

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E
MATEMÁTICA

OZAEL TEODOSIO DE MELO

ANÁLISE DO LIVRO “ELEMENTOS DE GEOMETRIA” DE
CLAIRAUT COMO UM ESTUDO DIRIGIDO

NATAL – RN

2021

OZAEL TEODOSIO DE MELO

**ANÁLISE DO LIVRO “ELEMENTOS DE GEOMETRIA” DE CLAIRAUT COMO
UM ESTUDO DIRIGIDO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre.

Orientador: Professor Dr. Fernando Guedes Cury

NATAL – RN

2021

Melo, Ozael Teodosio de.

Análise do livro "elementos de geometria" de Clairaut como um estudo dirigido/Ozael Teodosio de Melo. - 2021.

100f.: il.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Natal, 2021.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Guedes Cury.

1. História da educação matemática - Dissertação. 2. Ensino de geometria - Dissertação. 3. Alexis Claude Clairaut - Dissertação. 4. Análise de livro didático - Dissertação. I. Cury, Fernando Guedes. II. Título.

RN/UF/CCET

CDU 51:37(091)

OZAEL TEODOSIO DE MELO

**ANÁLISE DO LIVRO “ELEMENTOS DE GEOMETRIA” DE CLAIRAUT COMO
UM ESTUDO DIRIGIDO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre.

Orientador: Professor Dr. Fernando Guedes Cury

Banca Examinadora:

Orientador: Professor Dr. Fernando Guedes Cury
Universidade Federal do Rio Grande do Norte(UFRN)

Professora Dra. Marta Figueredo dos Anjos
Universidade Federal do Rio Grande do Norte(UFRN)

Professor Marcia Maria Alves de Assis
Instituto de Educação Superior Presidente Kennedy (FESP)

NATAL – RN
2021

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me proporcionar conviver com pessoas que me entusiasmam, fazem acreditar e ir a busca do que considero importante.

Ao meu filho Ozael Júnior que mesmo distante sempre me encorajou a prosseguir.

Em especial, a minha filha Dra. Karoline Rachel pela sua disponibilidade em ajudar-me mesmo com tantos afazeres inadiáveis de seu árduo trabalho profissional.

Aos meus irmãos, demais familiares e amigos que me incentivaram durante todo o tempo de realização dessa pesquisa compreendendo minhas ausências.

Aos professores do Curso de Mestrado que me fizeram perceber que é possível seguir buscando a “utopia” na melhoria da educação brasileira.

Aos professores que fizeram parte da banca examinadora, pela sua disponibilidade e valorosas contribuições dadas a este trabalho.

Ao meu orientador, professor Fernando Guedes Cury, por ter acreditado em minha capacidade de realizar esse trabalho, sendo gentil mesmo ao mostrar meus equívocos, apontando novas possibilidades e caminhos a serem percorridos, pela sua disponibilidade e compreensão quando acontecimentos dificultaram a caminhada.

E, por fim, mas tão importante quanto todos já citados, agradeço à minha esposa, Rogéria, pela paciência e estímulo nos momentos mais angustiantes e a colaboração nesse período, atendendo à casa, à família, e aos amigos em meus silêncios de produção do texto, mostrando-se uma verdadeira amiga e companheira. A ela e ao meu filho Theo dedico esse trabalho.

A curiosidade pode se apresentar como um interessante meio de conhecer histórias locais que nem sempre estão nos livros e, principalmente, ao compreender história como fluxo de vida, perceber-se como ser histórico (SOUZA; RIOS; SILVA, 2018, p. 124).

RESUMO

Este trabalho analisou a obra *Elementos de Geometria*, de Alexis Claude Clairaut (1713-1765), sob a ótica da Hermenêutica de Profundidade (HP) sistematizada por Thompson (2011). Simultaneamente, foi elaborado e aplicado um estudo dirigido (nosso produto educacional) que coloca-se como atividades para um exercício de análise histórica daquela obra que foi aplicado numa turma da disciplina de História da Educação Matemática de um curso de formação inicial de professores. A partir do nosso estudo da obra observamos que a abordagem de Clairaut teve grande impacto para o ensino de matemática na época do lançamento da sua primeira edição: ela apresenta uma “ruptura” e uma inovação metodológica para o ensino de geometria. Desde a seleção dos conteúdos da obra, sua organização e, principalmente, sua concepção de geometria elementar, pautada em necessidades humanas de medição de terrenos, notamos que o autor apresenta uma proposta quase reacionária, a nosso ver, em relação ao modelo de ensino de matemática balizado pelos “Elementos”, de Euclides, algo que também foi experimentado por outros autores do século XIX. Essa mudança de direcionamento para o ensino foi percebida pelos estudantes que participaram da atividade que desenvolvemos e aplicamos, especialmente porque eles puderam comparar a obra a outros livros de geometria de diferentes períodos. Os participantes da aplicação de nossa proposta de produto educacional também consideraram ser possível implementar um ensino de geometria elementar com a valorização de atividades experimentais, naturais e problemáticas, como o proposto por Clairaut, dependendo do nível de ensino em que se aplique.

Palavras-chave: História da educação matemática; Ensino de geometria; Alexis Claude Clairaut, Análise de livro didático.

ABSTRACT

The present investigation analyzed the book "Elements of Geometry", by Alexis Claude Clairaut (1713-1765), from the perspective of Depth Hermeneutics (DP) by Thompson (2011). Simultaneously, we designed and applied a targeted study (our educational product) with activities to an exercise in historical analysis of that book. This product has been tested with students from an undergraduate math teacher course. We conclude that Clairaut's text had a great impact on the teaching of mathematics at the time of its first publication: the book presents a "break" and a methodological innovation for the teaching of geometry from the selection of the work's contents to its organization and, mainly, for its conception of geometry based on human needs of terrain measurement. We note that Clairaut presents an almost reactionary proposal, in our view, in relation to the teaching model of mathematics marked by Euclid's "Elements", something that was also experienced by other nineteenth-century authors. This change of direction for teaching this content was noticed by the students who participated in the application of the activity we developed, especially because they were able to compare the work to other geometry books from different periods. These students also considered it possible to implement a teaching of elementary geometry with the valorization of experimental, natural and problematic activities, as proposed by Clairaut, depending on the level of education in which it is applied.

Keywords: History of Mathematics Education; Geometry teaching; Alexis Claude Clairaut, Textbook Analysis.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 -	Capa do livro Elementos da Geometria.....	45
FIGURA 2 -	Retângulo ABCD (Fig 9 do Livro).....	48

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - TERMOS UTILIZADOS PARA ESTABELEECER A ARTICULAÇÃO E O ENCADEAMENTO DO CONHECIMENTO CONSTRUÍDO.....	45
QUADRO 2 - USO DE LINGUAGEM E SITUAÇÕES DO COTIDIANO COMUM E FAMILIAR DOS LEITORES.....	46
QUADRO 3 - UTILIZAÇÃO DA LINGUAGEM ALGÉBRICA.....	46

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	11
2.1 Intencionalidade.....	17
2.2 O aspecto da convencionalidade.....	18
2.3 A Estrutura das Formas Simbólicas.....	20
2.4 A Referencialidade Sistêmica.....	21
2.5 A Contextualização.....	23
2.6 Fechamento deste segundo capítulo.....	25
3. MOVIMENTOS ANÁLITICOS: EXERCITANDO AS TRÊS FASES DA HERMENÊUTICA DE PROFUNDIDADE.....	27
3.1. Uma análise sócio-histórica dos Elementos de Geometria, de Clairaut.....	27
3.2. Uma análise formal da obra estudada.....	44
3.3. Interpretação/reinterpretação.....	56
4. PRODUTO EDUCACIONAL (PE): ESTUDO DIRIGIDO SOBRE A OBRA ELEMENTOS DE GEOMETRIA DE ALEXIS CLAUDE CLAIRAUT (1713-1765).....	59
4.1. Observações dos discentes durante a aplicação do PE.....	63
4.2 Impressões dos alunos sobre as atividades.....	69
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	74
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	77
APÊNDICE – PRODUTO EDUCACIONAL.....	81

1. INTRODUÇÃO

Dentre os materiais escolares envolvidos nas atividades educacionais, destaca-se o livro didático, o qual é utilizado sistematicamente no ambiente escolar de ensino, por professores e alunos, como uma forma consolidada de ensino e contribuição essencial para o estabelecimento de uma memória dos saberes escolares. Conforme Schubring (2003), a existência de livros vem desde antes da invenção da imprensa, fazendo uso dos livros didáticos para a transmissão dos seus conhecimentos. Porém, a propagação de escritos, antes da chegada do papel impresso, era muito restrita. Pergaminho, tabletes de argila, papiro, folha seca de palmeira e outros tornavam o processo de escrever dispendioso e de difícil manuseio. Diante dessas dificuldades, o ensino ocorria de forma oral do mestre para o discente, que era obrigado a memorizar para poder repassar aos outros. Era “o primado da oralidade” que dominou todas as culturas até os tempos modernos (SCHUBRING, 2003. P. 20).

Um dos mais famosos livros de ensino de geometria, os “Elementos de Euclides” tem sua origem bem antes da invenção da impressora. Sua importância está relacionada a apresentação da geometria como um sistema lógico com conceitos, proposições e fundamentos especificamente geométricos. Por meio desta obra é que a matemática incorporou o método chamado de axiomático.

Com o surgimento da imprensa, a produção de livros de ensino ganhou um novo rumo. Os custos e a divulgação das cópias tornaram-nas mais acessíveis à população. Atualmente, os livros didáticos são produzidos em séries e vêm sendo objeto de estudo nas diversas instâncias educacionais, buscando-se justificar sua estrutura, funcionalidade e legitimidade.

Durante o período de formação em licenciatura, foi nos solicitado a análise de um livro didático de matemática do ensino fundamental. A experiência, enriquecedora e didática, adquirida neste trabalho nos estimulou a prosseguir oportunamente em exames de livros clássicos, particularmente relativos à matemática.

Ao adentrar no PPGECCNM, o orientador dessa pesquisa nos apresentou um estudo que havia sido desenvolvido em nível de graduação (CURY e ALVES, 2015) que destacavam a relevância da obra *Eléments de Géométrie* (1741) de Alexis Claude Clairaut (1713-1765):

era um livro que, segundo grandes pesquisadores em História da educação Matemática¹, propunha uma metodologia peculiar para o ensino de geometria de sua época, quando os Elementos de Euclides, dominavam o ensino desse ramo da Matemática. Em meados do século XVIII, quando do lançamento desta obra, predominava a hegemonia didática do livro “Os Elementos” de Euclides. A proposta de Clairaut, contrariando essa hegemonia, inovou o ensino de geometria com questões práticas relativas à medida de terrenos, sem preocupação com o rigor matemático ou demonstrações, característicos do tratado da matemática elementar de Euclides.

Além disso, tivemos a oportunidade de entrarmos em contato com a Hermenêutica de Profundidade, sistematizada e avaliada na teoria elaborada por Thompson (2011) em seu livro: Ideologia e Cultura Moderna, Teoria Social Crítica na Era dos Meios de Comunicação de Massa que acreditamos ser interessante para análises históricas de obras como a de Clairaut.

Desse contexto, surgiu a ideia de desenvolver um Estudo Dirigido (ED), como nosso Produto Educacional (PE), que pudesse ser aplicado a alunos da graduação em licenciatura de matemática, para que também fizessem uma análise de uma obra. Assim, nossos esforços se voltaram para tentar responder à questão: **como a análise do livro Elementos de Geometria, de Clairaut, pode proporcionar aos futuros professores reflexões sobre o ensino desse conteúdo, a apresentação de alguns de seus conceitos centrais e estratégias de abordagens?**

Visualizamos como objetivos deste ED: a) Analisar a obra “Elementos de Geometria”, com consultas, leituras, interpretações, discussões e respostas, individuais e coletivas, às questões propostas; b) incrementar o desenvolvimento do pensamento geométrico, por meio do estudo das proposições e estratégias expostas na obra a examinar; e c) estimular os futuros professores a avaliar diferentes abordagens para o ensino de geometria, utilizadas ao longo do tempo, a partir da análise do livro: Elementos de Geometria, de Alexis Claude Clairaut (1713-1765).

Assim, nesta pesquisa, com nossos estudos e análise pretendemos produzir novas reflexões sobre o processo de ensino aprendizagem de geometria básica, buscando atingir, os seguintes objetivos:

- Geral: avaliar a aplicação de uma atividade envolvendo uma análise da obra Elementos de Geometria, de Alexis Claude Clairaut (1713-1765).;
- Específicos: a) fazer uma análise da obra Elementos de Geometria, de Alexis Claude

¹ Miorim (1998), Valente (2000) e Shubring (2003).

Clairaut (1713-1765) a partir da Hermenêutica de profundidade; b) elaborar um Produto Educacional, no formato de um estudo dirigido, como um exercício de análise histórica de livros didáticos antigos.

Para atingirmos estes objetivos nossa pesquisa será predominantemente qualitativa, pois investigar qualitativamente é descrever os pormenores relativos a pessoas, locais e compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos a serem investigados. (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Para esses autores, uma representação da investigação qualitativa é a entrevista em profundidade, que é aquela na qual o pesquisador tem como objetivo

compreender, com bastante detalhe, o que é que professores, directores e estudantes pensam e como é que desenvolveram os seus quadros de referência. Este objectivo implica que o investigador passe, frequentemente, um tempo considerável com os sujeitos no seu ambiente natural, elaborando questões abertas do tipo ‘descreva um dia típico’ ou ‘de que é que mais gosta no seu trabalho?’, registrando as respectivas respostas. O carácter flexível desse tipo de abordagem permite aos sujeitos responderem de acordo com a sua perspectiva pessoal, em vez de terem de se moldar a questões previamente elaboradas [...]. O material complementado com outro tipo de dados, como registros escolares, artigos de jornais e fotografias (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.17).

Segundo a indicação desses autores, buscaremos analisar toda a riqueza de dados obtida tanto no levantamento bibliográfico relativo às investigações com HP na educação matemática e à vida e obra de Clairaut. Refletiremos sobre o ensino de geometria e nos aproximaremos do que a literatura chama de estudo dirigido; Iremos a campo para observar os dados a partir da observação da aplicação da atividade em uma turma da disciplina História da Educação Matemática do curso de Matemática (licenciatura, presencial) da UFRN. A aula aconteceu de forma remota pelo Google Meet, devido às restrições impostas pela pandemia de Covid-19. Permitimo-nos interagir com os estudantes durante a aula e obtivemos o registro do vídeo com as ações dos estudantes e do professor que conduziu a aula (o orientador deste trabalho) e ainda tivemos acesso a registros escritos dos alunos nas atividades. Os registros do vídeo foram transcritos, resguardando anonimato aos participantes e, juntamente com os registros escritos, analisados.

A dissertação em tela se estrutura em cinco capítulos. Além desta Introdução, o segundo e o terceiro capítulos apresentam, respectivamente, os elementos constitutivos da HP que direcionaram nossa análise da obra e as nossas compreensões sobre a recomposição das disposições sociais e históricas da produção e circulação desta obra e uma análise de sua estrutura. O quarto capítulo é voltado a explicar como foi elaborado nosso produto educacional (exibido no apêndice), como ocorreu sua aplicação e uma discussão sobre os “dados coletados”. Esta é uma parte fundamental para este estudo já que é uma das exigências normativas do

Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da UFRN. Finalmente, apresentamos nossas considerações finais no capítulo quinto.

2. AS FORMAS SIMBÓLICAS: ELEMENTOS CHAVE PARA A HERMENÊUTICA DE PROFUNDIDADE

A Hermenêutica de Profundidade (no original em inglês: *depth hermeneutic*) é mais conhecida pela proposta de John Brookshire Thompson na obra *Ideologia e Cultura Moderna*. Foi concebida como referencial teórico e metodológico para a análise das formas simbólicas (que podem ser entendidas, de forma simples, como produções humanas intencionais).

Sociólogo britânico e professor no Departamento de Sociologia da Universidade de Cambridge (Inglaterra), Thompson realizou pesquisas em diversas temáticas, dentre as quais destacam-se a teoria política e social contemporâneas, sociologia da mídia e cultura moderna, o impacto político e social das inovações tecnológicas na área da Comunicação, conforme currículo disponível no *site* do Departamento de Sociologia de Cambridge.

Já foram publicados muitos estudos abordando essa temática, especialmente após a pesquisa de Oliveira (2013) que estudou trabalhos de Educação que tratavam da análise de textos didáticos de matemática. Ao observar essas produções, Oliveira (2013) sentiu falta de “um procedimento metodológico próprio e claro que servisse de subsídio às análises desenvolvidas por cada um dos autores e trabalhos inventariados” (p. 120), levando-o a ver na Hermenêutica de Profundidade (doravante apenas HP) uma possibilidade de suprir suas inquietações pelas suas características.

Entendendo os livros didáticos como formas simbólicas, Oliveira (2013) afirma que, nos estudos das Ciências Sociais, Thompson aprofundou seus conhecimentos sobre Hermenêutica, com foco no problema da ligação entre filosofia e linguagem, já estudada por Paul Ricoeur e Jürgen Habermas, em suas respectivas correntes teóricas, sobre o papel da linguagem na constituição da realidade.

Duas correntes da Filosofia Ocidental foram destacadas por Thompson nos estudos acerca das abordagens sobre as dificuldades do tema da interpretação. A que ligava os processos interpretativos ao mundo fenomenológico (originada da Hermenêutica Fenomenológica de Husserl) e a que se fundamentava nos escritos de Kant, Hegel e Marx, a teoria social crítica desenvolvida por Horkheimer, Adorno e Jürgen Habermas. Paul Ricoeur, tratando dessa primeira linha de trabalho, avança na ideia de que a interpretação seja mediada por uma série de métodos explanatórios ou “objetivantes”. Thompson segue os estudos de Ricoeur, mas critica-o por valorizar muito a “autonomia semântica do texto e abstrair-se muito rapidamente

das condições sócio históricas em que os textos, ou as coisas análogas a textos, são produzidos e recebidos" (THOMPSON, 2011, p. 362).

A segunda linha de influência, a teoria social crítica, tem como base os escritos de Kant, Hegel e Marx e foi desenvolvida por filósofos de peso como Horkheimer, Adorno e Jürgen Habermas. A ênfase necessária à criticidade na fase de reinterpretação da HP tem origem nessa teoria.

Nota-se que foram essas bases influenciadoras que contribuíram para que Thompson constatasse a importância e a essencialidade da função da linguagem como meio de participação das pessoas no mundo.

A análise, segundo a HP, tem como elemento essencial **as formas simbólicas**, as quais mobilizam **sentidos** em meios sociais e alguns aspectos tornam-se necessários observar. Portanto, segundo Thompson (2011), para se fazer qualquer trabalho, envolvendo este referencial teórico-metodológico, deve-se ter o entendimento de que a capacidade de compreensão dos processos envolvendo formas simbólicas é intrínseca às atividades dos seres humanos em sociedade. Dessa forma, verifica-se que quando se faz uma interpretação fenomenológica de uma mobilização de sentido, interpreta-se, na verdade, algo que já foi interpretado pelas pessoas, formando ‘a interpretação da interpretação’, podendo-se depreender daí que se trata da reinterpretação dos sentidos, contidos nas formas simbólicas em análise. Com isso se configura um percurso hermenêutico completo com as etapas da HP: Análise Sócio histórica, Análise Formal ou Discursiva e Interpretação/Reinterpretação.

Thompson, (2011) usa o termo "formas simbólicas" para se referir a “uma ampla variedade de fenômenos significativos, desde ações, gestos e rituais até manifestações verbais, textos, programas de televisão e obras de arte" (p. 183). Assim, entende que textos, imagens, falas e outras maneiras de se comunicar constituem-se em formas simbólicas, por meio de linguagem, contendo sentidos. Ele também explica porque as formas simbólicas devem ser vistas como **fenômenos significativos**, ao “sugerir cinco aspectos envolvidos na constituição das formas simbólicas, embora os modos específicos, pelos quais eles estão envolvidos e a importância relativa de um em face do outro, possam variar consideravelmente de um tipo ou exemplo de forma simbólica para outro” (THOMPSON, 2011, p. 182). Esses aspectos são: a intencionalidade, a convenção, a estrutura, o referencial e o contexto. Vamos examinar cada um deles a seguir.

2.1 Intencionalidade

Sobre a intencionalidade, Thompson escreveu que as formas simbólicas são “expressões de um sujeito e para um sujeito (ou sujeitos)” (THOMPSON, 2011, p.185). Isto quer dizer que as formas simbólicas têm o intuito de expressar uma mensagem a ser entendida, a qual contém uma chave interpretativa. Ainda que não seja possível o entendimento perfeito e total dessa intenção, pois as experiências do sujeito não podem ser transmitidas, toda interpretação traz em si um desejo (que fracassa) de chegar à intenção do autor (OLIVEIRA, 2013). Nesse sentido, a forma simbólica tem a intenção de dizer, e o intérprete, a intenção de entender o que é dito. Diferente dos elementos naturais, cujo valor significativo não precisa ser necessariamente um símbolo, a não ser em raras exceções de crenças animistas e/ou quando o sujeito tem uma intenção, a constituição de um objeto como forma simbólica pressupõe que ela **“seja produzida, construída ou empregada por um para um sujeito ou sujeitos e/ou que ela seja percebida como produzida dessa forma pelo sujeito ou sujeitos que a recebe”** (THOMPSON, 2011, p. 184, negritos nossos).

Nesse sentido, quando Thompson descreve as formas simbólicas como “intencionais” ele não diz que elas devem ser analisadas exaustivamente como algo relacionando o significado ao sujeito emissor/produzido. É importante observar genericamente dois pressupostos: o primeiro, que os objetos quando construídos, produzidos ou empregados como formas simbólicas contém a intencionalidade do agir do sujeito, ou que sejam produzidas por um tal sujeito. Assim, Thompson relata:

Dizer que um objeto foi produzido por, ou que foi percebido como produzido por, um sujeito capaz de agir intencionalmente *não* é dizer, entretanto, que o sujeito produziu esse objeto intencionalmente, ou que esse objeto é o que o sujeito pretendia produzir; ao invés disso, **é dizer, simplesmente, que esse objeto foi produzido por, ou que foi percebido como produzido por, um sujeito sobre quem nós poderíamos dizer, em certas ocasiões, que “fez isso intencionalmente”**. (THOMPSON, 2011, p.184) (negritos nossos)

A segunda observação que se pode fazer, e diria tão ou mais importante, é em relação ao “significado” de uma forma simbólica, uma vez que aquilo que se “tencionou” ou “quis dizer” ao produzir a forma simbólica não necessariamente é o mesmo que se observa ou o que é dito pelo sujeito receptor. Nesse sentido, é comum observar essa divergência na interação social diária, como se evidencia, por exemplo, nesse tipo de resposta: “Isso pode ser o que você quis dizer, mas não é certamente aquilo que você disse”. Mas a divergência pode ser ainda mais comum no caso de formas simbólicas que não estejam ligadas a uma situação dialógica (THOMPSON, 2011 p. 185).

Dessas ideias, pode-se inferir que o sentido das formas simbólicas tende a ser bem mais complexo e/ou ramificado do que se intencionou o sujeito-produtor. Além disso, às vezes, o que o sujeito-produtor tem intenção de dizer pode ser confuso, obscuro ou pode ter várias intenções, intenções conflitivas, intenções “inconscientes” ou não tão claras (THOMPSON, 2011). Dessa forma, o autor deixa claro que:

O significado de uma forma simbólica, ou dos elementos constituintes de uma forma simbólica, é um fenômeno complexo que depende de, e é determinado por, uma variedade de fatores. Aquilo que o sujeito-produtor tencionou ou quis dizer ao produzir a forma simbólica é, certamente, um (ou alguns) desses fatores e pode, em algumas circunstâncias, ser de crucial importância. Mas não é o único fator e seria um erro sugerir que as intenções do sujeito-produtor poderiam ou deveriam ser tomadas como a pedra de toque da interpretação. (THOMPSON, 2011, p. 185).

Vê-se que o autor situa a necessidade do entendimento dessa característica da forma simbólica como algo crucial para quem a analisa, e, portanto, ao se tratar de livro didático, pode-se pensar em verificar a subsunção dos pressupostos e tais extensões possíveis pelos analistas, na função de intérprete, para se estabelecer pareceres acerca desses livros. O analista, por exemplo, precisa perceber e identificar, na análise de um livro didático, a “intencionalidade”, se existe e de que maneira pode ser percebida pela comunidade escolar, e, principalmente, se a mesma pode contribuir com estímulo e motivação para aprendizagem.

O livro didático, nesse caso, que contém as formas simbólicas ou pode ser considerado uma forma simbólica, constitui-se no veículo transmissor desses símbolos produzidos e construídos por um sujeito que busca objetivos ao expressar "o que quer dizer" para um outro sujeito ou grupo de sujeitos, os leitores, por exemplo.

A intencionalidade é indicada pelas ações e sentimentos, expressos por meio de formas simbólicas. Por isso, não são excluídas as possibilidades de divergências e adaptações nas intenções, formas e sentidos percebidos pelos leitores.

2.2 O aspecto da convencionalidade

Sinteticamente, pode-se definir este aspecto pela compreensão de que as formas simbólicas, especialmente as da linguagem, são produzidas, veiculadas e interpretadas por intermédio da utilização de regras, normas ou convenções diversas. Temos regras gramaticais, éticas, sociais e relacionais, e ainda aquelas que regularizam as questões de codificação e decodificação.

Conforme Thompson (2011), esta característica quer dizer que:

a produção, construção ou emprego das formas simbólicas, bem como a interpretação das mesmas pelos sujeitos que as recebem, são processos que, caracteristicamente, envolvem a aplicação de regras, códigos ou convenções de vários tipos. (p.185)

Conforme explicita o autor, as formas simbólicas também contêm regras e convenções que relacionam códigos a sinais específicos ou a situações específicas – como o código Morse. A aplicação dessas regras e convenções não necessariamente será realizada formalmente. “Elas fazem parte do conhecimento tácito **que os indivíduos empregam no curso de suas vidas cotidianas, criando, constantemente, expressões significativas e dando sentido às expressões criadas por outros**”. Thompson (2011, p. 186, negrito nosso). Mesmo não sendo formalmente expresso, esse conhecimento necessita de sanção ou correção por aplicação de regras, códigos ou convenções sociais. Nesse aspecto, é importante realizar uma distinção entre essas tais regras, códigos e convenções aplicadas ao sujeito-construtor e o sujeito-receptor. Para o primeiro caso, diz-se ser regras de codificação, enquanto no segundo, são regras de decodificação. Thompson (2011, p.186) nos ensina que “esses dois conjuntos de regras não precisam coincidir nem mesmo coexistir.” Isso quer dizer que as regras não são necessariamente as mesmas para as duas situações. Por exemplo, um texto de divulgação em Ciências, cuja intenção é informar a comunidade científica sobre determinado fenômeno, pode ser interpretado de diferentes maneiras pelos seus leitores, sendo este fenômeno um aviso, uma descoberta, uma ameaça ou uma farsa.

Além disso, as regras de codificação e decodificação não necessariamente coexistem em determinadas situações, ou ainda “uma forma simbólica pode ser decodificada de acordo com certas regras e convenções mesmo que não tenha sido, de fato, codificada. A interpretação animista de padrões ou eventos naturais é um exemplo de decodificação de formas não codificadas” (THOMPSON, 2011 p. 187); mas essa prática é também comum na interpretação cotidiana dos eventos e ações humanas.

Thompson ainda enfatiza a distinção clara esses dois conjuntos de regras. Nesse sentido, é fundamental “preparar o caminho para uma investigação mais detalhada sobre as relações entre as regras, códigos e convenções envolvidas na produção de formas simbólicas e aquelas envolvidas na interpretação dessas formas pelos sujeitos que as recebem” (Idem, p. 187).

Pela descrição e explicações dessa característica por Thompson, fica claramente demonstrado que as formas simbólicas são expressões eminentemente humanas, no sentido da intrínseca sociabilidade que se manifestam nelas mesmas, por intermédio de meios técnicos e obedecendo a convenções, particularmente para estabelecer a comunicação.

Percebe-se que os códigos, regras e convenções são pertencimentos que, se pode dizer,

são essenciais em todo movimento de análise de uma obra (livro didático, por exemplo). Isso tudo vem compor o objeto de verificação, o qual Thompson chama de “análise formal ou discursiva”.

De acordo com Oliveira, Andrade e Silva, (2013, p. 124), “a própria linguagem matemática está pautada em convenções bem marcadas que requerem a habilidade do intérprete. A convenção, portanto, é inerente à manifestação de toda forma simbólica e, assim, inerente à própria forma”. Isto sem falar nos livros didáticos em línguas estrangeiras, os quais exigem o conhecimento matemático e da língua materna para se obter uma análise realmente satisfatória. Todas essas ideias, relativas ao aspecto da convencionalidade nos livros didáticos como formas simbólicas, também reforçam, a nosso ver, a necessidade dos docentes bem formados, com uma cultura profissional atualizada e suficiente para bem interpretar/reinterpretar.

2.3 A Estrutura das Formas Simbólicas

O aspecto **estrutural** constitui a terceira característica das formas simbólicas concebida por Thompson, o qual especifica que essas formas sejam construídas com base em uma estrutura articulada. Isso quer dizer que consistem, tipicamente, de elementos que se colocam em determinadas relações uns com os outros. Nesse contexto, tais elementos e suas interrelações podem ser analisados tal qual a “justaposição de palavras e de imagens em uma figura ou na estrutura narrativa de um mito” (THOMPSON, 2011, p. 187). Assim, o autor distingue a estrutura da forma simbólica e o sistema que está corporificado em uma forma simbólica particular, de outro. Desse modo, o autor define que:

Analisar a estrutura de uma forma simbólica é analisar os elementos específicos e suas interrelações que podem ser discernidos na forma simbólica em questão; analisar o sistema corporificado em uma forma simbólica é, por contraste, abstrair a forma em questão e reconstruir uma constelação geral de elementos e suas inter-relações, uma constelação que se exemplifica em casos particulares. (THOMPSON, 2011, p. 187)

Como se pode observar, a forma simbólica é caracterizada por ser um padrão de elementos, sejam eles casos concretos de expressão, manifestações verbais, **textos** ou **expressões**. Já o sistema simbólico é um conjunto de elementos simbólicos que se concretizam como formas simbólicas particulares. Em outras palavras, o sistema simbólico existe independentemente de determinadas formas. Um exemplo interessante é o estudo do linguista suíço Ferdinand de Saussure, citado por Thompson, que distinguindo entre a língua (*la langue*) e a fala (*la parole*), buscou isolar a “linguagem como um sistema simbólico, como um “sistema

de signos”, de forma a estudar seus elementos básicos e seus princípios de funcionamento” (Idem, p. 188). Com base nisso, Thompson afirma:

[...] a análise de um texto particular pode ser facilitada pela compreensão da constelação de pronomes característicos de um sistema linguístico, como o inglês ou o francês; e, reciprocamente, podemos reconstruir a constelação de pronomes característicos de tais sistemas observando as maneiras pelas quais os pronomes são usados em textos especiais e em outros casos de uso da linguagem. (THOMPSON, 2011, p. 188)

O texto de Thompson é claro quanto à análise dos **traços estruturais das formas simbólicas** e a **relação entre estes traços e as características dos sistemas simbólicos**. Essas características são importantes, uma vez que o significado transmitido por tais formas está construído normalmente com elementos sistêmicos e assim é possível aprofundar a compreensão sobre o significado do que foi transmitido pela forma simbólica.

Consideremos um exemplo de Barthes, (1973):

A capa de *Paris-Match* é ilustrada com a fotografia de um jovem soldado negro com uniforme francês; o soldado está fazendo continência, os olhos levemente erguidos, como se fixados na bandeira tricolor no alto do mastro. Esta rica justaposição de imagens forma uma estrutura através da qual o significado da mensagem é transmitido. Se mudarmos um dos aspectos da fotografia – mudando o soldado negro por um soldado branco ou vestindo-o com um traje de guerrilha ao invés do uniforme francês, ou pondo a fotografia na capa do “Libération” ao invés do Paris-Match – o significado transmitido pela mensagem mudaria. Através da análise dos traços estruturais da fotografia, podemos elucidar um significado que é construído com estes traços e transmitido, muitas vezes, implicitamente, aos leitores ou observadores. (BARTHES, 1973, p. 116).

O exemplo de Barthes é importante para entendermos as limitações dos sistemas simbólicos. A relação entre eles também é limitada. Uma vez que as formas simbólicas não são apenas encadeamento de elementos relacionados, e sim representações e retratações que dizem sobre alguma coisa.

Depreende-se, portanto, que há uma estrutura articulada nas formas simbólicas, instituída por diversos vieses socioculturais, e seus elementos se inter-relacionam e se integram num sistema simbólico que compõem as diversas linguagens de comunicação. Com isto, torna-se possível tanto desvelar a estrutura de uma forma simbólica quanto analisar esse sistema simbólico por meio de sua corporificação em uma forma simbólica particular.

2.4 A Referencialidade Sistêmica

A quarta característica das formas simbólicas apresentada é o aspecto **referencial**. Essa característica trata de um contexto de especificidade referencial, isto é, a referência específica de um objeto ou situação sob determinado aspecto e em uma dada ocasião. Percebe-se, assim,

que podem haver figuras e expressões, as quais só adquirem essa especificidade em determinadas ocasiões.

Thompson deixa claro ao citar Saussure (1971), que distingue o referente do significado de um signo, porque o último é apenas o conceito correlacionado com o som imagem ou significante e ambos, significado e significante são partes integrais do signo. Já o referente, em contrapartida, **é um objeto, indivíduo ou situação extralinguística**. Nesse sentido, Thompson mostra que para entender o aspecto referencial de uma forma simbólica, é necessária uma interpretação criativa que vai além da análise dos traços e elementos internos e que busca explicar o que está sendo representado ou o que está sendo dito. E acrescenta que é motivo limitante da análise estrutural dos elementos sistêmicos, a negligência do aspecto referencial das formas simbólicas quando se foca na sua constituição interna e se abstrai do contexto sócio histórico que o mesmo encontra-se inserido, pois dessa maneira a análise se descuida do aspecto “contextual” das formas simbólicas; e, de algumas das características que são cruciais para a análise cultural delas.

Em outras palavras, Thompson avalia o referencial como um termo abrangente, por meio do qual uma forma simbólica pode, em um determinado contexto, substituir ou representar um objeto, indivíduo ou situação, bem como num sentido mais específico através do qual uma expressão linguística pode, em uma determinada ocasião de uso, referir-se a um objeto particular.

Para compreendermos melhor, Thompson (2011, p. 192) cita alguns exemplos: “uma figura em uma pintura renascentista pode significar ou representar o diabo, a maldade humana ou a morte; uma figura de uma charge em um jornal diário moderno, com os traços faciais levemente exagerados, pode se referir a um indivíduo particular ou a um agente político coletivo como um estado-nação”. Outro exemplo, mais linguístico, quando utilizamos o pronome “eu” na oração “eu me comprometo com a melhoria da qualidade de vida da população”. Esse “eu” refere-se ao sujeito que pronunciou a frase num determinado momento e lugar, mas diz algo sobre si, que é seu compromisso com a população.

Como estes exemplos sugerem, os elementos adquirem sua especificidade referencial em um determinado momento, uso, indivíduo, objeto ou situação particular. Quando observamos os pronomes, já conseguimos identificar esse referencial específico. Mas, mesmo os nomes próprios podem fazer referência ao **conjunto acumulado de convenções e práticas** que ligam esse nome a um indivíduo particular (ou a um conjunto relativamente pequeno de indivíduos). No entanto, mesmo esses nomes próprios podem possuir ambiguidade ou opacidade referencial, ou seja, um mesmo nome pode ter mais de um referente, ou ainda ser

usado em uma determinada situação para referir-se de maneira contrária ao que foi determinado pelas **convenções e práticas relevantes** (um deslize de linguagem, uma alusão irônica), em cujos casos a especificidade referencial somente poderá ser determinada - e a opacidade removida – **se observarmos as circunstâncias particulares nas quais a expressão foi usada.**

Sob esse contexto, (THOMPSON, 2011) ensina que as formas simbólicas, além de representar um indivíduo, um objeto ou uma situação, podem ainda dizer algo sobre o sujeito que a emite, isto é, **afirmam ou declaram, projetam ou retratam os tais.** No exemplo da oração: “Eu tenho compromisso com a melhoria da qualidade de vida da população” (p. 190), o sujeito está se referindo especificamente a si mesmo e diz algo sobre si, que é seu compromisso com a população. Essa declaração sobre algo pode **ser "verdade"** (ou "**não verdade**"), e essa característica é um predicado que nós, enquanto leitores, atribuímos às afirmações.

Ao se examinar essa explanação do aspecto referencial das formas simbólicas, acima, verifica-se o quanto da sua importância para se ter uma interpretação significativa. Em resumo, pode-se dizer que se há referência a algo, então diz algo sobre alguma coisa, representa alguma coisa. Estamos tratando da “especificidade referencial”, que nos faz ver que uma forma simbólica se refere a um específico objeto ou situação quando empregada em uma dada ocasião, ou seja, existem expressividades e figurações que só adquirem essa especificidade em determinadas circunstâncias e ocasiões.

2.5 A Contextualização

A quinta característica das formas simbólicas para a qual Thompson dispensa muita atenção é o aspecto **contextual**, que “significa que as formas simbólicas estão sempre inseridas em processos e contextos sócio-históricos específicos, dentro dos quais e por meio dos quais elas são produzidas, transmitidas e recebidas” (THOMPSON, 2011, p 192).

O autor assim expõe essa característica:

Mesmo uma simples frase, dita por uma pessoa a outra no curso de sua interação diária, está inserida em um contexto social estruturado e pode carregar os traços em termos de sotaque, entonação, modo de expressar-se, escolha de palavras, estilo de expressão, etc. - das relações sociais características deste contexto (THOMPSON, 2011, p 192).

Com base nisso, o autor demonstra que as formas simbólicas mais complexas como discursos, **textos**, notícias, programas de TV e obras de arte, no geral, pressupõem uma gama de instituições específicas que dentre e por meio das quais são produzidas transmitidas e

recebidas. O impacto dessas formas no mundo social depende do contexto e instituições que as geram, mediam e mantêm.

Se assim se dá, a forma como o receptor interpretará, sua percepção e o impacto sobre o indivíduo atribuído a ele estão condicionados ao seu **contexto de expressão, ocasião, ambiente e meio de transmissão**. Thompson (2011, p. 192) exemplifica isso quando compara as palavras “expressas por uma criança para um grupo de pais admirados - as mesmas palavras adquirirão um sentido e um valor diferentes para aqueles que as recebem”. Nesse exemplo, **o ambiente e a ocasião do discurso**, as **relações** entre o **orador e a audiência**, o **modo de transmissão** do discurso e as **maneiras** pelas quais **ele é recebido** pela audiência não são aspectos da própria forma simbólica que é o discurso e sim a forma como esse discurso é recebido pela audiência, que está carregado de subjetividades relacionadas aos processos, instituições e contextos sociais dentro dos quais o discurso é pronunciado, transmitido e recebido, e pela análise das **relações de poder, formas de autoridade, tipos de recurso** e outras características desses contextos.

Enfatiza-se, então, que é necessário considerar, na análise de livros didáticos, em particular, o entendimento do aspecto contextual, o qual “indica que as formas simbólicas estão sempre inseridas em processos e contextos sócio-históricos específicos, dentro dos quais e por meio dos quais elas são produzidas, transmitidas e recebidas, gerando consequências e implicações nas **relações sociais específicas em análise**, nos **meios pelos quais as formas simbólicas foram expressas** e nos **traços que elas expressam**. Todos esses traços são fundamentos e motivações para se estabelecer juízos de valores nas interpretações.

Outra consequência de se estudar uma forma simbólica em um nível “sócio-histórico” é a possibilidade de apropriação que as pessoas possuem a partir da **compreensão** e da **interpretação** das formas simbólicas e dos **sentidos agenciados**, o que inclui a ação a partir da interação que ocorre na vida cotidiana.

Concordamos com Rancière (2010, p.16) “que nunca haverá uma obra definitiva e todo o trabalho publicado passa a ser objeto de uma construção pelo responsável pelo texto inicial, mas depois também por todos os leitores que irão inscrever nesse texto interpretações, novas ideias, novas perspectivas”, Rancière, nesse discurso, nos ensina que qualquer obra de conhecimento estará sempre gerando complementos formais ou informais. A HP é, então, também um reforço de utilidade nesses trabalhos complementares em livros didáticos.

Busca-se, com isto, considerar contexto o sócio histórico, ou pelo menos parte dele, como um elemento vivo, um campo-sujeito, que contribui decisivamente para a interpretação e produção das formas simbólicas e que age, ou reage, de acordo com essas interpretações obtidas

por meio dos sentidos em circulação. Na análise sócio-histórica, podem ser empregadas técnicas que favoreçam ao contato e às relações comunicativas, sejam pessoais ou funcionais, bem como o estudo das interpretações que se faz das formas simbólicas, mas sempre visando ao conhecimento aprofundado do entorno ambiental e social.

2.6 Fechamento deste segundo capítulo

A Hermenêutica de Profundidade, idealizada por John B. Thompson na obra: *Ideologia e Cultura Moderna*, como uma teoria social crítica, se estabeleceu pelo interesse em estudar, principalmente, a ideologia enrustida nos modernos meios de comunicações de massa e tornou-se um referencial de análise, utilizado no exame da produção, divulgação e recepção de mensagens no formato do que ele denominou de formas simbólicas.

Para caracterizar as formas simbólicas, Thompson apresenta cinco aspectos (intencional, convencional, estrutural, referencial e contextual) considerados fundamentais para o entendimento geral do papel do sujeito, ao produzir, constituir e empregar as formas simbólicas.

Concordamos com Oliveira (2008, p. 9) ao afirmar que o “livro didático, em especial o livro didático de matemática, pode ser considerado como forma simbólica, fruto da produção **intencional** humana, produzida de acordo com uma **estrutura** específica, convenientemente **convencionada**, **referindo-se** ao objeto educacional e matemático de forma **contextualizada**”. Por outro lado, concordamos também com Magalhães (2010) que afirma ser a educação, “mais do que uma área ou domínio técnico-científico, (...) é um complexo plurifacetado e categorial transformativo, escalar, interdisciplinar, com uma geografia variável e, direta ou indiretamente afetado por **ideologias**” (MAGALHÃES, 2010 p. 19). Dessa forma, faz sentido a afirmação de Oliveira (2008, p. 37), de “que o livro didático de matemática pode contribuir para estabelecer ou sustentar relações assimétricas de poder, colaborando para a manutenção do domínio de grupos hegemônicos, ou seja, o livro didático de matemática pode ser considerado como uma forma simbólica ideológica”.

Com essas ideias, preceitos e metodologia como pano de fundo, pretendemos realizar a análise sócio-histórica e discursiva de um livro histórico da Educação Matemática, (*Elementos de Geometria de Clairaut*), relacionando-o e contextualizando-o ao percurso histórico, social e de ensino desta obra na Europa a partir do século XVIII, quando ocorreu sua publicação original. Buscaremos sustentação informativa para a análise, principalmente, em nossas referências já indicadas anteriormente, mas também em documentos oficiais expedidos por órgãos governamentais e até mesmo em experiências docentes a serem colhidas na aplicação do nosso

Produto Educacional.

Isso posto, passaremos, a seguir, às fases da HP e suas explicações conforme prevê Thompson (2011). Discorreremos sobre tais movimentos analíticos da forma simbólica estudada nesta dissertação – o livro Elementos de Geometria de Alexis Claude Clairaut..

3. MOVIMENTOS ANALÍTICOS: EXERCITANDO AS TRÊS FASES DA HERMENÊUTICA DE PROFUNDIDADE

Nessa análise dos Elementos de Geometria, o referencial da HP visa ao exame de formas simbólicas contextualizadas social e historicamente, considerando suas diferentes estruturas internas em três dimensões. Na primeira, chamada de análise sócio-histórica, procura-se reconstruir as condições sociais e históricas de produção, circulação e recepção das formas simbólicas, considerando as relações de dominação que caracterizam o contexto. A segunda dimensão da HP, a análise formal ou discursiva, é o momento da análise em que o foco central do exercício analítico é o “objeto de estudo” em si: esse é o momento de olhar para as estruturas da forma simbólica e como a forma simbólica se constitui enquanto uma estrutura articulada. E a terceira etapa, denominada “interpretação” ou “reinterpretação”, deve ser feita a partir dos resultados das anteriores, tendo seu foco na “explicitação [...] do que é dito ou representado pela forma simbólica” (THOMPSON, 2011, p. 34). Busca-se nesta última fase entender o que foi dito através das formas simbólicas e como as relações de poder foram sustentadas por elas.

Neste primeiro momento, portanto, buscaremos recompor: 1) as **situações espaço-temporais**, as quais compõem o ambiente em que o livro foi produzido e como foi acolhido pela sociedade e principalmente pela comunidade acadêmica na época; 2) **os campos de interação**, de onde serão examinadas relações decorrentes de posições e trajetórias que determinam, por exemplo, dominação ideológica; 3) as **instituições sociais** que nos levam à compreensão do conjunto de regras, recursos e relações que as constituem, bem como do seu desenvolvimento através do tempo; 4) **das estruturas sociais** que nos fornecem os meios e categorias para examinarmos as distintas convivências no ambiente social; e 5) **os aspectos técnicos de utilização das formas simbólicas** (no caso a obra de Clairaut) e como eles são inseridos na sociedade.

Posteriormente abordaremos a obra em termos de sua estrutura, como preconiza a segunda fase da HP.

3.1. Uma análise sócio-histórica dos Elementos de Geometria, de Clairaut

Primeiramente, Alexis Claude Clairaut (1713-1765) nasceu no dia 7 de maio de 1713 na cidade de Paris, França. Era filho de um professor de matemática, João Baptist Clairaut, e foi considerado um matemático precoce, pois aprendeu a ler aos quatro anos, diretamente nos Elementos, de Euclides. Desde então, continuou lendo e estudando, principalmente cálculo. Não tendo ainda os 13 anos completos, ele apresentou à *Académie des Sciences*, em 1726, uma

espécie de memória ou tese sobre as curvas, para a qual, após um exame oral muito severo, recebe, em nome da *Académie*, um certificado atestando que seu trabalho foi uma obra inteiramente pessoal. Em 1729, publicou seu primeiro livro sobre curvas à dupla curvatura, o qual fez tanto sucesso que a *Académie* solicitou ao rei uma isenção de idade – com a idade que tinha não podia ser admitido – somente a partir de dezoito anos seria possível. Em 1731, já com dezoito anos, tornou-se membro da *Académie des Sciences* e redigiu um tratado de matemática que foi considerado o ponto inicial do estudo da geometria analítica no espaço. Em 1736, ele foi enviado à *Laponie* para, junto com Maupertuis, determinar o comprimento de um grau do meridiano. Pouco depois de seu retorno (1743), ele concebeu sua teoria da figura da terra onde tratou do equilíbrio dos fluidos. Por sua Teoria da Lua, deduzida do princípio único da atração, foi laureado em São Petersburgo em 1752. Além de contribuir para determinar o comprimento do meridiano, ensinou como calcular o raio da terra. Estudou os movimentos lunares, as equações diferenciais e cálculo diferencial. Dois de seus livros foram muito usados na França no Ensino da Matemática, o próprio *Elements de Géometrie* e *Elements d’algèbre*. Foi eleito membro das academias: Royal Society of London, Academia de Berlin, Academia de St. Petersburgo e Academia de Bologna. E no dia 17 de maio de 1765, morreu na cidade de Paris aos 52 anos. Um trabalho que muito o projetou foi sua previsão do retorno de um cometa em 1782, já denominado por Halley em 1759. Clairaut fixou, meio mês depois, a época da passagem do astro para o periélio².

No momento da publicação original de *Elements de Géometrie* em francês, no ano de 1741, a França era governada por uma monarquia absolutista, da qual o mais famoso representante era o Rei Luis XV da dinastia Capetiana. Seu reinado teve início em 1715 e terminou em 1774. Vale ressaltar que nesse período, a França esteve em guerra, como a da Sucessão da Polônia (1733-1735), a da Áustria (1740-1748) e a dos Sete Anos (1756-1763).

No campo do desenvolvimento científico e de matemática, vivenciando-se o início do iluminismo do século das luzes, diz Anjos e Gomez, (2014, p. 10), “a construção científica se baseava no método geométrico de Euclides (325 – 265 a.C.) e na lógica da metafísica de Aristóteles”, porém já se vislumbravam outros modelos metodológicos, além do método euclidiano geométrico, pois já se registrava o “Ensaio sobre o Entendimento Humano” de Locke (1632-1704); o formalismo de Leibniz (1646- 1716) com a intenção de superar a lógica Aristotélica por um modelo seguro de raciocínio; e a descoberta do Cálculo Infinitesimal por Leibniz e Newton (1643- 1727), buscando compreender os elementos menores da própria

²Ponto da órbita em que um planeta se acha mais próximo do Sol, por oposição a afélio

natureza e obter uma ferramenta para pesquisar e escrever as leis da natureza e os princípios matemáticos, utilizando esse grande desconhecido ainda cálculo infinitesimal (ANJOS e GOMEZ, 2014).

De acordo com Gomes, (2019), o Iluminismo, movimento que influenciou diretamente a revolução francesa, foi assim denominado porque seus seguidores tinham em mente que os seus ideais “iluminavam” a sociedade que até então havia vivido no “período de trevas”, a Idade Média, na qual a Igreja Católica ditava as regras e detinha o controle da cultura e da sociedade. Daí, temos nesse tempo um grande salto na valorização da ciência e da matemática. Destacam-se como importantes filósofos desse movimento: Montesquieu, Rosseau, Voltaire, D’Alembert e Condorcet, os quais em geral defendiam o uso da razão nos campos da experiência humana e, de alguma forma, contribuíram para o desenvolvimento da educação matemática.

Desse movimento, merecem destaque também, compondo o iluminismo alemão, os avanços nas universidades de Halle, Göttingen e na Escola Superior de Desseau. De Halle, foi publicado um dicionário de matemática, em 1716, que, segundo Anjos e Gomez, (2014, p. 12) “influenciou muito o ensino de matemática nas universidades da Alemanha”. Christian Wolff (1679-1754) defendia o método racional dedutivo e o princípio da liberdade de pesquisa e ensino, o que não agradava “aos partidários do ensino autoritário nas universidades alemãs até então dominante” (Idem). Da Universidade de Göttingen, várias publicações introdutórias da matemática vieram aumentar os acervos da sua grande biblioteca, como elementos notáveis de Matemática (1753-1766) e a história da Matemática (1796-1800). Na Escola Superior de Desseau, os conceitos matemáticos foram ensinados intuitivamente, utilizando-se ideias pedagógicas de Rousseau de forma que os discentes compreendessem o seu conteúdo e não só o memorizassem. Posteriormente, Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827) aperfeiçoou esse método e por isso é considerado o fundador da moderna pedagogia da matemática.

Segundo Brito e Miorim, (1999), Jean Jaques Rousseau (1712-1778) provocou uma verdadeira revolução na pedagogia ao exigir do processo educativo uma preocupação com o estudo da criança e a valorizar a educação como um processo que partia dos objetos sensíveis aos objetos intelectuais contribuindo para uma mudança pedagógica no que diz respeito às finalidades e aos métodos educativos, forneceu os germes da moderna educação, ao propor um ensino não repressivo voltado ao desenvolvimento da criança, com base na curiosidade e interesse, que caminhasse **do concreto ao abstrato, da intuição ao conceito**, que substituísse a tradição pela experimentação. Influenciando nomes importantes como Johann Pestalozzi (1746-1827), entre os fins dos séculos XVIII e começo do XIX que passou a dar grande importância à psicologia na formação de professores.

Foi nesta época que se expandiu o termo genérico de “matemática”, informam Anjos e Gomez, (2014), e enciclopedistas dividiram-na em dois ramos principais e autônomos: o primeiro, da Matemática Pura, que compreende a aritmética e geometria. A aritmética foi dividida em numérica (teoria dos números) e aritmética álgebra (álgebra elementar, álgebra infinitesimal e cálculo diferencial e integral). Já a geometria foi dividida em geometria elementar, geometria transcendente (que incluía a teoria de corpos), táticas militares e arquitetura militar. O segundo, denominado Física-matemática ou matemática mista, abrangendo disciplinas como mecânica, estática, hidrostática, dinâmica, ótica, pneumática ou geometria astronômica.

Especificamente no Brasil, segundo Cury e Alves, (2015), foi apenas no período final do século XIX e início do XX que o texto de Clairaut foi publicado. Assim, acreditamos que importa levantarmos também, nas relações espaço-temporais da sociedade brasileira, nesse período, algum impacto histórico, relativo ao uso desta obra, particularmente para a educação matemática.

Lembramos que até 1759, o ensino, na então Colônia de Portugal na América, era dominado pela Ordem Jesuíta da Companhia de Jesus. Conforme Morales et all (2003), e devido ao caráter clássico-humanista com ênfase em línguas e humanidades, o ensino da Matemática era estritamente prático e se resumia quase que com exclusividade, às operações elementares e à escrita dos números. Os discentes compunham somente uma pequena parcela social mais abastada. O pouco da Matemática existente estava inserido na Física pré-Galileu. Havia apenas 17 escolas superiores jesuítas em todo o território colonial, mas a conclusão dos cursos era em Portugal, basicamente na Universidade de Coimbra (UC), que influenciou muito a Academia Real Militar no Brasil, de onde se originou a produção Matemática brasileira.

Voltando o exame para o contexto europeu, verificamos, durante nossos estudos, questões interessantes ligadas ao processo de escolarização da França principalmente no século XVIII, quando este livro de Clairaut e outros manuais foram produzidos e recebidos pela disciplina matemática na sociedade educacional em geral. Assim tivemos uma noção do conhecimento didático, da época, para a matemática, e dos modos de apropriação das ideias contidas na obra estudada, enquanto forma simbólica.

Manacorda (2002) aponta que os planos iniciais para instrução nas escolas são da década de 1760, portanto um pouco mais de dez anos após a primeira edição dos “Elementos de Geometria” de Clairaut. E tinham como objetivo primordial a formação da inteligência por meio do ensino da história e **das ciências naturais**. Entretanto, a História é testemunha que, para se chegar ao processo de formação educacional universal, a trajetória foi longa e penosa.

Daí o ponto de vista de Cambi (1999), pelo qual afirma ser a classe social urbana, contraponto do feudalismo fechado e agrícola, que, por meio das corporações de trabalhadores e artesãos, exerceu um papel **educativo de massa** “emancipando o trabalhador de uma ética apenas religiosa e eclesiástica, marcando a mentalidade em sentido laico, técnico e racionalista” (p. 175). Essa nova classe social, intercambiando e estabelecendo novos empreendimentos econômicos, fez surgir novos valores e ideais, tais como a liberdade, a individualidade e a produtividade, desenvolvidos na Época Moderna.

Simultaneamente ao surgimento da economia mercantil, os processos de escolarização foram se modificando, seguindo novas sistemáticas. A docência, que era ofício exclusivo de bispos e clérigos, foi exercida também por leigos e comuns que adquiriam licenças para ensinar, tutelados pela Igreja. O *studium generale* (estudos gerais), oferecido pelas escolas catedrais (como eram chamadas as universidades) durava de cinco a sete anos.

Aranha, (1996) faz um destaque especial para a Reforma Protestante. Nesse contexto, no qual, para os reformadores, a educação seria um meio para divulgar os princípios religiosos, proporcionando a todos a leitura e interpretação da Bíblia. Assim, a defesa, feita, por exemplo, por Lutero, Melancthon e Calvino, da implementação da escola primária para todos foi um passo significativo para educação universal. Contrapondo-se a essa possível expansão do protestantismo, surgiram as ordens religiosas dedicadas ao ensino, incentivadas pela Igreja Católica. Foi assim que as ordens jesuítas se espalharam pelo mundo, primando pela conquista da alma dos jovens, mas sujeitando-os às influências do catolicismo, por intermédio meio da escolarização. Em 1749, a Ordem possuía 669 colégios espalhados pelo mundo.

O plano institucional dos jesuítas era composto por regras específicas nos diversos setores envolvidos. Havia as regras do provincial, depois do reitor, do prefeito de estudos, dos professores de um modo geral, de cada matéria de ensino, incluía também, às regras da prova escrita, da distribuição de prêmios, do bedel, dos alunos e por fim as regras das diversas academias. Eram 467 regras, cobrindo todas as atividades dos agentes envolvidos ao ensino. Entre elas, três eram específicas do Professor de Matemática (ARANHA, 1996).

Porém, essa centralização das atividades educacionais na religião não se compatibilizava com a evolução cultural iluminista da época. Forte crítica ao monopólio religioso, à separação entre a vida e a escola, além das acusações, conforme Aranha (1996, p. 94), “de enriquecimento anormal e de uso do poder político sobre os governos, para atendimento às próprias conveniências, fizeram reduzir drasticamente a atuação educacional jesuítica de mais de cem anos de existência”.

Pode-se dizer que essas críticas se inseriam nos grandes movimentos sociais da segunda

metade do século XVIII, precedentes a Revolução Francesa, com reivindicações de direitos, dentre eles, o direito à escola pública como responsabilidade do Estado. Manacorda (2002) mostra que, neste período histórico, é que se:

[...] faz da escola, sem mais rodeios, um *politikum*, um interesse geral que o próprio poder não somente controla, mas já organiza e renova como algo de sua própria competência. E à iniciativa do despotismo esclarecido se acrescenta logo a duas revoluções do novo e do velho mundo: nas palavras dos jacobinos, **a instrução torna-se ‘uma necessidade universal’** (MANACORDA, 2002, p. 358). (negrito nosso)

Este mesmo historiador, Manacorda, (2002, p. 248), nos ensina que a Revolução Industrial, além de transformar o modo de produção através das mudanças nos processos de trabalho, trouxe consigo modificações significativas nas ideias e na moral, “[...] abrindo espaço para o surgimento da moderna instituição escolar pública. Fábrica e escola nascem juntas [...]”. Ele afirma que:

[...] **a revolução industrial**, que não somente efetua o encontro entre artes liberais e mecânicas, entre **geometria intelectual e experimental**, mas subtrai o homem em crescimento, o adolescente, da angústia familiar e corporativa e joga-o no mais vasto mundo social. **O nascimento da escola pública é contextual ao da fábrica e comporta grandes mudanças na vida social dos indivíduos.** (MANACORDA, 2002, p. 249, negrito nosso).

Evidencia-se que a escola, estruturada para educar os jovens das classes privilegiadas, foi se transformando em uma instituição mais universalizada. A velha aprendizagem artesanal deu espaço ao ensino elementar e técnico-profissional e ao novo aprendizado do trabalho representado pelas escolas de fábrica.

Portanto, podemos inferir que a educação pública veio com os objetivos e valores defendidos na Revolução Francesa e se consolidou com a estabilização política seguinte a este período revolucionário. Mas não podemos deixar de ressaltar as influências também de outro fato histórico importante ocorrido em tempos próximos, a Revolução Industrial, pela qual, junto a outros marcos do século XVIII, os rumos da educação foram modificados.

Outra vertente interessante a analisar aqui diz respeito à institucionalização de novos métodos de ensino de geometria. Dentre esses, destaca-se o “método de invenção”. Conforme Roque (2012), ao contrário da exposição sintética de geometria euclidiana, que apresenta uma construção sem apresentar como foi obtida, a associação de grandezas geométricas a quantidades algébricas mostra a trajetória para se chegar ao resultado. Dessa forma, ainda que se tenha partido de teoremas geométricos, o resultado final seria obtido por meio de uma manipulação algébrica. Um exemplo desta “arte da invenção”, típica do contexto francês dessa época, foi o modo de se conseguir medir área por aproximação (soma de um número infinito

de retângulos que difere da área por uma quantidade menor que qualquer quantidade dada). Nos Tratados (livros considerados didáticos à época), quase sempre havia uma discussão explícita com os padrões gregos associados ao modelo de exposição dos Elementos de Euclides.

Roque (2012) nos diz também que um bom exemplo desse “confronto” é a análise da demonstração da proposição 4 no livro I dos *Elementos*, que enuncia um caso de congruência de triângulos, na qual temos de imaginar que os lados são iguais. Havia crítica ao “imaginar”, pois contrariava a ideia de evidência. As representações simbólicas associadas às grandezas geométricas satisfaziam a demanda de evidência e inteligibilidade, então a fundamentação geométrica deveria, antes, ser exposta. operando-se com grandezas em geral, para em seguida aplicá-las à geometria.

Outro aspecto interessante, na institucionalização do ensino no século XVIII, foi o advento da temática “função” como objeto principal da matemática. Esta consideração, atribuída a muitos renomados matemáticos, abriu espaço para a chegada da Análise Matemática³ que se fundamenta e se coloca como meio a serviço da matematização⁴ dos fenômenos naturais, institucionalizando-se o processo de matematização da natureza. Os colaboradores desse processo foram denominados de pós-newtonianos⁵.

Segundo Ponczek (2015),

[...] já nas primeiras décadas do século XVIII, a resistência à teoria newtoniana praticamente cessara, sendo esta aceita unanimemente como a descrição correta de todos os fenômenos mecânicos conhecidos. A Física newtoniana previa corretamente desde as trajetórias dos cometas às marés, e até a França, reduto do cartesianismo, teve que render-se à evidência dos fatos. Assim **os físicos-matemáticos** (já se podia empregar este termo) do século XVIII, a maioria deles franceses, passaram a aprimorar os conceitos e os formalismos da Mecânica clássica (PONCZEK, 2015, p. 115).

Podemos inferir dessa afirmação que já se prenunciava a instituição da matemática aplicada, tão estudada nos dias atuais.

Diante desse panorama exposto, e conforme Gomes (2008, p. 21), podemos dizer que a Educação Matemática na França do século XVIII já se associava a múltiplos aspectos: políticos, éticos, pedagógicos, filosóficos, metodológicos, sociais e culturais da humanidade.

³ A **Análise Matemática** é um campo da Matemática que se propôs a estudar, basicamente, conceitos oriundos das funções, do cálculo infinitesimal e séries infinitesimais.

⁴ Segundo Roux (2010, p. 3, tradução deste autor): “[...] a matematização refere-se à **aplicação de conceitos, procedimentos e métodos desenvolvidos em matemática** para os objetos de outras disciplinas ou, pelo menos, de outros campos de conhecimento”.

⁵ Neste trabalho o termo “pós-newtonianos” tem a ver com as crenças daqueles que interpuseram as ideias newtonianas sobre a Ciência direta ou indiretamente durante o século XVIII.

Nesse sentido, Gomes (2008, p. 26-27) faz referência à carta 128 do conjunto das Cartas Persas de Montesquieu, que expressa dois aspectos interessantes:

O primeiro deles é o **destaque conferido ao matemático**, frequentemente **denominado geômetra** à época, bem como à sua maneira de ver o mundo – é o grande estágio de desenvolvimento atingido pelas ciências e pela matemática, já no início dos Setecentos. [...] o segundo ponto [...] na ordem pedagógica setecentista, o estudo das letras prevalece sobre o das ciências, e **a matemática tem pouco espaço**. (GOMES, 2008, p. 26-27). (negritos nossos).

Essa autora faz referência, também, ao significativo número de publicações na segunda metade deste século em pauta, com reflexões pedagógicas que produziram uma diversidade expressiva de ideias, das quais se destacam duas que se configuram como fundamentais para o desenvolvimento institucional do ensino: “a necessidade de estatizar a educação escolar, particularmente marcante, em Diderot e Condorcet” e “a necessidade premente de reformar o conteúdo da educação escolar, com a abertura de um espaço importante para a matemática, está explícita nos escritos dos quatro autores abordados neste trabalho⁶” (GOMES, 2008, p. 30).

Segundo a autora citada, antes da Revolução Francesa, a educação primária era a escola do povo, enquanto a educação secundária atendia apenas a uma minoria composta pela nobreza e pela elite burguesa. Diderot e Condorcet se destacaram na defesa da educação para todos e da formação na qual a educação matemática possuiria especial importância.

O *Lycée*,⁷ por exemplo, no qual Lacroix⁸ atuou, entre 1786 e 1787, era uma instituição privada à qual membros da sociedade refinada de Paris recorriam para buscar cultura geral com professores renomados. Condorcet era responsável pela cadeira de Matemática.

Diderot, que era o principal editor da obra emblemática do iluminismo francês, a Enciclopédia, defendia que a educação é um fator primordial para a vida individual e social do indivíduo, direito de todos, de acordo com os méritos e as capacidades de cada um e foi quem enviou o projeto à imperatriz da Rússia, Catarina II, em 1775, para a constituição de uma universidade em que é visível o lugar privilegiado dado à educação matemática.

⁶ Os quatro autores citados são: Diderot, Condorcet, D’Alembert e Condillac.

⁷ *Lycée*: A origem da palavra Lycée refere-se à escola fundada por Aristóteles, instalada em Atenas no século VI, A.C.: “[...] Consta que o Liceu de Aristóteles, além do edifício que o constituía, era célebre por seu jardim, ao qual se acoplava uma alameda para caminhar; que os contemporâneos chamavam de peripatos: “passeio por onde se anda conversando, motivo pelo qual a escola aristotélica foi chamada peripatética, seja como referência à alameda, seja como referência ao fato de que Aristóteles e os estudantes passeavam por ali discutindo animadamente filosofia” (CHAUI, 2002, p. 336).

⁸ Matemático francês (1765 - 1843), autor de importantes textos, com grande influência no ensino da Matemática na França. Suas obras mais importantes: *Traité de Calcul différentiel et integral*, e os 10 volumes do seu *Cours de Mathématique*. Foi professor da *École Polytechnique* e da Sorbonne, e pertenceu ao *Collège de France*.

Conforme Gomes, (2008, p. 53), para Diderot “o objeto da matemática é a quantidade, um abstrato que os sentidos exteriores percebem; a partir dessa percepção, o entendimento produz o conhecimento pela reflexão”. Já para D’Alembert, deveria ser facultado a todas as pessoas o acesso ao conhecimento elementar da matemática e o principal instrumento para a instrução científica é o livro-texto. Vejamos como Maria Magalhães interpreta tal pensamento:

O ponto básico da proposta de educação matemática de D’Alembert reside na elaboração **de livros didáticos** que exponham esses conteúdos de acordo com as diretrizes que ele propõe. Essa tarefa não é simples: D’Alembert revela-se muito **insatisfeito em relação aos textos de matemática de sua época e critica fortemente seus autores por não os considerar à altura do empreendimento que realizam**. [...] para D’Alembert, **não é o professor quem entregará ao educando o conhecimento pronto: os textos devem fornecer muito material a ser pensado, pois só existe aprendizagem pelo esforço da própria mente**. (GOMES, 2008, p. 153) (negritos nissos)

O último dos quatro iluministas estudado por Gomes é Jean Antoine-Nicolas Caritat, o Marquês de Condorcet (1743 – 1794), o qual se destacou também pelo pioneirismo de um campo denominado por ele mesmo como “matemática social”. Foi o instituidor de um plano de instrução pública. Elaborou o manual de aritmética: “Meios de aprender a contar com segurança e facilidade” visando o Plano citado. Como filósofo, entendia que o conhecimento matemático está entre os que mais podem contribuir para a formação humana.

Podemos inferir e perceber, diante do exposto, que as instituições sociais de ensino, particularmente de matemática, da época (Século XVIII) estão retratadas em famosas publicações, como a Enciclopédia, Manuais e Tratados, os quais, além dos conteúdos disciplinares, continham considerações didáticas, metodológicas e até psicológicas, a respeito das atividades educacionais.

Em relação às questões ligadas à estrutura social dessa época, é importante destacar que a Europa Ocidental do início do século XVIII, ainda tinha resquícios da sociedade feudal, na qual se vivia em um regime social hierarquizado e socialmente estático, agrícola e marcado por práticas de servidão. A definição da posição social de um indivíduo se dava pelo nascimento, título ou posse de terras. A entidade Igreja Católica detinha o destacado papel de cultivar a vida espiritual dos cidadãos, o que lhe rendia o poder de influenciar na política e na moral da população. Deduz-se daí a razão porque a educação ficou muito tempo sob sua quase que exclusiva orientação. A organização das escolas nos mosteiros, paróquias e catedrais garantia-lhe uma unidade religiosa. Cabe ressaltar aqui que os conhecimentos do povo estavam relacionados ao senso comum, crenças e tradições e somente as **classes sociais mais altas eram alfabetizadas**.

Naturalmente, com o aumento da urbanização, foi-se emergindo uma nova classe social,

a burguesia, a qual passou a reunir características mais representativas da vivência europeia do “Século das Luzes”. Uma dessas características foi muito importante para os grandes movimentos sociais deste século na França, a contradição na lógica democrática de que a classe social com maior contingente populacional era a que detinha menos privilégios políticos. Vigorava o absolutismo, onde um único líder possuía todas as prerrogativas decisórias, seguido pela nobreza. Os estados⁹, como entidades políticas, custavam muito caro aos seus súditos, em especial aos plebeus, com altos impostos e poucas possibilidades de mobilidade social. A ascensão sociopolítica era privilégio de poucos.

Sieyès (1789) em sua obra *A Constituinte Burguesa (Qu'est-ce que le Tiers État?)* mostra que a estrutura social francesa, especialmente antes da Revolução de 1789, era caracterizada por uma estratificação social dividida em três bem nítidas classes: 1º estado (**clero**, comendo cerca de 2% da população); 2º estado (**nobreza**, também com aproximadamente 2% dos habitantes); e o 3º estado (alta, média e baixa **burguesia**, compostas por artesãos, aprendizes, proletários, pequenos comerciantes, servos e camponeses semilivres).

Sob um forte regime absolutista, os franceses viam os privilégios da Nobreza e do Clero serem inquestionáveis. Já os burgueses eram submetidos a cobranças de impostos para que esses privilégios fossem mantidos. Pode-se deixar mais claro e resumir essa situação institucional da sociedade francesa, explicitando o predomínio da Igreja Católica Romana e a precariedade de vida da maioria dos cidadãos.

A respeito do predomínio da Igreja Católica, percebe-se que reinava, na monarquia absoluta, o direito divino, onde o rei era sagrado e a religião católica romana era considerada a única verdadeira. Todo arcabouço referencial religioso era central, onipresente e vivido no cotidiano. A família francesa deveria pautar sua existência à imagem da Sagrada Família, portanto unida, submissa ao destino de Deus, preocupada em assegurar a sua saúde e a perpetuação da espécie.

O padre católico exercia um papel social essencial, era somente quem podia estar apto a confessar e perdoar pecados, bem como a fornecer os sacramentos da Igreja. O ambiente de seu magistério era a paróquia, onde congregavam as suas “ovelhas”, ele o pastor. A ordem hierárquica social era refletida na predominância religiosa e favorecia a associação do clero e da nobreza com o rei nos momentos das decisões políticas importantes, muitas vezes sem levar em conta a maioria da população constituída pelo terceiro estado, a qual constantemente se encontrava sem representação nos Parlamentos.

⁹ Os “estados” eram as classes sociais da época

O parlamento, responsável pelos assuntos judiciais, era uma das três instituições, entre as quais foi dividido o poder da Corte Real (*cúria Regis*, em latim). As outras duas instituições do poder real em Paris foram o Conselho do Rei (*Conseil du roi*) que lidava com assuntos políticos, e a Câmara de Auditores (*Chambre des comptes*) que cuidava dos assuntos econômicos. O parlamento tinha, dentro de sua competência territorial, autoridade em todo o reino. O poder era distribuído por meio das sessões parlamentares estabelecidas nas capitais administrativas das províncias. Muitas destas províncias detinham fortes tradições históricas de independência, algumas devido à sua incorporação tardia ao reino da França.

O cargo dos parlamentares era hereditário e constituía a “Nobreza de Toga” (*noblesse de robe*). Cabe ressaltar que, embora esses “togados” formassem uma força forte nessa variada gama de sistemas legais, fiscais e de costumes vigentes, o Parlamento de Paris, conhecido simplesmente como “*Parlement*”, detinha a competência mais ampla de todos, cobrindo a maior parte do território, especialmente o Norte e Centro do País. À medida que a monarquia absolutista ia se fortalecendo, conflitos de competência iam acontecendo, especialmente com os parlamentos que acreditavam que seu papel incluía a participação ativa no processo legislativo.

O Conselho do rei era a instituição que tratava da política com as companhias financeiras, determinava as condições do contrato e o modo de receita, ou seja, cuidava da arrecadação do governo. Toda receita era determinada e arrecadada diretamente pelos agentes da administração sob o seu controle. Por uma decisão secreta, fixava a cada ano o montante da arrecadação, como também sua repartição entre as províncias.

A ordem pública nas províncias era outro encargo do governo central, o qual se encarregava, com ajuda de seus agentes, de manter. A polícia montada espalhava-se em toda superfície do reino em pequenas brigadas, as quais, combatiam quando necessário e com auxílio do exército os perigos não previstos, prendiam os vagabundos e reprimiam mendicância.

O Conselho emitia frequentemente os regulamentos gerais aplicáveis a todo o reino, seja sobre matérias diferentes das vigentes nos tribunais, seja sobre matérias idênticas que regulamentavam de uma maneira diferente. Quase nenhum setor da economia, social ou da organização política deixou de ser atingido ou remanejado por tais regulamentos estabelecidos por decretos.

O encargo de fornecer, tanto quanto possível, meios de vida para os cidadãos, em especial dos indigentes que não tinham terra, bem como de cuidar da educação dos camponeses pobres, ainda não era obrigação legal, mas era pelo menos moral, levando o governo central a

canalizar esforços para atender a tais necessidades.

Todos os anos, o Conselho retirava dos impostos certos fundos para as províncias, as quais distribuía entre os fundos de socorro da paróquia. Os cultivadores necessitados tinham que se dirigir ao encarregado local. Anualmente sentenças eram promulgadas mandando estabelecer, em determinados lugares, oficinas de caridade onde os camponeses mais pobres podiam trabalhar mediante um pequeno salário. É evidente que este tipo de caridade era sempre insuficiente.

Com a finalidade de ensinar e até obrigar a melhorar de vida, o Conselho, de vez em quando, distribuía escritos sobre garantia agrícola e instituía sociedades de agricultura. Muitos decretos foram editados, obrigando os artesãos a empregar certos métodos e fabricar certos produtos, e, para fiscalizar a aplicação, encarregavam os inspetores gerais. Estes percorriam e vigiavam as províncias.

Em torno da metade do século XVIII, muitos camponeses já detinham autonomia econômica, como pequenos proprietários de terras e essa posição de pequenos produtores afetou fortemente a relação de camponeses e outras camadas da sociedade. Os pequenos agricultores estavam saindo da situação de total dependência para a de livres agentes no mercado.

Como se vê, a sociedade francesa como um todo, embora aparentemente estável institucionalmente, apresentava sinais de desarticulação, no sentido em que a ordem social tradicional não mais correspondia à estrutura social e ao sistema de valores prevalecentes. E isto, certamente, foi uma das determinantes básicas da grande Revolução sociopolítica, desencadeada em 1787. Presenciava-se uma crise de identidade social, gerando um estado geral de disfuncionalidade na sociedade francesa pré-revolucionária.

Parecia que, conforme Tocqueville, (1989, p. 211), havia um certo propósito para “manter indivíduos ou grupos igualmente distantes e dependentes do centro de poder - o qual consistia numa monarquia legitimizada e apoiada pela Igreja, e dirigida por uma burocracia excepcionalmente competente”.

A situação institucional na França no Século XVIII, antes da Revolução da Liberdade, Igualdade e Fraternidade, também pode ser resumida, citando-se suas características e desdobramentos mais significativos no campo científico-educacional com reflexos nos setores econômicos, sociais e políticos.

Nessa linha, no campo econômico, o protecionismo rigoroso, a defesa da indústria nacional e da atividade comercial contra a concorrência estrangeira contribuía decisivamente para o desenvolvimento da economia, aumentando, desta forma, a capacidade tributária do País, o que importava mais que tudo para o Rei e seus representantes. Os monopólios, muros

comerciais de cereais, o sistema de armazenamento e as barreiras tarifárias entre províncias blindavam em parte os interesses locais, e ajudavam a preservar Paris, a região mais importante do Estado francês, das consequências extremas das colheitas ruins e dos preços altos.

No domínio científico, a ideia de progresso se afirma e, depois de 1740, o conceito de progresso foi se generalizando e difundindo-se na história, na filosofia e na economia política. a força das ideias consideradas de progresso foi favorecida pelas invenções e seus desenvolvimentos. A imprensa, já como produto industrial, teve papel decisivo na imprescindível comunicação social. O sistema Copérnico, a obra de Galileu, o cartesianismo e o sistema de Newton são considerados episódios espetaculares da ciência. Mas, para a mobilização sócio cultural da sociedade, considera-se fundamental o crescimento da confiança na razão (ponto forte iluminista) e o aspecto de que o mundo físico, moral e social é governado por leis. Era evidente a estreita ligação da ideia de progresso ao desenvolvimento científico e à razão, bem como à forma de promover melhor qualidade de vida aos cidadãos e ao próprio indivíduo.

No campo da educação, pode-se inferir que o ensino, preponderantemente desenvolvido por entidades religiosas, não buscavam mobilidade das condições sociais, mas sim sua apropriação às necessidades das classes existentes.

Em relação à publicação e recepção da obra “Elementos de Geometria” pode-se deduzir que se inseriram no contexto de discussões que levaram o Estado francês a um elevado grau de desenvolvimento econômico e político no âmbito das nações europeias, mas que também geraram questões sociais profundas que foram identificadas e levadas a contestação com as ideias iluministas¹⁰, identificadas nas atitudes racionais dos homens que procuravam valorizar os próprios poderes lutando contra o teocentrismo e até contra o princípio da autoridade.

Nas matemáticas, filósofos iluministas, como o francês Lacroix (1765-1843), defenderam os conteúdos geométricos, como sendo o conteúdo que a partir do método da análise deve ser aprendido por todos. Tais defesas ganharam dimensão dentro do cenário de transformações da Revolução Francesa.

De acordo com Gomes (2008), a geometria foi colocada em lugar de destaque no currículo pelos iluministas franceses. Informando sobre Diderot, lembra que foi ele quem afirmou serem os conhecimentos resultantes da experiência dos sentidos, condenando a

¹⁰ O século XVIII é conhecido como o Século das Luzes, do Iluminismo e da Ilustração. O Iluminismo está ligado ao poder da razão humana de interpretar e reorganizar o mundo. Os pensadores iluministas, como Rousseau, Diderot, Montesquieu, Voltaire, D’Alambert, Kant, Locke, Adam Smith, afirmavam que somente através do uso da razão os homens atingiriam o progresso e alcançariam a felicidade.

abstração do conhecimento matemático e criticando “Os Elementos de Euclides”, considerando não existir na natureza superfície sem profundidade, linha sem largura, muito menos ponto sem dimensão. Explica:

Diderot não é um seguidor estrito de Euclides - por exemplo, ele não define o ponto como o que não tem partes, preferindo caracterizá-lo como a extremidade de uma linha, vista como resultado de se considerar nos corpos apenas uma dimensão, o comprimento. A superfície, por sua vez, resulta da abstração de uma das três dimensões do corpo ou sólido, e suas duas dimensões são comprimento e a largura. Assim, Diderot parte do tridimensional (que tem comprimento, largura e altura - sendo essa terceira dimensão mais comumente chamada de espessura) para chegar ao ponto, e escreve que este último deve ser considerado somente em relação à sua posição, sem que se dê atenção a nenhuma dimensão. (GOMES, 2008, p. 92)

Gomes (2008, p. 69) mostra também que para esse filósofo, a matemática adequada para modelar o espírito na direção do saber, do bem e da verdade, tem potencialidade formativa evidenciada na geometria, que possibilita a quem detém seu conhecimento —maior competência para avaliar o que lhe dizem seus próprios sentidos, tornando inteligível a nossa sensação:

[...] uma pessoa instruída em Geometria que enxergasse desde o nascimento e não possuísse o sentido do tato, se passasse a tê-lo, saberia discernir um cubo de uma esfera, mesmo com os olhos vendados. Porém, caso ignorasse a Geometria, essa pessoa teria a mesma dificuldade que um cego de nascença a quem tivesse sido restituída a visão se lhe fosse proposto o mesmo problema. (GOMES, 2008, p. 71).

Dessa forma sabe-se que a atenção desse enciclopedista, além da ênfase no uso prático de geometria, volta-se também para o “papel formativo do conhecimento geométrico na educação moral e intelectual do homem necessário a uma sociedade em transformação” (GOMES, 2008, p. 65).

Pode-se então concluir que o tempo e o ambiente do ciclo de produção e comunicação da obra de Clairaut, em estudo, foram testemunhos simultâneos de produção institucional das formas de ensinar, visando sempre um melhor rendimento dos aprendizes.

Na análise dos meios técnicos de construção do livro e de sua utilização pedagógica podemos destacar contextos em que o livro, como meio de ensino e de comunicação de ideias, está inserido e empregado. Na conjuntura política francesa século XVIII, preponderavam privilégios dominantes nas diversas expressões do poder, não sendo diferente também na indústria editora, uma vez que os livreiros e impressores tinham que pertencer a uma corporação privilegiada, à qual se concedia um monopólio do comércio de livros e os próprios livros possuíam certas prerrogativas, parecidas com o atual direito autoral. Segundo Lajolo e Zilberman, (1999),

Na França, no século XVII, os escritores não tinham privilégios e eram considerados assim como os impressores, ilustradores e livreiros, apenas um dos atores envolvidos na produção de livros. A profissionalização do autor foi mudando conforme o desenvolvimento da indústria tipográfica e da ideia que concebe o texto como principal constituinte do livro. Em 21 de julho de 1793 foi promulgada na França a lei de proteção dada aos direitos autorais (LAJOLO e ZILBERMAN, 1999, p. 61).

Portanto, pode-se imaginar que era necessário muito esforço e propósito para se escrever um livro naquela época. Com a lei, definiu-se o direito do autor e houve certa valorização dos escritores. A impressão, que já havia deixado de ser um trabalho artesanal, converteu-se numa produção empresarial, contribuindo para o expressivo aumento de leitores interessados, incluindo a vontade de se instruir.

Examinando também (CHARTIER, 2003) e (ARANHA, 2012), podemos inferir que, mais para o final do século, tivemos o fortalecimento da escola e a obrigatoriedade do ensino, contribuindo ainda mais para o incremento da indústria editorial, e a consequente valorização do registro dos saberes escolares com a possibilidade pedagógica e didática.

Entretanto, antes de se viger a lei referida, os autores tinham que pleitear algo que se chamava “Privilégio Real”. Eles escreviam para o rei, solicitando autorização para ter direito sobre a venda da obra por um determinado tempo. Com a autorização, se procurava um tipógrafo, para a impressão. Havia possibilidade de renovação desse privilégio, a critério do rei. Isso tudo redundava em dificuldades para os escritores e também para os produtores de impressos.

Percebe-se que houve um grande avanço no tratamento individual das múltiplas informações. A mecanicidade das impressões possibilitou mais rapidamente o processo de acesso aos conhecimentos científicos e escolares. A rápida recepção das informações impressas se instalou nas práticas de todas as camadas populares urbanas, antes mesmo dessa prática se tornar estatal como objetivo da aprendizagem escolar.

Em meio a esse elevado volume de informações, naturalmente se encontravam conteúdos fúteis, inaceitáveis pela Igreja e as autoridades educacionais, o que se torna compreensível que os conteúdos de livros escolares deveriam ser destinados a construir uma recepção **instrutiva e moral**. O pesquisador Chartier, (2003) discorrendo sobre o papel dos escritos impressos na cultura diz:

Destinada a disciplinar as condutas, a encarnar-se em gestos e dizeres, a civilidade, no entanto, é, de início, textos e livros. Ela atesta que na França de entre os séculos XVI e XVIII, embora a alfabetização seja ainda apenas minoritária e a palavra e a imagem permaneçam essenciais, o escrito impresso já desempenha um papel de primeira importância na circulação dos modelos culturais. (CHARTIER, 2003, p.91)

Pode-se inferir disto, portanto, que já se identificava um viés pedagógico desde os

primórdios escritos.

Também conforme Chartier, (2003), as obras intelectuais:

não tinham sentido estável, universal, imóvel. Eram investimentos de significações plurais e móveis, construídas na negociação entre uma proposição e uma recepção, no encontro entre as formas e os motivos que lhes dão sua estrutura e as competências ou as expectativas dos públicos que delas se apropriam. (CHARTIER, 2003, p. 93),

Assim, podemos depreender que já havia entendimentos no sentido de que a interpretação hermenêutica exercia um papel importante e significativo. Ou seja, além das próprias condições do leitor que se apropria do conhecimento escrito, a forma pelo qual o escrito se apresenta interferia no modo que ele o leitor o manuseava.

É interessante observar que a cultura da reprodução de um texto, copiando-o à mão, mesmo com a revolução oportunizada pela imprensa, perdurava. Segundo Chartier (1999), a cópia manuscrita continuava sendo a regra para os textos proibidos pela Igreja Católica, cuja existência deveria permanecer secreta.

Porém, é inegável que o livro impresso era veículo e base para a reprodução dos ideais iluministas, embora houvesse ainda limitações ao acesso, já que somente era distribuído dentro de círculos sociais mais restritos. Às classes mais humildes eram disponíveis publicações mais corriqueiras como notícias do dia e narrações em versos. O valor do livro mantinha-se acessível, praticamente com exclusividade à alta burguesia. Por exemplo, a obra aqui estudada foi elaborada para ser destinada a Marquesa de Châtelet..

Cabem aqui algumas informações sobre esta senhora que foi destinatária deste tratado do Clairaut. Gabrielle Émilie Le Tonnelier de Breteuil, Marquesa de Châtelet-Laumont (1706 - 1749) foi uma dama além do seu tempo, perante os padrões sociais das mulheres francesas, não somente pelos comportamentos considerados avançados demais para a época, mas principalmente pela proeminência como cientista nas áreas da matemática e da física. E Robyn Arianrhod (2015) assim a descreveu:

Nascida em Paris em 1706, ela é certamente a matemática feminina mais glamorosa da história. Alta e aristocrática, apaixonada por suas atividades intelectuais e amorosas, ela era maior do que a própria vida. Muito grande para a maioria das pessoas na época: muito ambicioso, muito intelectual, muito emocional e muito sexualmente liberado. Muito feminista também: ela não fez rodeios ao escrever sobre sua luta para se educar em matemática superior e física (porque as meninas não tinham acesso a boas escolas, quanto mais a universidades): "Se eu fosse o rei", escreveu ela, "Eu reformaria um abuso que efetivamente reduz a metade da humanidade. Eu gostaria que as mulheres participassem de todos os direitos humanos e, acima de tudo, os da mente." (...) Ela também descreveu as aplicações da teoria de Newton por seus eminentes amigos matemáticos e tutores ocasionais, Alexis Clairaut e o arrojado Pierre-Louis Moreau de Maupertuis, bem como uma atualização sobre a teoria gravitacional das marés de Newton por seu colega, o matemático suíço Daniel Bernoulli. O apêndice de Émilie também incluiu sua própria reformulação de algumas

das principais provas do Principia na linguagem do cálculo. (ARIANRHOD, 2015, tradução nossa)

Vê-se que, por certo, a Marquesa foi privilegiada naturalmente com uma inteligência acima da média e, por meio de uma educação aprimorada, conseguiu apropriar-se de muitos conhecimentos em diversas áreas, tais como, a matemática, a ciência, a literatura e a filosofia, além de fluência em várias línguas, o possibilitou a construção de um pensamento próprio elevado, demonstrado nas participações em debates nos meios intelectuais da França setecentista.

A utilização do livro Elementos de Geometria para a aprendizagem de matemática com a tutoria do próprio autor, certamente foi uma amostragem do potencial de eficiência da obra, mesmo para um público surpreendente à época, o das mulheres.

Tais conhecimentos matemáticos, construídos por meio dessa metodologia didática de Clairaut, possibilitaram à Marquesa conseguir concluir a tradução para o francês de teorias newtonianas (*Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle par M. Newton, Traduits en Français par Mme la Marquise du Chastellet, avec un Commentaire sur les Propositions qui ont Rapport au Système du Monde (1749)*).

As conquistas intelectuais da Marquesa Du Châtelet, confrontadas com as tradições contrárias à emancipação da mulher vigentes à época, são exemplos de desafios enfrentados na trajetória de busca da liberdade, autonomia e igualdade de direitos à educação para todos, independentemente do sexo, raça ou religião.

Voltando para o cenário da_ importância do papel, esta continuava crescendo com a expansão do comércio editorial, tornando-se um produto essencial para a administração pública e para a divulgação cultural. A propagação das universidades também contribuiu nesse sentido, pois acelerou a produção dos escritos. A prensa metálica, a prensa de rolos e a pedal, a prensa mecânica a vapor eram as técnicas na editoração impulsionadas pela Revolução Industrial. A partir disso, inicia-se a era das grandes tiragens, dos livros de bolso, das enciclopédias e das edições de luxo. Entretanto, as bibliotecas estudantis, onde os volumes mais utilizados poderiam ser consultados, permaneciam acessíveis apenas a uma minoria, geralmente composta pela nobreza. Somente após a Revolução Francesa é que essa situação se alterou e os livros foram colocados à disposição da maioria.

No Brasil, segundo Martins (2001), a primeira tipografia foi instalada por volta de 1752, embora com curta duração, que por ordem do governo de Portugal fora destruída e queimada para que não houvesse propagação de ideias contrárias ao regime colonial. A imprensa oficial no país, a Impressão Régia, foi instalada, com a chegada de D. João VI, em 1808. O rigor

empregado na censura da expressão escrita dificultou a vinda ao Brasil de livros bons que refletiam as transformações que estavam ocorrendo na Europa e na América do Norte.

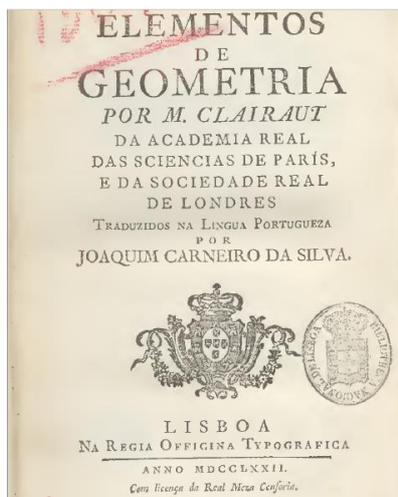
Pode-se deduzir que a obra, em análise, foi produzida numa época de pensamentos inovadores e contribuiu para a impulsão do surgimento de livros voltados para o alcance universal do ensino de matemática, e foi adotado por muitos outros ambientes de estudos, incluindo de outros centros mundiais, no aproveitamento da Revolução industrial, que permitiu transporte, como em ferrovias, assegurando maior fluxo de bens culturais no mundo. Sua recepção, no ciclo de comunicação, veio ao encontro da instituição de novas políticas educacionais que exigiram a ampliação do número de livros didáticos.

3.2. Uma análise formal da obra estudada

Conforme Thompson (2011, p. 368), “os objetos e expressões que circulam nos campos sociais são construções simbólicas complexas que apresentam uma estrutura articulada” e é esta característica que exige a análise desta fase. Ela pode ser conduzida de “várias maneiras, dependendo dos objetos e circunstâncias particulares da investigação” (p. 370). O autor cita como possibilidades: a análise semiótica, a análise de conversação, a análise sintática, a análise de estrutura narrativa e a análise argumentativa. Entretanto, optamos por um exame da composição e da estrutura da obra, além de observar como se se articulam, utilizando alguns exemplos (pelo menos um item de cada uma das partes constitutivas do livro).

Para iniciar, segue a descrição geral do livro. Composto de **Capa, Dedicatória, Mensagem do Editor, Prefácio (Prólogo), Índice** (Táboa das Matérias), com quatro partes. Cada parte com os artigos (itens) resumidos, numerados em algarismos romanos, suas correspondentes explicações e as figuras. A **Primeira parte**: *Dos meios, de que era mais natural se usasse, para se chegar à medição dos terrenos*, é composta por setenta e cinco artigos (itens) e seis estampas com figuras numeradas. A **Segunda parte**: *Do método Geométrico de comparar as figuras retilíneas*, compõe-se de setenta e oito artigos (itens). A **Terceira parte**: *Da medição das figuras circulares e de suas propriedades*, contém trinta e quatro artigos (itens). A **Quarta parte**: *Da maneira de medir os sólidos, e as suas superfícies*, composta por oitenta e quatro artigos (itens), numerados em algarismos romanos.

Figura 1: Capa do Livro em análise.



Fonte: CLAIRAUT, 1872.Pretextual

Nos exemplos a seguir, procuraremos identificar o estilo e os conteúdos, bem como o encadeamento dos conceitos e proposições. Pudemos identificar alguns modos de abordagem utilizados pelo autor que podem indicar aspectos didáticos intencionados com a obra. Desde as escolhas sobre o encadeamento da apresentação dos conteúdos, passando pelo uso de linguagem e situações do quotidiano familiar aos possíveis leitores iniciantes, até a escolha, em certos momentos de uma linguagem mais algébrica:

Quadro 1. Trechos retirados da Primeira Parte da obra que destacam o encadeamento dos conteúdos.

Art VII	“O modo de levantar uma perpendicular de uma linha AB (Fig. 6) nos ensina o de abaixar sobre ela uma perpendicular de qualquer ponto E, tomado fora da mesma linha”
Art VIII	“Da operação precedente se segue a solução de um novo Problema” ...
Art IX	“Tendo-se achado o modo de traçar as perpendiculares, nada era mais fácil do que servir-se dele para construir as figuras chamadas retângulos, das quais se falou no Artigo IV” ...
Art XI	“Ora para tirar estas paralelas, parece-me que não há coisa mais natural, do que recorrer ao método de que nos servimos para traçar retângulo...”
Art XII	“Bem se conhece, que para se chegar a esta sorte de determinações, o meio mais simples, e mais natural é de nos servirmos de uma medida comum, que aplicada muitas vezes sobre a superfície, que há para medir, a cubra inteiramente: método, que vem a ser o mesmo, que já serviu para determinar o comprimento das linhas... ”

Fonte: Autoria própria (2021)

Quadro 2. Linguagem Familiar aos leitores.

Art III	“Um homem, por exemplo, posto na margem de um rio em D, quer saber a distância que há do lugar, em que ele está, à outra margem oposta AB. Bem se vê que neste caso, para medir a distância que se quer, é preciso tomar a mais curta de todas as linhas retas” ...
Art IV	“Sabe-se, por exemplo, que a regularidade de figuras tais, como ABCD, FGHI, (Fig. 2. E 3.) chamadas retângulos, compostas de quatro lados perpendiculares uns aos outros, obriga a dar as suas formas às casas, aos seus interiores, aos jardins, às salas, à cantaria das muralhas...”
Art V	“...se quiser levantar a linha CD perpendicular a AB, será necessário que esta linha não penda para A, nem para B” ... Tomareis uma medida comum, uma corda, por exemplo, ou um compasso com uma abertura determinada ... segundo o em que vós trabalhades, ou sobre o terreno, ou sobre o papel.”
Art XI	“Na construção das obras, como parapeitos, canais, ruas &c. é necessário tirar linhas paralelas, ...”

Art XII	“Pondo-se a regularidade das figuras retangulares muitas vezes em execução, como dissemos, há muitos casos, em que é necessário saber as suas extensões. Tratar-se-á, por exemplo, de determinar quanto é preciso de tapeçaria para uma sala; ou quantas braças quadradas conterá um terreno mirado com forma de um retângulo, ...”
----------------	---

Fonte: Autorial própria (2021)

Quadro 3. Uso de linguagem algébrica.

Art III	“Um homem, por exemplo, posto na margem de um rio em D, quer saber a distância que há do lugar, em que ele está, à outra margem oposta AB.
Art IV	“Sabe-se, por exemplo, que a regularidade de figuras tais, como ABCD, FGHI, (Fig. 2 e 3)
Art V	“...se quiser levantar a linha CD perpendicular a AB, será necessário que esta linha não penda para A, nem para B”
Art X	“Querendo-se traçar o modo de traçar um retângulo FGHI, (Fig. 3.) cujo comprimento fosse K, e a largura I, far-se-ia FG igual a K, depois se levantariam as perpendiculares FI, e GH cada uma igual a L, e depois se tiraria HI”....
Art XII	“Suponhamos que o retângulo dado ABCD (Fig 9.) tenha 7 palmos de altura sobre uma base de 8 palmos; poder-se-á considerar este retângulo como repartido em sete bandas, <i>a, b, c, d, e, f, g</i> , e que cada uma contenha 8 palmos quadrados: será, pois, o valor de retângulo sete vezes oito palmos quadrados, ou 56 palmos quadrados.” ...

Fonte: Autorial própria (2021)

Nota-se uma aproximação da ordem lógica do modo como os artigos foram organizados e apresentados e a ordem da maneira como os conhecimentos geométricos elementares foram desenvolvidos pelos métodos naturais dos inventores. O que vai ao encontro do que foi colocado pelo filósofo francês Léon Brunschvicg em sua obra “Les étapes da la philosophie mathématique” ao mencionar que há uma diferença crucial entre a ordem lógica de exposição, o modo como um texto matemático é organizado para ser apresentado, e a ordem da invenção, que diz respeito ao modo como os resultados matemáticos se desenvolveram, havendo necessidade de reverter a ordem da exposição, caso queiramos compreender o sentido amplo das noções matemáticas.

Os artigos contêm os conhecimentos com suas explicações, ilustrações e os modos de fazer e desenvolver suas utilidades. As definições vão sendo estabelecidas após as conclusões sobre os objetos de que se está tratando, vindos de necessidades reais e motivados pelo senso comum. E esse encadeamento lógico na apresentação dos enunciados torna o conteúdo conectado ao contexto natural de descoberta.

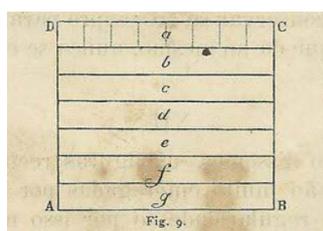
Percebe-se também que essa forma de exposição dos textos busca contribuir para que haja menos “aridez” no processo de aprendizagem, reduzindo-se a abstração na maneira de se ensinar a geometria elementar. Ou seja, parte-se do modo como um conceito foi desenvolvido, mostrando antes, em linguagem acessível ao senso comum, as motivações e necessidades vivenciadas socialmente que exigiram e exigem o conhecimento, o qual os aprendizes passam a internalizá-los de forma construtiva, em vez de partirmos desse conceito como algo pronto. Podemos observar, como um exemplo bem evidente dessa ordem de exposição com tais

características, a apresentação de cálculo de área de retângulos no artigo **XII**.

“Pondo-se a regularidade das figuras retangulares muitas vezes em execução, como dissemos, há muitos casos, em que **é necessário saber a sua extensão**. Tratar-se-á, por exemplo, de determinar **quanto é preciso de tapeçaria para uma sala; ou quantas braças quadradas conterà um terreno mirado com forma de um retângulo, &c.** Bem se conhece, que para se chegar a esta sorte de determinações, o meio mais simples, e mais **natural é de nos servirmos de uma medida comum**, que aplicada muitas vezes sobre a superfície, que há para medir, a cubra inteiramente: método, que vem a ser o mesmo, que já serviu para determinar o comprimento das linhas. Ora, é evidente que a **medida ordinária das superfícies deve ser em si mesma uma superfície, por exemplo, a de uma braça quadrada, de um pé quadrado, &c.** Assim **medir um retângulo, é determinar o número de braças quadradas, ou de pés quadrados, &c. que a sua superfície contém**. Ponhamos um exemplo par iluminar o entendimento. Suponhamos que o retângulo ABCD (Fig. 9.) tenha 7 palmos de altura sobre uma base de 8 palmos; poder-se-á considerar este retângulo como repartido em sete bandas, *a, b, c, d, e, f, g*, e que cada uma contenha 8 palmos quadrados: será pois o valor do retângulo sete vezes 8 palmos quadrados, ou 56 palmos quadrados.

Se agora nos lembramos dos primeiros elementos do cálculo Aritmético, que **multiplicar dois números é tomar um tantas vezes, como a unidade se contém no outro**, achar-se-á uma perfeita **analogia entre a multiplicação ordinária**, e a operação, pela qual se mede o retângulo. Ver-se-á que multiplicando o número de braças, ou de palmos, &c. que tiver a sua base, se determinará a quantidade de braças quadradas, ou de palmos quadrados, que contiver a sua superfície. (CLAIRAUT, 1782, p. XII). (negritos nossos).

Figura 2: Retângulo (da Fig 9) descrito na citação anterior.



Fonte: CLAIRAUT, 1741, p. XII

Como normalmente se aprendem primeiro, em matemática, as quatro operações aritméticas básicas e elementares (adição, subtração, multiplicação e divisão) e essas são parte do conhecimento social em geral, justifica-se e corrobora a maneira de explicar este conteúdo temático exposto. Após a abordagem explicativa e conceitual, vem a definição, como mostrado. Podemos até dizer, nesse contexto, que isto é uma amostra da tão falada interdisciplinaridade dos tempos atuais.

Observa-se que o texto é exposto como se estivesse respondendo ao questionamento natural sobre a necessidade de se saber medir superfícies. Por que temos que medir o retângulo? A regularidade das figuras retangulares, muitas vezes em execução, exige naturalmente esse conhecimento. Como já sabemos medir em uma dimensão, podemos utilizar este saber para duas dimensões. Estabelece-se o conceito com ilustração (figura) e fixa a definição. Nesse padrão, foi exposto sequencialmente o conteúdo de geometria básica com condições para que

o aluno se apropriasse da lógica das relações entre os conceitos e os assimilassem por meio da construção de conhecimento articulado e consciente, agregando o potencial de resolver problemas relacionados. Ou seja, vemos, além do conteúdo geométrico escolar, procedimentos de ensino no processo para aprendizagem dos conceitos, processo esse que se apresenta como uma concepção de uso da linguagem retórica, simbólica e figural, associando-o a problemas prático-utilitários. Assim, fica evidente a intenção de evitar que os leitores vejam a geometria como um conhecimento composto por conceitos matemáticos desconexos, e pré-determinados.

Podemos ver que até mesmo conceitos geométricos abstratos, como os de ponto e reta, são citados ou explicados associados a situações do cotidiano social que faz sentido para os aprendizes, embora saibamos que, na realidade, os objetos de que temos experiências só existem em três dimensões.

É fato que a geometria lida com formas abstratas. Um retângulo não é o retângulo desenhado no papel, é então uma forma abstrata assim como o plano e a reta. O ponto não tem dimensão na realidade. Portanto, a compreensão desses objetos exige certa abstração. Entretanto, de maneira artificiosa nas proposições são expostas as situações reais, levando o leitor a imaginar e enxergar retas (linhas, distâncias entre dois pontos), pontos (de onde se parte ou onde se chega) e objetos retilíneos (figuras com desenhos de formas).

Observa-se um esforço para reinventar um ambiente semelhante ao que possibilitou a construção dos conceitos geométricos historicamente criados. Espera-se, naturalmente, que os discentes queiram ver o conhecimento geométrico sendo aplicado às necessidades práticas, mas também que queiram compreender seus conceitos em relação a algo que lhes dê sentido, pois saber com o que os conceitos se relacionam ou como podem ser inseridos em uma rede de relações é conteúdo também, embora mais procedimental.

Na segunda parte, vemos uma intensificação no estudo e prática “Do método geométrico de comparar figuras retilíneas”. Esse é o título dado pelo autor. Observamos, assim como na parte primeira, a estrutura, a articulação e as explicações das proposições expressas em artigos numerados em algarismos romanos, seguindo uma ordem de complexidade do entendimento dos temas correspondentes, com destaque para a temática proporcionalidade. As páginas seguem um padrão de exposição, conforme amostra com texto correspondente copiado, mas com algumas alterações de palavras para melhor compreensão. Pode ser visto o texto completo em anexo.

PARTE SEGUNDA

Do Método Geométrico de comparar as figuras retilíneas

Quem refletisse no que fica dito a respeito do modo, com que se chegou a poder

medir os Terrenos, necessariamente devia reparar, que as posições das linhas, em relação umas às outras, davam matéria para fazer observações dignas por si mesmas de atenção, independentemente da utilidade que delas podia resultar na prática; e é de presumir que estas observações obrigaram os primeiros Geômetras a passar a mais nos seus descobrimentos; porque não é somente pela necessidade das coisas que os homens se determinam a procura-las; muitas vezes a curiosidade é também outro grande motivo para os excitar a novos descobrimentos.

O que também contribuiria para os progressos da Geometria, seria o gosto, que naturalmente se tem da sua exatidão rigorosa, sem a qual o espírito jamais se satisfaz.

Assim, quando ao medir das figuras se viu que em uma infinidade de casos, as escalas e os semicírculos (transferidores) só davam valores aproximados das linhas e dos ângulos, trataram de procurar métodos que suprissem as imperfeições destes instrumentos.

Aqui tomaremos as figuras retilíneas; porém nas operações, que fizermos para descobrir as suas justas proporções (relações), não nos serviremos senão da régua, e do compasso.

Sucedem muitas vezes que é necessário ajuntar em uma só figura várias outras, que lhes sejam semelhantes; ou desmembrar uma figura em outras da mesma espécie; o que se pode fazer, operando logo pelos retângulos, pois que todas as figuras retilíneas não são senão ajuntamentos de triângulos, e que cada triângulo é metade de um retângulo, que tem a mesma altura, e a mesma base.

IDENTIFICAÇÃO EM ROMANOS. I

Para se compararem os retângulos, é preciso saber reduzir qualquer retângulo a outro, que tenha a mesma superfície; porém que tenha uma altura diferente. Porque quando dois retângulos se reduzirem a outros dois da mesma altura, eles não diferirão mais que pelas suas bases; o maior será aquele, que tiver a maior base, e ele conterà o menor, do mesmo modo que a sua base conterà a do menor retângulo; o que ordinariamente se exprime assim: dois retângulos, que têm a mesma altura, citam na mesma razão das suas bases.

Dois retângulos que têm as mesmas alturas. estão na mesma razão de suas

IDENTIFICAÇÃO EM ROMANOS II

Para ajuntar estes dois retângulos, não será preciso mais do que por um ao pé do

IDENTIFICAÇÃO EM ROMANOS III

Nem mais difícil será o diminuir o menor do maior.

IDENTIFICAÇÃO EM ROMANOS IV

E para repartir um retângulo em um determinado número de retângulos iguais, será preciso repartir sua base em um semelhante número de partes iguais; depois levantar perpendiculares pelos pontos de divisão.

Aqui tomaremos as figuras retilíneas; porém nas operações, que fizermos para descobrir as suas justas proporções (relações), não nos serviremos senão da régua, e do compasso.

Sucedem muitas vezes que é necessário ajuntar em uma só figura várias outras, que lhes sejam semelhantes; ou desmembrar uma figura em outras da mesma espécie; o que se pode fazer, operando logo pelos retângulos, pois que todas as figuras retilíneas não são senão ajuntamentos de triângulos, e que cada triângulo é metade de um retângulo, que tem a mesma altura, e a mesma base.

Fonte: Autoria própria

Desde os primeiros artigos, notamos logo a atenção dada à medição de superfícies, aos instrumentos utilizados e às formas de comparação e transformação de figuras retilíneas. Neste rumo, destaca-se a temática das proporções, corroborando que a proporcionalidade, além de articular diferentes conteúdos, é um importante conceito de aplicabilidade da geometria a diversas situações do dia a dia.

Em essência, é demonstrado como retângulos se relacionam em razão de suas bases e alturas; expõe-se como quatro quantidades estão em proporção; apresenta-se a maneira de achar o quarto termo de uma proporção, dados os três primeiros (regra de três); mostram-se como figuras retilíneas (retângulos e triângulos) podem ser transformadas em proporções determinadas; explica-se que o quadrado feito pelo maior lado de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados feitos pelos outros lados, para apresentar o método simples de reduzir dois quadrados a um somente; define o quadrado e múltiplo de número; mostra a incomensurabilidade da diagonal com o lado do quadrado e outras linhas; e encerra esta parte com o estudo de figura geométricas semelhantes. Percebe-se que as estratégias de abordagens são realizadas também com exemplos de situações problematizadas e até com a exploração intuitiva da proporcionalidade.

Fica evidente que o autor objetiva fazer com que o leitor compreenda o modo pelo qual esses diferentes conteúdos matemáticos se interrelacionam com exemplos contextualizados e descritos em linguagem retórica de fácil alcance. (CARVALHO, 2017), denominou de “intradisciplinaridade”, quando diferentes conteúdos de matemática são utilizados para dar conta de solucionar uma mesma questão, o que nos leva a inferir que essa relação interna entre os conteúdos da matemática pode ser entendida também como intradisciplinaridade, que tanto tem contribuído para a resolução de problemas.

Tal conceito de intradisciplinaridade, nesse entendimento simples, pode ser visualizado na articulação dos saberes geométricos e aritméticos que é gradativamente exposta em artigos. Vejam-se, como exemplo, o escrito do artigo XIII e XXIV desta segunda Parte:

“É necessário refletir muito nos dois Artigos precedentes, porque são de grande uso; daqui se deduz entre outras coisas a demonstração da Regra de três. Para darmos uma ideia desta regra, usemos de um exemplo, pois é a mais simples maneira de nos explicarmos.

Suponhamos que 24 jornaleiros fizeram 30 braças de obra em um certo tempo, perguntase: Quantas farão 64 jornaleiros em igual tempo?

É evidente que para resolver a questão, é preciso achar um número, que seja para 64, na mesma razão de 30 para 24. Ora, segundo o que temos visto, este número será tal, que o

seu produto por 24 igualará o produto de 30 por 64. Mas se o produto de 30 por 64 é 1920, logo o número procurado será aquele, que sendo multiplicado por 24 dará 1920.

Ora por pouca luz, que se tenha das operações da Aritmética, facilmente se percebe que este número deve ser o quociente da divisão de 1920 por 24, isto é 80.

Em geral, para se achar o quarto termo de uma proporção, da qual forem dados os três primeiros, será necessário tomar o produto do segundo, e do terceiro, e repartir este produto pelo primeiro termo da proporção”. (CLAIRAUT, 1782, p. XIII)

“Com efeito na Aritmética se demonstra que se dois números não são múltiplos um do outro, isto é, se um não contém o outro um número certo de vezes, o quadrado do maior nem por isto será múltiplo do quadrado do menor (mais pequeno). Assim 5, por exemplo, não se podendo repartir exatamente por 4, o seu quadrado 25 também se não poderá repartir por 16 quadrado de 4.

Assim quadrando-se dois números, um dos quais seja maior do que o outro; e que, não obstante seja menor do dobro dele, sairão por esta operação outros dois números, um dos quais será menor do que o quadruplo do outro; porém sem que possa ser duplo, nem triplo. Logo ainda que se divida o lado de um quadrado em tal número de partes que se quiser, o lado do quadrado duplo, que segundo o que se demonstrou no Artigo XVI, será a diagonal deste quadrado, não conterá um número exato destas mesmas partes; o que na linguagem dos Geômetras se exprimiria, dizendo, que o lado do quadrado, e a sua diagonal são incomensuráveis”. (CLAIRAUT, 1782, p. XXIV)

O autor coloca em sua introdução na Parte III:

Muitas vezes as figuras **curvilíneas**, e as figuras **mistilíneas**, isto é, aquelas, que são terminadas por linhas retas, e por linhas curvas, **se podem reduzir a figuras inteiramente retilíneas, como já dissemos**; porque havendo para se medir uma figura tal, como ABCDEFG, (Estampa VIII, Fig. 1) se poderia tomar o lado AD por um **ajuntamento de duas, três, etc... linhas retas; e substituindo depois a reta FD à curva FDE**, se teria a figura retilínea ABCDEFG, a qual diferiria tão pouco da figura mistilínea, que se poderia tomar uma por **outra sem erro sensível**.

Operar-se-ia, pois, sobre estas figuras, segundo os métodos precedentes. Mas os Geômetras de nenhuma maneira se acomodariam com esta sorte de operação; eles querem somente **as que são rigorosas**. Demais, há tais casos, em que a **transformação** de uma figura curvilínea, ou mistilínea, em uma figura inteiramente retilínea, demandaria que se repartisse o seu contorno em **tão grande número de partes**, que então o **método comum seria impraticável**; e ninguém se tentaria a segui-lo, tendo para medir um espaço tal como Z, (Fig. 7) ou o círculo inteiro X; (Fig. 3) seria preciso seguir outro método para se achar a medida de tais espaços, que tem os seus contornos terminados por arcos de círculo.

Suponhamos que haja para medir a área do círculo X (Fig. 3). Observe-se, que inscrevendo-se-lhe um polígono regular ABCDE, etc... quantos mais lados este polígono tiver, mais se aproximará a ser igual ao círculo. Ora temos visto que a área desta figura (Parte I, Art XXII) é igual a tantas vezes o produto do lado BC por metade do apótema AH, como o polígono tem de lados; ou, que é o mesmo, que esta área tem por medida o produto do contorno inteiro BCDE, etc.. por metade do apótema. Logo, pois que levando até o infinito o número dos lados do polígono, a sua área, o seu contorno, o seu apótema igualarão a área, o contorno, e o raio do círculo; a medida do círculo será o produto da sua circunferência por metade do seu raio. (Artigo I) (negritos nossos). (CLAIRAUT, 1782, Parte III, p. I)

Vê-se logo nesse início, a intenção autoral de metodizar a aprendizagem da obtenção de

medidas, envolvendo curvas, em uma linguagem acessível e com o sentimento de evidência intuitiva, até mesmo introduzindo noções de medição infinitesimal em contraposição à necessidade de precisão, e procurando a generalização, após os esclarecimentos demonstrativos ((Exemplo: “**A medida do círculo é o produto de metade de sua circunferência por a metade do seu raio**”. (Artigo I)), com cuidadosas explicações e amostras em figuras.

A articulação de conhecimentos prossegue como pode se ver na afirmação do Artigo II: “do que se segue, que a superfície de um círculo... é igual à de um triângulo, cuja altura do qual seria o raio e a base uma reta igual à circunferência”(CLAIRAUT, 1782, Parte II, p. II).

Avança, nesse estilo em linguagem retórica e de fácil assimilação dos significados sempre complementados com ilustrações figurais, apresentando os conteúdos relacionados, numa ordem crescente de complexidade. Assim, são explicadas as propriedades das figuras circulares, a maneira de achar área de círculo, utilizando o conhecimento sobre triângulo; faz-se referência às relações intrínsecas entre a circunferência e o seu diâmetro (22 partes para 7) e entre as áreas dos círculos e os seus raios; inclui-se indiretamente o estudo do teorema de Pitágoras na comparação de áreas de círculos (... três círculos, a que servirem de raios os três lados de um triângulo retângulo, aquele de que for raio a hipotenusa, valerá tanto, como os outros dois); conceituam-se **coroa**, **segmento de círculo** e **setor**; mostra-se o modo de se encontrar centro de um arco de qualquer círculo; expõe a propriedade do semicírculo que de qualquer ponto de sua circunferência se tirarem duas retas às extremidades do diâmetro, se terá um ângulo reto; da mesma forma, a dos ângulo que têm os seus vértices na circunferência e que assentam sobre o mesmo arco, por serem iguais, e terem por medida a metade do arco, em que se assentam; define **tangente ao círculo** como uma linha que somente o toca em um só ponto e é perpendicular ao diâmetro que passa por esse ponto em que ela toca na circunferência; explora o **ângulo do segmento** que é aquele feito pela corda, e pela tangente, o qual tem por medida a metade do arco do segmento; demonstra o que é um segmento capaz de um ângulo dado e a maneira de fazê-lo; descreve o modo de achar a distância de um lugar a outros três, dos quais se sabem as posições; esclarece que se duas cordas se cortarem em um círculo, o retângulo das partes de uma é igual ao retângulo das partes da outra e que o quadrado de uma perpendicular qualquer ao diâmetro de um círculo, é igual ao retângulo das duas partes do diâmetro; apresenta a maneira de reduzir um retângulo a um quadrado; explica o que é uma media proporcional entre duas linhas retas e as maneiras de encontrá-la; generaliza o modo de reduzir uma figura retilínea a um quadrado; mostra como se faz um quadrado, que seja para outro em razão dada e, do mesmo modo, um polígono que esteja em razão dada com outro polígono semelhante, incluindo um círculo que seja para outro círculo também em razão dada;

ilustra por semelhança de triângulos que dois segmentos tirados de um ponto tomado fora do círculo e o atravessam, formam, com as respectivas partes exteriores, retângulos iguais e explora o desdobramento de que se uma dessas linhas for uma tangente ao círculo forma um quadrado equivalente ao retângulo da outra linha citada; mostra, por fim, como se tira uma tangente ao círculo de um ponto dado fora dele.

Todos esses conhecimentos facilitam a assimilação de pontos considerados, a primeira vista, causadores de entendimentos confusos como a diferença entre o círculo e a circunferência, os quais são figuras geométricas muito frequentes no cotidiano social das pessoas.

Neste sentido, nota-se uma dimensão didática intrínseca nos conhecimentos apresentados que, além da construção própria de cada leitor, pode o induzir a buscar outras ações (utilizar objetos concretos circulares, por exemplo) para facilitar a compreensão das abordagens no processo de ensino-aprendizagem. Nos dias atuais, o uso de meios digitais tendem a se intensificar diante dos modos mais tradicionais para tais estudos, como o uso do compasso, do transferidor e da régua. Não há exercícios diretos para fixação de conteúdos, mas as situações colocadas possibilitam criá-los no mesmo contexto de abordagem.

Passando ao exame da 4ª parte, da qual são transcritas as páginas iniciais, mas que pode ser vista na íntegra em anexo.

PARTE QUARTA

Da maneira de medir os sólidos, e as suas superfícies

Os princípios, que estabelecemos nas três primeiras Partes desta Obra, nos seriam suficientes para resolver problemas muito mais difíceis, do que aqueles, que vamos propor; porém é mais de ordem, que temos seguido precedentemente, o passar agora à medição dos sólidos; isto é, das extensões terminadas cada uma por tres dimensões, comprimento, largura, e profundidade.

Esta investigação foi sem dúvida um dos primeiros objetos, em que se fixou a atenção dos Geômetras. Queriam saber, por exemplo, quanto teria de pedra de cantaria uma muralha, da qual se sabia a altura AD, (Estampa XI. Fig I.), a largura AB, e a profundidade, ou grossura BG. Teriam proposto consigo de determinar a quantidade de água, que em si conteria um fosso, ou uma cisterna ABCD; (Fig. 2) quereriam achar a solidez de uma torre, de um obelisco, de uma casa, etc.

Para tratarmos das figuras, que têm as três dimensões, da mesma maneira que tratamos as que não têm senão duas, principiaremos, examinando os sólidos, que são terminados por planos.

Não temos necessidade da maneira de medir as superfícies destes corpos, porque elas não podem ser senão ajuntamentos de figuras retilíneas; e por consequência depende a sua medição do que na primeira parte se disse.

Nota-se que a temática nesta parte é o método de medir os sólidos, e as suas superfícies. Em sua introdução, o autor faz uma ligação com as outras partes precedentes, referindo-se que, com os princípios já estabelecidos, se possibilitaria a resolução de problemas mais difíceis,

porém, sendo coerente com a sequência metodológica já estudada, é necessário, passar à medição dos sólidos (extensões terminadas cada uma por três dimensões: comprimento, largura e profundidade).

O autor faz também referência a problematização histórica que teria motivado a atenção dos Geômetras. Queriam saber, por exemplo, quanto teria de pedra de cantaria numa muralha, da qual se tinha a altura, a largura e a profundidade, quanto de água conteria um fosso, ou uma cisterna, ou qual o volume (a *solidez*) de uma torre, de um obelisco, de uma casa, etc. Sugere, então, que para estudar figuras de três dimensões, se inicie com os volumes (sólidos) limitados por planos, pois já se tem o método, estudado na primeira parte, de medir as superfícies (duas dimensões).

O estudo se inicia com o conceito de cubo (sólido terminado por seis quadrados) como uma medida comum dos sólidos; do paralelepípedo (*sólido terminado por seis retângulos*) e sua medição; dos planos paralelos (*aqueles, que conservam sempre entre si a mesma distância*) e perpendiculares (*a linha, que é perpendicular a um plano, é perpendicular a todas as linhas deste plano, que partem do ponto, em que esta linha cabe*). Prossegue mostrando a prática simples para levantar, ou abaixar perpendiculares aos planos, bem como de um plano a outro. Apresenta o modo de medir a inclinação, que uma linha tem, sobre um plano. Em seguida, define o prisma reto (*figura sólida, que tem por bases dois polígonos iguais, e as outras faces retangulares*) e examina a sua formação, diferenciando os oblíquos dos retos (destes, *as faces são compostas de retângulos, e as daqueles de paralelogramos*); explica que os prismas oblíquos são iguais aos prismas retos, quando eles têm as mesmas bases, e as mesmas alturas e esclarece que o mesmo ocorre com os paralelepípedos oblíquos, a respeito dos paralelepípedos retos. Expõe no que consiste a semelhança de duas pirâmides e mostra que elas, tendo a mesma base e a mesma altura, são equivalentes e que são também equivalentes, se tendo a mesma altura, as suas bases, sem que sejam polígonos semelhantes, são iguais em áreas; infere que as pirâmides de mesma altura, estão entre si como as suas bases; apresenta a fórmula do cálculo do volume (*solidez*) de qualquer pirâmide (*produto da sua base pelo terço da sua altura*); relaciona pirâmide com prisma (*é um terço do prisma, que tem a mesma base, e a mesma altura*). Passando para os cilindros, os conceitua (*é um sólido terminado por duas bases opostas, e paralelas, que são círculos iguais, e por um plano curvado à roda das suas circunferências*) e mostra a distinção entre um reto e um oblíquo, bem como a formação deles; explica que a superfície curva de um que seja reto é igual à de um retângulo, que tenha a mesma altura e a sua base igual à circunferência, inferindo que são iguais em volume (*solidez*) os que têm a mesma base, e a mesma altura e concluindo que a medida de qualquer cilindro é o produto

de sua base pela sua altura. Passa a examinar a pirâmide cônica definindo-a (*é um sólido, que tem por base um círculo*), distinguindo a cônica reta da cônica oblíqua, explicando a medição de sua superfície e de seu volume (*mede-se a superfície da pirâmide cônica reta, multiplicando a metade do seu lado pela circunferência da sua base; a superfície curva de uma pirâmide cônica é um setor de círculo; as pirâmides cônicas, que têm a mesma base, e a mesma altura, são iguais; a medida delas é o produto da sua base pelo terço da sua altura*) e apresentando o método de medir a superfície de uma pirâmide cônica truncada.

A seguir, passa ao estudo da esfera, iniciando pela sua definição (*é um corpo, cuja superfície tem todos os seus pontos igualmente distantes do seu centro*), depois com o método para medir sua superfície (a superfície da esfera tem por medida o produto do seu diâmetro pela circunferência do seu círculo máximo) e com o conceito do que seja um segmento de esfera. Introduz a relação da superfície esférica com a do cilindro circunscrito (a superfície da esfera é igual à do cilindro circunscrito; as porções cortadas do cilindro e da esfera têm a mesma superfície) e com o círculo (a superfície da esfera é igual àquela do seu círculo máximo quatro vezes; a solidez (volume) da esfera é o produto do terço do seu raio por quatro tantos da área do círculo máximo; a solidez da esfera é os dois terços da do cilindro circunscrito). E mostra como se calcula o volume (solidez) de um segmento de esfera.

Prosseguindo, apresenta em que consiste a semelhança de dois corpos terminados por planos e examina as condições, que determinam a semelhança de dois cilindros retos, de dois cilindros oblíquos, das pirâmides cônicas e de duas pirâmides cônicas truncadas, mostra que as esferas, os cubos, e todas as figuras, que não dependem senão de uma só linha, são todas semelhantes, bem como que, em geral, os sólidos semelhantes não diferem senão pelas linhas por onde são confirmados. Demonstra, por fim, que as superfícies dos sólidos semelhantes são entre si, como os quadrados dos seus lados homólogos, que as superfícies das esferas são entre si, como os quadrados dos seus raios que os sólidos semelhantes são entre si, como os cubos dos seus lados homólogos, e que as esferas são entre si, como os cubos dos seus raios.

Assim, vemos que há ênfase pedagógica, caracterizada pela problematização de atividades em ocorrência no cotidiano, mostrada por meio de figuras de formas geométricas e os métodos de construção de conhecimento. Dentre esses métodos, destacamos o muito utilizado nos dias atuais, por meio dos recursos de informática. Trata-se da reconfiguração, a qual consiste, basicamente, na complementaridade das formas obtidas por um fracionamento que podem ser reagrupadas em subfiguras incluídas na figura inicial. Ou seja, o fracionamento de uma figura e a sua reconfiguração permitem a visualização das definições, conceitos e aplicações, facilitando a aprendizagem.

Os conteúdos são divididos em pequenos blocos, sempre partindo de uma problematização estabelecendo relações com o cotidiano. Não há sequências de exercícios resolvidos, porém facilita a criação destes com as narrativas sequenciais que expõem os temas. Em alguns capítulos as autoras têm a preocupação de retomar conceitos estudados anteriormente. Na maioria das proposições, se faz articulação (retomada às vezes) e referência aos assuntos já estudados, possibilitando a revisão dos conhecimentos já assimilados. Apesar do já longo tempo de sua exposição, não se observam equívocos conceituais, e nem exemplos ou comparações que possam desencadear dúvidas no entendimento dos aprendizes.

Podemos parcialmente sintetizar algumas conclusões, mediante o exposto nessa análise de discurso, com enfoque na HP, das partes que compõem o livro em destaque. Seguindo o nosso referencial teórico, usamos preponderantemente a análise narrativa, pois entendemos que tais tipos se adequam melhor para se verificar a forma de apresentação dos conteúdos, a qual poderia influenciar positivamente a postura do professor na sala de aula, pois nessa verificação pode-se detectar metodologias e estratégias, favorecidas pela estrutura do livro, para se ensinar ou aprender tais conteúdos. Vimos, por exemplo, que a estrutura analisada estimula a resolução de problemas e a construção de significados pelos leitores.

Aplicamos também a análise argumentativa para verificar a harmonia dos artigos, a sequência de assuntos, a estrutura de apresentação de cada assunto e sua coerência intradisciplinar. Vimos, por meio desse tipo de análise, que as cadeias de raciocínio geométrico não só continham o conhecimento escolar (o saber a ensinar), mas também o pedagógico (o saber para ensinar) (HOFSTETTER e VALENTE, 2017).

3.3. Interpretação/reinterpretação

Quando uma pessoa relata os fatos vividos por ela mesma, percebe-se que reconstrói a trajetória percorrida, dando-lhe novos significados. Assim, a narrativa não é verdade literal dos fatos, mas, antes, é a representação que deles faz o sujeito e, dessa forma, pode ser transformadora da própria realidade” (Cunha, 1998).

Conforme Thompson (2011, p.375), “a interpretação implica um movimento novo de pensamento, ela procede por síntese, por construção criativa de possíveis significados”. De início podemos apontar, das análises precedentes, que esta obra histórica como recurso didático de grande potencial para contribuir com o processo de ensino-aprendizagem de geometria. Se adequadamente usada, poderá auxiliar muito a aprendizagem de conteúdos, com as indicações dos métodos apropriados e adaptáveis às abordagens dos temas correspondentes.

Dessa forma, elencamos os elementos que ao, nosso entendimento, mais se destacam para as intenções pedagógicas do autor. Nesse rumo, percebemos que matérias da geometria elementar, principalmente, não são apresentadas na forma puramente expositiva ou por simples leituras, ao contrário, são expostas de forma que estimula constantemente os aprendentes às atividades que lhes façam sentido prático. Para isto, nos assuntos expostos são inclusos os corpos geométricos para esclarecer bem as formas a serem observadas e facilitar a compreensão dos raciocínios matemáticos, configurados nas noções de grandezas, de comparação, de proporção, de simetria e da equivalência, entre outras.

Os teoremas importantes são demonstrados não para atender meramente o árido caráter imposto de rigor e precisão matemática, mas sim para exercitar a intuição, como característica inerente dos seres humanos. As medições são aprendidas, como acontece com todas as atividades práticas, pela experiência real das medidas, já que os cálculos das superfícies e os volumes (solidez) são colocados, em geral, para se medir por si mesmos as dimensões e não operando somente dados abstratos ou imaginários.

Evidencia-se, assim, uma metodologia de ensino, adequada até mesmo para ser adaptada aos meios tecnológicos atuais e constituir-se, junto a outras disciplinas básicas, como um método integrado para explorar a intuição natural dos alunos, nas atividades práticas de observação, comparação e experiência real. Sobressaem os saberes a ensinar conjuntamente com os para ensinar. Os assuntos são expostos especialmente com o exercício dos sentidos e da inteligência, fornecendo aos leitores noções praticas e úteis, tudo seguindo uma certa gradação nos procedimentos de aprendizagem. A sequência de abordagem das formas geométricas, por exemplo, segue, em geral, do mais simples nível de entendimento, a observação, para o mais complexo, a comparação e a análise. O caracter do ensino contido nas proposições, em geral, é essencialmente intuitivo e prático. Os conceitos englobam as definições e as demonstrações científicas são mostradas e provadas com os meios eminentemente do senso comum de leitores iniciantes.

As figuras geométricas são complementos importantes pois servem para esclarecer as formas e as propriedades a elas inerentes. A construção e observação dessas figuras, combinando-as, e superpondo-as, proporcionam o exame das relações de praticamente toda a base da geometria. Com a superposição de figuras, obtêm-se demonstrações de alcance rápido pelos aprendentes da geometria elementar.

Identificam-se, portanto, no conjunto da obra em estudo, muitos indícios de saberes profissionais para a docência. Percebe-se nas descrições dos artigos, que a observação não deve se restringir à vista; enfatiza-se a necessidade de tocar, manejar, construir as formas

geométricas. Em outras palavras, evidencia-se um encaminhamento para a prática ativa dos alunos na construção dos conhecimentos.

Valente (2000) observa que não se nota, na obra de Clairaut, preocupação com o rigor matemático, algo muito exigido na época, até mesmo na aprendizagem da matemática básica. O mesmo entendimento se tem com relação ao desenvolvimento dedutivo e questões demonstrativas e abstratas, as quais se encontravam em estágios científicos avançados e sendo bastante utilizados na aprendizagem dos saberes escolares.

O fato da obra ter sido elaborada com o intuito de servir ao propósito da Marquesa de Châtelet foi observado também por Schubring (2003) ao afirmar que o livro:

[...] não foi concebido para ser usado na escola, mas sim para os propósitos de certa marquesa (du Châtelet) que desejava se instruir em um pouco de matemática para o lazer, como passatempo, e de forma alguma para qualquer uso sério”. Assim, pode-se inferir, por esse entendimento de termos a personagem do primeiro destino da obra, duas possibilidades: a) a produção não tinha a finalidade de se tornar um livro didático, e sim servir ao retorno compensatório econômico ou até mesmo sentimental ou b) tinha mesmo essa finalidade mas havia necessidade de se testar na realidade, o que se pode deduzir, nesse caso, que a marquesa foi sua cobaia experimental (p.56).

Percebe-se que a destinatária do livro era qualificada para receber essa dedicação autoral a fim de realizar seu desejo de aprendizagem, mas pode-se questionar sobre a motivação e interesse do autor em atender tal desejo. Como não há nada registrado que indique fatos concretos nesse sentido, não há como afirmar com certeza sobre isto, porém fica a avaliação positiva da obra que foi usada como material didático para o ensino de matemática em escolas francesas dos séculos XVIII e XIX e por ter auxiliado, pelo menos, na aprendizagem elementar de uma ilustre cientista da matemática, a Madame **Gabrielle Émilie Le Tonnelier de Breteuil, Marquesa de Châtelet-Laumont.**

4. PRODUTO EDUCACIONAL (PE): ESTUDO DIRIGIDO SOBRE A OBRA ELEMENTOS DE GEOMETRIA DE ALEXIS CLAUDE CLAIRAUT (1713-1765)

Diante da necessidade da aplicação de um produto educacional decidimos que nossa proposta seria a de um Estudo Dirigido voltado para a análise do livro clássico de geometria, analisado no capítulo anterior.

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) destaca a necessidade de interpretar, descrever, representar e argumentar, visando à comunicação matemática, por meio de diversas linguagens, e estabelecendo relações entre elas e diferentes representações matemáticas. Recomenda também que os conteúdos geométricos sejam desenvolvidos com a compreensão de características e propriedades das figuras e as construções geométricas, usando-se materiais manipuláveis, tecnologias e aplicações em outras áreas do conhecimento, além de representações de localização e/ou de movimentação de objetos no plano e no espaço. Assim, entendemos que tais posicionamentos orientam na direção da construção de uma aprendizagem significativa e articulada.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), por sua vez, enfatizam a Geometria como uma disciplina com grande potencial para se desenvolver com situações problema, trabalhando-se a capacidade de argumentar e de construir conhecimentos, possibilitando desenvolver raciocínio próprio de compreensão, representação e descrição, de forma organizada, do mundo em que se vive.

Conforme os PCN, um dos objetivos para o ensino em geral é “questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação” (BRASIL 1998, p. 8). E como objetivo específico da Matemática “identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter do jogo intelectual, característico da matemática como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas” (BRASIL, 1998, p. 47).

Assim, acreditamos que esses objetivos podem ser, pelo menos parcialmente, evidenciados na realização de um Estudo Dirigido, no qual os participantes podem mostrar-se reflexivos, interpretar e reinterpretar enunciados, debater ideias e defender pontos de vistas,

incrementando sua cultura escolar e contribuindo para o enriquecimento da construção de conhecimentos.

Sabemos que a geometria é utilizada em diversas áreas do conhecimento, contribuindo inclusive na resolução de problemas reais. A análise, mesmo que parcialmente, de um livro didático dessa disciplina escolar pode incrementar esta percepção, além de ampliar o desenvolvimento do pensamento geométrico ao se verificar métodos, formas e relações dos conteúdos apresentados.

Dessa forma, a nossa intenção com este Estudo Dirigido (ED) é estimular os discentes da matéria, particularmente os futuros professores, a avaliar diferentes abordagens para o ensino de geometria, utilizadas ao longo do tempo a partir da análise do livro didático: Elementos de Geometria, de Alexis Claude Clairaut (1713-1765), o qual estava sendo examinado historicamente, utilizando-se um ferramental teórico-metodológico para análise de constructos humanos, a Hermenêutica de Profundidade.

A obra de Clairaut desperta interesse e admiração até pela forma inusitada com que foi concebido. O autor o elaborou visando o ensino de matemática a uma jovem de Paris no século XVIII, a marquesa de Chatelet. Tendo a preocupação de tornar a aprendizagem mais acessível aos aprendentes, Clairaut utilizou o método dos inventores da geometria, desprezando as tentativas que se mostraram falsas, além de não relevar o rigor matemático na aprendizagem dos conceitos e proposições da matéria.

Almejamos, além da ampliação do olhar crítico e transversal sobre materiais didáticos diversos, o estímulo, a autonomia e a valorização da prática de leitura e interpretação de textos, que o nosso produto educacional possa despertar o interesse pelo exame de livros didáticos de matemática, verificando-se e assimilando-se as maneiras de mobilização do idioma natural de uso, da linguagem simbólica e da exploração prática dos conhecimentos escolares da geometria.

Seguindo esse entendimento e observando novas propostas para o ensino de geometria e os objetivos expostos pelos PCN e pela BNCC, foi concebido este Estudo Dirigido, materializado em uma sequência de atividades sócio individuais no exame de uma obra clássica de geometria.

As atividades devem ser desenvolvidas em três etapas: a) questões individuais, que podem ser elaboradas antes da aula; b) questões de socialização, realizadas em sala, em pequenos grupos; e c) debate final, envolvendo toda a turma.

Nas questões individuais, procuramos fazer com que os alunos se familiarizem com a obra em estudo, seu autor, o tempo em que foram publicados o original e a edição em análise. Buscamos esclarecer a intencionalidade do autor ao prefaciá-lo indicando aspectos e características voltadas para a aprendizagem de geometria, que a diferenciam e a tornam inovadora.

Para isto, deverão ser disponibilizados os arquivos ou cópias de partes do livro para consulta e com figuras de páginas do livro (com textos, ao lado, em português atualizado para facilitar a leitura) diretamente ligadas às questões.

Nossa proposta sugere a leitura por todos do Prólogo (Prefácio) do livro, o exame de sua composição (Partes com índices do conteúdo) e das estampas com figuras geométricas, para adquirir a visão geral da obra. Ali, também, o autor apresenta a razão principal para a disposição do seu “método” e das abordagens dos conteúdos. Ele afirma, por exemplo, que muitas vezes as dificuldades no estudo de geometria advêm da maneira como é ensinada nos seus primeiros fundamentos, pois logo no início, é apresentado um grande número de definições, de postulados, de axiomas e princípios preliminares, que só lhe parecem anunciar um estudo árido. Daí, as proposições seguintes não se relacionam com objetos interessantes, trazendo fadiga aos aprendizes. Isto acaba aborrecendo-os antes de obterem uma ideia clara e significativa do que se deseja ensinar.

Nas questões de socialização, do nosso PE buscamos fazer com que os participantes pudessem discutir e refletir sobre o importante papel da linguagem no processo de ensino-aprendizagem. É interessante que os futuros mediadores vejam e assimilem os conteúdos com exemplos práticos, expostos em uma linguagem simples e apropriada para o público alvo da aprendizagem. Outro ponto não menos importante também é a percepção de que as proposições da matéria são adequadas para um nível pelo menos com capacidade de comunicação escrita e de associação de ideias descritas ao entendimento geométrico expresso.

Com isso, espera-se que sejam levantadas discussões sobre o uso da linguagem formal e informal. Devemos ou podemos usar da informalidade em sala de aula? E em quais momentos? É inadequado tornar o ambiente escolar mais familiar ao cotidiano dos estudantes? Será que a linguagem informal torna a aprendizagem mais significativa? Acreditamos que é o contexto em que é utilizado que marca a diferença do emprego da linguagem formal ou informal e implica na escolha das palavras e expressões usadas para comunicar.

Para as questões do debate final, foram colocadas questões de modo que envolvam reflexões referentes à maneira didática de ensinar a geometria euclidiana, conhecendo-se suas origens, possibilitando aliar a prática ao entendimento, percebendo que os conceitos e

definições vão sendo construídos indiretamente, formando-se um caminho natural de aprendizagem e trazendo esses aspectos observados para a atualidade, comparando-se e complementando-se até com experiências próprias dos participantes deste Estudo Dirigido.

O produto educacional proposto, portanto, é um Estudo Dirigido que permite aos professores introduzirem as ideias de análise de livros didáticos, preferencialmente dos mais eruditos, visando ampliar os horizontes da compreensão dos raciocínios matemáticos da geometria, da sua linguagem gráfica e das formas de abordagens conteudísticas dessa disciplina. E, ainda, possibilitando aos docentes o trabalho transversal da Educação Matemática em situações que desenvolvam críticas construtivas e produtivas do processo de ensino-aprendizagem.

Disponibilizamos o PE no apêndice desta dissertação em duas versões: uma destinada aos alunos e outra, com expectativas de respostas, direcionadas preferencialmente aos docentes. A dos docentes contém orientações, sugestões aos professores e expectativas de resposta das atividades.

O produto educacional proposto nesse trabalho foi testado com a aplicação em uma turma de graduação, no contexto da disciplina História da Matemática (Licenciatura em Matemática), da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). A mediação foi exercida pelo Professor Fernando Guedes Cury, nos dias 04 e 11 de março de 2021. Desenvolveu-se em dois encontros virtuais, tendo em vista impossibilidade de aulas presenciais em face da terrível pandemia do coronavírus no Brasil desde o início de 2020.

Sobre a decisão referente à direção e à mediação da aplicação do PE ser efetuada diretamente pelo Professor Fernando e não pelo mestrando, justifica-se por ele ser o docente responsável pelo componente curricular História da Educação Matemática (MAT1526) no programa da graduação em Matemática da UFRN. Por outro lado, entendemos que, sendo dessa forma, seria facilitada a observação em geral por parte do deste pesquisador, não estando responsável pela condução da atividade.

Os estudantes acessaram as aulas a partir do *Google Meet*. No início do primeiro encontro (dia 04 de março de 2021, às 19h30), o professor Fernando explicou aos alunos como as atividades seriam realizadas. Ele também avisou que elas seriam gravadas para efeito de registro e posterior análise, mas que as identidades de todos os participantes seriam mantidas em sigilo, com suas participações identificadas por pseudônimos. As respostas às questões propostas no PE também deveriam ser encaminhadas para nossa análise. O professor disse que os participantes pudessem ficar totalmente à vontade, para falar, pois suas participações seriam importantes para podermos avaliar as potencialidades e limitações das atividades propostas. Em

seguida, foi realizada uma breve exposição, pelo autor desta dissertação, sobre o contexto de produção da obra a ser analisada e a indicação de que os estudantes deveriam fazer em casa, individualmente ou em pequenos grupos, as primeiras 4 atividades do Produto Educacional. No segundo encontro (11 de março de 2021, às 19h30), o professor Fernando iniciou retomando as colocações da semana anterior, com o lembrete de que a atividade intencionava uma análise histórica daquele antigo livro de matemática, especificamente de geometria. Neste dia, o professor ainda deu alguns minutos, antes de ouvir as respostas e comentários, para que alguns alunos que não tinham feito as atividades indicadas no primeiro encontro. . Nas seções seguintes, passaremos a um exame a algumas falas dos estudantes neste segundo encontro.

4.1. Observações dos discentes durante a aplicação do PE

Respondendo as questões e debatendo-as, os alunos demonstraram muito interesse e entusiasmo com as atividades. Produziram colocações bem interessantes, as quais serão expostas e complementadas com algumas reflexões e análises correspondentes. Tais observações, a seguir descritas, foram retiradas do áudio gravado (os trechos em negrito são nossos) dos encontros.

(A1) “...ele fala é que esse método de **medição de terrenos** poderia ser o motivo para descobrir as principais verdades geométricas... que ele se dispõe a meio que desvendar como se deu o nascimento da geometria ...mostrar pelo **método natural** (que seria a medição de terrenos) que vem da própria palavra geometria que é medir terreno”.

O aluno A1, debatendo as respostas da terceira questão do PE e fazendo referência ao eixo central da temática do livro e à metodologia da abordagem conteudística do autor, mostra que, na leitura atenta das primeiras páginas da obra, logo se percebe a intencionalidade de Clairaut em direção às duas necessidades básicas nas ações didáticas a se desenvolver pelos mestres, o saber ‘a ensinar’ e o saber ‘ensinar’. Inclusive, o autor justifica porque decidiu elaborar o livro dessa forma. Ou seja, busca ser interessante principalmente para os principiantes, esclarecer e aguçar curiosidade. O formato do livro deveria evitar a apresentação excessiva de teoremas e instigar os alunos a procurar e descobrir. Claramente se observa a preocupação com o procedimento no processo ensino-aprendizagem. É o “como fazer”, “como achar tal coisa” e, nesse procedimento, alguns conceitos vão aparecendo naturalmente.

(A2) “... vou ler aqui o que a gente pensou, né? O livro 1, que é o primeiro, que é Os Elementos de Euclides, a gente chegou à conclusão que ele apresenta, inicialmente, **conceitos abstratos de geometria**: ponto, reta, superfície... então para depois introduzir o conceito de círculo, a partir desse conceito apresentado, então ele vai pegando as definições e vai

trabalhando as definições para depois chegar nas definições de círculo, com **isso é muito abstrato**, muito simples, assim fugiu um pouquinho da linguagem simples. Já o livro 2 ele usa a definição de círculo, a partir da construção, ele usa compasso para construir, a gente achou que ficou muito dependente disso, vai depender muito disso para poder ter uma definição, **a gente achou meio termo**. E já o outro [livro] a gente **achou formal**, já tem uma preocupação maior, mais abstração, mais definição de círculos junto com as imagens, então já tá ali **uma experiência mais moderna em relação à definição desses livros**, acho que foi isso, acho que a gente viu...”

A visão, apresentada pelo aluno A2 aponta que o livro mais antigo (Os Elementos, de Euclides) é mais abstrato, o segundo (a obra de Clairaut) se caracteriza no meio termo e o mais moderno deles (o livro de João Lucas Marques Barbosa: Geometria Euclidiana Plana) é muito formal, nos indicando que a obra em análise, a do meio termo, faz uso dos saberes a ensinar e do saber ensinar. Já os livros mais atuais utilizam os dois saberes, mas sem dispensar a formalidade.

(A3) “... a gente percebeu, que nas obras de Euclides e Clairaut, é uma linguagem, não era tão rigorosa, mas tinha tanta **precisão** tanta **exatidão** para apresentar os elementos geométricos ele estava ali apresentado, estudando, aquele nível bem baixo... agora já... no terceiro, o nível mais elevado...lembramos da linguagem de conjuntos que vimos na Matemática Moderna que tá em nossas cabeças, que é como ele define o círculo, o círculo de centro A e raio E...e o conjunto constituído por todos os pontos B do plano tais que o segmento AB é igual ao A, ele é igual ao raio E, aí a gente vê um pouco de traço dessa linguagem de conjunto e da linguagem axiomática que ele aborda aqui, um pouco depois da figura... aí fala: é uma consequência do axioma 3, já utiliza aquela **abordagem axiomática, abordagem mais formal**. Então essa **terceira abordagem é mais formal, rigor bem mais preciso do que os dois primeiros**, Euclides e Clairaut.”

Nessas observações do aluno A3 podemos ver a comparação do ponto de vista da linguagem. Ele relaciona o livro de Geometria de João Lucas M. Barbosa ao Movimento da Matemática Moderna justamente por usar a linguagem da teoria dos conjuntos. O domínio da linguagem matemática é fundamental para a efetivação da transposição didática do conhecimento científico para o conhecimento escolar no processo de ensino-aprendizagem, o qual terá maior probabilidade de êxito quando os professores, como mediadores, conhecem e praticam os processos de comunicações, utilizando e interpretando, não somente a linguagem escrita de matemática, mas também as demais, veiculadas e interpretadas no ambiente social dos discentes. (GARNICA, 1992) aponta o professor como um intérprete da disciplina de sua

atuação, tornando-a clara para os discentes, expondo sua compreensão sobre as temáticas em pauta, buscando familiarizar os alunos nos assuntos curriculares correspondentes. Assim, podemos afirmar que a linguagem, na Educação Matemática, vai além da codificação e decodificação formalmente convencionadas, incluindo a dimensão social e relacional necessária ao processo de ensino-aprendizagem.

(A4) “... o nosso grupo também pensou parecido, principalmente **no que se refere a abstração**, no caso a visualização que tá escrito, porque a gente considerou como uma **espécie de evolução** de um nível para o outro, naquela ordem que tá colocada mesmo, 1º, 2º, 3º porque o 1º, essa visualização para o aluno principiante tá, **seria muito difícil, muito abstrato é o termo certo**, o 2º já dá para ter uma noção, ter uma parte dessa visualização só que a forma como é colocada, ela também deixa espaço para as dificuldades e . **o 3º**, como A3 bem colocou, ele dá ali **a definição**, dá **a apresentação do círculo**, ele coloca **o círculo para que os leitores possam visualizar o que ele está falando e em seguida traz as consequências**, então dessa forma fica muito compreensível e que está sendo exposto, fica no nosso comentário que ficou **uma espécie de evolução de um livro para o outro.**”

Nesta observação do aluno A4, embora a ordem, da apresentação dos livros na atividade, tenha sido colocada apenas para posicionar a cronologia do mais antigo para o mais moderno, não contemplando a expectativa de resposta voltada para uma evolução, a percepção do grupo que visualizou esta evolução das abordagens se revelou muito interessante e merece registro.

(A5) “a gente achou que a linguagem de Euclides é bastante **pesada**: quando você vê, quem não tem algum conhecimento de geometria não vai entender nada, já linguagem...”

Professor Fernando: “Desculpa te interromper, quando você usou o termo ‘pesada’ eu queria aproveitar, o Clairaut quando menciona a linguagem de Euclides, ele fala linguagem **árida e seca**, você usaria esses termos ou você ficaria com o seu ‘pesado’?”

(A5)” “Poderia ser no termo dele também, porque assim no meu entendimento, é pesado assim, seca assim para a pessoa que não conhece nada e quando vê aquilo não vai compreender e...já o Clairaut, ele usa uma linguagem **mais simples**, mas ao mesmo tempo de ser simples, a dele, se você não **vê como o desenho é feito**, assim sem ele explicar, **se você pegar o compasso, o raio vai ser a abertura do compasso...é uma linguagem simples, mas um pouco vaga**, já o do João Lucas Barbosa, não sei se é porque é uma linguagem que a gente é **mais habituado a ver, quem está fazendo a faculdade** agora, mas a gente acha de forma mais formal e clara, assim ele usa os termos matemáticos mais claro prá gente.”

O livro de Clairaut foi elaborado com o intuito de tornar a aprendizagem de geometria

mais acessível, em uma linguagem ao alcance de compreensão dos estudantes, mesmo que fossem principiantes. Percebe-se, pelas colocações acima, o modo como o aluno enxerga o método "árduo" dos livros, citado por Clairaut como "árido". Neste aspecto, concordamos também com (GARNICA, 1992. p. 28) que a importância das duas linguagens (artificial e natural), utilizadas no processo de mediação escolar, deve ser relativizada, ressaltando aspectos da impregnação mútua defendida por Machado (1990). Este em alguns momentos defende que, para algumas situações, a linguagem artificial da matemática seria mais satisfatoriamente empregada do que a natural, embora, nesta impregnação, haja também dificuldades em relacionar termos da Matemática com termos cotidianos

Isto nos leva a pensar no sentido de sabermos distinguir a linguagem científica da linguagem escolar. A linguagem científica usa estrutura e regras próprias e, normalmente, tem uma terminologia diferente da linguagem coloquial, o que a afasta do uso cotidiano social. Portanto, é interessante que os docentes tenham essa noção para que haja melhor aproveitamento escolar dos alunos.

(A7) ... "O [livro] de Euclides parece um manual de instrução..."

Nesta colocação, percebe-se que o discente nota claramente a diferença de linguagens utilizadas nos livros e, ao citar 'manual de instrução' nos faz pensar que ele enxerga em os Elementos de Euclides uma linguagem mais técnica, mais próxima da científica.

(A8) ... "O que é círculo? É uma coisa que vai surgir quando você fizer isso aqui. Então o conceito ele está atrelado a procedimento, é uma diferença dos outros, o procedimento que é feito no do Euclides, por exemplo, é um procedimento totalmente mental, você também só precisa pegar o compasso para ver, o do outro também, você só precisa imaginar que os pontos estão naquela situação, ...pronto você já tem o círculo",

Infer-se, dessa observação a associação, percebida pelos alunos, do conceito de círculo a um procedimento no livro de Clairaut. Como já se sabe, o procedimento, é composto por um instrumento e uma técnica. O instrumento é o compasso e a técnica é o saber usar o compasso. Já na situação do livro de Euclides, o conceito está bem mais abstrato e pautado com definições anteriores. E na do João Lucas Barbosa, a base é a linguagem dos conjuntos.

(A9)... "na verdade eu tenho até esse questionamento dentro de mim...eu não sei, às vezes eu acho que sim, às vezes não, **se esse rigor** que a gente conversou aqui essa parte de **axiomática da geometria, a gente vê bem no ensino superior**, se ela deveria ser ou não ensinada no ensino básico, porque algumas coisas, eu acredito que sim, mas eu não sei se tudo, porém foi uma dificuldade muito grande, muito grande mesmo que eu tive, quando entrei no ensino superior, porque eu nunca tinha ouvido falar em demonstração, então quando a gente

vai pagar ali Geometria I, no primeiro semestre, isso foi um choque muito grande para mim, eu tive muita dificuldade mesmo e aí, justamente, por conta disso, acho que essa falta..., um contato com esse rigor no ensino básico, eu acho que faria uma diferença muito grande...”

Nesse comentário, o aluno A9 enxerga a necessidade de se iniciar o aprendizado com demonstrações antes de adentrar no ensino superior. Este posicionamento, a nosso ver, não contraria o contido no livro Clairaut, pois a crítica daquele autor refere-se apenas a demonstrações inúteis. Entretanto, vale ressaltar, que o aluno trouxe à tona um problema abrangente da política educacional, vivenciada por ele e provavelmente por muitos discentes dessa geração. Esse, com certeza, é um dos muitos reflexos negativos do ensino básico que precisa ser considerado no curso superior.

O debate também oportunizou a possibilidade de os discentes produzirem reflexões sobre suas próprias experiências, vivenciadas nos processos de aprendizagem de geometria, durante as fases do ensino básico. Destacamos algumas dessas reflexões consideradas relevantes, retiradas também do áudio gravado, em resposta à seguinte pergunta: como podemos relacionar as ideias desta obra analisada com o atual cenário de ensino de geometria no Brasil?

(A1) “Professor, para ser sincero, eu nem recordo que eu tenha estudado coisa, desse tipo assim, de geometria, porque no período que eu fiz exame, fundamental I e II, e médio, aconteceu de **algumas turmas ficarem sem professor**, em algumas séries, **não me lembro de ter estudado geometria na parte de matemática**”.

A2 reclama que teve muito pouco conteúdo de geometria no ensino básico.

(A2) “Na minha época, eu me lembro, **no ensino fundamental eu cheguei a ver muito pouca coisa de geometria, principalmente essa parte que utiliza instrumentos de compasso, régua, praticamente eu não vi** essa parte. Eu no ensino fundamental, **eu só fui ver alguma coisa relacionada a isso, quando entrei no ensino médio, quando entrei no IFRN**, que lá tem o ensino de desenho técnico, ...aí foi quando comecei a ver a parte de compasso, círculo, régua, construção, essas coisas...é que comecei a observar que dava para fazer, foi só lá mesmo que consegui visualizar a matemática, mas no ensino fundamental, realmente não...”

A3 explica sobre a exigência de sua professora, durante o ensino fundamental, do uso de instrumentos de medição (triângulo e transferidor) para desenhar ângulos.

(A3) **Já para mim, professor, foi ao contrário, no ensino fundamental II, na sexta série que hoje é o sétimo ano, a professora pedia para a gente levar aqueles conjuntinhos de régua (triângulo e transferidor), a gente levava para construir os ângulos, construir tudo que estava previsto no cronograma,...a professora fazia que a gente fosse**

construindo, tinha um caderninho próprio de desenho, para fazer isso e tal, mas no ensino médio, eu tive um professor de matemática no primeiro ano, e no segundo e terceiro, eu não tive, então o ensino médio foi **terrível** em relação à matemática, mas o ensino fundamental que, também, foi na escola pública, foi muito bom, a professora era muito rigorosa mas fazia a gente estudar mesmo,...foi bem interessante o fundamental.”

Professor Fernando: “não tinha um professor de matemática e era outro professor que dava aula ou nem havia aula?”

A3 explica como professores de outras disciplinas realizavam as atividades básicas curriculares para suprir a falta de docentes de matemática.

(A3): “Não tinha aula, **o professor de física ou de química, passava algumas atividades de matemática, algumas operações básicas que estava previsto para aquele ano e era contada como nota do bimestre**. Isso em 2006 e 2007. Porque entrava e saía professor direto de matemática e acabava que **a gente nunca tinha um assunto completo.**”

A4 não lembra de como ocorreu no Ensino Fundamental, mas suscita questionamento sobre forma da prioridade dada no Ensino Médio à preparação para o ENEM

(A4) “Professor, para ser sincero, eu não me recordo como é que aconteceu no ensino fundamental, essas apresentações das definições, conceitos iniciais, de ângulo, retas, essas definições mesmas. **Mas é algo que é muito forte, que eu lembro bastante é da parte já no ensino médio que a gente vê esse conteúdo mais voltado para o ENEM, os professores estão muito preocupados que a gente decore, armazene as leis, né? Para calcular área, as fórmulas de área, perímetro das figuras porque são as coisas mais cobradas no ENEM, essa era a maior preocupação mesmo.**

A5 suscita que o ensino de geometria foi muito superficial no ensino básico.

(A5) “Só um comentário, também no meu caso, **no ensino médio foi como a maioria do pessoal, também nunca vi nada de geometria** – e inclusive tive falta de professor em um ano, **já no ensino fundamental foi algo bem vago, ... o que vi de geometria estava muito associada a calcular a área de um terreno retangular, tipo aquela figura ali geométrica, associada a um problema bem superficial de geometria...** Não me recordo muito, não tenho lembrança como foi, mas o pouco que vi, foi isso...”

A6 exalta o IFRN, mas questiona a superficialidade no ensino de geometria.

(A6) ... “Eu tenho uma pergunta, na verdade, eu vendo o pessoal falando de ter estudado ou não geometria no ensino médio...e aí eu fiz o ensino médio no IFRN e tive excelentes professores, só que uns professores, **justamente no ano que vi a parte de geometria espacial e, de uma forma muito corrida**, mas eu lembro que ele falou que não tinha geometria plana

dentro da matemática do ensino médio? E a minha dúvida é: tem? Eu nunca fui atrás e agora fiquei com essa curiosidade, eu vi o pessoal falando que não viu geometria?

Destes comentários, podemos deduzir que os discentes são testemunhas presenciais de um certo descaso com a educação, em especial com o ensino de geometria, quando relatam os seus próprios problemas de aprendizagem causados pela falta de professores. O problema parece que se agrava quando se tenta suprir a falta do mestre, especializado ou formado na disciplina, por outro com formação distinta como no caso exposto em que um professor de física substituiu o professor de matemática.

Nesse ponto, concordamos com Professor Giovani Resende em sua dissertação de mestrado intitulada ‘Principais dificuldades percebidas no processo ensino-aprendizagem de matemática em escolas do município de Divinópolis, MG’¹¹, na qual esse autor infere que o professor de matemática é um educador com conhecimentos e habilidades próprias para auxiliar os discentes, no sentido de elevar seus níveis intelectuais, com o trabalho e todos os condicionamentos inerentes à profissão, incluindo o conhecimento de que a geometria é uma das temáticas que apresentam maior dificuldade para se ensinar, dentre as várias que compõem a matemática. Disto, pode-se perceber como seria grande a dificuldade para um professor de outra disciplina exercer com efetividade esse papel.

O autor citado afirma também, com base em sua pesquisa, que o processo de ensino-aprendizagem de geometria requer, além do entendimento, a capacidade de visualização e construção do raciocínio, dos professores e dos próprios alunos, tendo em vista que sua essência contempla os planos bidimensional e tridimensional. Portanto, torna-se importante e necessária a análise profissional e com profundidade da geometria contida nos livros didáticos contemplados pelas escolas, o que aponta para a utilidade deste nosso Produto Educacional.

4.2 Impressões dos alunos sobre as atividades

Neste item, mostramos as avaliações e as impressões que os participantes tiveram do material disponibilizado, das tarefas e atividades, bem como se foram claras, proveitosas e positivas do ponto de vista de cada um. Lembramos que não relacionamos as respostas identificando os alunos, em respeito à preservação das suas identidades pessoais e considerando que o nosso objetivo é obter mais informações para analisar e aperfeiçoar o Produto Educacional proposto. Seguem as colocações dos alunos:

(A1) “Foi muito positiva a experiência de analisar um livro didático dos anos de 1772.

¹¹ Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.15, n.1, pp. 199-222, 2013

E sobre a questão 1, mudaria um pouco na abordagem quanto a indicar o ano de publicação e tradução. Tive dificuldade em compreender as informações”.

Analisamos esta observação junto ao nosso Professor Orientador e concluímos que se pode melhorar as informações, na pergunta referida, para uma melhor compreensão.

(A2) “Não achei positiva nem negativa, a avaliação desse livro em específico, principalmente pelo português arcaico. Nenhuma dúvida surgiu”.

Dentre os vinte alunos participantes, apenas este não opinou positivamente. Acreditamos, pela citação: “*português arcaico*”, que provavelmente este discente tenha fixado o entendimento de que somente a análise da linguagem escrita do livro seria necessária e suficiente.

(A3) “A atividade foi muito boa, a divisão das etapas (apresentação do trabalho pelo Ozael, depois uma análise individual, análise em grupo e por fim uma discussão geral) ajudou a amenizar o fato de o livro ser antigo e ter uma linguagem mais rebuscada e também ajudou a entender a questão dos conceitos matemáticos, como era tido antigamente e principalmente o propósito do autor ao buscar uma alternativa para o ensino de geometria”.

(A4) “A atividade foi fundamental para analisar a maneira como os conteúdos eram dispostos em determinada época e como tais obras foram fundamentais para o aprimoramento do ensino da Matemática e demais áreas do conhecimento”.

Nestas observações, podemos ver um resumo bastante completo de que os objetivos principais planejados para a aplicação do PE foram atingidos.

(A5) “Na minha visão, considero que a análise de qualquer obra, seja ela antiga ou atual, é uma atividade de grande valia para a reflexão no campo educacional. E nesta, como foi a análise de uma obra antiga, avalio que convergiu de forma satisfatória com a proposta da disciplina [História da Educação Matemática] como um todo. Portanto, a realização da oficina foi bastante positiva para a minha formação como professor. Durante a leitura da introdução do arquivo em PDF, observei que na atividade foi utilizada a edição de 1772. Então, surgiram algumas dúvidas: quantas outras edições existem traduzidas para o português? Por que foi escolhida essa edição de 1772? Em relação à dinâmica da oficina, afirmo que gostei bastante da maneira como foi estruturada e conduzida. Como sugestão, a oficina poderia ser realizada em um tempo maior, por exemplo, para os grupos discutirem as questões coletivas. Outro ponto que considero muito importante durante a oficina foi a análise da apresentação do conceito de “círculo” em livros diferentes. Como sugestão, essa análise poderia ser realizada para outras figuras geométricas”.

Concordamos com estas colocações e registramos para que sejam implementadas tais

sugestões, particularmente quando as atividades educacionais voltarem à normalidade do pós-pandemia.

(A6) “A atividade foi bem interessante, pois me levou a imaginar possibilidades como o ensino de matemática acontece na época em que este livro foi usado pelos professores. O livro didático vem se mostrando uma boa maneira de analisar esse processo contínuo de mudanças, objetivos e importância que são desprezados pelos sistemas de educação no transcorrer do tempo no ensino de matemática e aos conteúdos matemáticos”.

Nesta avaliação, podemos observar o interesse do aluno pela forma como o ensino de matemática se desenvolvia nos tempos passados. Interesse este despertado pela atividade de análise de um livro didático da época. Ao mesmo tempo, o discente expõe sua visão sobre a importância do livro didático como um instrumento de análise do processo educacional de matemática ao longo do tempo. Em seu entendimento, trata-se de um processo contínuo e dinâmico de mudanças no ensino e conteúdo escolar.

(A7) “De modo geral, a atividade foi interessante, pois me fez refletir um pouco sobre as diferenças do livro alvo da atividade e dos demais livros que foram analisados. Além disso, as perguntas foram objetivas e claras, não deixando espaço para dúvidas ou "quebrar a cabeça" para entender. Dado a idade do livro, fiquei até curiosa em depois olhá-lo na íntegra, pois passa a impressão de revolucionário para sua época de publicação. A realização da oficina foi de um todo proveitosa”.

(A8) “A atividade foi importante para saber como os conteúdos eram organizados, como os livros daquela época eram e fazer um comparativo com os livros usados atualmente. Diante disso, a oficina foi bem objetiva, trazendo discussões relevantes para a nossa formação quanto professor de matemática”.

(A9) “A experiência de analisar esse livro foi positiva e muito interessante, pois a partir das leituras dos trechos do livro foi possível perceber como era a abordagem do ensino de Geometria do autor anterior a Clairaut, perceber algumas das dificuldades que os principiantes apresentavam ao estudarem Geometria e como Clairaut pretendia abordar esse estudo na tentativa de propiciar uma melhor compreensão dessa área. Não restaram dúvidas quanto a análise do livro. O modo como a oficina foi realizada foi bom e a interação dos colegas na discussão das questões permitiu uma proveitosa troca de ideias”.

(A10) “Foi muito proveitosa essa experiência de analisar o livro de Clairaut, compreender as diferenças na escrita, na linguagem, na apresentação do conteúdo. E perceber que houve uma grande evolução dos livros antigos para os livros atuais, tudo pensado na melhor forma de ensinar e aprender a Matemática”.

(A11) “A atividade foi fundamental para analisar a maneira de como os conteúdos eram dispostos em determinada época e como tais obras foram fundamentais para o aprimoramento do ensino da Matemática e demais áreas do conhecimento”.

(A12) “A atividade é muito interessante pois possibilitou uma experiência com livros didáticos diferentes e com as propostas que os autores tiveram ao escrever os livros.

Desses comentários, destacamos o interesse, a curiosidade e motivação despertados com as atividades. Os alunos deixam transparecer que quanto mais conhecimentos e experiências obtiverem, mais seguros se sentirão na formação profissional.

(A13) “Achei de fundamental importância essa atividade, pois ao analisar o livro, trazemos discussões e fundamentos para que os próximos livros possam ser melhorados ao serem feitos, e isso só conseguirá ser feito, se tiver exemplos de algum livro que foi criado, mas que traz ainda problemática ao conteúdo apresentado. A oficina foi bem objetiva e não existiria outra forma de ser elaborada. Não fiquei com nenhuma dúvida, ela apenas abriu os olhos para aprender mais”.

(A14) “Ao analisar livros matemáticos antigos como esse nos mostra o quanto a matemática evolui com o tempo, como os métodos de ensino e aprendizagem utilizados e também o desenvolvimento da linguagem formal principalmente relacionado a simbologias. Acredito que não há dúvidas, o que eu achei estranho foi apenas a tradução do livro que às vezes parecia que certas frases ou palavras não faziam sentido. A oficina foi desenvolvida de uma forma bastante interessante que nos fizeram montar uma visão sobre a obra e em quais contextos tudo aquilo aconteceu.”

A importância das atividades voltadas para a análise do livro, incluindo discussões e pontos de vistas, é ressaltada pelos alunos, os quais demonstram e consideram tais atividades como oportunas para debater temáticas relevantes da disciplina matemática como a utilização da linguagem formal e da simbologia, além da possibilidade de levantar melhorias nas apresentações de conteúdo, envolvendo problemas.

Todas essas ideias, contidas nos comentários acima, como linguagem dos conteúdos, evolução das abordagens, organização e sequencialmente das proposições, construção de conhecimentos, conceitos e comparações construtivas, fazem parte da competência e habilidades do cotidiano profissional do Professor, indicando eficiência do Produto Educacional em pauta.

(A15) “Gostei da atividade, bem como da forma que ela foi trabalhada, mas acho que algumas perguntas devem ficar mais claras”.

(A16) “Foi uma atividade bem clara e que cumpriu o objetivo. Acredito que não deixou

dúvidas tendo em vista que foi bastante exposta por todos”.

Verificando essas duas observações, pode-se constatar uma certa contradição. Entretanto, como a aparente “falta de clareza” foi levantada por apenas um participante, acreditamos que se trata de casos a se esclarecer individualmente.

(A17) “O ensino de geometria, desde que conheço, é ensinado a partir de desenhos e começando pela definição de ponto e reta. A obra de Clairaut não é tão diferente assim. Apesar de ter sido um pontapé inicial para o ensino da geometria de forma mais didática, mas, analisando historicamente com as obras dos dias atuais, a obra de Clairaut não diverge delas. Será que há um outro meio de ensinar geometria que não seja dessa forma?”

Nesta colocação, podemos verificar um aspecto interessante, como uma contribuição das atividades do PE. Elas podem despertar o desejo de aumentar o conhecimento do ‘saber ensinar’, um dos pilares dos profissionais de ensino. Foi o que percebemos na pergunta contida no comentário.

(A18) “Avaliamos de forma positiva, pois tivemos a oportunidade de compartilhar as vivências como aluno e como professor, a tarefa nos fez interagir e foi bem produtiva nas discussões”.

(A19) “Avaliamos de forma positiva, pois tivemos a oportunidade de compartilhar as vivências como aluno e como professor, a tarefa nos fez interagir e foi bem produtiva nas discussões”.

(A20) “Avaliamos de forma positiva, pois tivemos a oportunidade de compartilhar as vivências como aluno e como professor, a tarefa nos fez interagir e foi bem produtiva nas discussões”.

Estas observações reforçam o entusiasmo, a motivação e o interesse dos participantes, atestando o acerto da escolha da técnica e dos conteúdos do nosso PE.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos considerar, após a análise da obra *Elementos de Geometria* de Clairaut, que realmente ela trouxe ao conjunto das obras didáticas de geometria uma intenção de ruptura ou até inovação metodológica para ensinar esse ramo da matemática. A análise, a partir da HP, nos permitiu observar na seleção dos conteúdos, na sua organização e na forma de sua apresentação que o texto do autor francês apresenta uma concepção de geometria elementar a ser ensinada, reacionária a um modelo dominante da época (o lógico dedutivo euclidiano), introduzindo fortemente a dimensão humana ao valorizar a construção histórica dos conceitos. Permitiu-nos também compreender os vínculos entre aquela obra didática e o mundo social no qual ela estava inserida, por meio da articulação entre os exames internos e o estudo sócio-histórico.

O olhar hermenêutico nos possibilitou ainda visualizar e inferir diversas concepções práticas pedagógicas, contidas tacitamente na intenção de Alexis Clairaut, que a nosso ver são válidas para os dias atuais. Dentre essas, podemos destacar o ensino a partir de problemas práticos e a inserção da história da matemática no ensino.

Conforme exposto anteriormente, a obra analisada foi escrita para servir a instrução da Marquesa de Châtelet (1706-1749), a qual Clairaut auxiliou e aconselhou, na sua tradução de “*Principia Matemática*”, de Newton. Mesmo com essa intenção, a obra de Clairaut foi usada em escolas francesas.

Nesse sentido, uma observação cuidadosa do que está escrito no Prefácio daquela obra e nas proposições iniciais (das mais simples e ambientalmente conhecidas às mais complexas), o texto nos revela que há um certo direcionamento em quase todas as páginas. Percebemos isto refletindo sobre uma despreziosa pergunta, feita por Glaeser (1983), depois de comentar sobre a destinação do livro para a Marquesa de Châtelet, indaga como teria sido a apresentação caso tivesse sido endereçado a uma criança pequena em vez de uma pessoa adulta e intelectual. Além disso, percebe-se certo princípio pedagógico que, pelo menos tacitamente, foram estabelecidos no ensino de geometria elementar a partir desta obra, os quais, a nosso ver, foram apropriados pela pedagogia mundana. Seguem alguns exemplos destes princípios e a relação com os apontamentos do Clairaut: a) não se deve ficar entediado sob nenhum pretexto ou circunstância no ambiente de aprendizagem; sabemos que a Geometria por si só é abstrata, mas as dificuldades experimentadas por aqueles que começam a estudá-las frequentemente advêm

da forma como é ensinada nos seus Elementos ordinários. Inicia sempre com definições, axiomas e princípios, que parecem não trazer nada além de *secura* para o Leitor. Na sequência vêm as proposições difíceis de entender e sem ligação com objetos interessantes que possam fixar o raciocínio. O resultado disso são os iniciantes se cansarem e sentirem repulsa à disciplina, antes mesmo de ter uma ideia distinta do que se quer ensiná-los (Prefácio do livro). Acreditamos ser válido este princípio, mas quando houver necessidade de se impor a autoridade de mestre; b) o rigor lógico ou demonstrativo podem ser suprimidos, quando essa rigidez não estiver ao alcance e nem despertar interesse nos principiantes da disciplina; e c) exemplos concretos nas apresentações, explorando a temática da medição da terra. Neste rumo, Clairaut afirma que devemos ensinar matemática útil e mostra, por exemplo, como se mede uma superfície que contém algum obstáculo (uma elevação, uma árvore (madeira), uma lagoa, etc...) que impede que se messa diretamente (GLAESER, 1983).

Portanto, embora existam críticas e limitações às escolhas de Clairaut (notadamente em relação ao rigor matemático), estas são justificadas pelo autor ao indicar que seu texto tinha a intenção de não “espantar” os iniciantes na geometria, sempre valorizando situações práticas para a época como a medição de terrenos para falar de distâncias e áreas. O autor também dá destaque a situações experimentais, naturais e problemáticas, algo preconizado pela literatura atual sobre o ensino de matemática.

Sobre a análise da aplicação do Estudo Dirigido elaborado como nosso produto educacional, percebemos que ele possibilitou o diálogo sobre conceitos de geometria e sobre seu ensino, permitindo aos estudantes conhecerem um pouco mais sobre a história da educação matemática, além da oportunidade de poderem refletir sobre concepções pedagógicas, neste extenso horizonte das estratégias de abordagens na prática docente e no entendimento da utilidade da matemática, bem como da problematização do ensino.

É importante ressaltar algo apontado pelos participantes no sentido de ser possível implementar um ensino de geometria elementar com a valorização de atividades experimentais, naturais e problemáticas, como o proposto por Clairaut, dependendo do nível de ensino em que se aplique. Isto indica serem essas atividades também uma forma de incremento da cultura escolar, em sala de aula, de acordo com o estado sócio-intelectual dos estudantes.

Outro ponto relevante e preocupante refere-se a ausência de aulas de geometria durante os tempos de educação básica de alguns dos estudantes participantes da aplicação: *no meu caso, no ensino médio foi como a maioria do pessoal, também nunca vi nada de geometria e, inclusive, tive falta de professor durante um ano... mesmo no ensino fundamental, foi algo*

bem vago. Este é um problema que deve ser enfrentado para que um círculo vicioso não seja construído: o estudante não estudara adequadamente a geometria na educação básica, segue para o curso de formação de professores que não “é o lugar da geometria básica” (por se entender que aqueles conteúdos deveriam ter sido vistos na escola) e foca em uma geometria formal, exclusivamente axiomático-dedutiva e fazendo com que o futuro docente não tenha segurança ou interesse ou repertório para trabalhar na escola uma geometria que resolve problemas mundanos, que tenha suas raízes no desenvolvimento cultural humano. Acreditamos que políticas públicas e discussões relativas à construção de currículos são essenciais para atacar esse problema e esperamos que futuras pesquisas abordem o tema para que ajudem na busca por soluções.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALDRINI, Álvaro. VASCONCELOS, Maria José. *Praticando matemática* 6. 4. Ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2015 – (Coleção praticando matemática; v. 6) "Alexis Claude Clairaut" em *Só Matemática*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 1998-2020. Disponível na Internet em: < <https://www.somatematica.com.br/biograf/clairaut.php> > Último acesso em: 26/01/2020.

ALVES, L. C. ; CURY, F. G. . Elementos de Geometria de Clairaut: uma análise a partir da Hermenêutica de Profundidade. In: **II Encontro Regional de pesquisa em História da Educação Matemática - EREPHEM**, 2015, Natal. ANAIS DO II EREPHEM, 2015. v. 1. p. 102-115. Disponível em: <http://www2.fc.unesp.br/enaphem/sistema/trabalhos/Novos%20PDF/18.pdf>. Acesso em 21 dez. de 2020.

ANJOS, Edisio Alves dos. GÓMEZ, Félix Pedro Quispe. **A História da Matemática como ela é, abordando assuntos do Ensino Médio**. OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICAPARANAENSE NA PERSPECTIVA DO PROFESSOR. Artigos. Versão Online ISBN 978-85-8015-080-3. Cadernos PDE – 2014. Vol I. Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_utfpr_mat_artigo_edisio_alves_dos_anjos.pdf>

ARANHA, M. L. A. **História da Educação**. 2ª Edição. São Paulo: Moderna, 1996.

ARANHA, M. L. A. **História da Educação e da Pedagogia geral e Brasil**. 1ª Ed. São Paulo. Moderna, 2012

ARIANRHOD, Robyn. Émilie du Châtelet: the woman science forgot. **Cosmos**, 2015. Disponível em: < <https://cosmosmagazine.com/science/mathematics/emilie-du-chatelet-the-woman-science-forgot/> >. Acesso em 23 de setembro de 2021.

BARONI, Rosa Lúcia Sverzut; NOBRE, Sergio Roberto. A pesquisa em história da matemática e suas relações com a educação matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 129-136. (Coleção Seminários & Debates).

BARONI, Rosa Lúcia Sverzut; TEIXEIRA, Marcos Vieira; NOBRE, Sergio Roberto. A investigação científica em história da matemática e suas relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Orgs.). **Educação matemática**: pesquisa em movimento. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012. p.199-202.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto, 1994.

BRITO, A. J.; MIORIM, M.A. A história na formação de professores de matemática: reflexões sobre uma experiência. **Anais do III Seminário Nacional de História da Matemática**, 1999.

BRUNSCHVICG, L. **Les étapes de la philosophie mathématique**. Paris, F. Alcan, 1912.

CAMBI, Franco. **História da pedagogia**. São Paulo: Fundação Editora da UNESP, 1999.

CARVALHO, Maiara Cristina de. **Por uma “Intradisciplinaridade” em Matemática – Estabelecendo Conexões entre Conceitos de Matemática a partir de questões Contextualizadas do Enem**. 2017. 40 f. Monografia (Especialização em Educação em Matemática e Ciências) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2017.

CLAIRAUT, Alexis-Claude, **Elementos de geometria**. Regia Officina Typografica. Lisboa: 1772.

CHARTIER, R. **A ordem dos livros: Leitores, autores e bibliotecas na Europa entre os Séculos XIV e XVIII**. Brasília, DF: Editora da Universidade de Brasília, 1999.

CHARTIER, R. **Formas e sentido: Cultura escrita: Entre distinção e apropriação**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2003.

CHARTIER, R. **Leituras e leitores na França do Antigo Regime**. São Paulo: Editora da Unesp. 2004

CUNHA, Maria Isabel. **O professor universitário na transição paradigmática**. Araraquara: JM, 1998.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. A História da Matemática: questões historiográficas e política e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.). **Pesquisa em educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999. p. 97-115 (Coleção Seminários & Debates)

DUVAL, R. Signe et objet (I): trois grandes étapes dans la problématique des rapports entre représentation et objet. **Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives**, Strasbourg, v. 6, p. 139-163, 1998.

_____, Registros de representações semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. (Org.) A. **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica.**, p.11- 33. Campinas, São Paulo: Papirus, 2003.

_____, **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. São Paulo: PROEM, 2011.

EUCLIDES. **Os Elementos**\Euclides; tradução de Irineu Bicudo. – São Paulo: Editora UNESP. 2009

GARCIA, Janio de Sá; CARDOSO, Virgínia Cardia. Potencialidades no Ensino de Matemática em turmas de EJA no Ensino Médio: um estudo via Hermenêutica de profundidade. **Revista @mbienteeducação**, [S.l.], v. 11, n. 1, p. 180 - 192, jan. 2018. ISSN

1982-8632. Disponível em:

<<http://publicacoes.unicid.edu.br/index.php/ambienteeducacao/article/view/50>>. Acesso em: 03 nov. 2019.

GARNICA, A. V. M., **A interpretação e o fazer do professor: A possibilidade do trabalho hermenêutico na Educação Matemática**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. UNESP, Rio Claro, 1992.

GLAESER, G. A propos de la pédagogie de Clairaut vers une nouvelle orientation dans l'histoire de l'éducation. **Recherches En Didactique Des Mathématiques**, Paris: 4(3), 325–344. 1983. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1983/a-propos-de-la-pedagogie-de/> Acesso em: 26/01/2020.

GOMES, M. L. M. **Quatro visões iluministas sobre a educação matemática: Diderot, D'Alembert, Condillac e Condorcet**. Campinas: Unicamp, 2008.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; SILVA, Carmen Kaiber; MORA, Castor David. Perspectiva em educação matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 6, n. 1, p.3755, jan-jun. 2004.

GUIMARÃES, Ueudison Alves; MARINHEIRO, Carlos Alberto. A História da Matemática no Ensino Fundamental. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**. Ano 02, Ed. 01, Vol. 16, pp. 05-11, março de 2017. ISSN: 2448-0959

HOFSTETTER, Rita; SCHNEUWLY, Bernard. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: HOFSTETTER, Rita; VALENTE, Wagner Rodrigues (Org.). **Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores**. São Paulo: Livraria da Física, 2017. p.113–172.

LAROUSSE ENCYCLOPÉDIQUE, 1969 p. 334. Disponível em: <https://www.larousse.fr/encyclopedia/personnage/Alexis_Clairaut/111174>. Acesso em 10 de outubro de 2019.

MAGALHÃES, Justino. **Da Cadeira ao Banco: Escola e modernização (séculos XVIII-XX)**. Lisboa: Educa Unidade de I&D de Ciências da Educação, p.19. 2010.

MARTINS, W. **A Palavra escrita: história do livro, da imprensa e da biblioteca**. 3ª ed. São Paulo. Ática. 2001:

MENDES, Iran Abreu. **Investigação histórica no ensino da matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

MENDES, Iran Abreu. História no Ensino da Matemática: trajetórias de uma epistemologia didática. **Rematec**, Natal (RN), a. 8. n. 12, p. 66-85, 2013.

MICHALOVICZ, Solange. Uma atividade pedagógica articulando história da matemática e resolução de problemas. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 10. Curitiba. **Anais ...** Curitiba: UFPR, 2009. p. 505 a 515.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na educação matemática: propostas**

e desafios. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. (Tendências em Educação Matemática)

MORALES, C. AMBRÓSIO M. B. MAGALHÃES, O. L. C. S.de. PEDRASSOLI,R.
Uma História da Educação Matemática no Brasil através dos Livros Didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental. 2003.Disponível em:
<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Monografia_Morales.pdf>. Acesso em 15 de Abril de 2020

OLIVEIRA, F. D. **Análise de textos didáticos: três estudos.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática - Universidade Estadual Paulista – UNESP, Rio Claro, 2008.

OLIVEIRA, F. D., ANDRADE, M. M., SILVA, T.T.P.. A hermenêutica de profundidade: possibilidades em educação matemática, **Alexandria - Rev Educ Ciênc Tecnol**, 6, (1), 119-42, 2013.

PONCZEK, R. L. Da Bíblia a Newton: uma visão da Mecânica. In.: **Origens e evolução das ideias da física.** ROCHA, J. F. M. (org). 2ª ed. Salvador: EDUFBA, 2015, p. 21-134.

RANCIÈRE, J.**La política de los cualquiera.** Entrevistadores: Marina Garcés, Raúl Sánchez Cedillo, Amador Fernández-Savater. 2010. Disponível em:
<http://lavaca.org/bibliovaca/entrevista-con-jacques-ranciere-la-politica-de-los-cualquiera/>.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática** – Uma visão crítica, desfazendo Mitos e Lendas. São Paulo: Zahar, 2012.

ROUX, S. Forms of mathematization (14th -17th centuries). **Early Science and Medicine**, Leiden, v. 15, n. 4-5, p. 319-337, 2010.

SIEVÈS, E. J. in:**Quê é o Terceiro Estado? (A Constituinte Burguesa).**Tradução de Norma de Azevdo. 2. tiragem, Rio de Janeiro, Liber Juris, 1988

SOUZA Grasielly dos Santos de e PFAHL ,Kelly Cristina Correia). O cálculo de áreas e o problema de quadratura: uma proposta pedagógica com história da matemática. In: **Encontro Paranaense de Educação Matemática.** Cascavel.-PR. 2017.

THOMPSON, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna:** teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa. Petrópolis: Vozes. 2011.

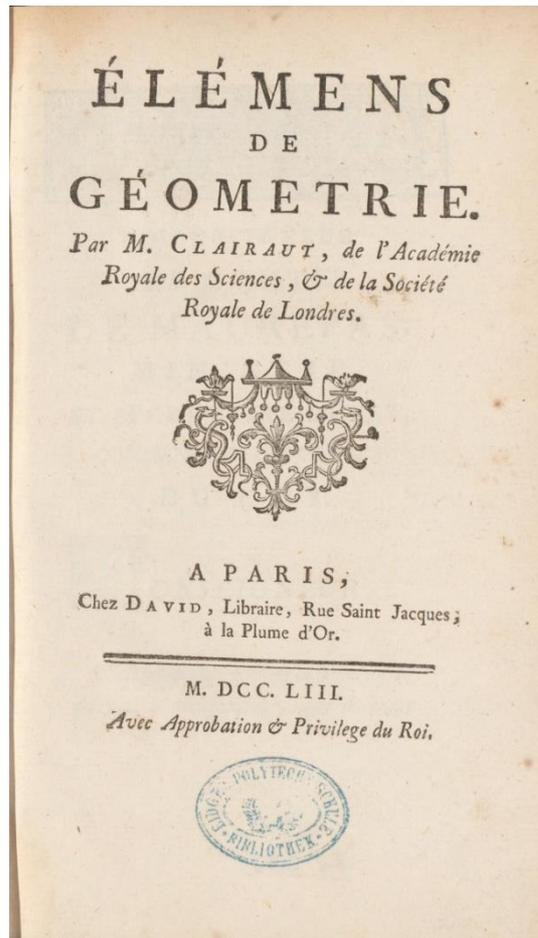
TOCQUEVILLE, Alexis.**O antigo regime e a revolução.**Lisboa: Fragmentos, 1989, p.211

VALDEMARIN, Vera Tereza. Os sentidos e a experiência: professores, alunos e métodos de ensino. In: SAVIANI, **Dermeval et al. O legado educacional do século XX no Brasil.** Campinas, SP: Autores associados, 2004.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Sobre a investigação dos saberes profissionais do professor de matemática:** algumas reflexões para a pesquisa. Caminhos da educação matemática em revista, v. 6, n. 1, 2016.

APÊNDICE – PRODUTO EDUCACIONAL

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E
MATEMÁTICA



**EXERCÍCIO DE ANÁLISE DA OBRA *ELEMENTOS DE GEOMETRIA* DE ALEXIS
CLAUDE CLAIRAUT (1713-1765)**

Ozuel Teodosio de Melo
Fernando Guedes Cury

NATAL-RN
2020

SUMÁRIO

I. SUGESTÃO DE ROTEIRO DE APLICAÇÃO DA ATIVIDADE:	3
II. INTRODUÇÃO	3
III. QUESTÕES INDIVIDUAIS	9
IV. QUESTÕES DE SOCIALIZAÇÃO	10
IV. QUESTÃO PARA DEBATE FINAL	14
BIBLIOGRAFIA	16
APÊNDICES	17
ANEXOS	17

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS
NATURAIS E MATEMÁTICA

PROPOSTA DE PRODUTO EDUCACIONAL

**Estudo dirigido sobre a obra Elementos de Geometria de Alexis Claude Clairaut
(1713-1765)**

I. SUGESTÃO DE ROTEIRO DE APLICAÇÃO DA ATIVIDADE:

- Introdução: Explicação de como funcionará a atividade – que pode ser feita em aula anterior indicando as atividades individuais (15 min) ;
- Reunião dos alunos em pequenos grupos para resolver/discutir questões de socialização (20 min para os grupos conversarem e mais 20 min para debater com todos os grupos);
- Debate Final: o professor conduzirá uma discussão que ressalte os principais pontos das questões da parte anterior, destacando os contextos sócio históricos específicos da publicação da obra e da sua circulação/recepção (20 min) ;
- Avaliação (15 min).

II. INTRODUÇÃO

O ensino de Geometria (conceitos e prática) é apresentado de forma relevante nas orientações aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e nos debates mais recentes para a elaboração da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), uma amostra da importância dessa temática, relacionando-a aos processos de escolarização.

Os PCN foram estabelecidos com o objetivo de nortear as práticas pedagógicas auxiliando o docente ao ensino de excelência. Eles enfatizam a Geometria como um campo fértil para se desenvolver com situações problema, pois ela possibilita trabalhar a capacidade de argumentar e de construir conhecimentos, permitindo ao aluno a desenvolver um raciocínio próprio para compreender, representar e descrever o mundo em que vive de forma organizada.

Mais recente, a BNCC propõe cinco unidades temáticas da área da Matemática. São elas: a dos Números, a da Álgebra, a da Geometria, a das Grandezas e Medidas e a da Probabilidade e Estatística. Na terceira unidade é que se concentra o presente Estudo Dirigido. Essas unidades temáticas correlacionadas têm o propósito de orientar a formulação de habilidades a serem

desenvolvidas ao longo da trajetória escolar dos discentes, o que abre a possibilidade de cada uma delas receber as abordagens conforme o ano de escolarização.

A BNCC (BRASIL, 2017), em seus objetivos gerais para o ensino fundamental, destaca a necessidade de **interpretar, descrever, representar e argumentar**, construindo, assim, uma comunicação matemática e fazendo uso, para isto, de diversas **linguagens**, estabelecendo relações entre elas e diferentes representações matemáticas. O documento recomenda que os **conteúdos geométricos** se desenvolvam com a compreensão de características e propriedades das figuras geométricas, as construções geométricas usando materiais manipuláveis, tecnologias e com as aplicações em outras áreas do conhecimento, além de representações de localização e/ou de movimentação de objetos no plano e no espaço, incluindo-se o plano cartesiano nesse processo. Dessa forma, orienta na direção da construção de uma aprendizagem mais significativa e articulada.

Para a construção da aprendizagem articulada, consideramos que os PCN e a BNCC evidenciam, como relevantes nas abordagens em prática no ensino de geometria, a contextualização e a resolução de problemas, entre outros como a interdisciplinaridade e a mediação dos docentes.

A contextualização se verifica de forma clara nas atividades mais atrativas aos educandos, as quais estão relacionadas com a realidade local. O educador poderá propor situações-problema de forma contextualizada aos seus alunos, de modo a proporcionar ao discente um entendimento espacial do mundo físico e a interação com este mundo. Poderá também dispor da utilização de materiais manipuláveis concretos e softwares geométricos.

Os PCN expõem como um dos objetivos para o ensino de todas as disciplinas: “questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação” (Brasil 1998, p. 8). E como objetivos específicos da Matemática:

[...] identificar os conhecimentos matemáticos como meios para **compreender e transformar o mundo** à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da matemática como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. (BRASIL, 1998, p. 47). (Grifo nosso).

Acreditamos que esse objetivo pode ser evidenciado quando os discentes, em um Estudo Dirigido¹², mostram-se reflexivos, interpretam e reinterpretam enunciados buscando, de alguma forma, contribuir com a transformação do mundo à sua volta, proporcionando incremento na cultura escolar individual e coletiva, e ampliando a capacidade de cada um melhorar a qualidade de vida própria e de sua família.

A BNCC, ao apresentar as competências específicas a serem desenvolvidas a partir dos diversos componentes curriculares, expõe a expressão “resolver problemas”, direcionando-a à ideia de “preparar” o aluno para solucionar situações nos contextos sociais, esperando que ele desenvolva:

[...] a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando **conceitos, procedimentos e resultados** para obter soluções e **interpretá-las** segundo os **contextos das situações** (BRASIL, 2017, p. 263). (grifo nosso)

Dessa forma, podemos afirmar que a geometria é utilizada em diversas áreas do conhecimento, contribuindo inclusive na resolução de problemas reais. O conjunto de objetivos de conhecimento e habilidades que envolvem essa disciplina é muito amplo e, portanto, para o processo ensino-aprendizagem de geometria, visa desenvolver o pensamento geométrico ao trabalhar com formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais, além de posição e deslocamento no espaço. Acreditamos, assim como Arcego (2016), que há mais viabilidade para a compreensão dos conceitos matemáticos por intermédio da mobilização do idioma natural de uso, da linguagem simbólica e exploração prática dos aspectos geométricos.

Indo ao encontro desse entendimento, da tentativa de novas propostas para o ensino de geometria e dos objetivos expostos pelos PCN e pela BNCC, foi concebido este Estudo Dirigido, materializado em uma sequência de atividades sócio individuais utilizando-se de uma obra sobre o ensino de geometria.

Nossa intenção é estimular os futuros professores a avaliar diferentes abordagens para o ensino de geometria utilizadas ao longo do tempo a partir da análise de um livro didático: Elementos de Geometria, de Alexis Claude Clairaut (1713-1765), que estava sendo estudado historicamente a partir de um ferramental teórico-metodológico para análise de constructos humanos (a Hermenêutica de Profundidade).

¹² O ESTUDO DIRIGIDO é uma técnica que compreende a elaboração de um roteiro de estudo para que os estudantes executem as etapas definidas de forma sistemática e organizada, de maneira que possam compreender, interpretar, analisar, avaliar e criar/aplicar o conteúdo abordado no roteiro proposto.

Assim, este Estudo Dirigido (ED) é uma ferramenta pedagógica que indica uma possibilidade de trabalho no sentido de amadurecer o olhar crítico do aluno sobre materiais didáticos diversos. Esta ferramenta está centrada no aluno, estimulando sua autonomia e valorizando a prática da leitura e interpretação de textos.

As atividades podem ser desenvolvidas em três etapas: a) questões individuais, que devem ser feitas antes da aula; b) questões de socialização, realizadas em sala, em pequenos grupos; e c) debate final, envolvendo toda a turma.

A obra de Clairaut, *Elementos de Geometria*, foi escolhida pela sua importância na história da educação matemática como uma produção inovadora: ela pretendia ser uma opção alternativa à famosa obra “os Elementos”, de Euclides, para o ensino de matemática. No prefácio da obra que inspirou este nosso trabalho, o autor apresenta ideias que nos parecem ter semelhanças com as propostas atuais de ensino, principalmente no que tange a organização local¹³, representações¹⁴ e construções, o estímulo à investigação, à curiosidade, à criatividade, à descoberta e à utilização da observação.

O conteúdo, no livro de Clairaut, é exposto por meio de proposições ordenadas, acompanhadas de explicações, justificado por “evidências” ou pelas proposições anteriores, sem a preocupação de demonstrá-las formalmente e em linguagem naturalmente simples.

As primeiras dessas proposições têm como mote a “medida de terrenos” que, ao ver do autor, pareceu mais própria para o ensino de geometria, pois que “geometria” significa medida de terreno. As explicações que acompanham as proposições se caracterizam pelo seu desenvolvimento a partir de necessidades práticas e consideram o cotidiano dos possíveis leitores, sem a obrigatoriedade do rigor ou formalismo matemático. Para exemplificar essa ausência do rigor matemático, cita-se, como exemplo, a explicação dada pelo autor para o que seja uma reta perpendicular: “uma linha que cai sobre outra sem pender nem para um lado nem para outro, é perpendicular a essa linha”¹⁵. Verifica-se, pela linguagem simples e com termos usados no cotidiano social, que transparece ser esse conhecimento (perpendicularismo entre retas) bem mais acessível para leitores ainda desprovidos do conhecimento científico básico de geometria, comparando-se com as definições 9 e 10 do livro I dos “Elementos” de Euclides.

¹³Refiro-me as atividades organizacionais do ambiente de aprendizagem, seja ele virtual ou presencial (sala de aula)

¹⁴Representações diz respeito basicamente às figuras ou a desenhos, por exemplo, que representem objetos reais ou imaginários relacionados à geometria.

¹⁵Veja-se como é definida a reta perpendicular nos “Elementos de Euclides”: - (Livro I Definição 9): E quando as linhas que contêm o ângulo são linhas retas, o ângulo chama-se retilíneo (raso). - (Livro I Definição 10): Quando uma linha reta, incidindo com outra linha reta, fizer com esta dos ângulos adjacentes iguais, cada um desses ângulos é reto, e a linha reta incidente diz-se perpendicular à linha com a qual incide

O próprio autor afirma:

Em alguns passos destes elementos, talvez me censurem por me reportar demasiado ao testemunho dos olhos, e por me não cingir bastante à exatidão rigorosa das demonstrações. Aos que tal censura me fizeram, peço que observem que só trato pela rama as proposições cuja verdade se patenteia por pouco que nelas se atente. Assim procedo sobretudo no começo, em que mais vezes se encontram proposições desse gênero. E isto faço por haver notado que os predispostos ao estudo da geometria gostavam de exercitar um pouco seu espírito, ao passo que se desinteressavam quando eram atochados de demonstrações, por assim dizer, inúteis (CLAIRAUT, 1872, p. XII).

Pode-se dizer que esta obra de Clairaut está incluída também no rol das produções resultantes do movimento revisional dos Elementos de Euclides, no sentido de tornar assimilável a compreensão e construção dos conhecimentos da geometria. Sua inovação principal é a apresentação de forma ordenada com explicações correspondentes de proposições. Ressalta-se que nos “Elementos” de Euclides são expostos ordenadamente axiomas e/ou postulados.

A edição usada para nossas atividades foi de 1772, traduzida por Joaquim Carneiro da Silva. Compõe-se basicamente de: Dedicatória, Prólogo (Prefácio), Índice e quatro partes; cada uma contendo as proposições e explicações correspondentes. Ela pode ser acessada a partir de links em partes que foram transcritas para o português mais atual, nos Apêndices. Há, também, links para acessar aquela versão portuguesa completa e uma versão francesa de 1753, nos Anexos.

Ao se folhear esse livro, descobre-se logo uma proposta particular para o ensino de geometria. Trata-se de um modo de ensinar a geometria euclidiana, envolvendo questões práticas. Buscando-se a construção conceitual, as definições vão sendo colocadas indiretamente. Parte-se da medição de terrenos e segue-se de forma natural e gradual. Destacamos, para exemplificar, o exposto ao se falar de áreas de superfícies:

[...] o meio mais simples e natural é usar-se de uma medida comum que, aplicada muitas vezes sobre a superfície a medir, a cubra inteiramente. É evidente que a medida comum da superfície deve ser também uma superfície como, por exemplo, a superfície de um metro quadrado, um decímetro quadrado, etc. Assim, medir um retângulo é determinar o número de metros quadrados ou decímetros quadrados, etc, contidos em uma superfície. (Clairaut, 1772, p. XII)

Ele segue, após essa “definição de área”, apresentando um método prático para o cálculo de áreas a partir de situações possíveis no cotidiano de um leitor da sua época:

[...] como dissemos, há muitos casos, em que é necessário saber a sua extensão. Tratar-se-á, por exemplo, de **determinar quanto é preciso de tapeçaria para uma sala; ou quantas braças quadradas conterà um terreno marcado em forma de um retângulo**, etc.

Bem se conhece, que para se chegar a esta sorte de determinações, o meio mais

simples, e mais natural é de nos servirmos de uma medida comum, que aplicada muitas vezes sobre a superfície, que há para medir, a cubra inteiramente: método, que vem a ser o mesmo que já serviu para determinar o comprimento das linhas.

Ora é evidente que a medida ordinária das superfícies deve ser em si mesma uma superfície, por exemplo, a de uma braça quadrada, de um pé quadrado, etc. Assim, medir um retângulo é determinar o número de braças quadradas, ou de pés quadrados, etc. que a sua superfície contém.

Ponhamos um exemplo para iluminar o entendimento. Suponhamos que o retângulo ABCD (Fig 9.) tenha 7 palmos de altura sobre uma base de 8 palmos; pode-se considerar este retângulo como repartido em sete bandas, a, b, c, d, e, f, g, e que cada uma contenha 8 palmos quadrados: será pois o valor do retângulo sete vezes 8 palmos quadrados, ou 56 palmos quadrados.

Se agora nos lembrarmos dos primeiros elementos do cálculo Aritmético, que multiplicar dois números e tomar um tantas vezes, como unidade se contém no outro, achar-se-á uma perfeita **analogia entre a multiplicação ordinária, e a operação, pela qual se mede o retângulo.** Ver-se-á que multiplicando o número de braças, ou de palmos, etc. que tiver a sua altura, pelo número de braças, ou de palmos, que der a sua base, se determinará a quantidade de braças quadradas, ou de palmos quadrados que contiver a sua superfície. (CLAIRAUT, 1972, P. XII) (grifo nosso)

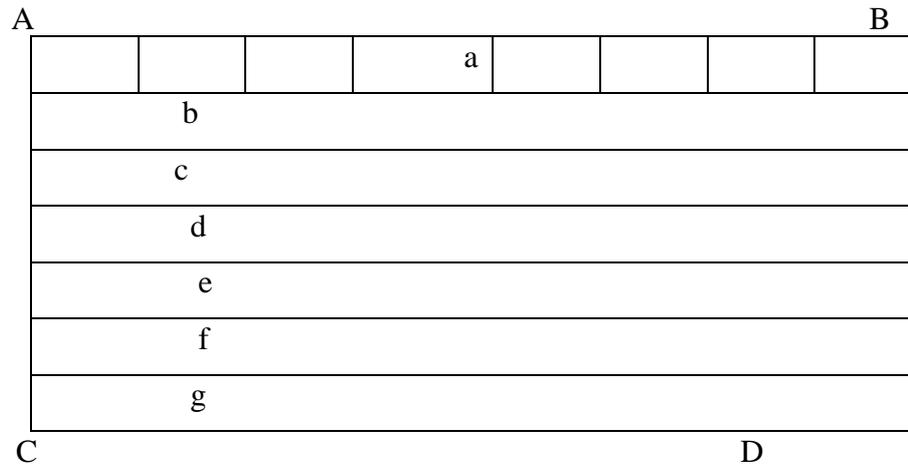


Figura 9

Nota-se um interesse na exposição de problemas, utilizando-se objetos ou situações do cotidiano social, possibilitando aos discentes se motivarem e ativarem os “espíritos” de curiosidade e criatividade em busca das soluções e, em consequência, da construção do conhecimento correspondente. Trata-se de uma obra ordenada conforme o método dos inventores da geometria, desprezando as tentativas que se mostraram falsas; é conveniente para conduzir os mestres em circunstâncias em que os discentes não necessitem do livro didático. Segundo o autor da obra, o fato de não apresentar qualquer preocupação com o rigor matemático, com o desenvolvimento dedutivo, ou com demonstrações, poderia facilitar a percepção das verdades geométricas.

A seguir vamos às questões que compõem nosso estudo dirigido da obra:

III. QUESTÕES INDIVIDUAIS

1. Qual o nome da obra, do seu autor, e qual o ano da publicação original e o ano desta tradução a ser analisada? (Ver Apêndice I)

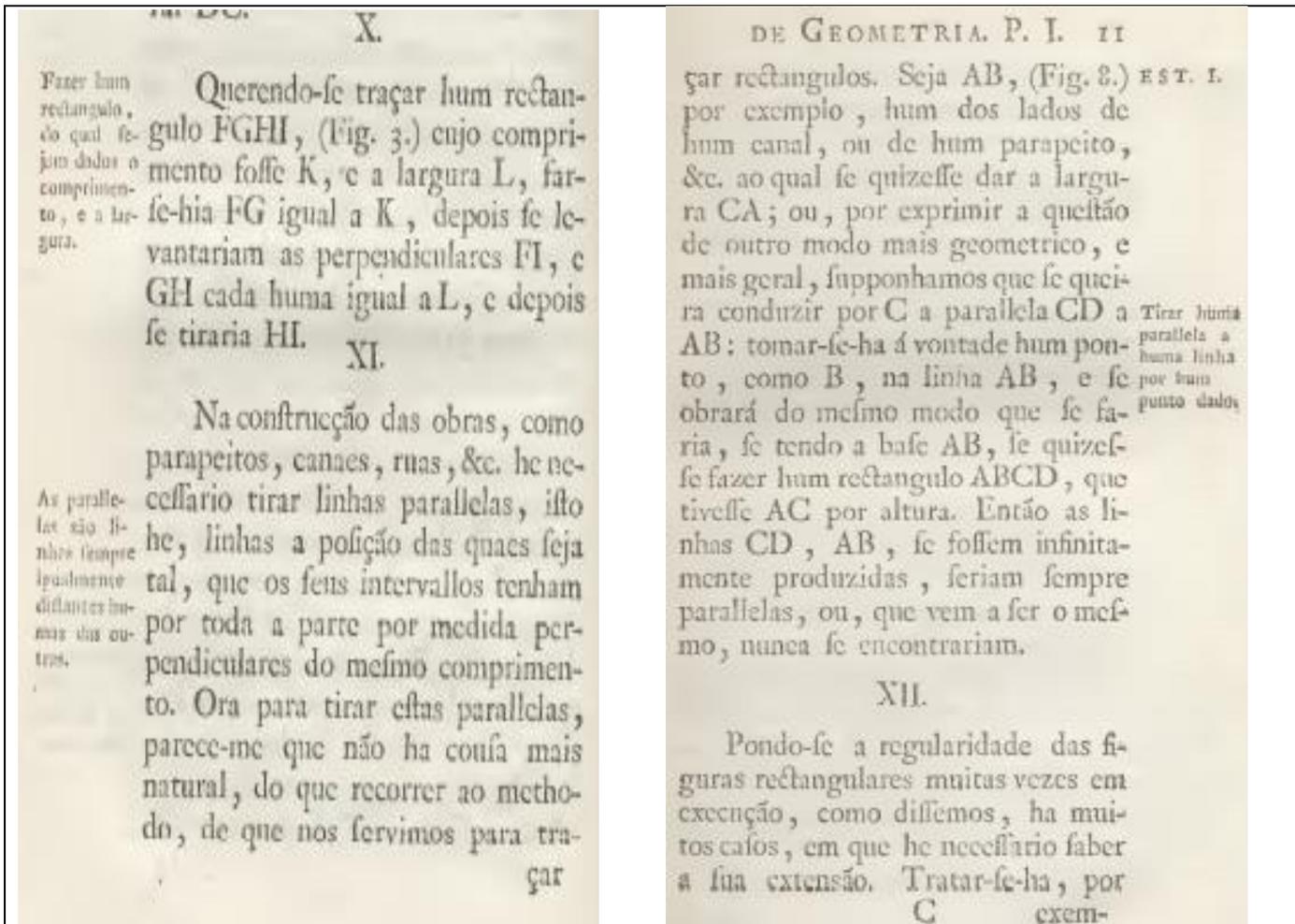
2. No Prólogo da obra de Clairaut o autor indica aspectos de sua obra que devem diferenciá-la de outras voltadas ao aprendizado da Geometria. Quais são essas características? (Ver Apêndice IV)

3. Por que o autor diz que decidiu escrever seu livro com as características indicadas na questão anterior? (Ver Apêndice IV).

4. Descreva brevemente como a obra está organizada (o que contempla cada uma das quatro partes em que foi dividida etc.). (Ver o início dos Apêndices V a VIII).

IV. QUESTÕES DE SOCIALIZAÇÃO

5. A partir de uma leitura das primeiras páginas da parte dos conteúdos do livro (Abaixo extratos do Apêndice V) você acredita que a linguagem usada pelo autor é adequada aos principiantes no ensino de Geometria? Em nossos dias, você acha que ela estaria adequada a algum nível de escolaridade? Qual?



X: *Fazer um retângulo, do qual sejam dados o comprimento, e a largura.*

Querendo-se traçar um retângulo FGHI, (Fig 3) cujo comprimento fosse K, e a largura L, far-se-ia FG igual a K, depois se levantariam as perpendiculares FI, e GH cada uma igual a L, depois se tiraria HI.

XI: *As paralelas são linhas sempre igualmente distantes umas das outras.*

Tirar uma paralela a uma linha por um ponto dado.

Na construção das obras, como parapeitos (muralhas), canais, ruas, etc. temos necessidade de traçar linhas *paralelas*, isto é, linhas cuja posição seja tal que seus intervalos tenham por toda a parte, por medida, perpendiculares do mesmo comprimento. Ora para tirar estas paralelas, parece-me que não há coisa mais natural, do que recorrer ao método, do que nos servíamos para traçar retângulos. Seja AB, (Fig 8) por exemplo, um dos lados de um canal ou de qualquer parapeito (muralha), etc. ao qual se quisesse dar a largura CA, ou por exprimir a questão de outro modo mais geométrico, e mais geral, supponhamos que se queira conduzir por C a paralela CD a AB; tomar-se-á à vontade um ponto, como B, na linha AB, e se obrará do mesmo modo que se faria, se tendo a base AB, se quisesse fazer um retângulo ABCD, que tivesse AC por altura. Então as linhas CD, AB, se fossem infinitamente produzidas, seriam sempre paralelas, ou, que vem a ser o mesmo, nunca se encontrariam.

XII

Pondo-se a regularidade das figuras retangulares muitas vezes em execução, como dissemos, há muitos casos em que é necessário saber a sua extensão. Tratar-se-á, por exemplo....

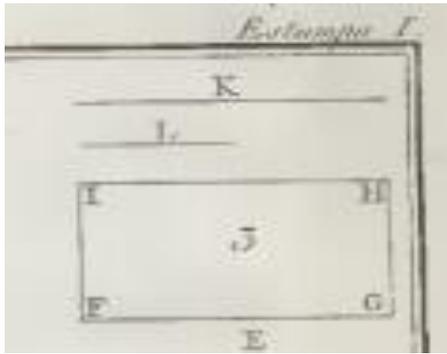


Fig 3

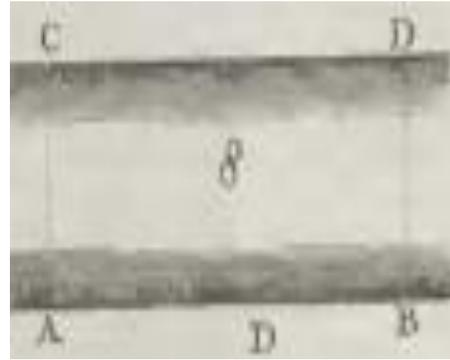


Fig 8

6. Você acha que a linguagem usada pelo autor deveria ser mais ou menos formal se este livro fosse estudado em um curso de formação (ou capacitação) de professores? Por quê?

7. Comente sobre como são apresentados os conceitos da proposição VI da Primeira Parte e discuta outras formas de defini-los.

Proposição VI: O círculo é o traço inteiro, que descreve a ponta móvel de um compasso, girando à roda da outra ponta. O centro é o lugar da ponta fixa. O raio é o intervalo das pontas do compasso (a abertura de compasso). O diâmetro é o dobro do raio.

Explicação: Se um dos traços, por exemplo PDM (Fig 4) fosse continuado por O, por E, R, etc, até se encontrar com o ponto P, o traço inteiro chamar-se-ia *circunferência do círculo* ou simplesmente *círculo*. Traçando-se a parte PDM da circunferência, essa parte chamar-se-ia *arco do círculo*. O intervalo AD, seu raio. Toda linha como DAE, que passa pelo centro e vai terminar na circunferência, chama-se *diâmetro*. Esta linha é evidentemente o dobro do raio, e por isso o raio é às vezes denominado *semidiâmetro*.

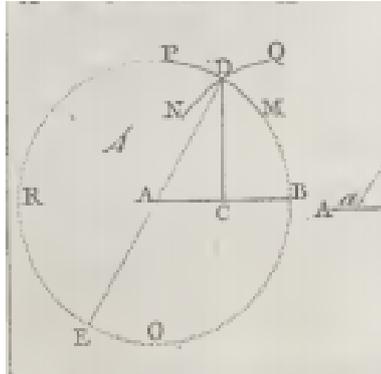


Fig 4

Barbosa, em Geometria Euclidiana Plana

Definição. Seja A um ponto do plano e r um número real positivo. O círculo de centro A e raio r é o conjunto constituído por todos os pontos B do plano tais que $AB = r$

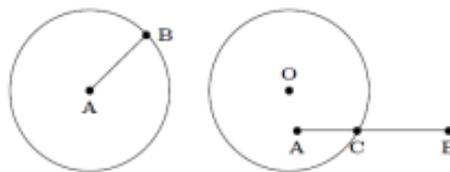


Figura 2.2

É uma consequência do axioma III que podemos traçar um círculo com qualquer centro e qualquer raio.

Todo ponto C que satisfaz a desigualdade $AC < r$ é dito estar dentro do círculo. Se, ao invés, $AC > r$, então C é dito estar fora do círculo. O conjunto dos pontos que estão dentro do círculo é chamado de disco de raio r e centro A.

É também uma consequência do axioma III que o segmento de reta ligando um ponto de dentro do círculo com um ponto fora do mesmo têm um ponto em comum com o círculo.

Euclides, em *Os Elementos*⁵

Livro I

Definições

1. Ponto é aquilo de que nada é parte.
2. E linha é comprimento sem largura.
3. E extremidades de uma linha são pontos.
4. E linha reta é a que está posta por igual com os pontos sobre si mesma.
5. E superfície é aquilo que tem somente comprimento e largura.
6. E extremidades de uma superfície são retas.
7. Superfície plana é a que está posta por igual com as retas sobre si mesma.
8. E ângulo plano é a inclinação, entre elas, de duas linhas no plano, que se tocam e não estão postas sobre uma reta.
9. E quando as linhas que contêm o ângulo sejam retas, o ângulo é chamado retilíneo.
10. E quando uma reta, tendo sido alteada sobre uma reta, faça os ângulos adjacentes iguais, cada um dos ângulos é reto, e a reta que se alteou é chamada uma perpendicular àquela sobre a qual se alteou.
11. Ângulo obtuso é o maior do que um reto.
12. E agudo, o menor do que um reto.
13. E fronteira é aquilo que é extremidade de alguma coisa.
14. Figura é o que é contido por alguma ou algumas fronteiras.
- 15. Círculo é uma figura plana contida por uma linha [que é chamada circunferência], em relação à qual todas as retas que a encontram [até a circunferência do círculo], a partir de um ponto dos postos no interior da figura, são iguais entre si.**
- 16. E o ponto é chamado centro do círculo.**
- 17. E diâmetro do círculo é alguma reta traçada através do centro, e terminando, em cada um dos lados, pela circunferência do círculo, e que corta o círculo em dois.**
- 18. E semicírculo é a figura contida tanto pelo diâmetro quanto pela circunferência cortada por ele. E centro do semicírculo é o mesmo do círculo**

IV. QUESTÃO PARA DEBATE FINAL

8. O que significa a palavra geometria e como o autor apresenta os conteúdos do livro

fazendo referência às origens desse ramo do conhecimento matemático? Como podemos relacionar as ideias desta obra com a atual sistemática de ensino de geometria no Brasil? Pense nas aulas envolvendo conteúdos de Geometria que você já cursou (tanto na Educação Básica quanto na universidade) e nos métodos que você, por ventura, tenha usado para ensinar Geometria. Pense também nas formas como a geometria é apresentada nos livros didáticos.



BIBLIOGRAFIA

ARCEGO, Priscila. Uma análise do ensino de geometria no ensino fundamental por meio das representações semióticas. In. **Anais do XX EBRAPEM**. Curitiba, PR, 2016.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução. Secretaria de Educação Fundamental, Brasília: MEC/SEF, 1997.

CLAIRAUT, Alexis-Claude, **Elementos de geometria**. Regia Officina Typografica. Lisboa: 1772.

JONHSON, Susan Barton. Análise da Base Nacional Comum Curricular de Matemática. ACARA. 2016. Disponível em: http://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2016/08/5.2-Matema%CC%81tica_Ana%CC%81lise-da-ACARA.pdf. Acesso em 20 abr. 2020

KOPKE, R. C M. (2006). Imagens e reflexões: a linguagem da geometria nas escolas. *Caligrama (São Paulo. Online)*, 2(1). <https://doi.org/10.11606/issn.1808-0820.cali.2006.64658>

KOPKE, Regina Coeli Moraes. Imagens e reflexões: A Linguagem da geometria nas Escolas. Disponível em: <http://www.revistas.usp.br/caligrama/article/view/64658/67296>. Acesso em 07Abr 2020

LAWLOR, Robert. Geometria Sagrada: mitos, deuses, mistérios. Madrid: Edições Del Prado, 1996.

VALENTE, W. R. Livro Didático e Educação Matemática: uma história inseparável. ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp – v. 16 – n. 30 – jul./dez. – 2008.

VALENTE, W. R. Positivismo e matemática escolar dos livros didáticos no advento da República. Cadernos de Pesquisa — Fundação Carlos Chagas, São Paulo, n.109, p.201-212, 2000.

VEIGA, Ilma Passos Alencastro (Org.). Técnicas de Ensino: por que não? Campinas, SP: Papirus, 2013. E-book

APÊNDICES

Para o desenvolvimento das atividades, os arquivos abaixo listados podem ser acessados através do link: https://drive.google.com/drive/folders/17SQwnpJfO7r7JfrHxY_cB40qnANakTDd?usp=sharing

- I. Capa;
- II. Dedicatória;
- III. Prefácio;
- IV. Prólogo;
- V. Primeira Parte;
- VI. Segunda Parte;
- VII. Terceira Parte;
- VIII. Quarta Parte.

ANEXOS

Versões completas do livro Elementos de Geometria, de Clairaut:

- Versão completa publicada em 1772 (em Português): <https://purl.pt/22150>
- Versão publicada em 1753 (em Francês): <https://www.e-rara.ch/zut/doi/10.3931/e-rara-4548>

EXPECTATIVAS DE RESPOSTAS DAS ATIVIDADES

https://drive.google.com/file/d/1O_qupFsyPxQDEMUIJQR8GEM3N7h48oI9/view?usp=sharing

