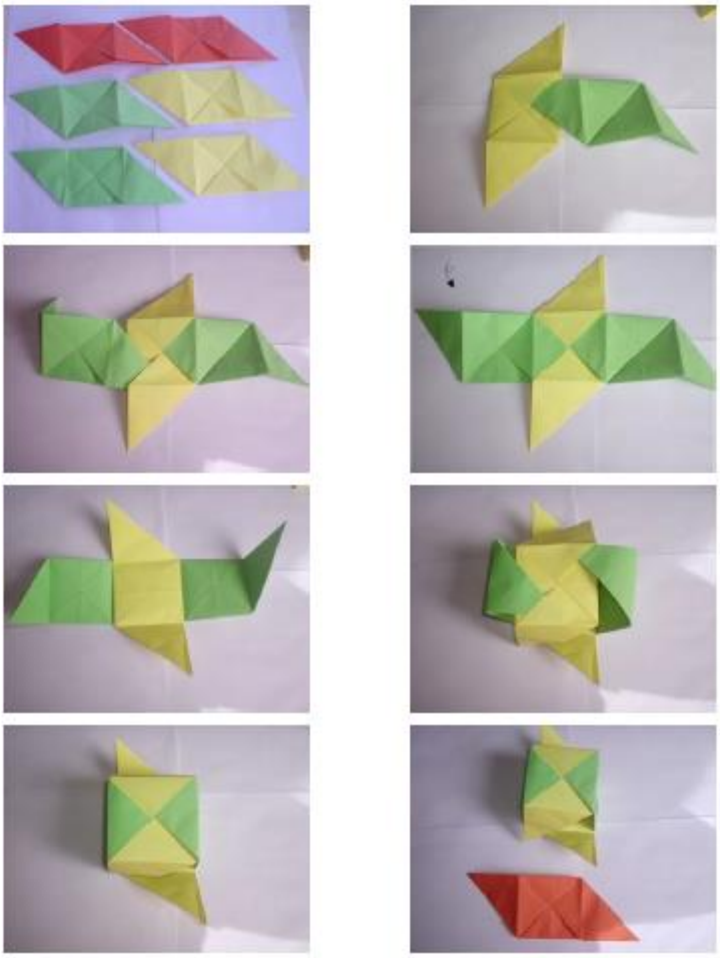

Figura 35: Montagem do Hexaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

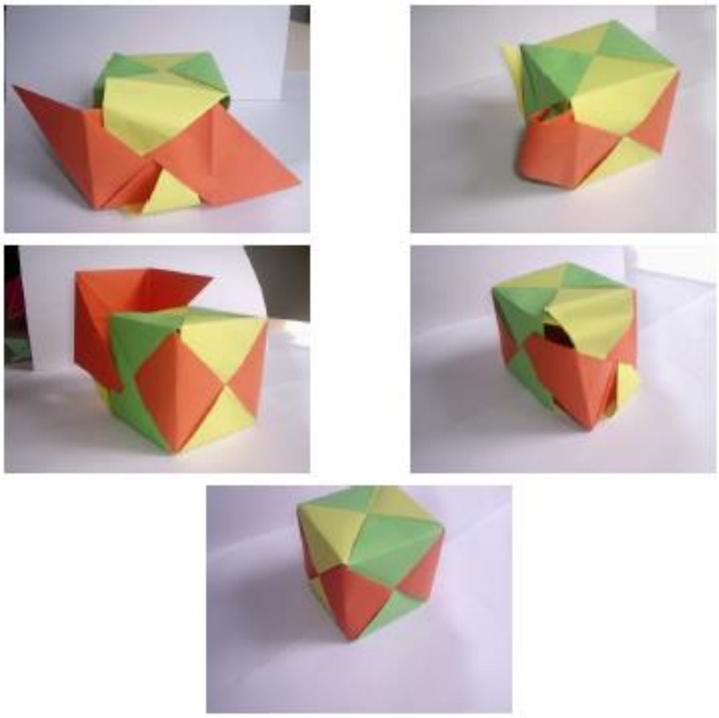

Figura 36: Finalização da montagem do Hexaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

6.5.2 Construindo o Icosaedro

Para dar início a construção do icosaedro se faz necessário construir as peças de encaixe, em formato de triângulo, que representaram as faces do icosaedro, e logo em seguida será construída as peças que servirão como arestas, unindo assim as faces triangulares, em que todos os moldes seguirão o padrão sugerido por LUCAS (2013).

A peça triangular será feita a partir de um quadrado de vértices $ABCD$. Faça uma dobra de modo que AD fique sobre BC, determinando assim a mediatriz e em seguida desdobre.

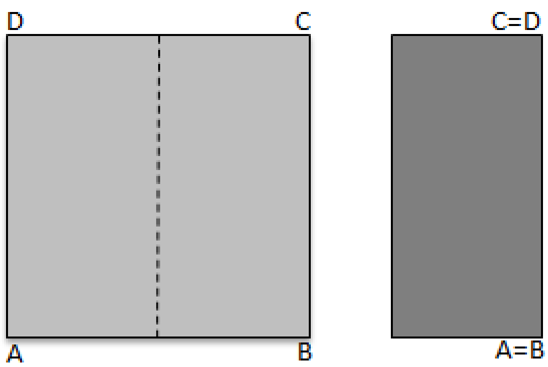

Figura 37: Passo 1 para construção do Icosaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Faça uma dobra de modo que o vértice B fique sobre a mediatriz.

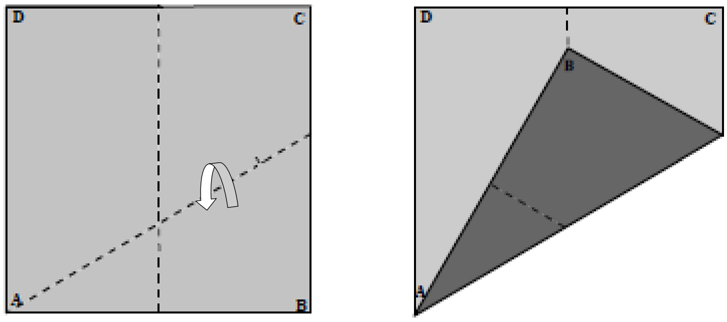

Figura 38: Passo 2 para construção do Icosaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Desdobre. Considere E a extremidade da última dobra. Dobre a bissetriz do ângulo $D\hat{A}E$.

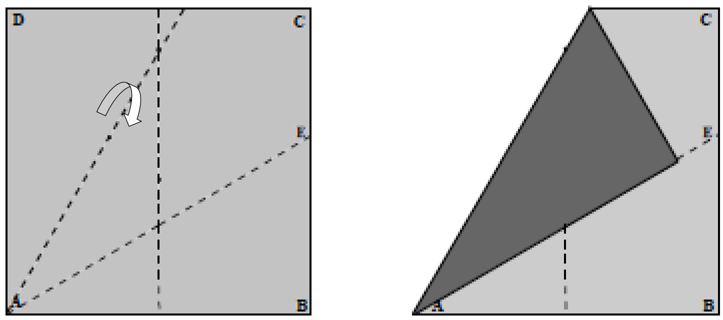

Figura 39: Passo 3 para construção do Icosaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Faça uma dobra levando o ponto E até a mediatriz, formando um triângulo equilátero.

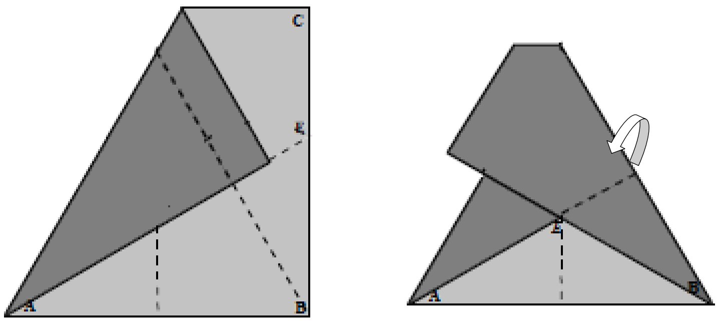

Figura 40: Passo 4 para construção do Icosaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Faça uma dobra conforme a figura a seguir.

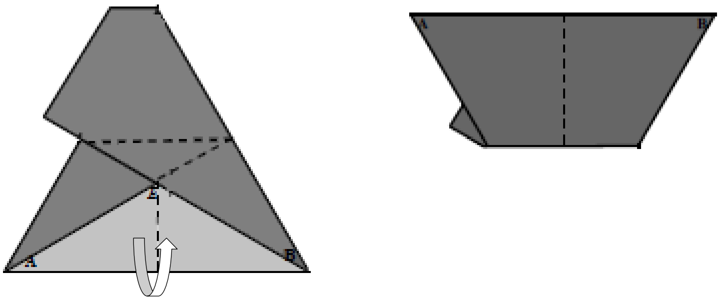

Figura 41: Passo 5 para construção do Icosaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Faça uma dobra levando o vértice B ao ponto indicado na figura, dobrando também o canto esquerdo.

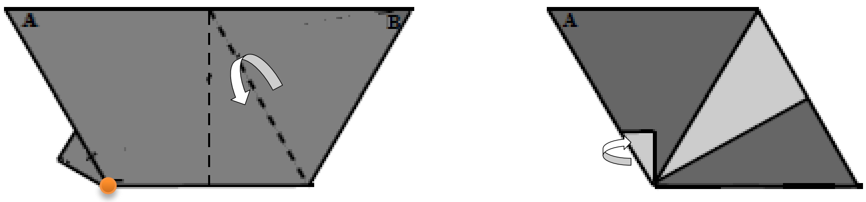

Figura 42: Passo 6 para construção do Icosaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Faça uma nova dobra levando o vértice A por dentro da aba.

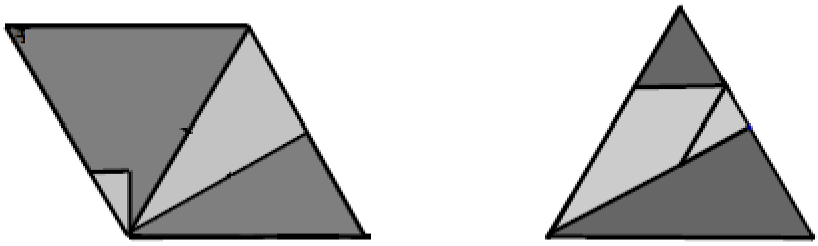

Figura 43: Passo 7 para construção do Icosaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Com o fim deste último passo formamos um triângulo equilátero que representará as faces do tetraedro, icosaedro e octaedro. Percebe-se que este triângulo também possui bolsos em cada um dos seus lados. Nestes bolsos irão ser encaixadas as peças que representarão as arestas do poliedro.

As peças de encaixe serão construídas a partir de quadrado, em que a área deste quadrado é um quarto da área do papel em que se foram feitas as peças para as faces poliédricas.

Utilizando o mesmo quadrado que foram feitas as peças triangulares divida-o em quatro partes iguais e recorte-os. Pegue uma para fazer a peça de encaixe (aresta).

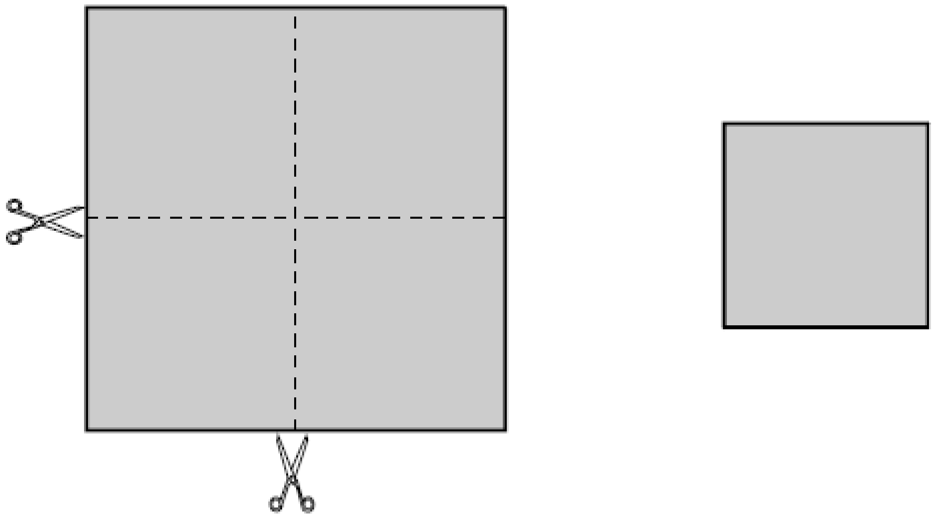

Figura 44: Passo 8 para construção do Icosaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Faça uma dobra e em seguida desdobre para marcar um vinco, e com isso percebe-se que o quadrado fica dividido em quatro partes.

Figura 45: Passo 9 para construção do Icosaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Faça uma dobra levando os vértices ao centro do quadrado.

Figura 46: Passo 10 para construção do Icosaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Vire e faça uma dobra ao meio. O resultado final é a peça final de encaixe. O encaixe das peças deve ser de acordo com a figura a seguir.

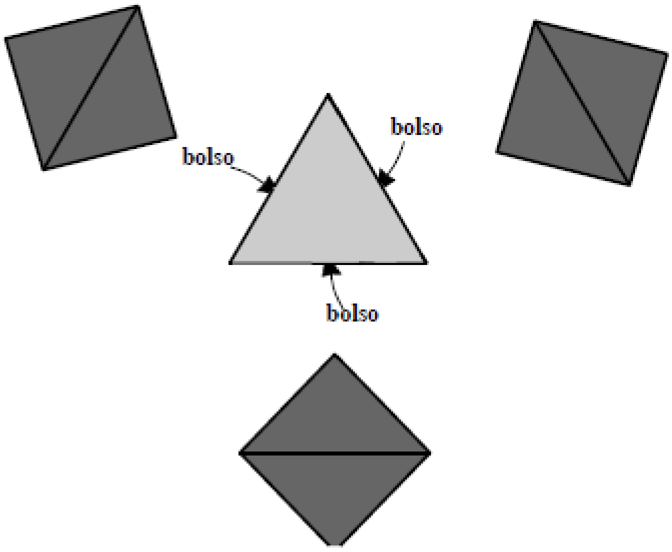

Figura 47: Forma de encaixe das peças para construir o Icosaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

Sabendo que o as peças triangulares representam as faces e as peças de encaixe representam as arestas, pode-se expor a tabela aos alunos para que eles tenham noção de quantas faces e arestas cada um dos poliedros possui.

Nome	Nº de faces	Nº de arestas	Nº vértices
Tetraedro	4	6	4
Octaedro	8	12	6
Icosaedro	20	30	12

Para montar o icosaedro serão necessárias vinte peças triangulares e trinta peças de encaixe. Para facilitar a montagem do Icosaedro, podemos montá-lo através da união de pentágonos, sendo assim, o número de faces que concorrem o mesmo número de vértices é sempre o mesmo. Para formar as peças pentagonais, basta encaixar as peças triangulares introduzindo a peça de união nos bolsos de encaixe, formando assim o primeiro pentágono.

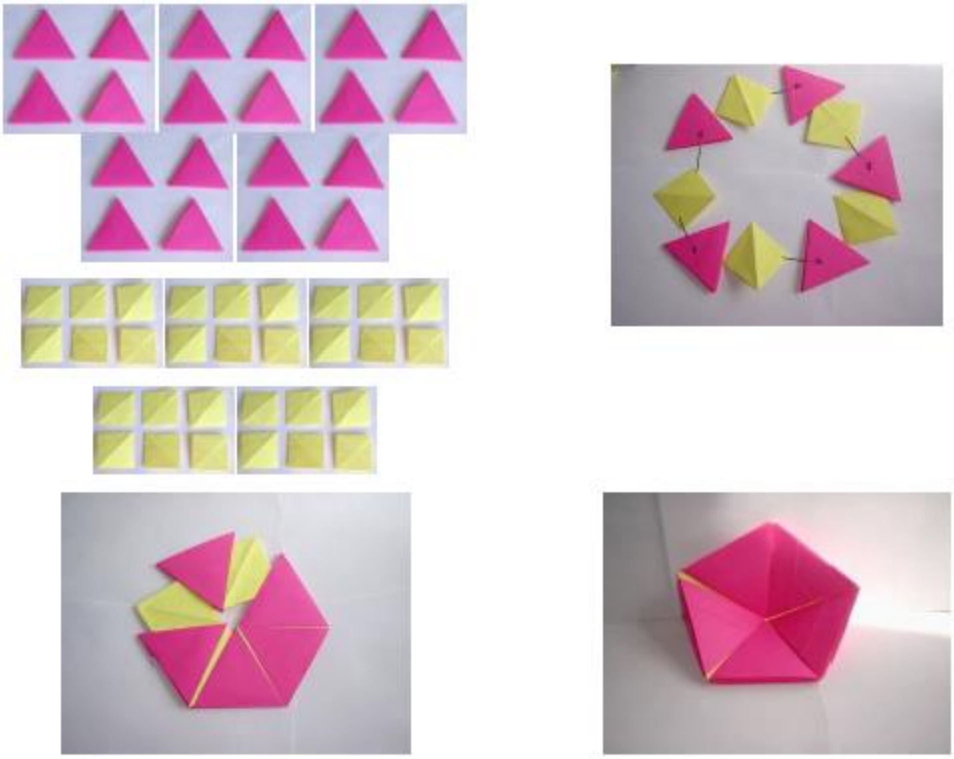

Figura 48: Formação inicial da montagem do Icosaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

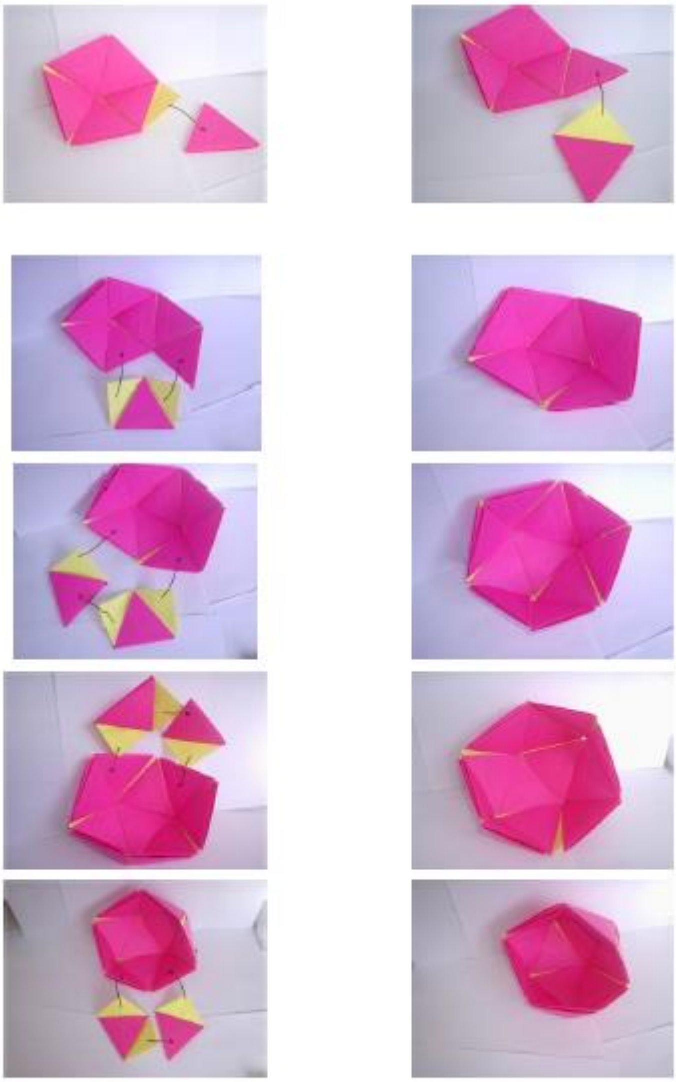

Figura 49: Processo de encaixe dos pentágonos. (Fonte: Lucas, 2013)

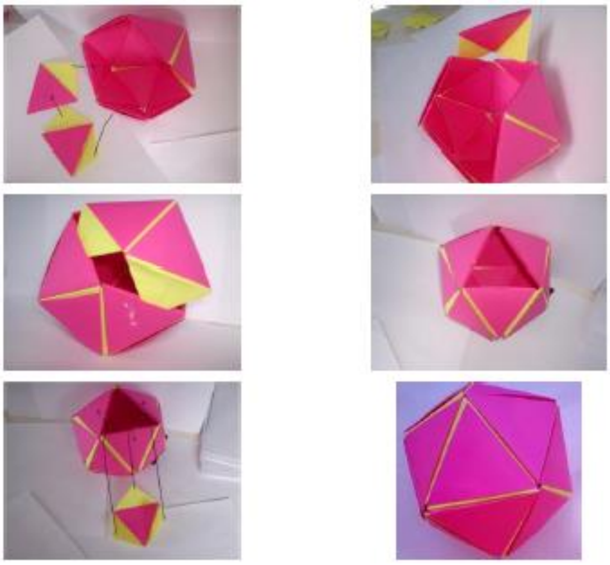

Figura 50: Icosaedro montado. (Fonte: Lucas, 2013)

6.5.3 Construção do Tetraedro

Para construir o Tetraedro são necessárias seus peças triangulares e seis peças de encaixe. Para montagem devem-se encaixar as peças triangulares colocando a peça de união nos bolsos de encaixe.

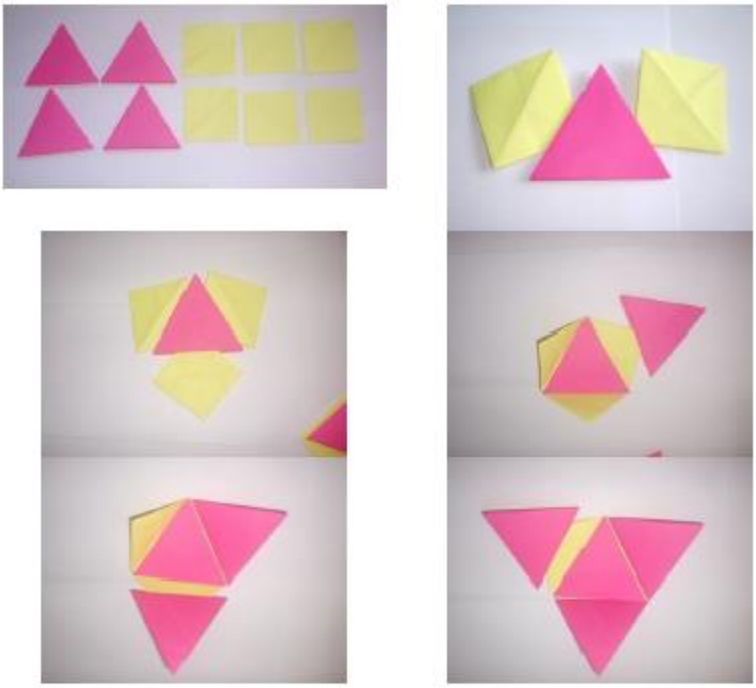

Figura 51: Passo inicial da montagem do Tetraedro. (Fonte: Lucas, 2013)

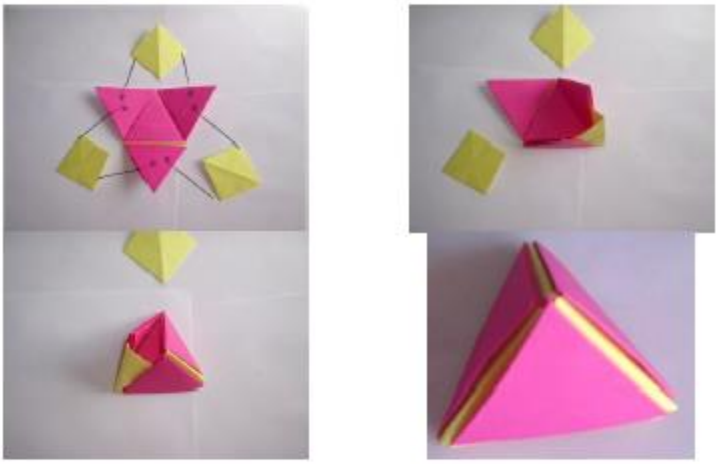

Figura 52: Tetraedro montado. (Fonte: Lucas, 2013)

6.5.4 Construção do Octaedro

Para montar o Octaedro são necessárias oito peças triangulares e doze peças de encaixe. Pode-se iniciar a montagem unindo quatro peças triangulares com quatro peças de união, tendo assim a parte superior do Octaedro. Proceda de modo análogo para construir a parte inferior. Com as peças de união faça a junção da face superior e inferior, obtendo assim o octaedro.

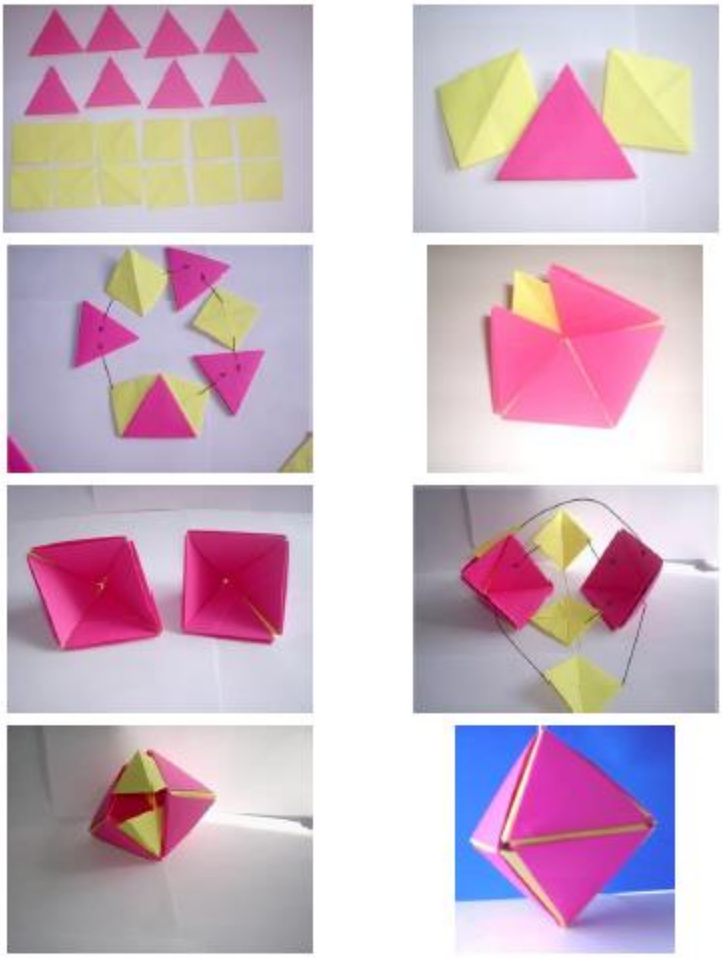

Figura 53: Montagem do Octaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

6.5.5 Construção do Dodecaedro

Para realizar a montagem do Dodecaedro serão necessárias doze peças pentagonais. Existem vários modos de se construir o pentágono através do origami, então será utilizado o pentágono aqui trabalhado no item 5.4.1. Observa-se que dos cinco lados do pentágono dois são bolso e dois são abas. O lado que sobra não se encaixa apenas encosta com o lado de outro pentágono. Realize todos os encaixes tomando cuidado para que nenhuma aba fique sem encaixar e que nenhum bolso fique sem aba.

Figura 54: Construção do Dodecaedro. (Fonte: Lucas, 2013)

7. CONCLUSÃO

Mediante todas as dificuldades encontradas no ensino, principalmente no Ensino de Matemática, desenvolver novas técnicas de ensino diferenciadas é essencial. Vemos que o ensino tradicional não é mais suficiente, temos que ensinar para um novo tempo, tempo esse que a tecnologia nos rodeia e os alunos se sentem muito mais atraídos por ela do que pelo ensino da escola. O ensino de matemática se torna interessante quando o professor consegue tornar o ambiente (sala de aula) mais dinâmico e participativo.

Quando se apresenta o novo é motivo de susto e persistência, pois ninguém que queira crescer quer sair de sua zona de conforto. O presente trabalho apresenta uma proposta didática para se trabalhar os conceitos básicos de Geometria Plana e Espacial através do Origami, e mais ainda, despertar o gosto pela geometria. O uso das dobraduras contribuem bastantes para o Ensino da Geometria, uma vez que não existem limites de se dobrar papel, evidenciando assim sua potencialidade nesta área de ensino.

Vale ressaltar também que o uso do material concreto pelos alunos quando trabalhado de forma planejada, possibilita ao aluno uma aprendizagem diferenciada e ao mesmo tempo torna o conhecimento algo prazeroso para eles.

Portanto, percebe-se que o Origami nas aulas de Geometria é um recurso facilitador no processo de ensino-aprendizagem, uma vez que nesta perspectiva o aluno irá aprender os conceitos, antes trabalhados de forma tradicional, de uma maneira mais prática e prazerosa. Por fim, sugiro o uso do Origami como ferramenta diferenciada em sala de aula, seja nos conceitos elementares da Geometria, nos pontos notáveis de um triângulo, na Geometria plana e Espacial, entre outros, pois só nós, professores, podemos mudar a realidade da educação.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros curriculares nacionais**: **Ensino Médio**. Volume 2: Ciências da Natureza, Matemática e Tecnologia. Brasília: MEC, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio:** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999.

CARVALHO, Lilian Milena Ramos. ROCHA, Jackeline Aparecida Aguiar Da. **O Origami na Disciplina de Matemática como recurso Didático para o Ensino de Geometria Plana e Espacial.** Bahia. Anais do XIV Encontro Baino de Educação Matemática, 2011.

DA CRUZ, Graciele Pereira & GONSCHOROWSKI, Juliano dos Santos. (2006). **O Origami como Ferramenta de Apoio ao Ensino de Geometria**. Disponível em: <http://www.unifafibe.com.br/revistasonline/arquivos/revistafafibeonline/sumario/10/19042010094856.pdf> Acesso em: 23/04/2016.

LUCAS, Eliane dos Santos Corsini. **Uma Abordagem Didática para a Construção dos Poliedros Regulares e Primas Utilizando Origami.** Minas Gerais, 2013. Dissertação (Mestrado Profissional). Universidade Federal de Lavras.

MONTEIRO, Liliana Cristina Nogueira. **Origami: História de uma Geometria Axiomática.** 2008. 111 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) Universidade de Lisboa. Faculdade de Ciências, 2008.

RANCAN, Graziele. **Origami e Tecnologia: Investigando Possibilidades para Ensinar Geometria no Ensino Fundamental.** Porto Alegre, 2001. 80 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciência e Matemática) Faculdade de Física, PUCRS.