



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
CENTRO DE TECNOLOGIA – CT  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA – CCET



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E ENGENHARIA  
DE PETRÓLEO - PPGCEP

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**OTIMIZAÇÃO DOS PARÂMETROS DE UM MODELO DE  
BOMBA EM SISTEMAS DE BOMBEIO CENTRÍFUGO  
SUBMERSO**

Ana Carla Costa Andrade

**Orientador:** Prof. D. Sc. André Laurindo Maitelli

**Co-orientador:** Prof. D. Sc. Carla Wilza Souza de Paula Maitelli

**Natal / RN, Maio de 2015**

**OTIMIZAÇÃO DOS PARÂMETROS DE UM MODELO DE  
BOMBA EM SISTEMAS DE BOMBEIO CENTRÍFUGO  
SUBMERSO**

Ana Carla Costa Andrade

**Natal / RN, Maio de 2015**

Seção de Informação e Referência  
Catalogação da Publicação na Fonte. UFRN / Biblioteca Central Zila  
Mamede

Andrade, Ana Carla Costa.

Otimização dos parâmetros de um modelo de bomba em sistemas de bombeio centrífugo submerso / Ana Carla Costa Andrade. – Natal, RN, 2015.

89 f.

Orientador: André Laurindo Maitelli

Co-orientadora: Carla Wilza Souza de Paula Maitelli.

Dissertação (Mestrado em Engenharia de Petróleo) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Tecnologia. Programa de Pós-graduação em Engenharia de Petróleo.

1. Bombas centrífugas – Dissertação. 2. Elevação artificial – Dissertação. 3. Bombeio centrífugo submerso – Dissertação. 4. Otimização – Dissertação. 5. Simulação – Dissertação. I. Maitelli, André Laurindo. II. Maitelli, Carla Wilza Souza de Paula. III. Título.

RN/UF/BCZM

CDU 621.671

Ana Carla Costa Andrade

**Otimização dos parâmetros de um modelo de bomba em sistemas de bombeio  
centrífugo submerso**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Petróleo PPGCEP, da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciência e Engenharia de Petróleo.

Aprovada em 15 de maio de 2015.



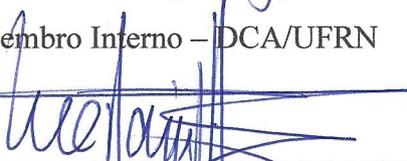
Prof. D. Sc. André Laurindo Maitelli  
Orientador – DCA/UFRN



Profª. D. Sc. Carla Wilza Souza de Paula Maitelli  
Co-orientador – DPET/UFRN



Prof. D. Sc. Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo  
Membro Interno – DCA/UFRN



Prof. Dr. E. E. Oscar Gabriel Filho  
Membro Externo – PETROBRAS/PRH-PB220

**ANDRADE, Ana Carla Costa** - “Otimização dos parâmetros de um modelo de bomba em sistemas de bombeio centrífugo submerso”. Dissertação de Mestrado, UFRN, Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Petróleo. Área de Concentração: Pesquisa e Desenvolvimento em Ciência e Engenharia de Petróleo. Linha de Pesquisa: Automação na Indústria de Petróleo e Gás Natural, Natal – RN, Brasil.

**Orientador:** Prof. D. Sc. André Laurindo Maitelli

**Co-orientador:** Prof. D. Sc. Carla Wilza Souza de Paula Maitelli

## RESUMO

---

Uma das diversas técnicas aplicadas aos processos de produção de petróleo é a elevação artificial, que utiliza equipamentos a fim de reduzir a pressão de fluxo no fundo do poço, promovendo um diferencial de pressão, resultando em um aumento de vazão. A escolha do método de elevação artificial depende de uma análise de diversos fatores, como custos iniciais de instalação, manutenção e condições existentes no campo produtor. O método de Bombeio Centrífugo Submerso (BCS) mostra-se bastante eficiente quando a finalidade é produzir altas vazões de líquido, tanto em ambientes terrestres como marítimos, em condições adversas de temperatura e na presença de fluidos viscosos. Por definição, o BCS é um método de elevação artificial em que um motor elétrico de subsuperfície transforma a energia elétrica em mecânica para acionar uma bomba centrífuga de múltiplos estágios sobrepostos, formada por um impelidor (rotor) e um difusor (estator). A bomba converte a energia mecânica do motor em energia cinética sob a forma de velocidade, elevando o fluido à superfície. O objetivo desse trabalho é a implementação do método de otimização dos poliedros flexíveis, conhecido como Método *Simplex* Modificado (MSM), aplicado ao estudo da influência na modificação dos parâmetros de entrada e saída no canal do impelidor de uma bomba centrífuga de um sistema BCS. Na utilização do método de otimização modificando os parâmetros angulares da bomba, os dados resultantes aplicados nas simulações permitiram a obtenção de valores otimizados do *Head* (altura de elevação), uma eficiência sem perdas e a potência com resultados diferenciados.

---

**Palavras-Chaves:** Elevação Artificial, Bombeio Centrífugo Submerso, Otimização, Simulação.

**ANDRADE, Ana Carla Costa** - "Optimization of the parameters of a model pump in electric submersible pumping systems." Dissertation of the Master degree, UFRN. Post-Graduate Program in Science and Petroleum Engineering. Concentration Area: Research and Development in Science and Petroleum Engineering. Research Line: Automation in the Oil and Gas Industry, Natal - RN, Brazil.

## ABSTRACT

---

One of several techniques applied to production processes oil is the artificial lift, using equipment in order to reduce the bottom hole pressure, providing a pressure differential, resulting in a flow increase. The choice of the artificial lift method depends on a detailed analysis of the some factors, such as initial costs of installation, maintenance, and the existing conditions in the producing field. The Electrical Submersible Pumping method (ESP) appears to be quite efficient when the objective is to produce high liquid flow rates in both onshore and offshore environments, in adverse conditions of temperature and in the presence of viscous fluids. By definition, ESP is a method of artificial lift in which a subsurface electric motor transforms electrical into mechanical energy to trigger a centrifugal pump of multiple stages, composed of a rotating impeller (rotor) and a stationary diffuser (stator). The pump converts the mechanical energy of the engine into kinetic energy in the form of velocity, which pushes the fluid to the surface. The objective of this work is to implement the optimization method of the flexible polyhedron, known as Modified *Simplex* Method (MSM) applied to the study of the influence of the modification of the input and output parameters of the centrifugal pump impeller in the channel of a system ESP. In the use of the optimization method by changing the angular parameters of the pump, the resultant data applied to the simulations allowed to obtain optimized values of the *Head* (lift height), lossless efficiency and the power with differentiated results.

---

**Keywords:** Artificial Lift, Electrical Submersible Pumping, Optimization, Simulation.

## **DEDICATÓRIA**

*Ao meu esposo Gilson Jr. e às minhas filhas  
Catarina e Amanda, amores da minha vida.*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por estar sempre ao meu lado me concedendo força e fé, na consolidação desta conquista.

Aos meus pais, Maria Helena Farias e Canindé Costa, bases da minha vida, pelo carinho e confiança depositada.

Ao meu esposo Gilson Jr., pelo apoio, amor, paciência e tolerância comigo. Suas palavras serviram de estímulo no decorrer desta conquista.

Às minhas lindas filhas, Catarina e Amanda, pelo carinho e compreensão nos momentos de minha ausência.

Aos meus irmãos, Vânia, Helder, Ramon, e Rosângela, pelos conselhos e incentivos.

Aos meus familiares em geral, e a minha cunhada Camilinha, pelo apoio e incentivo.

Ao meu orientador Prof. André Laurindo Maitelli, pelas oportunidades cedidas, orientação e confiança depositada em mim desde o princípio.

À minha co-orientadora Prof<sup>ra</sup>. Carla Wilza Souza de Paula Maitelli, pela atenção em contribuir para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores do PPGCEP e PPGEEC, que contribuíram para aumentar meu conhecimento.

Aos meus incansáveis amigos do LAUT, pela amizade, conselhos, estudos, companheirismo e conquistas realizadas, em especial ao meu grande amigo Ícaro, pessoa tão prestativa, se dispondo a ajudar nos momentos em que eu mais precisava.

À minha grande amiga Flávia Aquino, que de alguma forma, se faz presente nos momentos importantes da minha vida, agradeço pela sua amizade.

Ao (LAUT/UFRN) - Laboratório de Automação em Petróleo, pela parceria para o desenvolvimento do projeto.

Ao Prof. Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo e ao Prof. Oscar Gabriel Filho pelas orientações e contribuições.

Ao PRH-PB220 pela concessão da bolsa de estudos e apoio financeiro.

E a todos que estiveram presentes diretamente ou indiretamente no decorrer desta conquista, que de alguma maneira, me ajudaram a crescer como pessoa e profissionalmente.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>17</b>
1.1 MOTIVAÇÃO E RELEVÂNCIA DO TRABALHO .....	17
1.2 OBJETIVOS .....	18
1.2.1 Objetivo geral .....	18
1.2.2 Objetivos específicos .....	18
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	19
<b>2. ESTADO DA ARTE.....</b>	<b>20</b>
2.1 OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA .....	20
2.2 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO ESTADO DA ARTE.....	22
<b>3. ASPECTOS TEÓRICOS.....</b>	<b>24</b>
3.1 ELEVAÇÃO ARTIFICIAL .....	24
3.1.1 Principais métodos de elevação artificial .....	24
3.2 BOMBEIO CENTRÍFUGO SUBMERSO (BCS).....	29
3.2.1 COMPONENTES DE UM SISTEMA BCS.....	30
3.2.2 EQUIPAMENTOS DE SUBSUPERFÍCIE.....	31
3.2.3 OUTROS COMPONENTES DE SUBSUPERFÍCIE .....	37
3.2.4 COMPONENTES DE SUPERFÍCIE .....	37
3.3 SIMULAÇÃO NUMÉRICA.....	40
3.4 OTIMIZAÇÃO.....	42
3.4.1 Métodos modernos de otimização .....	43
3.4.2 Aplicações da otimização na Engenharia.....	44
3.4.3 Método <i>Simplex</i> Básico (MSB).....	45
3.4.4 Método dos poliedros flexíveis.....	47
3.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS DOS ASPECTOS TEÓRICOS.....	48
<b>4. METODOLOGIA EXPERIMENTAL.....</b>	<b>50</b>
4.1 ETAPAS PARA O DESENVOLVIMENTO DA GEOMETRIA.....	50
4.2 GEOMETRIA NO MODELO CAD .....	51
4.3 GEOMETRIA NO FORMATO ANSYS <sup>®</sup> CFX <sup>®</sup> .....	51

4.4	IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO NO MATLAB® .....	53
4.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS DA METODOLOGIA EXPERIMENTAL .....	58
<b>5.</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>60</b>
5.1	IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DOS POLIEDROS FLEXÍVEIS NA OTIMIZAÇÃO.....	60
5.2	ANÁLISE DOS RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES .....	63
5.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE OS RESULTADOS .....	67
<b>6.</b>	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>70</b>
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	71
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>73</b>
	<b>APÊNDICES .....</b>	<b>76</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1- Esquema de poços operando com GLC (a) e GLI (b). .....	26
Figura 3.2 - Principais equipamentos que compõe um poço o método de elevação BCS. .....	27
Figura 3.3 - Poço equipado com bombeio mecânico.....	28
Figura 3.4 - Poço equipado com bomba de cavidades progressivas. ....	29
Figura 3.5 - Motor elétrico (a) e (b).....	31
Figura 3.6 - Protetor ou selo mecânico.....	32
Figura 3.7 - Bomba centrífuga de múltiplos estágios.....	33
Figura 3.8 - Estágio da bomba centrífuga (impelidor e difusor). ....	33
Figura 3.9 - Classificação das bombas quanto à direção do fluido. ....	34
Figura 3.10 - Curva característica ou de performance de uma bomba centrífuga utilizada em BCS.....	35
Figura 3.11 - Representação de um separador de gás.....	36
Figura 3.12 - Cabo elétrico redondo .....	36
Figura 3.13 - Cabo elétrico chato .....	36
Figura 3.14 - Quadro de comando. ....	37
Figura 3.15 - Transformador. ....	38
Figura 3.16 - Caixa de ventilação ( <i>Junction Box</i> ). ....	39
Figura 3.17 - Cabeça do poço.....	39
Figura 3.18 - Tela representativa da etapa CFX-Pré. ....	41
Figura 3.19 - Tela representativa da etapa CFX-Solver .....	41
Figura 3.20 - Tela representativa da etapa CFX-Post .....	42
Figura 3.21 - Método <i>Simplex</i> Básico (MSB) de duas variáveis.....	46
Figura 3.22 - Representação do funcionamento do Método <i>Simplex</i> Básico (MSB) na busca da melhor solução.....	47
Figura 3.23 - Imagem representativa do Método <i>Simplex</i> Modificado (MSM). ....	48
Figura 4.1 - Fluxograma das etapas de geração das geometrias no formato CAD, no formato ANSYS® CFX® e etapa das simulações. ....	50
Figura 4.2 - Geometria no formato CAD do impelidor e do difusor no sistema BCS. ...	51
Figura 4.3 - Tela do BladeGen®, definição do perfil meridional do impelidor.....	52
Figura 4.4 - Tela do BladeGen®, definição do perfil meridional do difusor. ....	52

Figura 4.5 - Fluxograma do processo de otimização dos parâmetros da bomba utilizando <i>softwares</i> distintos. ....	54
Figura 4.6 - Lógica do algoritmo implementado conforme o Método <i>Simplex</i> Modificado (MSM). ....	54
Figura 4.7 - Triângulo BGW, PM e o ponto R refletido. ....	55
Figura 4.8 - Triângulo BGW, o ponto R e a expansão do ponto E.....	56
Figura 5.1 - Sequência de triângulos convergindo para o ponto ótimo de acordo com o método dos poliedros flexíveis – Simulação 01. ....	61
Figura 5.2 Sequência de triângulos convergindo para o ponto ótimo de acordo com o método dos poliedros flexíveis – Simulação 02. ....	62
Figura 5.3 - Sequência de triângulos convergindo para o ponto ótimo de acordo com o método dos poliedros flexíveis – Simulação 03. ....	62
Figura 5.4 - Gráfico do fabricante (altura de elevação x vazão). ....	63
Figura 5.6 - Gráfico representativo das curvas de eficiência (fabricante, original ( $\beta_{1IMP} = 12,83$ e $\beta_{2IMP} = 41,5400$ ) e otimizada ( $\beta_{1IMP} = 7,0000$ e $\beta_{2IMP} = 30,0000$ )) <i>versus</i> vazão. ....	66
Figura 5.7 - Gráfico representativo das curvas da potência (fabricante, original ( $\beta_{1IMP}=12,83$ e $\beta_{2IMP}=41,5400$ ) e otimizada ( $\beta_{1IMP}=7,0000$ e $\beta_{2IMP}=30,0000$ )) <i>versus</i> vazão.....	67

## LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 Simulações realizadas com valores originais ( $\beta_1\text{IMP} = 12,8300$ e $\beta_2\text{IMP} = 41,5400$ ) e otimizados ( $\beta_1\text{IMP} = 7,0000$ e $\beta_2\text{IMP} = 30,0000$ ) para obtenção da altura de elevação. ....	64
Tabela 5.2 - Simulações realizadas com valores originais ( $\beta_1\text{IMP}=12,8300$ e $\beta_2\text{IMP} = 41,5400$ ) e otimizados ( $\beta_1\text{IMP} = 7,0000$ e $\beta_2\text{IMP} = 30,0000$ ) para obtenção da eficiência.....	65
Tabela 5.3 - Simulações realizadas com valores originais ( $\beta_1\text{IMP}=12,8300$ e $\beta_2\text{IMP}= 41,5400$ ) e otimizados ( $\beta_1\text{IMP}=7,0000$ e $\beta_2\text{IMP}= 30,0000$ ) para obtenção da potência. ....	67

## LISTA DE SÍMBOLOS E NOMENCLATURA

A – Pior ponto no exemplo do (MSB)

$\beta_{1IMP}$  – Ângulo de entrada do canal impelidor

$\beta_{2IMP}$  – Ângulo de saída do canal impelidor

$\beta_{1DIF}$  – Ângulo de entrada do canal difusor

$\beta_{2DIF}$  – Ângulo de saída do canal difusor

B – Melhor ponto

$\overline{BG}$  – Segmento de reta

C – Ponto de contração

$C_1$  – Ponto médio (1)

$C_2$  – Ponto médio (2)

E – Ponto de expansão

$f(x)$  – Função objetivo

G – Bom ponto

*Head* – Altura de elevação

$J(w)$  – Função objetivo

$n$  – Número de dimensões do poliedro

$q_{BEP}$  – Vazão correspondente a mais alta eficiência da bomba (*best efficiency point*)

R – Ponto de reflexão

rpm – Rotações por minuto

S – Segmento formado pelo ponto  $W$  e  $B$

$x$  – Vetor

$x_1, x_2, x_3$  – Pontos iniciais de entrada no algoritmo dos poliedros flexíveis

W – Pior ponto

$w_0^1, w_0^2, w_0^3$  – Dados de entrada no algoritmo dos poliedros flexíveis

$\alpha_1$  – Fator de ponderação do *Head*

$\alpha_2$  – Fator de ponderação da eficiência

$\alpha_3$  – Fator de ponderação da potência

## ABREVIATÓES

BCS – Bombeio Centrífguo Submerso

CAD – Computer-Aided Design

CFD – Computational Fluid Dynamics

ESP – Electrical Submersible Pumping

GLC – *Gas Lift* Contínuo

GLI – *Gas Lift* Intermitente

GRG – Gradiente Reduzido Generalizado

MATLAB – MATrix LaBoratory

MSB – Método *Simplex* Básico

MSM – Método *Simplex* Modificado

PLS – Propagação Linear Sequencial

PM – Ponto Médio

PQS – Programação Quadrática Sequencial

VSD – *Variable Speed Drive*

---

# **Capítulo 1**

## **Introdução**

---

# 1. Introdução

Uma das diversas técnicas aplicadas aos processos de produção e exploração de petróleo é a elevação artificial, que utiliza de meios artificiais para elevar o fluido da formação até a superfície. A escolha do método de elevação depende de uma análise precisa do projeto e de fatores como custos iniciais de instalação, manutenção dos equipamentos de subsuperfície e superfície, condições existentes no campo produtor.

O método de elevação artificial utilizado para o desenvolvimento do trabalho é o Bombeio Centrífugo Submerso (BCS), que apresenta diversas aplicações na indústria do petróleo, sendo que seu desempenho está diretamente relacionado ao funcionamento da bomba centrífuga, considerada o coração do sistema, motivo pelo qual a importância do estudo e das pesquisas relacionados à área.

No funcionamento de um sistema BCS, alguns fatores interferem no modo de operação da bomba, afetando o desempenho da mesma, podendo acarretar em uma diminuição no processo de produção. Sendo assim, será utilizado neste trabalho o método dos poliedros flexíveis na otimização dos parâmetros de um modelo de bomba centrífuga de sistema BCS, para a busca de uma melhor solução.

## 1.1 Motivação e relevância do trabalho

As bombas centrífugas ou turbo-bombas são componentes essenciais do método de elevação por Bombeio Centrífugo Submerso, constituídas de múltiplos estágios sobrepostos responsáveis por impulsionar o fluido, em consequência da rotação de um eixo móvel acoplado um disco (rotor ou impelidor), dotado de pás (palhetas ou hélice) juntamente com uma parte fixa (difusor ou estator), orientando o fluido recebido e o encaminha pela periferia devido à ação de descarga da força centrífuga, daí o seu nome mais usual.

Tanto a forma quanto o tamanho do impelidor e difusor são responsáveis por determinar a vazão produzida, como também o número de estágios e a altura de elevação (*Head*) da bomba. No entanto, torna-se essencial um estudo das partes constituintes do sistema, como o efeito do tamanho e ângulos de inclinação das pás, particularmente no impelidor. Desta forma, alguns autores desenvolveram trabalhos relacionados na técnica de otimização dos parâmetros de um modelo geométrico, a fim

de melhorar o próprio desempenho da bomba, cuja consequência do método ajuda na prevenção de falhas no modo de operação dos equipamentos, evitando desgastes dos mesmos e custos inesperados com uma possível paralisação do sistema e da produção.

Para tornar o desempenho do sistema BCS mais eficiente, foram estudadas maneiras específicas de implementar um algoritmo que permita a otimização dos parâmetros geométricos de um modelo de bomba, objetivando soluções ótimas a partir de um critério de desempenho estabelecido.

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivo geral**

Este trabalho tem como objetivo geral implementar um método de otimização e desenvolver simulações para descrever a influência na modificação dos parâmetros da bomba impelidor, em relação a sua geometria no interior dos canais de um estágio de uma bomba centrífuga típica de sistemas de BCS.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

Para alcançar o objetivo geral do trabalho, faz-se necessário os seguintes objetivos específicos:

- Estudo dos ângulos de inclinação das pás na entrada e na saída dos canais do impelidor na bomba centrífuga, conforme modificações necessárias;
- Aplicação da técnica de otimização através do método dos poliedros flexíveis, com o objetivo de atingir resultados das curvas da altura de elevação, eficiência e potência, que possam minimizar a diferença da distância entre os valores representativos da curva característica fornecida pelo fabricante.

### 1.3 Estrutura do trabalho

No Capítulo 1 é apresentada uma visão geral desse trabalho e seus objetivos. O Capítulo 2 tem a finalidade de apresentar a relevância de alguns trabalhos relacionados ao tema em estudo. No Capítulo 3 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre o conceito dos métodos de elevação artificial de petróleo, com maior ênfase ao método de Bombeio Centrífugo Submerso (BCS). Ainda nesse capítulo, também são abordadas definições sobre otimização e uma breve apresentação de seus diversos métodos existentes, em particular ao método dos poliedros flexíveis utilizado para o desenvolvimento deste trabalho. O Capítulo 4 refere-se à metodologia experimental, bem como aos procedimentos para a obtenção da geometria no modelo CAD como no formato ANSYS® CFX®, *software* comercial escolhido para o desenvolvimento da geometria tridimensional e realizar simulações do conjunto impelidor e difusor. Continuando neste capítulo, é descrita toda a lógica aplicada no processo de implementação do método de otimização dos poliedros, conforme sua origem. Já no Capítulo 5, são discutidos os resultados obtidos pelas implementações e simulações. E, por fim, o Capítulo 6 apresenta as considerações finais.

---

## **Capítulo 2**

### **Estado da arte**

---

## 2. Estado da arte

De modo a contextualizar a relevância do tema abordado nesta dissertação, este capítulo tem como objetivo apresentar o desenvolvimento e o resultado de pesquisas realizadas na área de estudo.

### 2.1 Otimização geométrica

Atualmente, o estudo da otimização de geometrias no setor industrial tem atraído a atenção da comunidade científica nas mais diversas pesquisas. Geralmente problemas de otimização relacionados à geometria consistem na mudança de alguns contornos, ou melhor, parâmetros do modelo com a intenção de melhorar a sua dinâmica ou o seu comportamento.

Sandrini (2005), estabeleceu em seu trabalho uma relação entre o processo de otimização da geometria, que usualmente utiliza a solução de escoamento combinado com um determinado método de otimização aplicado ao modelo geométrico. Foi feito um estudo numérico do fluxo de ar em torno da geometria de um paraquedas tradicional simplificado, para alguns valores de Reynolds, baseando-se na solução das equações incompressíveis de Navier-Stokes.

Sandrini (2005) ainda optou em não utilizar Algoritmos Genéticos devido ao aumento do tempo computacional, então, foi utilizado o método dos contornos virtuais para representar a geometria da malha cartesiana e o método de otimização dos poliedros flexíveis de busca direta, determinística e multivariável, para otimização do coeficiente de arraste calculado através do código de dinâmica de fluidos computacional. Como resultado obtido, o método de otimização aplicado foi adequado, pois conseguiu aumentar o coeficiente de arraste modificando a própria geometria.

Rodrigues (2007) apresentou um estudo relacionado à determinação da geometria de pá do rotor, que melhor se adapta as condições de funcionamento impostas, aumentando assim, a potência gerada, considerado um fator essencial no processo de otimização de uma turbina hidrocínética. Para que a otimização se tornasse mais eficiente, foi necessário realizar a implementação de um modelo matemático capaz de descrever o próprio comportamento da turbina hidrocínética. Desta maneira, os

Algoritmos Genéticos foram utilizados para a otimização da geometria das pás, ou seja, para uma melhor combinação dos ângulos, além da dimensão de cada perfil. Para as simulações foi utilizado o ANSYS® CFX® 11.0, a fim de validar toda a metodologia matemática e de otimização, bem como, comprovar a capacidade do modelo matemático de descrever o comportamento da turbina hidrocínética, além da viabilidade do uso dos Algoritmos Genéticos para sua otimização.

Segundo Santos (2009) explica em seu trabalho, a metodologia aplicada para a otimização de uma bomba-turbina radial, realizando buscas geométricas que maximize os valores do rendimento total da bomba-turbina radial, por meio dos ângulos de entrada e saída das palhetas fixas do pré-distribuidor, ângulo de montagem das palhetas diretrizes do distribuidor e ângulos de entrada e saída das pás do rotor. Em sua metodologia foi implementado o algoritmo de Programação Quadrática Sequencial e Algoritmos Genéticos, no qual resultou na eficácia aplicação de ambos os algoritmos, uma vez que, foram capazes de encontrar a solução para o problema formulado.

Já Rizzo Filho (2011) relata em seu trabalho um estudo nas análises de ganhos obtidos na vazão de óleo ao se otimizar a distribuição de *gas lift*, realizada adotando uma curva que represente os dados de produção de um poço *versus* gás injetado. A partir de uma nova equação ressalta-se a importância da técnica de otimização através de resultados apresentados em um estudo de caso. Nos seus resultados, foi evidenciado a robustez do algoritmo de programação não-linear Gradiente Reduzido Generalizado (GRG), para resolver o problema comparando-o com o Algoritmo Genético.

Rodrigues (2012) apresentou uma metodologia de otimização para geometria de pás do rotor de turbinas hidráulicas axiais. Seu objetivo foi determinar a geometria da pá que melhor se adaptará às condições de escoamento e funcionamento, a fim de melhorar o desempenho dessa turbina. Na otimização foi utilizado Algoritmos Genéticos e Otimização por Enxame de Partículas. Já na fase de cálculo do desempenho e análise das geometrias das pás otimizadas, trabalhou-se com CFD, avaliando qualitativamente as geometrias geradas, pela obtenção dos rendimentos hidráulicos das turbinas e visualização do escoamento no rotor.

Oliveira (2013) implementou um algoritmo de otimização geométrica para identificar o solução ótima de uma treliça em alumínio, objetivando minimizar seu peso. Nesse trabalho, buscou-se ressaltar a importância de projetar sistemas mais racionais, sustentáveis e com relação custo-benefício. Os resultados da pesquisa mostraram o

potencial da otimização diante da considerável redução de peso obtida. Foram feitas avaliações complementares para verificar a influência das áreas e da eliminação de restrições na geometria final do problema.

## **2.2 Considerações finais do estado da arte**

De acordo com os trabalhos desenvolvidos pelos autores, pode-se concluir que o objetivo consiste na resolução de problemas de otimização relacionado ao modelo geométrico, utilizando-se um algoritmo que tenha sido implementado de forma eficiente na busca de uma solução ótima, a partir de um determinado critério já estabelecido.

---

## **Capítulo 3**

### **Aspectos teóricos**

---

## 3. Aspectos teóricos

Este capítulo tem como objetivo apresentar a fundamentação teórica de pesquisas encontradas na literatura em relação aos tópicos que foram ferramentas fundamentais para estruturação deste trabalho.

### 3.1 Elevação Artificial

Elevação artificial é a área de engenharia de petróleo relacionada com a utilização de tecnologias para promover um aumento na produção de petróleo. A necessidade de utilização de um método de elevação artificial ocorre quando a pressão do reservatório não é suficiente para conduzir livremente os fluidos até a superfície, desta forma, torna-se essencial adicionar energia externa com auxílio de meios artificiais, para que o mesmo produza. Cerca de 90% dos poços produtores de petróleo no mundo utilizam algum dos métodos de elevação artificial (PRADO, 2007).

#### 3.1.1 Principais métodos de elevação artificial

Alguns fatores fazem a diferença na escolha do melhor método de elevação artificial a ser utilizado num determinado poço ou campo, tais como: o tipo da geometria do poço, vazão, razão gás-líquido, viscosidade dos fluidos, produção de areia, mecanismo de produção do reservatório, disponibilidade de energia elétrica, disponibilidade de gás, distância das facilidades de produção, equipamento disponível, investimento, custos operacionais, segurança, entre outros. Como todos os métodos possuem vantagens e desvantagens, deve-se ter algum conhecimento de todos eles para uma escolha correta, embora em certas situações uma análise de viabilidade técnico-econômica-ambiental poderá determinar o método a ser utilizado.

Desta maneira, os métodos de elevação artificial podem ser classificados de duas maneiras (THOMAS, 2001):

- **Pneumáticos:** quando se utiliza a injeção de gás em algum ponto da coluna de produção, a fim de diminuir a densidade dos fluidos, diminuindo assim as perdas de carga até a superfície causada pela coluna hidrostática. Como exemplo tem-se o *Gas lift* Contínuo (GLC) e o *Gas lift* Intermitente;

- **Bombeamento:** quando se utiliza algum tipo de bombeio, a fim de elevar o fluido até a superfície. São exemplos desse método o Bombeio Centrífugo Submerso (BCS), Bombeio Mecânico (BM) e Bombeio por Cavidades Progressivas (BCP).

Em função da classificação dos métodos de elevação artificial, os mais utilizados na indústria do petróleo são os seguintes:

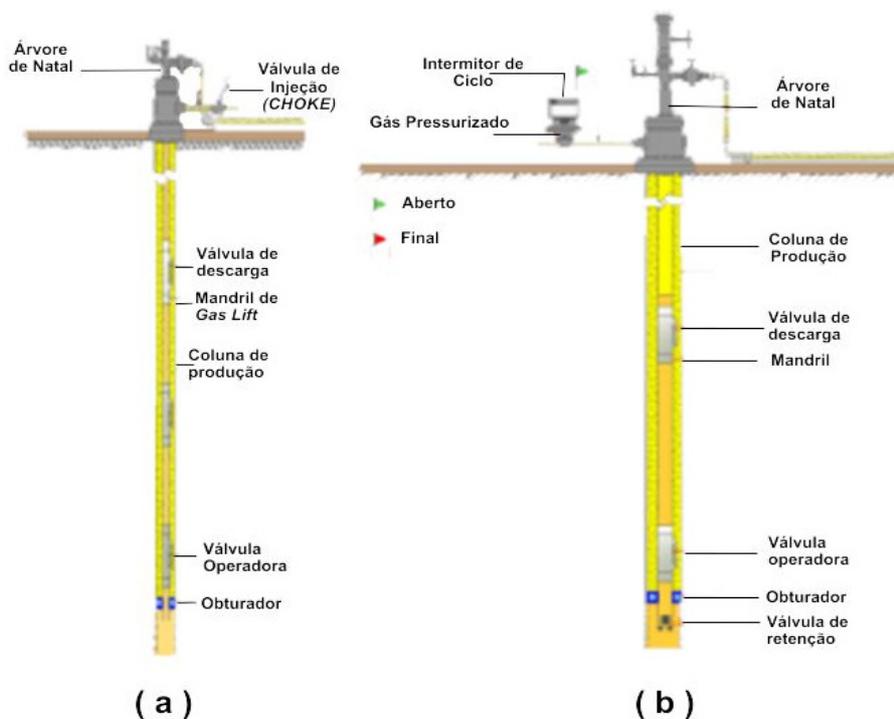
- **Gas Lift Contínuo (GLC):** similar ao método de elevação natural, no *gas lift* contínuo, uma quantidade de gás é injetada na coluna de produção de forma contínua, gaseificando o fluido e reduzindo as perdas de pressão que ocorre ao longo do trajeto de escoamento. Com o aumento da quantidade de gás na coluna de produção, ocorre uma redução na densidade dos fluidos, e conseqüentemente torna essa pressão de fundo capaz o suficiente de elevar o fluido até a superfície (TAKACS, 2009).

- **Gas Lift Intermitente (GLI):** nesse método o gás é injetado periodicamente na coluna de produção sempre que uma quantidade suficiente de fluido estiver acumulada no fundo do poço. Um volume relativamente elevado de gás é injetado abaixo da coluna de produção empurrando para a superfície golfadas de fluidos, essa injeção de gás é controlada na superfície por um intermitor de ciclo e no poço por uma válvula de *gas lift* (TAKACS, 2009).

Desta forma, podem ser observados na Figura 3.1 (a) e (b), exemplos de poços equipados com GLC e GLI. O GLC é caracterizado por uma mistura entre o gás injetado e os fluidos que estão sendo produzidos. No GLI, a injeção de gás promove

uma grande golfada na base dos fluidos que estão no poço, fazendo com que os hidrocarbonetos possam subir e atingir a cabeça do poço.

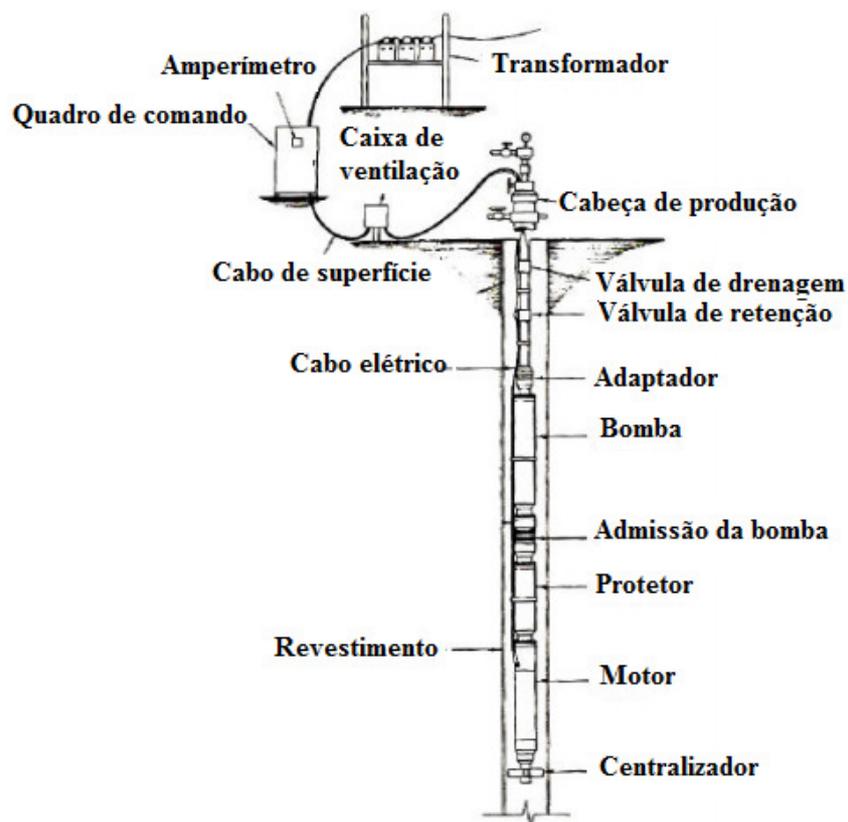
Figura 3.1- Esquema de poços operando com GLC (a) e GLI (b).



Fonte: Adaptado de Maitelli, 2011.

- **Bombeio Centrífugo Submerso (BCS):** é considerado um método de elevação artificial e para aplicação em poços que produzem baixas e altas vazões, baixa razão gás-óleo, aplicado em poços com fluidos de alta viscosidade como em poços com altas temperaturas. Segundo a Figura 3.2, um poço equipado por um sistema BCS é formado por componentes de subsuperfície e de superfície, conforme será descrito detalhadamente nos itens 3.2.2, 3.2.3 e 3.2.4.

Figura 3.2 - Principais equipamentos que compõem um poço o método de elevação BCS.



Fonte: Thomas, 2001.

▪ **Bombeio Mecânico (BM):** é utilizado em campos terrestres e seu princípio de funcionamento baseia-se em uma unidade de bombeio que transforma o movimento rotativo do motor em um movimento alternativo, sendo esse transmitido a bomba de fundo por meio de uma coluna de hastes (BARRETO FILHO, 1993).

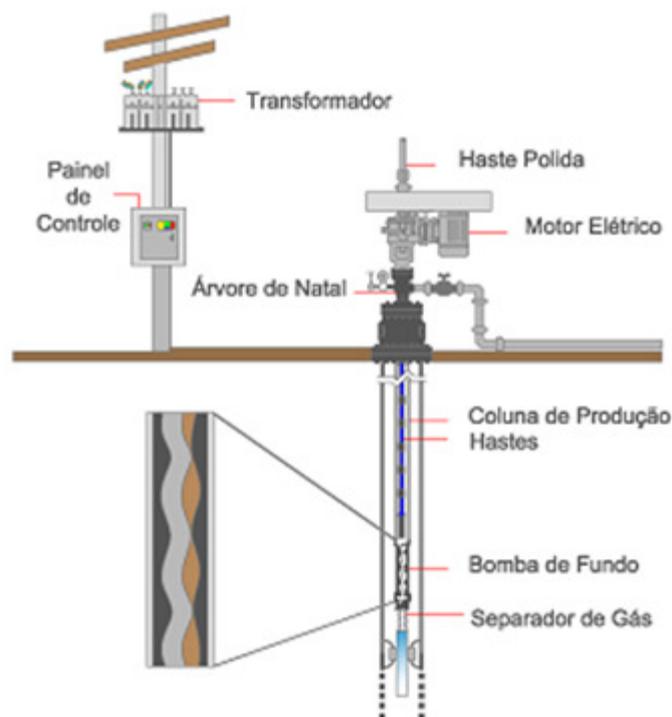
Figura 3.3 - Poço equipado com bombeio mecânico.



Fonte: [www.galpenergia.com](http://www.galpenergia.com)

▪ **Bombeio por Cavidades Progressivas (BCP):** é um método de elevação artificial em que a transferência de energia ao fluido é feita utilizando uma bomba de cavidades progressivas, sendo constituída de rotor no formato de uma hélice girando dentro de um estator, elevando os fluidos a superfície, de acordo com a Figura 3.4 (VIDAL, 2005).

Figura 3.4 - Poço equipado com bomba de cavidades progressivas.



Fonte: Maitelli, 2011.

Além desses métodos descritos anteriormente, podem ser citados: Bombeio Hidráulico a Jato (BHJ), Bombeio Hidráulico com Pistão (BHP), Bombeio Hidráulico Alternativo (BRH) e *Plunger Lift* (PGL).

### 3.2 Bombeio Centrífugo Submerso (BCS)

O método escolhido a ser utilizado no trabalho foi o BCS, que tem grande aplicação na indústria do petróleo, pela sua capacidade de auxiliar no processo elevação de fluido do reservatório para a superfície de forma eficiente no processo de produção.

O método de BCS foi desenvolvido por Armais Arutunoff, por volta de 1910. Desde então, esse método vem se destacando na elevação artificial por trabalhar com baixas e altas vazões de líquido. Possui aplicabilidade *offshore* (localizadas ou operando no mar), onde atualmente cerca de 10% da oferta mundial de petróleo é produzido com instalações de bombeio submerso (TAKACS, 2009).

As principais vantagens e desvantagens do método BCS são (TAKACS, 2009):

**Vantagens:**

- Ideal para produzir elevadas vazões de líquido a partir de médias profundidades;
- A eficiência energética é relativamente alta, cerca de 50% para os sistemas de produção com mais de 1.000 bpd (barris por dia);
- Pode ser usado em poços desviados;
- Requer pouca manutenção, desde que a instalação tenha sido corretamente projetada e operada;
- Pode ser usado em locais urbanos, pois os equipamentos de superfície necessitam de um espaço mínimo;
- Bem adaptado ao ambiente *offshore* (localizado ou operando no mar) por causa da exigência de espaço reduzido;
- A automação, supervisão e controle são relativamente simples;
- Os vazamentos na superfície são mínimos, não poluindo o meio ambiente;
- A corrosão nestes sistemas é relativamente fácil de solucionar.

**Desvantagens:**

- Uma fonte confiável de energia de tensão elétrica deve estar disponível;
- Menor eficácia para óleos pesados;
- Sensível à presença de sólidos e gás;
- Sensível à abrasão;
- Para reparar/substituir qualquer equipamento do conjunto de fundo, é necessária a retirada de toda a coluna de produção;
- Alto custo.

### 3.2.1 Componentes de um sistema BCS

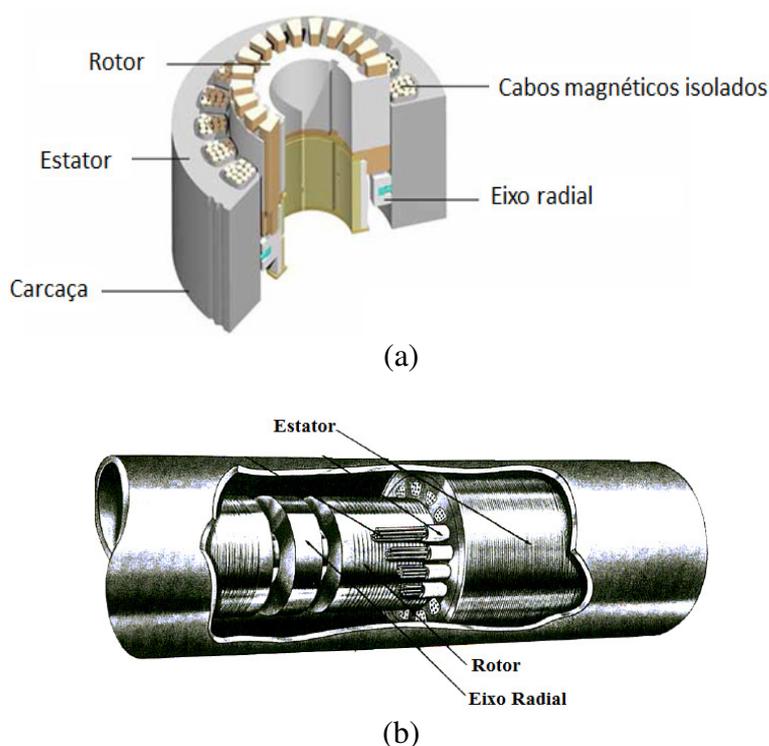
Um sistema BCS é composto, além da bomba e do motor, por outros componentes igualmente importantes. Os componentes de um sistema BCS podem ser divididos em equipamentos de subsuperfície e superfície.

### 3.2.2 Equipamentos de subsuperfície

Uma descrição das funções e características específicas dos principais equipamentos do sistema BCS.

▪ **Motor Elétrico:** de acordo com suas especificações, o motor elétrico é trifásico, bipolar, de indução e gira com velocidade de aproximadamente 3.500 rpm com frequência de 60 Hz. Consiste basicamente de uma parte estacionária (estator) e outra giratória (rotor) montada sobre um eixo, como mostra a Figura 3.5. O motor é projetado para trabalhar com altas pressões e temperaturas. É preenchido por um óleo mineral com alta resistência dielétrica e boa condutividade térmica, para a lubrificação dos mancais. Seu princípio de funcionamento é baseado na indução eletromagnética onde uma tensão elétrica será induzida em um condutor movendo-se em relação a um campo magnético. Quanto ao seu funcionamento, a velocidade rotacional do campo magnético é considerada como síncrona do motor e depende da frequência da corrente alternada e do número de polos do rotor (THOMAS, 2001).

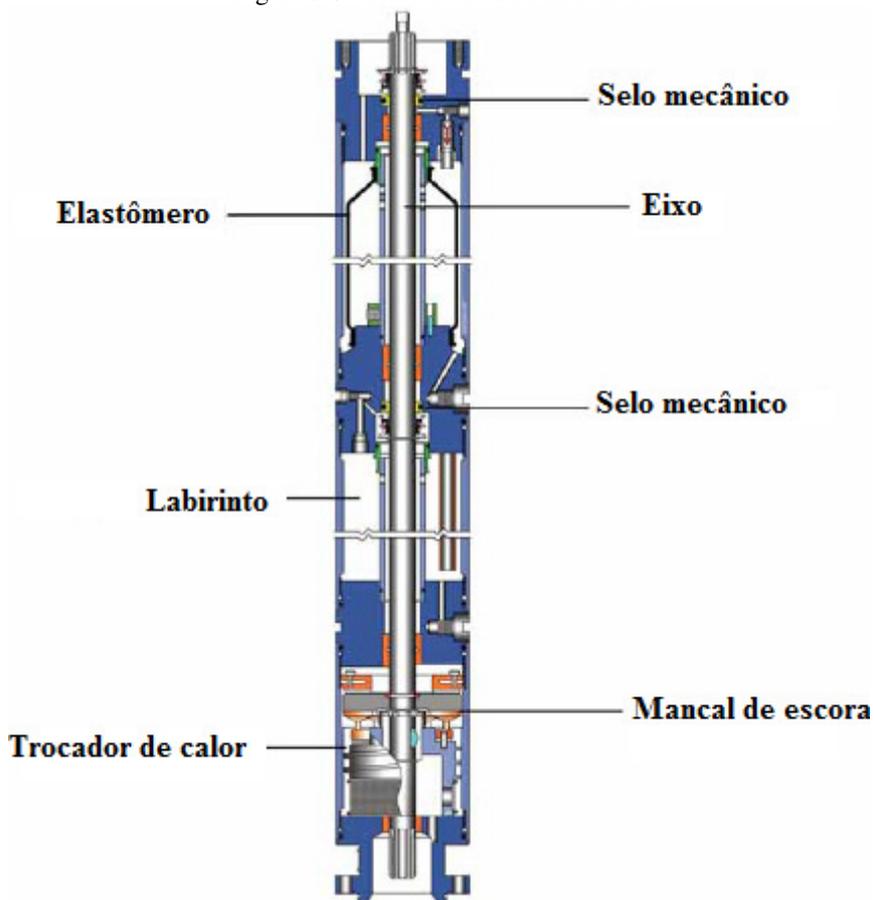
Figura 3.5 - Motor elétrico (a) e (b).



Fonte: Adaptado de Prado, 2007.

▪ **Protetor ou Selo Mecânico:** é instalado entre o motor e a admissão da bomba, conectando o eixo do motor ao eixo da bomba através de duas luvas de acoplamento e do próprio eixo do protetor conforme a Figura 3.6. Possui várias funções, como: providenciar uma área para expansão do óleo; prevenir a entrada de fluido produzido no motor; equalizar as pressões do fluido produzido e do motor, de forma a evitar o diferencial de pressão no protetor e garantir que as cargas geradas pela bomba não sejam transmitidas ao eixo.

Figura 3.6 - Protetor ou selo mecânico

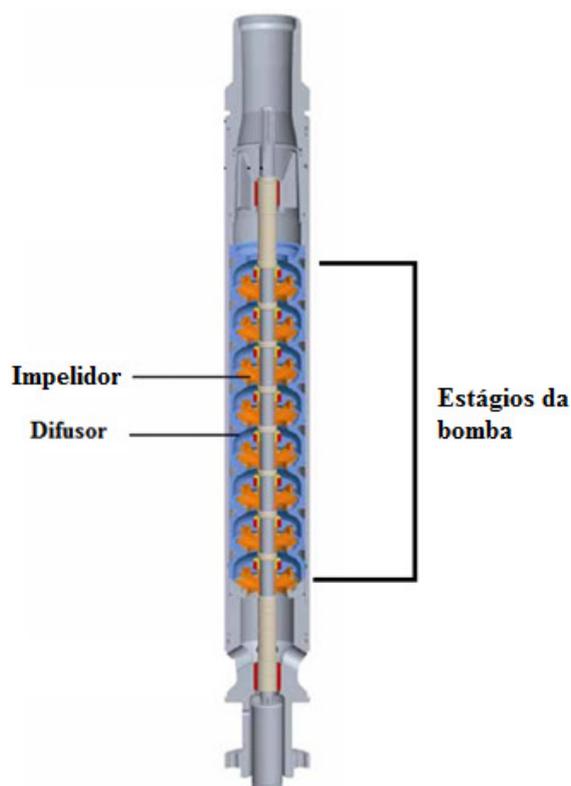


Fonte: BAKER HUGHES – Centrilift, 2008.

▪ **Bomba Centrífuga:** é considerada coração do sistema. Formada por múltiplos estágios, como representado na Figura 3.7, sendo que cada estágio é composto por um impelidor e um difusor (Figura 3.8). O impelidor é preso a um eixo, que pode girar a uma velocidade de aproximadamente 3500 rpm, fornecendo ao girar, energia ao fluido sob a forma de energia cinética, aumentando sua velocidade. O difusor que envolve o impelidor é estacionário e tem por finalidade mudar a direção do fluido, transformando

parte desta energia cinética em pressão. A forma e o tamanho do impelidor e do difusor determinam a vazão a ser bombeada, já o número de estágios determina a sua capacidade de elevação, ou o *head* da bomba, bem como a potência necessária do motor (BAKER HUGHES, 2008).

Figura 3.7 - Bomba centrífuga de múltiplos estágios.



Fonte: BAKER HUGHES – Centrilift, 2008.

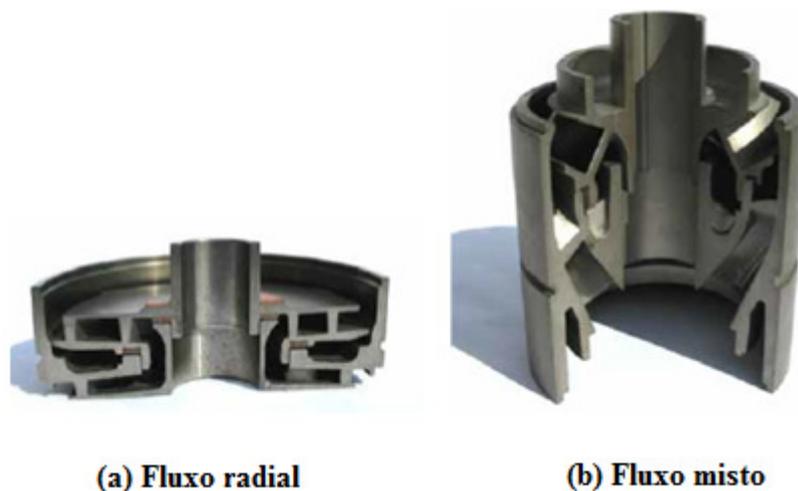
Figura 3.8 - Estágio da bomba centrífuga (impelidor e difusor).



Fonte: BAKER HUGHES – Centrilift, 2008.

Cada estágio que constitui a bomba fornece um incremento de pressão ao fluido, numa bomba são colocados tantos estágios quanto forem necessários para que o fluido chegue à superfície. Com relação à direção de fluxo nos estágios, as bombas podem ser classificadas em fluxo radial e misto, observado na (Figura 3.9 (a) Fluxo radial e (b) Fluxo misto) (BAKER HUGHLES, 2008).

Figura 3.9 - Classificação das bombas quanto à direção do fluido.



Fonte: BAKER HUGHES – Centrilift, 2008.

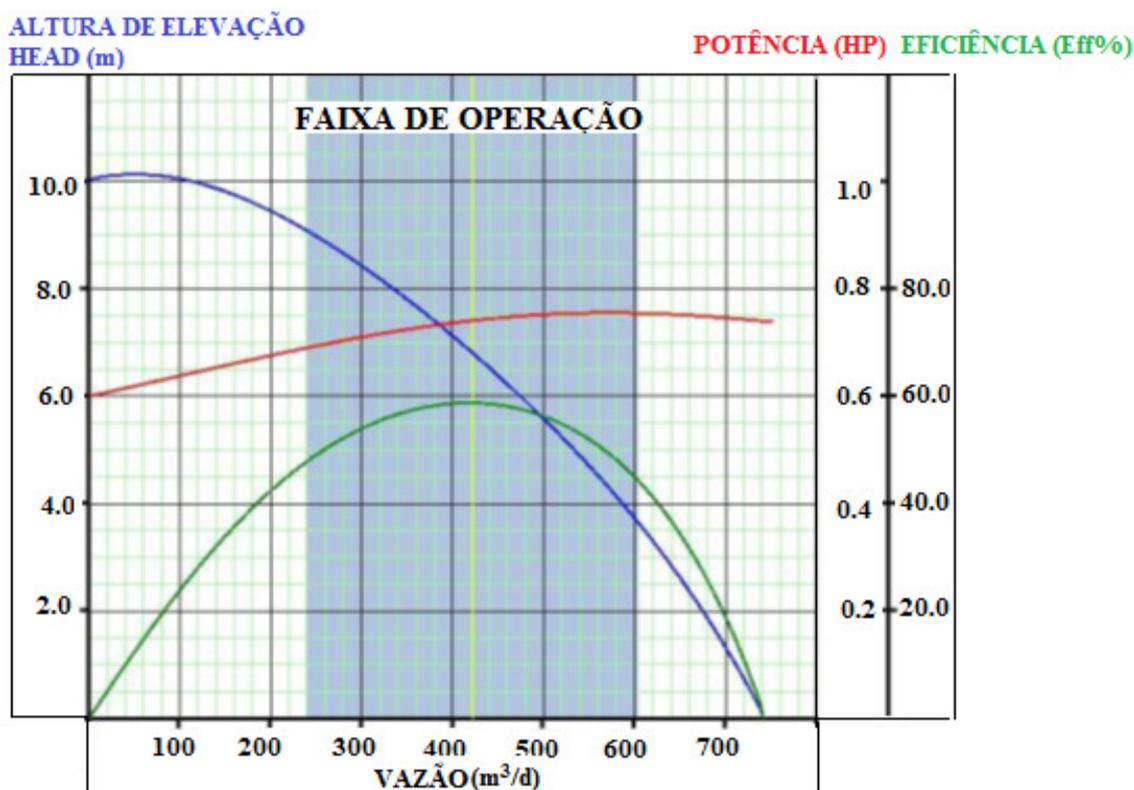
Fabricantes fornecem a curva característica ou curva de *performance* para cada bomba, levando em consideração o bombeio da água e dependendo da necessidade, sofrem correções quando aplicadas a fluidos com diferentes densidades e viscosidades. As curvas características das bombas centrífugas apresentam uma faixa de operação de vazão (*range* de operação), onde a bomba deve trabalhar para obter um funcionamento estável com uma maior eficiência.

De acordo com a curva característica fornecida por cada fabricante, pode-se obter os dados relacionados com as vazões, como: eficiência da bomba, capacidade de elevação e a potência necessária do motor. As bombas centrífugas utilizadas em sistemas BCS devem operar preferencialmente dentro da faixa de operação recomendada pelo fabricante, como também nas proximidades do ponto de mais alta eficiência, evitando um desgaste prematuro da bomba (THOMAS, 2001).

Conforme o modelo exemplificado de um tipo de curva característica cedida pelo fabricante como visto na Figura 3.10, o retângulo azul representa a faixa de operação da bomba, que pode ser utilizado entre a vazão de 240 m<sup>3</sup>/d a 600 m<sup>3</sup>/d. Já a curva de *head*

(azul) e a curva de potência (marrom) estão relacionados com o eixo vertical esquerdo que é o *head* e o eixo horizontal correspondente a vazão. A curva da eficiência (verde) está relacionada com o eixo vertical direito e o eixo da vazão (BATISTA, 2009).

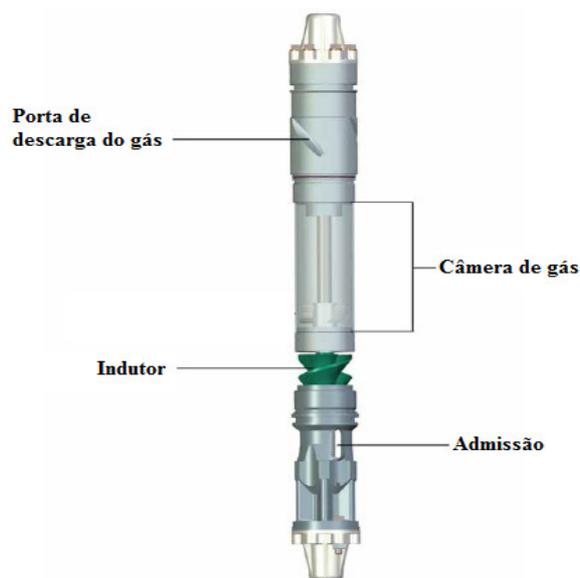
Figura 3.10 - Curva característica ou de performance de uma bomba centrífuga utilizada em BCS.



Fonte: Adaptado de Maitelli, 2011.

▪ **Separador de Gás (*intake*):** para que a da bomba centrífuga funcione com eficiência, faz-se necessário um separador de gás (Figura 3.11) para a utilização do método em poços de gás.

Figura 3.11 - Representação de um separador de gás.



Fonte: BAKER HUGHES – Centrilift, 2008.

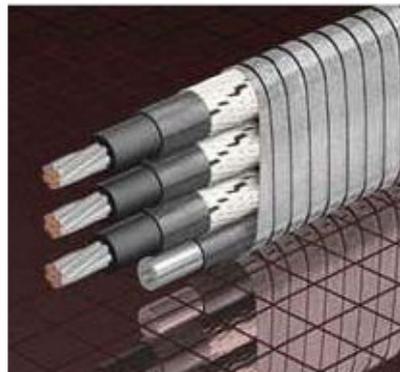
▪ **Cabo Elétrico:** a energia é transmitida desde a superfície até o motor através do cabo elétrico trifásico, que pode ser especificamente classificado em dois tipos, cabo redondo (Figura 3.12) e cabo chato (Figura 3.13), cuja escolha adequada do seu tipo e tamanho tem um impacto direto na sua vida útil de um sistema de BCS. Quanto à formação, possui três condutores paralelos, sólidos ou trançados, que são revestidos por um isolamento primário de material termoplástico resistente ao contato com fluidos agressivos. Como é considerado um componente sensível, de custo elevado, qualquer dano ocorrido durante sua descida, resulta em quebra de isolamento e conseqüentemente em uma falha prematura da instalação (TAKACS, 2009).

Figura 3.12 - Cabo elétrico redondo



Fonte: Prado, 2007.

Figura 3.13 - Cabo elétrico chato



Fonte: Prado, 2007.

### 3.2.3 Outros componentes de subsuperfície

Além da existência dos componentes mais comuns num sistema BCS, outros são utilizados nos poços apenas quando as condições de produção justificarem seu uso. Desta forma, alguns podem ser citados: acoplamentos, cabeça de descarga, *check-valve* e *standing-valve*, sensor de pressão e temperatura, abraçadeiras para cabo ou cintas, calha para cabo chato e bloco “y”.

### 3.2.4 Componentes de superfície

Para cada poço que produz utilizando sistema BCS, existe na superfície uma determinada fonte de energia elétrica rede elétrica ou gerador, quadro de comando ou painel de controle, cabo elétrico de superfície e cabeça de poço. Dependendo do poço, o variador de velocidade ou de frequência pode ser ou não instalado. Quanto à caixa de ventilação, somente pode ser utilizada em poços terrestres.

▪ **Quadro de Comando ou Painel de Controle:** considerado como sendo o equipamento de segurança e controle para a operação de sistema de BCS, conforme mostra a Figura 3.14. Em poços *offshore* e *onshore*, é especificada em função da tensão e corrente de trabalho.

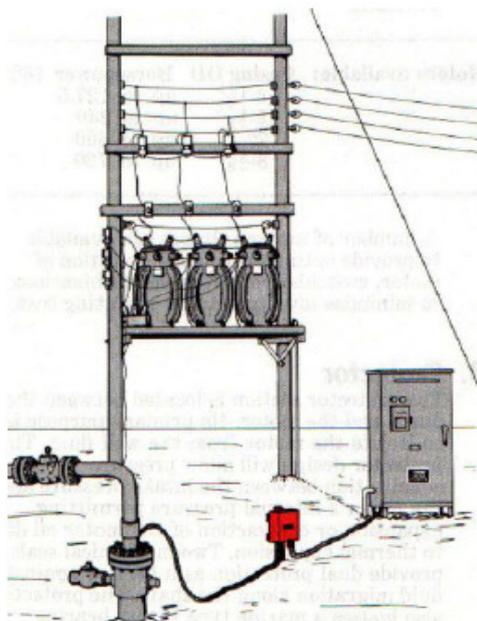
Figura 3.14 - Quadro de comando.



Fonte: Prado, 2007.

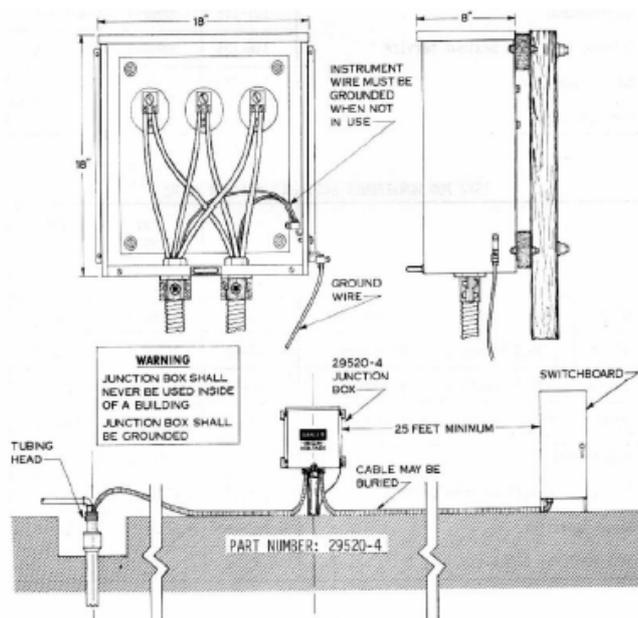
▪ **Transformador:** como a voltagem dos equipamentos de superfície não é compatível com a voltagem do motor há necessidade da utilização de transformadores como demonstrado na Figura 3.15, com a finalidade de adequar a voltagem. (MAITELLI, 2011).

Figura 3.15 - Transformador.



Fonte: Prado, 2007.

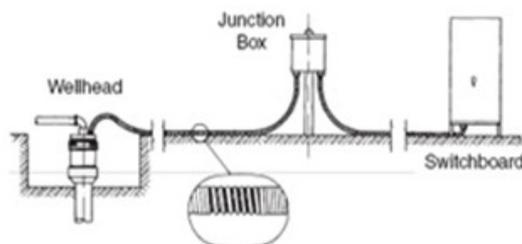
▪ **Caixa de Junção ou de Ventilação (*Junction Box*):** sua instalação fica entre o poço e o quadro de comandos e costuma ser utilizada em poços localizados em terra. Tem como função ventilar o cabo trifásico, ou seja, promover a saída para a atmosfera de gás que por alguma razão, possa migrar do poço pelo interior do cabo, como observado na Figura 3.16 (BAKER HUGHLES, 2008).

Figura 3.16 - Caixa de ventilação (*Junction Box*).

Fonte: Prado, 2007.

▪ **Cabeça de Poço:** tem como funções, assegurar a passagem do cabo elétrico até à coluna de produção, conseguir suportar o peso da coluna e manter estável a pressão no anular do poço. Na Figura 3.17 observa-se uma exemplificação da cabeça de um poço. Em poços no mar, onde normalmente as pressões são maiores, a passagem da corrente elétrica pela cabeça de poço é feita utilizando um mandril elétrico. Para poços em terra, o cabo elétrico passa pela cabeça de poço e a vedação é feita por placas de borracha que são prensadas contra o cabo elétrico.

Figura 3.17 - Cabeça do poço.



Fonte: Prado, 2007.

▪ **Variador de Velocidade ou de Frequência (*Variable Speed Velocity – VSD*):** é um equipamento que possibilita a operação do BCS em outras frequências, além da frequência usual de 60 Hz. Possibilita a operação na faixa de 30 a 90 Hz, sendo mais

comum operar na faixa de 50 a 70 Hz, a fim de obter uma melhor *performance* do sistema.

### 3.3 Simulação numérica

Nos últimos anos, a análise de projetos passou por um grande progresso, devido à evolução conjunta do poder computacional e precisão dos métodos numéricos, que são usados para se obter a solução de problemas matemáticos de maneira aproximada, quando não existe a possibilidade de resolvê-los por técnicas exatas.

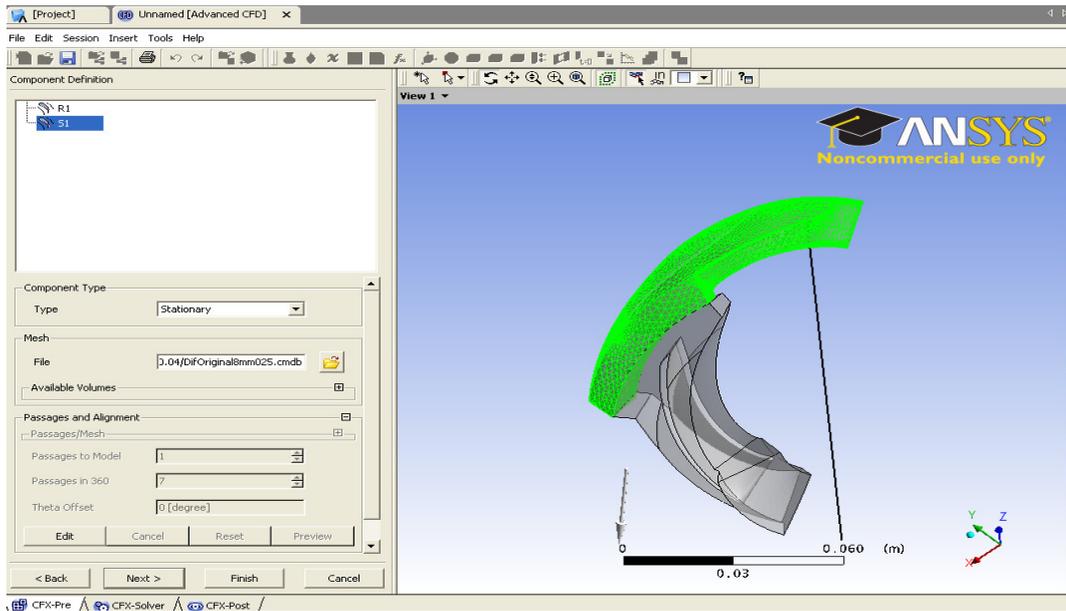
A técnica da simulação computacional estabelece um modelo capaz de descrever ou até mesmo representar um determinado problema real, aplicando relações com conteúdo lógico e matemático, necessários à descrição do comportamento e estrutura de um problema real, num certo período de tempo definido.

O uso de conjunto de técnicas matemáticas e computacionais aplicadas em estudos que envolvem escoamento, transferência de calor e fenômenos associados como reações químicas, realizam simulações de fluidos, baseadas em esforços computacionais, através de CFD (*Computational Fluid Dynamics*), para uma análise criteriosa do processo das simulações numéricas.

Um programa comercial com vastas aplicações nas diversas áreas, produzido pela ANSYS®, é o CFX®, que utiliza CFD como ferramenta computacional e é caracterizado por apresentar uma eficiente capacidade de pré e pós processamento, com ênfase na capacidade de manipulação gráfica, solução robusta e confiável em soluções numéricas das simulações.

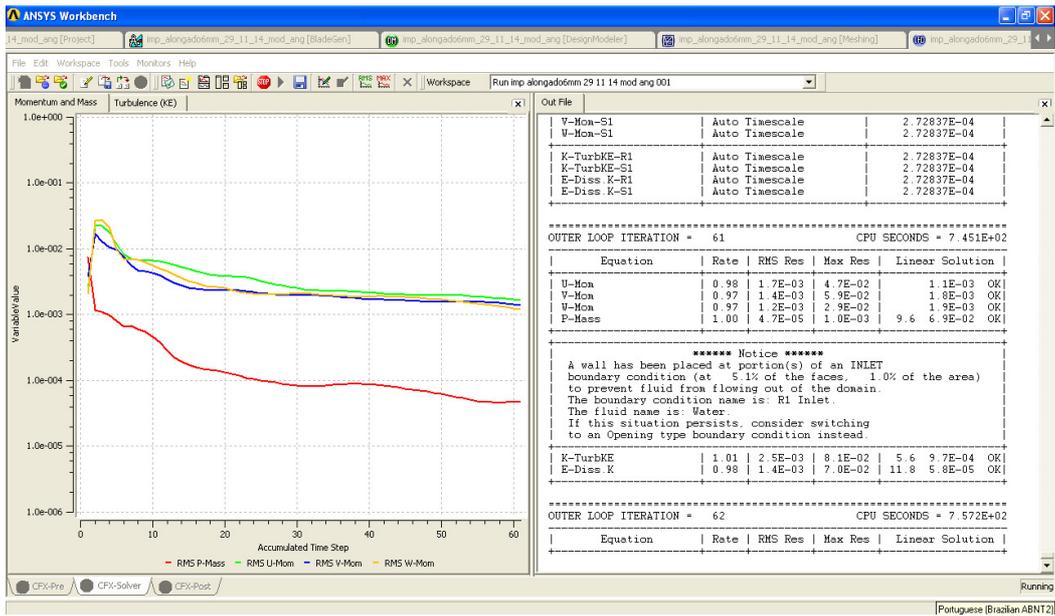
Este programa é composto pelas seguintes etapas: a de pré-processamento (CFX-Pré), cujas condições de simulação são definidas conforme Figura 3.18; o (CFX-Solver), Figura 3.19, na qual são encontradas as soluções das variáveis especificadas na etapa anterior de pré-processamento, e onde ocorre a simulação. Quanto ao (CFX-Post), Figura 3.20, é a etapa que fornece uma iteração do resultado da simulação com ferramentas gráficas para análise. Todas essas etapas podem ser gerenciadas pela plataforma *workbench* da ANSYS®, podendo ser facilmente utilizadas pelo usuário ao rodar diversas simulações simultaneamente (SIQUEIRA, 2013).

Figura 3.18 - Tela representativa da etapa CFX-Pré.



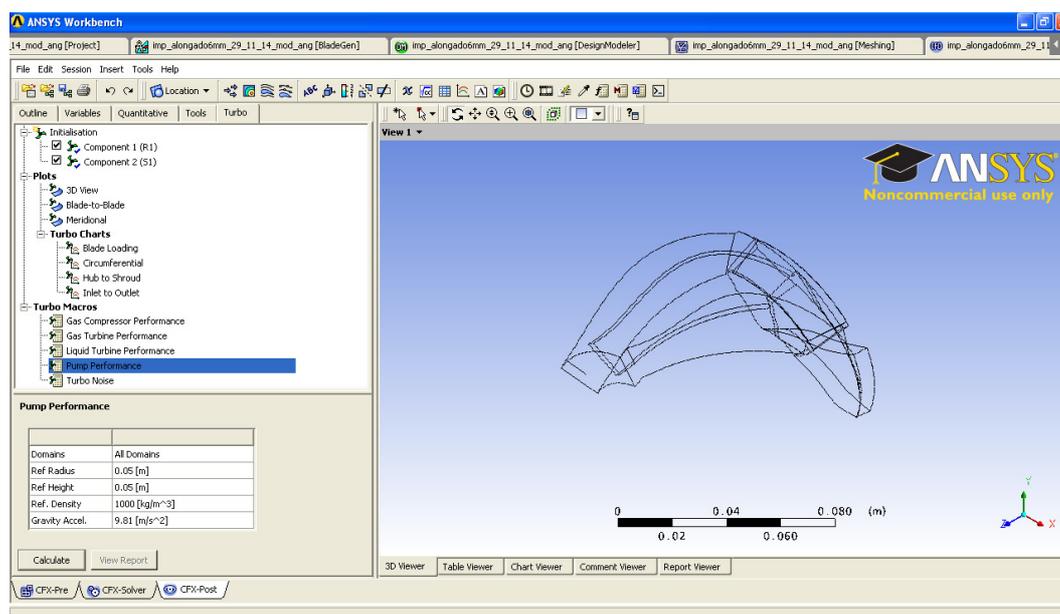
Fonte: Adaptado do software ANSYS® CFX® 11.0

Figura 3.19 - Tela representativa da etapa CFX-Solver



Fonte: Adaptado do software ANSYS® CFX® 11.0

Figura 3.20 - Tela representativa da etapa CFX-Post



Fonte: Adaptado do *software* ANSYS® CFX® 11.0

### 3.4 Otimização

A otimização, por definição, é uma ciência relacionada ao campo da matemática, na obtenção de métodos eficientes para determinação de mínimos e máximos de uma função de uma ou mais variáveis, resultando em soluções ótimas para certos problemas físicos descritos por modelos matemáticos (KALID, s.d.).

A ideia principal é encontrar um extremo de uma saída do modelo variando diversos parâmetros ou variáveis. A razão pela busca de valores dos parâmetros adequados é devido à tomada de decisão ou otimização do projeto. O contexto principal de otimização está relacionado em descrever as decisões dadas por um vetor  $x \in \mathcal{R}^n$ , no qual o modelo a ser otimizado é colocado em uma função objetivo chamada de  $f(x)$ , cujas propriedades de saída relevantes são indicadas por funções (HENDRIX; BOGLÁRKA, 2010).

Não existe um único método disponível para solucionar todos os problemas de otimização de forma eficiente. Portanto, existem diversas estratégias de busca utilizadas para a resolução de problemas. Dada à natureza complexa de alguns desses problemas, os métodos de otimização são de grande importância na prática, particularmente em projetos de engenharia, experimentos científicos e nas tomadas de decisões de forma rápida. Como alternativa na resolução de problemas de otimização, os algoritmos

numéricos são essencialmente utilizados, sendo classificados como métodos de programação matemática, definido como: programação linear, métodos baseados em teoria de aproximações como Propagação Linear Sequencial - PLS ou *SLP*, Programação Quadrática Sequencial - PQS ou *SQP*, programação não-linear (para solução de problemas de otimização sem restrição e com restrição) e classificados também em métodos probabilísticos quando se referem à Algoritmos Genéticos, dentre outros métodos (SILVA, s.d.).

Normalmente, os métodos de otimização são utilizados em situações difíceis de trabalhar com modelos analíticos, objetivando uma precisão na solução de problemas complexos. Desta forma, pesquisadores buscam desenvolver algoritmos com eficácia, aplicados aos métodos de otimização, atendendo os seguintes aspectos (HENDRIX, 2010):

- **Eficiência** - resolver o mesmo problema com menor esforço;
- **Robustez** - resolver uma variedade maior de problemas.

### 3.4.1 Métodos modernos de otimização

Os métodos modernos de otimização surgiram como métodos poderosos e populares para solucionar problemas de otimização complexos de engenharia nos últimos anos. Esses métodos incluem os Algoritmos Genéticos, o método de recozimento, o algoritmo de enxame de partículas, a otimização de colônia de formigas, a otimização baseada em redes neurais, a otimização difusa, dentre outros métodos (RAO, 2009).

Os diversos métodos de otimização existentes podem ser classificados quanto ao tipo: direto e indireto. No método direto é utilizado apenas o valor da função objetivo a ser maximizada ou minimizada, sem empregar o gradiente. Como exemplos do método direto, podem ser citados: o método de busca direta, o método de busca aleatória e o chamado método *Simplex Downhill*.

Já o método indireto, trabalha com funções conhecidas, de forma a extrair o gradiente das mesmas, como por exemplo, o método de Newton, o método do gradiente conjugado, dentre outros.

### 3.4.2 Aplicações da otimização na Engenharia

Os métodos de otimização numérica possuem vasta aplicação quando se referem à implementação de sistemas incorporando técnicas de inteligência artificial. Alguns exemplos podem ser citados como: aplicações em redes neurais artificiais, ajuste adaptativo de controladores nebulosos, utilização de otimização da produção em sistemas supervisionados por estações inteligentes e várias outras aplicações (ARAÚJO, 2012).

A otimização, no seu sentido geral, pode ser aplicada para solucionar qualquer problema de engenharia. Algumas típicas aplicações de diferentes disciplinas da engenharia indicam o amplo alcance do assunto (RAO, 2009):

1. Projeto de estruturas de aeronaves e aeroespaciais para um peso mínimo;
2. Projeto de estruturas de engenharia civil, como quadros, fundações, pontes, torres, chaminés e barragens para um custo mínimo;
3. Projeto de recursos hídricos para benefício máximo;
4. Design ótimo de ligações, engrenagens, ferramentas de máquinas e outros componentes mecânicos;
5. Seleção de condições de usinagem em processos de corte de metal para um custo mínimo de produção;
6. Projeto de equipamentos de manuseio de materiais, como transportadoras, caminhões e guindastes para um custo mínimo;
7. Projeto de bombas, turbinas e equipamentos para uma eficiência máxima;
8. Projeto otimizado de máquinas elétricas como: motores, geradores e transformadores;
9. Projeto ideal de redes elétricas;
10. Planejamento de produção, controle e agendamento otimizado;
11. Análise de dados estatísticos e construção de modelos empíricos de dados experimentais para obter a representação com maior eficiência de um fenômeno físico;
12. Projeto ótimo de equipamentos de processamento químico e plantas;
13. Projeto de redes de gasodutos ideais para a indústria de petróleo;
14. Seleção de um local para uma indústria;

15. Planejamento da manutenção e substituição de equipamentos para reduzir custos operacionais;
16. Alocação de recursos ou serviços entre várias atividades para maximizar o benefício;
17. Planejamento da melhor estratégia para obter o lucro máximo na presença de um concorrente;
18. Projeto otimizado de sistemas de controle.

A escolha do método para solucionar um determinado problema de otimização requer uma análise cuidadosa das condições exigidas para a aplicabilidade do método, diversos fatores podem ser decisivos como: a disponibilidade ou não de funções para as derivadas, isso caso o método utilize a derivada da função, utilização ou não em ambientes de tempo real, existência ou não de uma boa estimativa para escolha de uma solução ótima, simplicidade de programação, dentre outros fatores aplicações (ARAÚJO, 2012).

Como escolha do método a ser implementado neste trabalho optou-se pelo método dos poliedros flexíveis, popularmente conhecido como método *Simplex Downhill*, caracterizado por ser um método de busca multidimensional que não utiliza o gradiente da função objetivo (NELDER, 1965).

Consequentemente, modificações do método *simplex* originaram duas formas principais (ARAÚJO, 2013):

- Método *Simplex* Básico (MSB);
- Método *Simplex* Modificado (MSM).

### 3.4.3 Método *Simplex* Básico (MSB)

Segundo a literatura, o método *simplex* tornou-se limitado, pois, devido aos poliedros serem rígidos permitindo apenas a reflexão dos poliedros anteriores, muitas vezes se tornava inviável obter o ótimo da função objetivo. Como solução para o problema, Nelder (1965) propôs o surgimento do método dos poliedros flexíveis (SANDRINI, 2005).

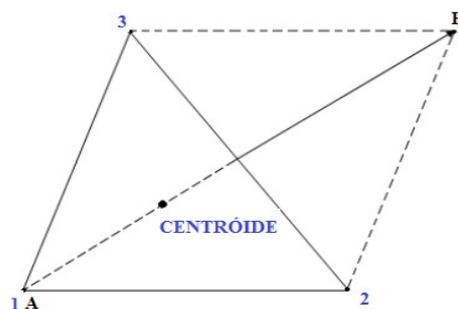
Para entender o funcionamento do método dos poliedros flexíveis, deve-se ter um prévio conhecimento quanto ao Método *Simplex* Básico (MSB).

No Método *Simplex* Básico, a ideia principal é fazer com que uma figura com uma representação geométrica regular *simplex* possa se modificar em busca do mínimo de uma função objetivo  $J(w)$  (ARAÚJO, 2013).

O método *simplex* é caracterizado por possuir uma figura geométrica em  $n$  dimensões, constituído de  $(n+1)$  pontos, no qual cada dimensão corresponde a uma variável a ser otimizada. Um *simplex* em duas dimensões é um triângulo, em três dimensões é um tetraedro e assim sucessivamente. O método pode ser estendido para maiores dimensões, havendo possibilidade de ser aplicado para a otimização de qualquer número de variáveis.

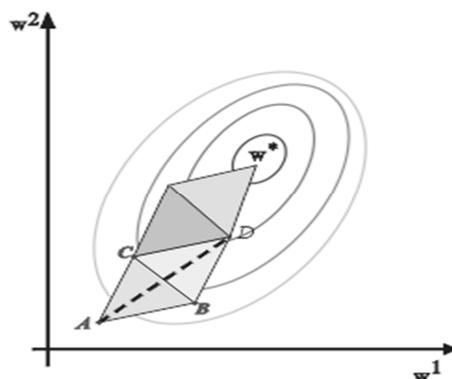
De acordo com os  $n+1$  pontos, a função objetivo é avaliada em cada um dos pontos do poliedro, onde o pior denominado de **A** como visualizado na Figura 3.21, passa a ser aquele que obtiver o pior valor de retorno associado à função objetivo  $J(w)$ . Durante cada iteração, uma nova solução passa a ser gerada, projetando o pior ponto, passando pelo centróide e encontrando então um novo ponto através da reflexão, formado pelos pontos antigos descartando-se o novo ponto projetado. Devem-se repetir todos essas etapas para novos pontos encontrados, até obter como resposta uma solução satisfatória Figura 3.22 (SANDRINI, 2005).

Figura 3.21 - Método *Simplex* Básico (MSB) de duas variáveis.



Fonte: Adaptado de Sandrini, 2005.

Figura 3.22 - Representação do funcionamento do Método *Simplex* Básico (MSB) na busca da melhor solução.

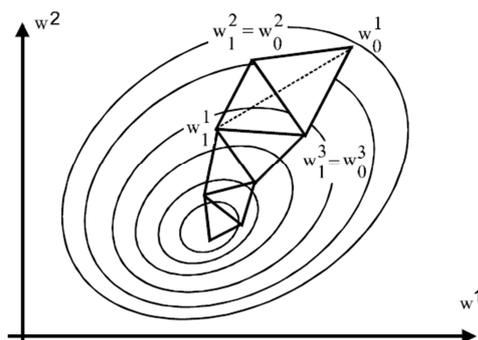


Fonte: Adaptado de Araújo, 2013.

### 3.4.4 Método dos poliedros flexíveis

O Método *Simplex* Modificado (MSM), ou melhor, o método dos poliedros flexíveis, permite obter o melhor vértice de forma mais precisa. É composto por operações como: reflexão, expansão, redução e contração, que possibilitam alterar não só o tamanho, mais também a forma do *Simplex*, ao ser modificada uma possível variável que determina o tamanho da reflexão.

A ideia principal do MSM é deformar a cada iteração um poliedro, de forma que este caminhe a uma direção descendente. Uma ilustração que pode descrever melhor o MSM é mostrado na Figura 3.23. Mediante as curvas de nível de uma função bidimensional desconhecida, o ponto  $w_0^1$  é considerado o pior da série dos três pontos propostos inicialmente para dados de entradas  $(w_0^1, w_0^2, w_0^3)$ . Como passo seguinte, um novo ponto  $w_1^1$  aparece, permanecendo os outros dois pontos bons  $(w_0^2, w_0^3)$ . No terceiro passo, observando o gráfico, fica claro que o pior ponto agora será  $w_1^2$ , prosseguindo com o mesmo raciocínio para os passos seguintes.

Figura 3.23 - Imagem representativa do Método *Simplex* Modificado (MSM).

Fonte: Araújo, 2012

Ainda analisando a Figura 3.23, a formação dos triângulos é realizada aplicando as operações (reflexão, expansão, redução e contração) que compoem o método, caminhando no sentido descendente, em busca do ponto ótimo.

### 3.5 Considerações finais dos aspectos teóricos

Nesse capítulo foi apresentado o conceito de elevação artificial, bem como os diversos métodos de elevação existentes. O método de elevação artificial aplicado no desenvolvimento do trabalho foi o BCS, que pode ser dividido em equipamentos de superfície e subsuperfície.

Na simulação computacional foi utilizado o *software* CFX<sup>®</sup>, que utiliza CFD (*Computational Fluid Dynamics*) e é composto por etapas necessárias para a condição de simulação.

A partir da definição de otimização, foi citado alguns métodos existentes não-tradicionais de otimização, como também, uma classificação dos mesmos. Dentre os métodos apresentados, o método de otimização aplicado no desenvolvimento do trabalho foi o método dos poliedros flexíveis, caracterizado por ser um método de busca multidimensional e de fácil implementação por não utilizar o gradiente da função objetivo.

---

**Capítulo 4**  
**Metodología experimental**

---

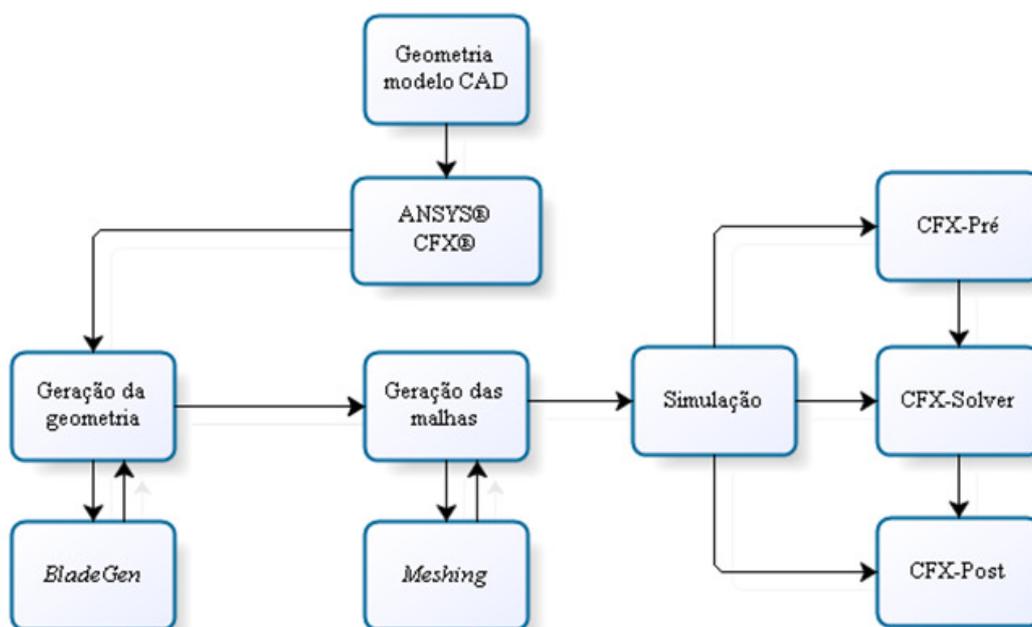
## 4. Metodologia experimental

Neste capítulo serão apresentadas as metodologias que foram utilizadas para o desenvolvimento desse trabalho, bem como os procedimentos para a obtenção da geometria no formato CAD e através do ANSYS® CFX® o desenvolvimento do modelo tridimensional. Será também descrita toda a lógica aplicada na implementação do método de otimização dos poliedros flexíveis, conforme sua origem.

### 4.1 Etapas para o desenvolvimento da geometria

Na fase inicial do trabalho, as características geométricas reais da bomba (impelidor e difusor) foram obtidas por meio de medições feitas na bomba com um corte transversal, as quais foram usadas para desenhar a geometria da bomba no AUTOCAD®. Após a fase de geração da geometria no modelo CAD, foi construída a geometria no formato ANSYS® CFX® mediante as seguintes operações: geração da geometria através do *BladeGen* e geração das malhas utilizando o *Meshing*, etapas essas necessárias para o processo de simulações, como observado no fluxograma da Figura 4.1.

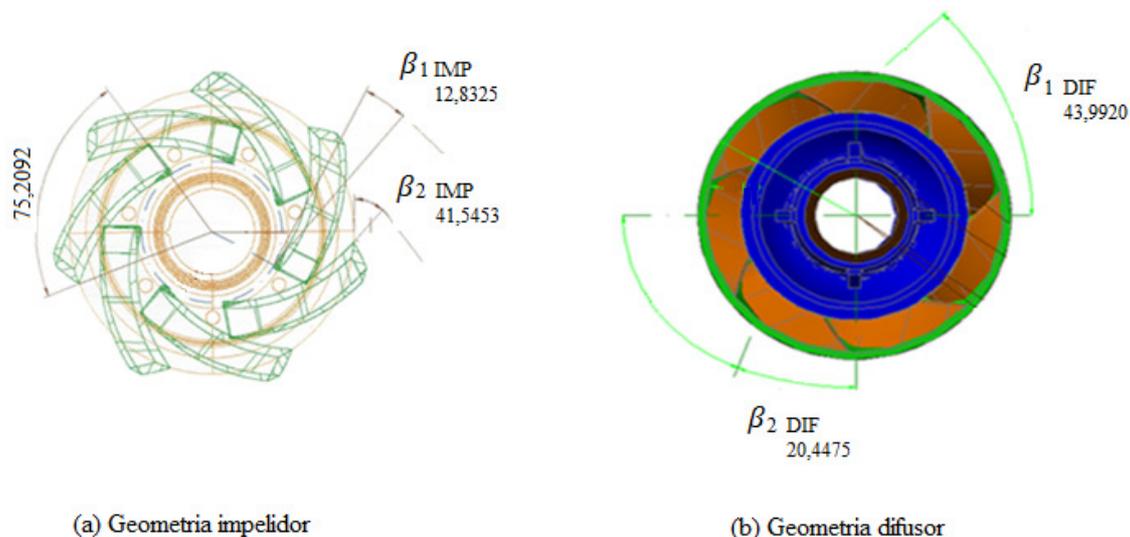
Figura 4.1 - Fluxograma das etapas de geração das geometrias no formato CAD, no formato ANSYS® CFX® e etapa das simulações.



## 4.2 Geometria no modelo CAD

Utilizando o programa AUTOCAD<sup>®</sup>, foram obtidas as medidas referentes à geometria original da bomba, considerando alguns parâmetros essenciais, tais como: ângulos de entrada, ângulos de saída e espessura das pás. Parâmetros esses que definem o escoamento no interior dos canais da bomba do impelidor e do difusor, como podem ser vistos na (Figura 4.2 (a) geometria impelidor e (b) geometria difusor).

Figura 4.2 - Geometria no formato CAD do impelidor e do difusor no sistema BCS.



Fonte: Adaptado do software AUTOCAD<sup>®</sup>

## 4.3 Geometria no formato ANSYS<sup>®</sup> CFX<sup>®</sup>

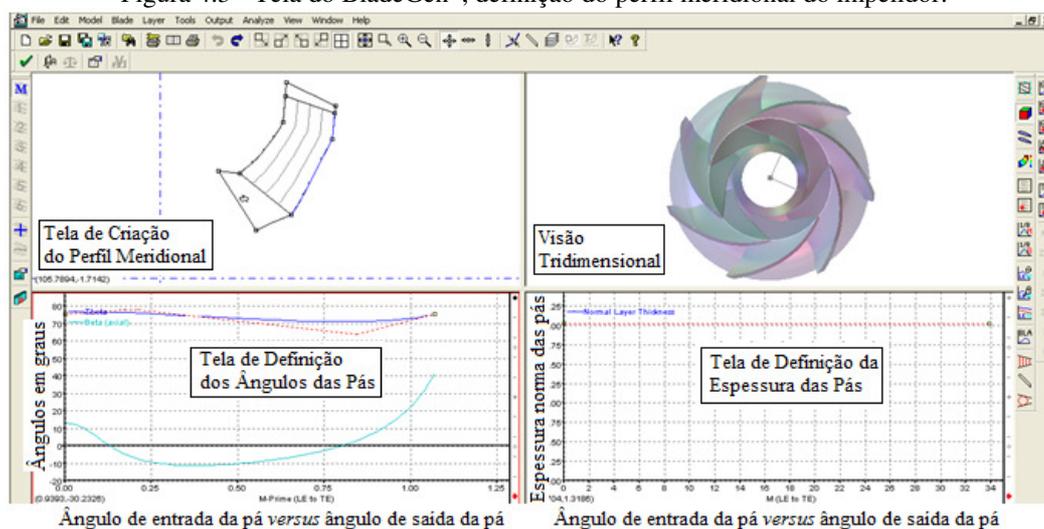
Como etapa seguinte à definição da geometria em 3D no formato CAD (*Computer-Aided Design* - Desenho Assistido por Computador), a partir do módulo *BladeGen* do CFX<sup>®</sup>, foram utilizadas as dimensões anteriormente obtidas no formato CAD a fim de criar o modelo para os perfis meridionais, tanto do impelidor quanto do difusor, mostrados nas Figuras 4.3 e 4.4, permitindo definir os ângulos e espessura das pás, para obter uma geometria tridimensional dos parâmetros inseridos. Nessa fase de definição dos ângulos, foram executadas modificações somente nos canais de entrada ( $\beta_{1IMP}$ ) e canais de saída ( $\beta_{2IMP}$ ) do impelidor, cujos valores dos ângulos de entrada ( $\beta_{1DIF}$ ) e ângulos de saída ( $\beta_{2DIF}$ ) do difusor foram sempre mantidos conforme a geometria original da bomba, como visto na Figura 4.2 (b).

Ainda na fase de criação da geometria nos perfis meridionais (Figuras 4.3 e 4.4), foram utilizadas para o desenvolvimento do trabalho medidas diferenciadas da geometria original da bomba, ou seja, com os pontos das pás alongados, quando comparado com a própria geometria original tanto do impelidor como do difusor.

Este procedimento de alongamento da geometria geralmente é utilizado para evitar problemas de recirculação do fluido na entrada e na saída dos canais da bomba, que podem gerar redução nas pressões, afetando o próprio desempenho da mesma.

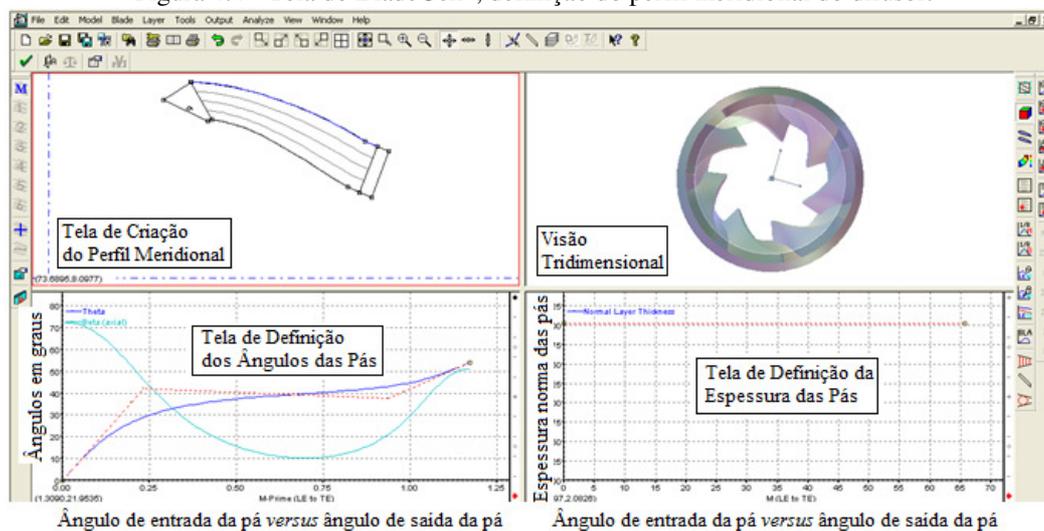
Ao trabalhar com uma geometria da bomba com seus pontos alongados, as soluções são propícias a apresentar resultados cada vez mais próximos aos valores da curva do fabricante.

Figura 4.3 - Tela do BladeGen<sup>®</sup>, definição do perfil meridional do impelidor.



Fonte: Adaptado do software ANSYS<sup>®</sup> CFX<sup>®</sup> 11.0.

Figura 4.4 - Tela do BladeGen<sup>®</sup>, definição do perfil meridional do difusor.



Fonte: Adaptado do software ANSYS<sup>®</sup> CFX<sup>®</sup> 11.0

#### 4.4 Implementação do método de otimização no MATLAB®

A aplicação do Método *Simplex* Modificado (MSM) foi feita por meio do algoritmo implementado em ambiente MATLAB®.

Inicialmente foram dados os pontos iniciais de entrada  $[x_1, x_2, x_3]$ , cujos valores representam respectivamente:  $x_1 = [\beta_{1IMP(1)} \quad \beta_{2IMP(1)}]^T$ ,  $x_2 = [\beta_{1IMP(2)} \quad \beta_{2IMP(2)}]^T$  e  $x_3 = [\beta_{1IMP(3)} \quad \beta_{2IMP(3)}]^T$ .

A partir dos valores anteriores de  $\beta_{1IMP}$  e  $\beta_{2IMP}$ , simulações foram realizadas nas vazões (667,74; 890,32; 1.112,91 e 1335,49 m<sup>3</sup>/d) consideradas pontos de maior proximidade do ponto de vazão correspondente à maior eficiência da bomba ( $q_{BEP}$ ), representada pela vazão de cálculo volumétrica de (1.112,91 m<sup>3</sup>/d) na curva experimental do fabricante. Como resultado dessas simulações, foram obtidos valores de altura de elevação, eficiência e potência, como dados necessários para a geração da função objetivo que foi utilizada como base de cálculo no algoritmo dos poliedros flexíveis.

A função objetivo  $J(\beta_{1IMP}, \beta_{2IMP})$  dada pela Equação (1), além de ter sido desenvolvida com os dados resultantes das simulações, utiliza também valores da curva do fabricante, constituindo assim, uma função relacionada ao quadrado da diferença dos pontos simulados em relação aos pontos da curva do fabricante, sendo estabelecida na função objetivo uma determinada ponderação dependendo do grau de importância aplicado para a altura de elevação, eficiência e potência.

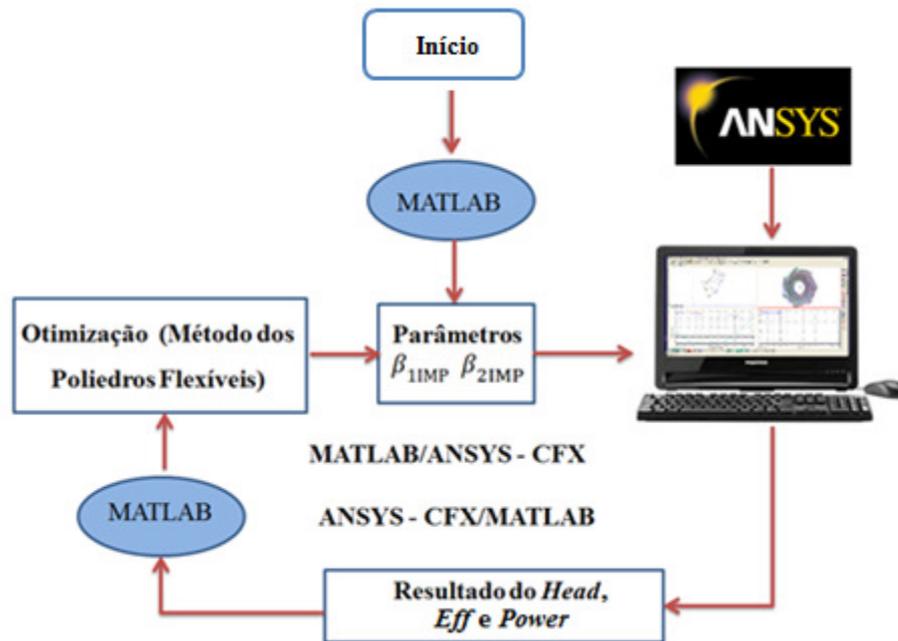
$$J(\beta_{1IMP}, \beta_{2IMP}) = \alpha_1 * (head_{simulado} - head_{fabricante})^2 + \alpha_2 * (eff_{simulado} - eff_{fabricante})^2 + \alpha_3 * (power_{simulado} - power_{fabricante})^2 \quad (1)$$

Sendo:

$$\begin{cases} \alpha_1 = 0,6 \\ \alpha_2 = 0,3 \\ \alpha_3 = 0,1 \end{cases}$$

Para um melhor entendimento na obtenção da função objetivo, o fluxograma mostrado a Figura 4.5, utiliza *softwares* distintos MATLAB® e ANSYS® CFX® na implementação do método de otimização dos parâmetros  $\beta_{1IMP}$  e  $\beta_{2IMP}$  da bomba.

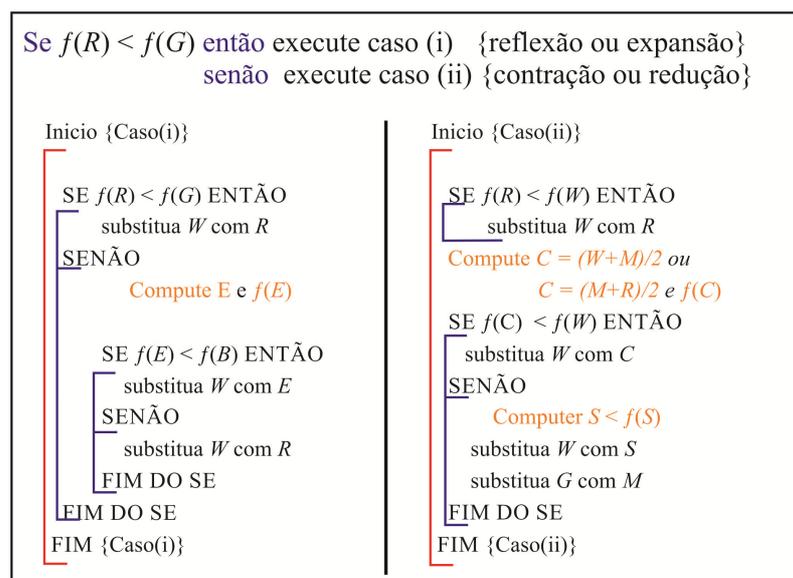
Figura 4.5 - Fluxograma do processo de otimização dos parâmetros da bomba utilizando *softwares* distintos.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2015.

Toda a lógica de implementação do método dos poliedros flexíveis pode ser observada na Figura 4.6, e foi descrita de acordo com as etapas do algoritmo que o compõe (MATHEWS, 2004).

Figura 4.6 - Lógica do algoritmo implementado conforme o Método *Simplex* Modificado (MSM).



Fonte: Adaptado de Mathews et al., 2004.

Para as etapas de classificação, comparação e teste dos pontos utilizadas nas operações de reflexão, expansão, contração e redução, para a formação dos poliedros, foi determinada a seguinte notação para os pontos: B (melhor ponto), G (bom ponto) e W (pior ponto).

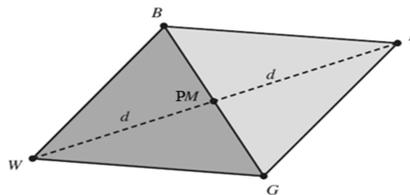
Como etapa fundamental na geração das operações que constituem o método dos poliedros, foi calculado primeiramente o ponto médio (PM), de acordo com a descrição:

▪ **Ponto Médio (PM):**

O processo de construção do Ponto Médio (PM) utiliza o segmento de reta que une os pontos B e G, encontrando a média das coordenadas Equação (3), como observado na Figura 4.7.

$$PM = \frac{B+G}{2} \quad (3)$$

Figura 4.7 - Triângulo BGW, PM e o ponto R refletido.



Fonte: Mathews et al., 2004.

▪ **Reflexão usando o ponto R:**

Na determinação da reflexão, foi necessário encontrar primeiramente o (PM) já obtido na fase anterior, e sendo W classificado como o pior ponto, foi calculado o ponto refletido pela Equação (4) movendo em direção ao mínimo da função (R):

$$R = 2PM - W \quad (4)$$

▪ **Expansão para o ponto E:**

Quando o valor de  $f(R) < f(W)$ , então deve-se mover para a direção correta, para o ponto que tenha o valor mínimo. Talvez o mínimo tenha sido um pouco mais do que o valor de R, então:

$$W = R$$

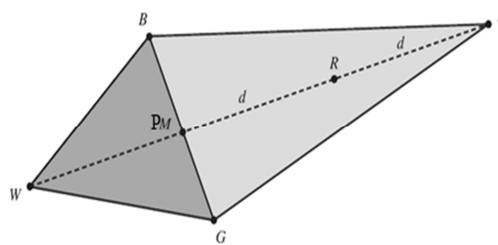
Caso contrário, o seguimento de reta  $\overline{MR}$  será expandido para o ponto E calculado pela Equação (5), formando o triângulo BGE Figura 4.8. O ponto E pode ter sido encontrado por um adicional de distância ao longo do segmento de reta  $\overline{MR}$ . Agora, caso o valor da  $f(E)$  tenha sido menor quando comparado ao valor da  $f(R)$ , então:

$$E = 2R - PM \quad (5)$$

Se  $f(E) < f(R)$  e  $f(B) < f(R)$ , então:

$$W = R$$

Figura 4.8 - Triângulo BGW, o ponto R e a expansão do ponto E.



Fonte: Mathews et al., 2004.

#### ▪ Contração usando o ponto C:

Sendo os valores de  $f(R) < f(W)$  iguais, então:  $W = R$ . Um novo ponto passou a ser testado, talvez a função seja menor no (PM), de forma que W não possa ser substituído pelo (PM), pois, deseja-se a formação de um triângulo. Observando a Figura 4.9, a partir dos pontos médios  $C_1$  e  $C_2$ , considerados (PM) dos segmentos  $\overline{WPM}$  e  $\overline{PMR}$ , um novo com menor valor da função foi chamado de C, onde um novo triângulo foi criado e calculado utilizando as Equações (6) e (7):

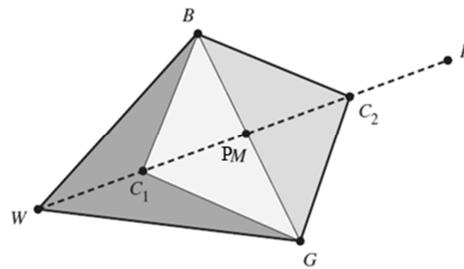
$$C_1 = (W + PM)/2 \quad (6)$$

$$C_2 = (PM + R)/2 \quad (7)$$

Caso contrário, o seguimento de reta  $\overline{PMR}$  foi expandido para o ponto E:

Se  $f(C_1) > f(C_2)$ , então:

$$C = C_2 \text{ Senão, } C = C_1$$

Figura 4.9 - Contração do ponto  $C_1$  ou  $C_2$ .

Fonte: Mathews et al., 2004.

▪ **Redução para o ponto C:**

Se  $f(C) < f(W)$ ,  $W = C$

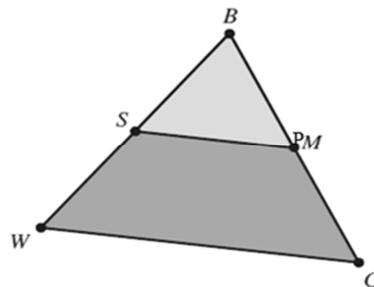
Os pontos G e W foram reduzidos em direção ao ponto B (Figura 4.10), onde G foi substituído pelo (PM) e W substituído por S, que foi calculado pelo ponto médio do segmento formado pelos pontos W e B Equação (8), como observado na Figura 4.10.

$$S = (W + B)/2 \quad (8)$$

$$W = S$$

$$G = PM$$

Figura 4.10 - Redução do triângulo para o ponto B.



Fonte: Mathews et al., 2004.

Então, com a geração do triângulo formado pela redução dos pontos (S e PM), um novo ciclo foi iniciado a partir dos valores dos parâmetros iniciais da bomba  $\beta_{1IMP}$  e  $\beta_{2IMP}$ , realizando as operações que forem necessárias na formação do poliedro em busca da solução ótima conforme o critério de parada adotado.

#### **4.5 Considerações finais da metodologia experimental**

Nesse capítulo de metodologia experimental, foi descrito todo o processo para a geração da geometria da bomba centrífuga submersa tanto no modelo CAD como no formato ANSYS® CFX®, como condições necessárias para realização das simulações.

Quanto à implementação do método de otimização, foi através do *software* MATLAB®, cuja lógica aplicada no desenvolvimento do algoritmo busca o melhor ponto como solução do problema, utilizando as operações de (reflexão, expansão, contração e redução), que compõe o método dos poliedros.

---

# **Capítulo 5**

## **Resultados e Discussão**

---

## 5. Resultados e discussão

Neste capítulo serão discutidos os resultados obtidos na implementação do método dos poliedros flexíveis relacionado à otimização dos parâmetros geométricos da bomba de BCS, como também das simulações realizadas através do ANSYS® CFX® 11.0.

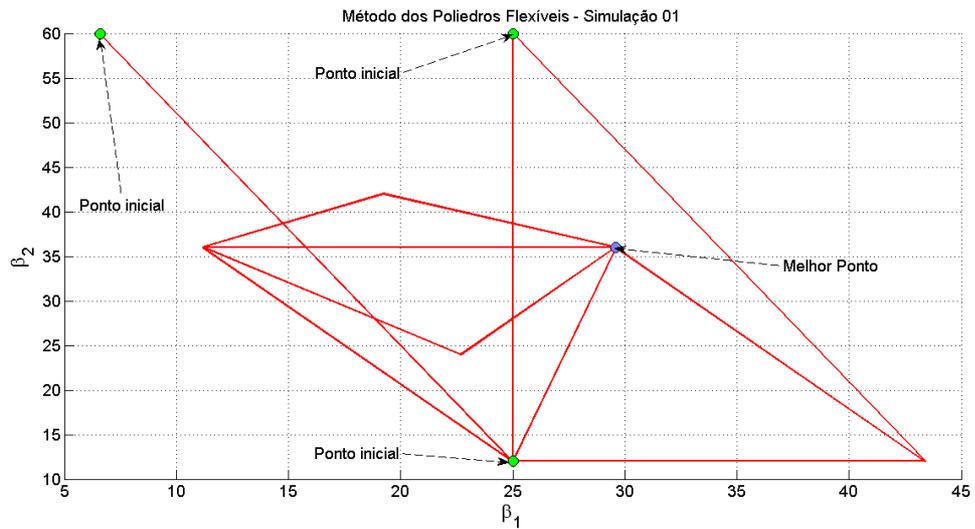
### 5.1 Implementação do método dos poliedros flexíveis na otimização

A fase de implementação do método dos poliedros flexíveis na obtenção dos ângulos de inclinação das pás na entrada e na saída dos canais da geometria do impelidor, foi necessária para buscar o melhor ponto de operação da bomba centrífuga submersa quando comparado aos dados representativos da curva do fabricante.

Para a implementação do método, os valores de  $\beta_{1IMP}$  e  $\beta_{2IMP}$  foram aplicados nas vazões (667,74; 890,32; 1.112,91 e 1335,49 m<sup>3</sup>/d), cujos resultados na busca pela melhor solução podem ser verificados no APÊNDICE - B, comprovando o ponto ótimo  $\beta_{1IMP}$  e  $\beta_{2IMP}$  encontrado.

Com os gráficos resultantes do método de otimização dos poliedros flexíveis, foi possível observar na Figura 5.1, os pontos iniciais ( $x_1(\beta_{1IMP} = 6,5890$  e  $\beta_{2IMP} = 60,0000)$ ), ( $x_2(\beta_{1IMP} = 25,0000$  e  $\beta_{2IMP} = 60,0000)$ ) e ( $x_3(\beta_{1IMP} = 25,0000$  e  $\beta_{2IMP} = 12,0000)$ ) na formação do primeiro triângulo, com a sequência de formação dos demais triângulos convergindo na busca do ponto ótimo ( $\beta_{1IMP} = 29,6028$  e  $\beta_{2IMP} = 36,0000$ ), executando as operações de reflexão, expansão, contração e redução na lógica de implementação do método.

Figura 5.1 - Sequência de triângulos convergindo para o ponto ótimo de acordo com o método dos poliedros flexíveis – simulação 01.

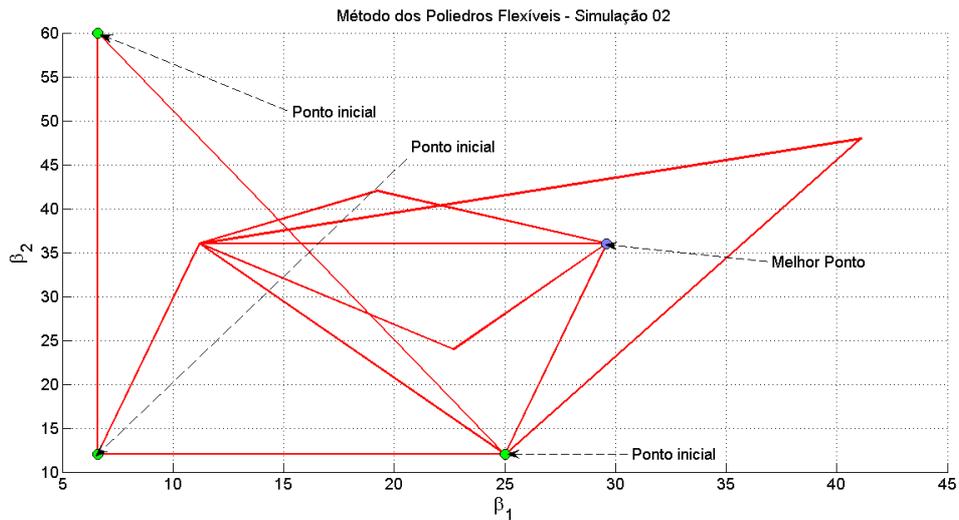


Fonte: Elaborado pelo autor, 2015.

Outro fato observado ao longo da otimização foi que, durante a busca pelo melhor ponto, o método dos poliedros percorreu toda a região de interesse aceitável na fase de geração da malha, nas condições de simulação para valores de  $\beta_{1IMP}$  e  $\beta_{2IMP}$ .

Analisando a Figura 5.2, os pontos iniciais ( $x_1(\beta_{1IMP} = 6,5890$  e  $\beta_{2IMP} = 60,0000)$ ), ( $x_2(\beta_{1IMP} = 25,0000$  e  $\beta_{2IMP} = 12,0000)$ ) e ( $x_3(\beta_{1IMP} = 6,5890$  e  $\beta_{2IMP} = 12,0000)$ ) constituem a formação do primeiro triângulo, finalizando a sequência de formação dos triângulos ao convergir para o ponto ótimo ( $\beta_{1IMP} = 29,6028$   $\beta_{2IMP} = 36,0000$ ) do sistema.

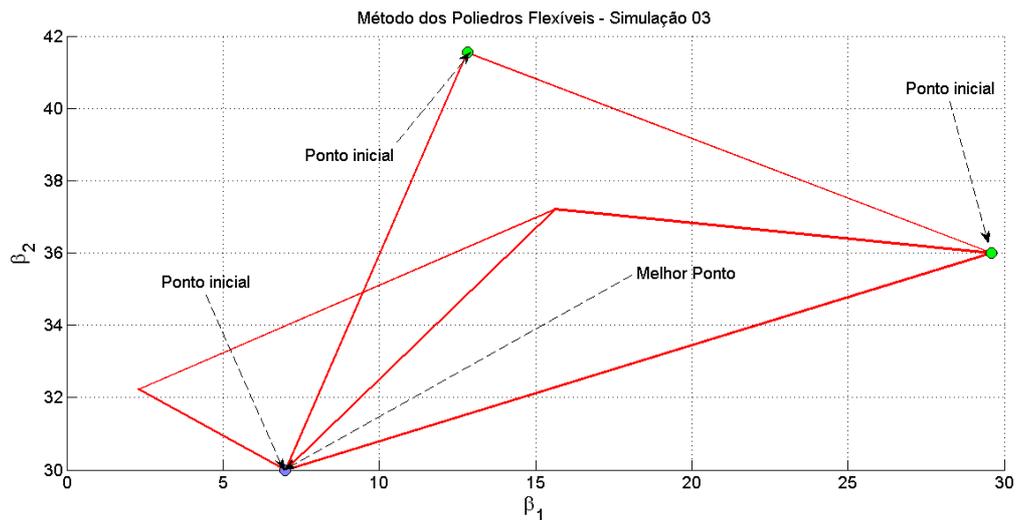
Figura 5.2 Sequência de triângulos convergindo para o ponto ótimo de acordo com o método dos poliedros flexíveis – simulação 02.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2015.

Interpretando a Figura 5.3, partindo dos pontos iniciais ( $x_1(\beta_{1IMP} = 29,6028$  e  $\beta_{2IMP} = 36,0000)$ ), ( $x_2(\beta_{1IMP} = 7,0000$  e  $\beta_{2IMP} = 30,0000)$ ) e ( $x_3(\beta_{1IMP} = 12,8300$  e  $\beta_{2IMP} = 41,5400)$ ) para a formação do primeiro triângulo, a convergência dos pontos foi finalizada encontrando o ponto ótimo ( $\beta_{1IMP} = 7,0000$  e  $\beta_{2IMP} = 30,0000$ ).

Figura 5.3 - Sequência de triângulos convergindo para o ponto ótimo de acordo com o método dos poliedros flexíveis – simulação 03.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2015.

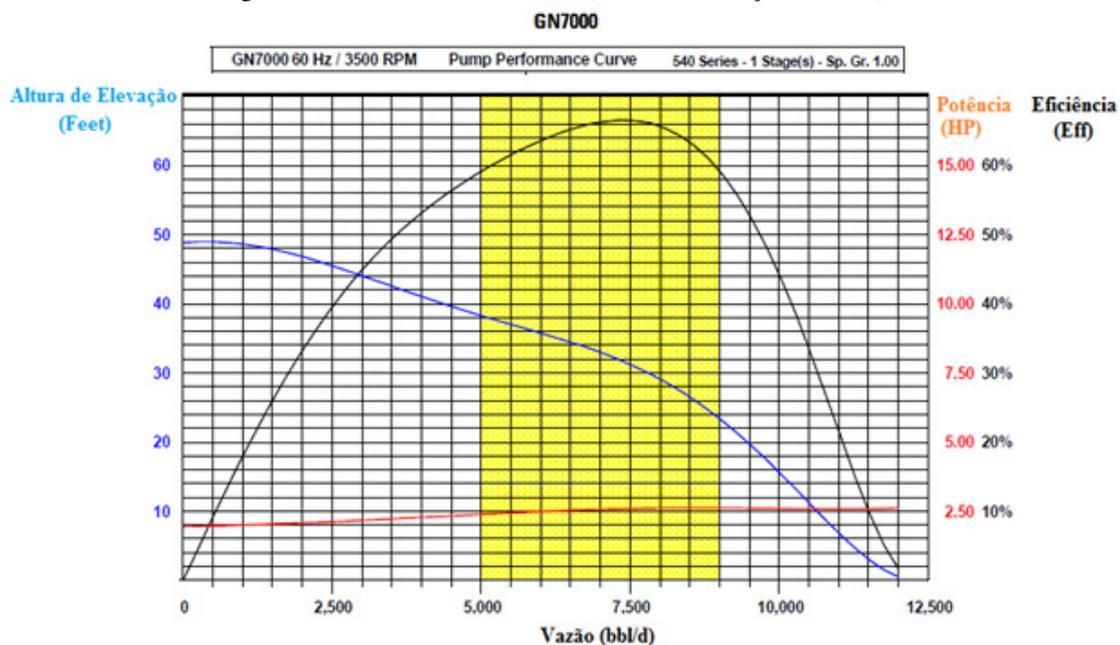
## 5.2 Análise dos resultados das simulações

Utilizando o programa comercial o ANSYS® CFX® 11.0, simulações foram implementadas para um modelo geométrico em 3D, nos canais de um estágio de uma bomba de sistema BCS utilizando fluido como água.

Nessa etapa das simulações com o modelo computacional, o tempo estimado por simulação foi de aproximadamente 30 minutos, em que cada simulação realizada corresponde obrigatoriamente a um dado valor de altura de elevação, eficiência e potência.

O principal objetivo foi conseguir resultados da altura de elevação, eficiência e potência cada vez mais próximos dos valores dos pontos pertencentes às curvas características fornecidas pelo fabricante, conforme o gráfico utilizado Figura 5.4.

Figura 5.4 - Gráfico do fabricante (altura de elevação x vazão).



Fonte: Catálogo Schlumberger de BCS.

Todos os resultados das simulações nos diversos valores de  $\beta_{1IMP}$  e  $\beta_{2IMP}$ , na busca do valor otimizado, podem ser verificados no (APÊNDICE - B), comprovando o ponto ótimo de  $\beta_{1IMP}$  e  $\beta_{2IMP}$  encontrado.

Na Tabela 5.1, apresenta os resultados das simulações realizadas não somente nas vazões correspondentes aos pontos que estejam próximos do melhor ponto de eficiência da bomba na curva experimental do fabricante, como em outras vazões.

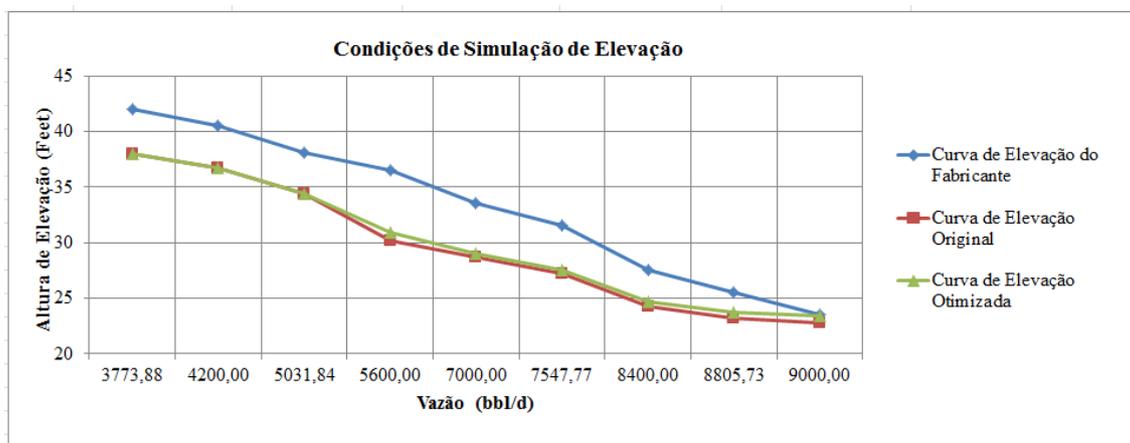
Ainda verificando a Tabela 5.1, o somatório da altura de elevação otimizada totalizou o valor de 3,11ft, correspondente a diferença dos valores da altura de elevação otimizada com os valores da altura de elevação original, obtendo a média de 0,345ft por ponto da altura de elevação otimizada.

Entretanto, fazendo uma análise complementar por meio da Figura 5.5, a curva de elevação otimizada minimiza a diferença da distância quando comparada com a curva do fabricante. Sendo assim, a curva de elevação otimizada, além de apresentar maior proximidade aos valores típicos da curva do fabricante, mostrou valores otimizados quando comparados à curva de elevação original.

Tabela 5.1 Simulações realizadas com valores originais ( $\beta_1$ IMP = 12,8300 e  $\beta_2$ IMP = 41,5400) e otimizados ( $\beta_1$ IMP = 7,0000 e  $\beta_2$ IMP = 30,0000) para obtenção da altura de elevação.

Nº de Vazões	Vazão de Cálculo Volumétrica (m <sup>3</sup> /d)	Vazão de Cálculo Volumétrica (bb/d)	Altura de Elevação do Fabricante (m)	Altura de Elevação do Fabricante (ft)	Altura de Elevação Original (m)	Altura de Elevação Original (ft)	Altura de Elevação Otimizada (m)	Altura de Elevação Otimizada (ft)
1	600,00	3.773,88	12,80	42,00	11,58	37,99	11,59	38,02
2	667,74	4.200,00	12,34	40,50	11,18	36,68	11,20	36,75
3	800,00	5.031,84	11,61	38,10	10,47	34,36	10,49	34,42
4	890,32	5.600,00	11,12	36,50	9,19	30,15	9,42	30,91
<b>5</b>	<b>1.112,91</b>	<b>7.000,00</b>	<b>10,21</b>	<b>33,50</b>	<b>8,75</b>	<b>28,71</b>	<b>8,85</b>	<b>29,03</b>
6	1.200,00	7.547,77	9,60	31,50	8,29	27,20	8,39	27,54
7	1.335,49	8.400,00	8,38	27,50	7,39	24,25	7,51	24,64
8	1.400,00	8.805,73	7,77	25,50	7,07	23,20	7,23	23,72
9	1.430,88	9.000,00	7,17	23,55	6,95	22,80	7,14	23,42
Somatório da diferença (Altura de Elevação Otimizada (ft) - Altura de Elevação Original (ft))								3,11

Figura 5.5 - Gráfico representativo das curvas de elevação (fabricante, original ( $\beta_1\text{IMP} = 12,8300$  e  $\beta_2\text{IMP} = 41,5400$ ) e otimizada ( $\beta_1\text{IMP} = 7,0000$  e  $\beta_2\text{IMP} = 30,0000$ )) versus vazão.



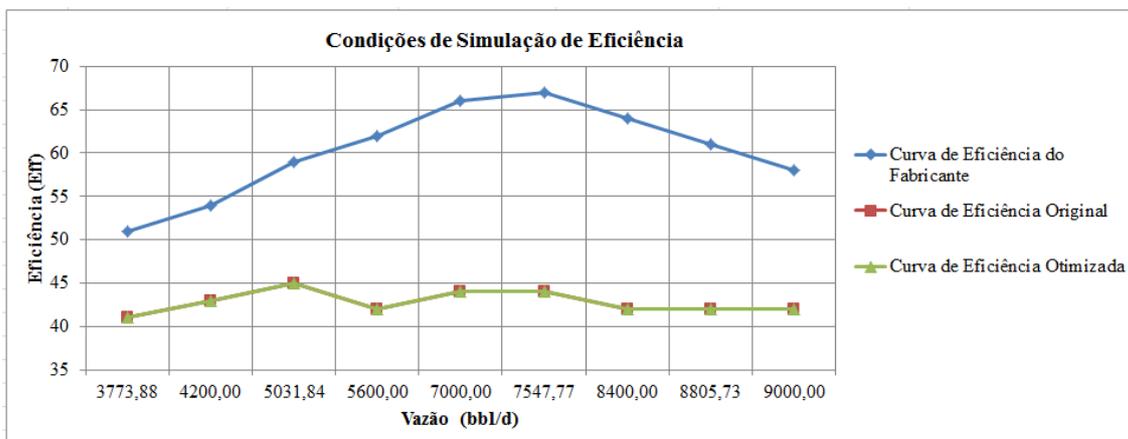
Fonte: Elaborado pelo autor, 2015.

Com os valores obtidos da eficiência por meio das simulações, como visto na Tabela 5.2, foi possível interpretar, juntamente com a Figura 5.6, que trabalhando com uma geometria da bomba com as pás alongadas, não só a curva de eficiência original como a curva de eficiência otimizada, mantiveram-se constantes quanto aos seus valores, sem ocorrência de perda no desempenho da eficiência da bomba.

Tabela 5.2 - Simulações realizadas com valores originais ( $\beta_1\text{IMP}=12,8300$  e  $\beta_2\text{IMP} = 41,5400$ ) e otimizados ( $\beta_1\text{IMP} = 7,0000$  e  $\beta_2\text{IMP} = 30,0000$ ) para obtenção da eficiência.

Nº de Vazões	Vazão de Cálculo Volumétrica (m <sup>3</sup> /d)	Vazão de Cálculo Volumétrica (bbl/d)	Eficiência do Fabricante (%)	Eficiência Original (%)	Eficiência Otimizada (%)
1	600,00	3.773,88	51	41	41
2	667,74	4.200,00	54	43	43
3	800,00	5.031,84	59	45	45
4	890,32	5.600,00	62	42	42
<b>5</b>	<b>1.112,91</b>	<b>7.000,00</b>	<b>66</b>	<b>44</b>	<b>44</b>
6	1.200,00	7.547,77	67	44	44
7	1.335,49	8.400,00	64	42	42
8	1.400,00	8.805,73	61	42	42
9	1.430,88	9.000,00	58	42	42
Somatório da diferença (Eficiência Otimizada (%) - Eficiência Original (%))					0

Figura 5.6 - Gráfico representativo das curvas de eficiência (fabricante, original ( $\beta_1\text{IMP} = 12,8300$  e  $\beta_2\text{IMP} = 41,5400$ ) e otimizada ( $\beta_1\text{IMP} = 7,0000$  e  $\beta_2\text{IMP} = 30,0000$ )) versus vazão.



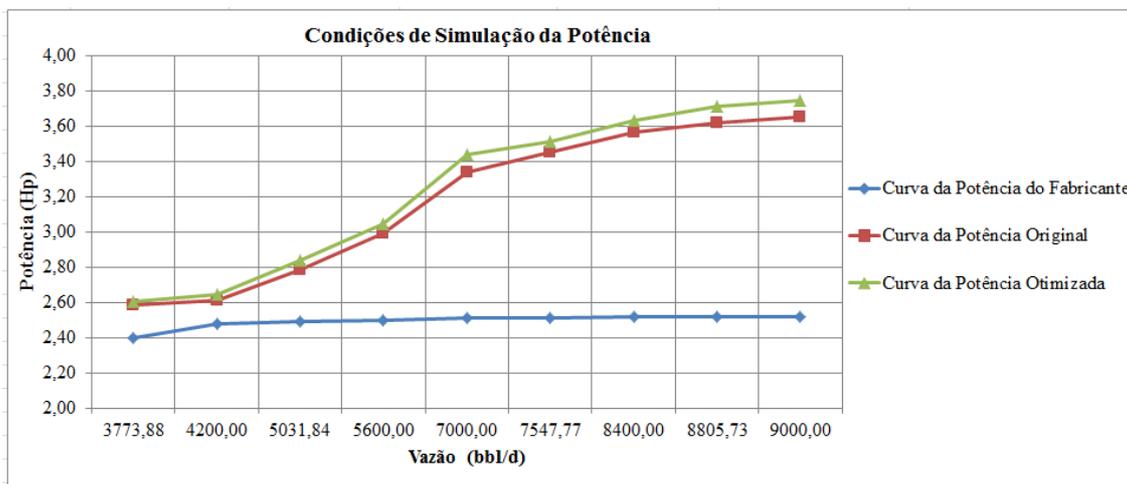
Fonte: Elaborado pelo autor, 2015.

A partir dos valores das curvas de potência original e otimizada, conforme Tabela 5.3, pode ser observado um aumento nos valores dos pontos característicos da curva da potência otimizada, resultando no somatório da diferença de 0,58 com os valores da potência original. Enquanto analisando a Figura 5.7, a diferença notória da curva otimizada e curva original comparada com a curva do fabricante, justifica-se por um esforço maior da bomba devido à geometria alongada, podendo ocorrer um desgaste e diminuição da vida útil da mesma.

Tabela 5.3 - Simulações realizadas com valores originais ( $\beta_1$ IMP=12,8300 e  $\beta_2$ IMP= 41,5400) e otimizados ( $\beta_1$ IMP=7,0000 e  $\beta_2$ IMP= 30,0000) para obtenção da potência.

Nº de Vazões	Vazão de Cálculo Volumétrica (m³/d)	Vazão de Cálculo Volumétrica (bbl/d)	Potência do Fabricante (Hp)	Potência Original (kg*m <sup>2</sup> *s <sup>-3</sup> )	Potência Original (Hp)	Potência Otimizada (kg*m <sup>2</sup> *s <sup>-3</sup> )	Potência Otimizada (Hp)
1	600,00	3.773,88	2,40	1.928,89	2,59	1.943,88	2,61
2	667,74	4.200,00	2,48	1.947,23	2,61	1.973,21	2,65
3	800,00	5.031,84	2,49	2.075,39	2,78	2.119,32	2,84
4	890,32	5.600,00	2,50	2.230,40	2,99	2.273,55	3,05
<b>5</b>	<b>1.112,91</b>	<b>7.000,00</b>	<b>2,51</b>	<b>2.491,33</b>	<b>3,34</b>	<b>2.562,50</b>	<b>3,43</b>
6	1.200,00	7.547,77	2,51	2.571,84	3,45	2.619,12	3,51
7	1.335,49	8.400,00	2,52	2.660,36	3,57	2.711,01	3,63
8	1.400,00	8.805,73	2,52	2.698,72	3,62	2.765,92	3,71
9	1.430,88	9.000,00	2,52	2.721,21	3,65	2.795,32	3,75
Somatório da diferença (Potência Otimizada (Hp) - Potência Original (Hp))							0,58

Figura 5.7 - Gráfico representativo das curvas da potência (fabricante, original ( $\beta_1$ IMP=12,83 e  $\beta_2$ IMP=41,5400) e otimizada ( $\beta_1$ IMP=7,0000 e  $\beta_2$ IMP=30,0000)) versus vazão.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2015.

### 5.3 Considerações finais sobre os resultados

Na fase de implementação do método dos poliedros flexíveis, foi justificado sua classificação como um método direto, pelo fato de não utilizar o gradiente na função

objetivo, razão pela qual ter apresentado a capacidade de convergir de forma rápida em todas as situações trabalhadas, na busca da uma solução ótima.

Analisando as etapas das simulações, os valores obtidos da curva de altura de elevação otimizada mostraram resultados satisfatórios quando comparados aos dados da curva de elevação original. Além disso, os valores da altura de elevação otimizada, apresentaram uma diminuição na diferença da distância dos pontos do fabricante. Quanto aos valores das simulações da eficiência, foi mantido o desempenho da curva de eficiência original, assim como da curva de eficiência otimizada, sem demonstrar perda. Enquanto que na curva da potência, houve um diferencial dos valores da curva do fabricante comparado aos da curva original e otimizada, possivelmente explicado por requerer um esforço maior em função da própria geometria da bomba.

---

## **Capítulo 6**

### **Conclusão**

---

## 6. Conclusão

Este trabalho teve o propósito de implementar um método de otimização e desenvolver simulações para descrever a influência na modificação dos parâmetros da bomba impelidor, relacionado à sua geometria no interior dos canais de um estágio de uma bomba centrífuga de sistemas de BCS. Com a finalidade de obter resultados das curvas da altura de elevação, eficiência e potência, que sejam capazes de minimizar a diferença da distância quando comparados aos valores da curva característica fornecida pelo fabricante.

Na metodologia utilizada para o desenvolvimento do trabalho, inicialmente foi gerada a geometria da bomba tanto no modelo CAD como no formato ANSYS® CFX®, etapas necessárias para realização das simulações. Para validar o método de otimização dos poliedros flexíveis, foi implementado através do *software* MATLAB® toda a lógica aplicada no desenvolvimento do algoritmo com o objetivo de buscar o melhor ponto como solução do problema, aplicando as seguintes operações: reflexão, expansão, contração e redução, que constituem o método dos poliedros.

Como resultados apresentados na etapa de implementação do método de otimização, foi demonstrado que o método dos poliedros flexíveis, caracterizado por ser um método que não utiliza o gradiente para a otimização da função custo, foi facilmente calculado, convergindo com um número menor de iterações, percorrendo de forma direta toda a região de interesse.

Quanto às simulações, o programa comercial ANSYS® CFX® foi fundamental na execução das inúmeras simulações, retornando a cada iteração, valores da altura de elevação, eficiência e potência, necessários para fase de geração da função objetivo, no processo de otimização dos parâmetros  $\beta_{1IMP}$  e  $\beta_{2IMP}$  da bomba.

Por fim, analisando os gráficos das curvas de altura de elevação, eficiência e potência, foi possível concluir que o gráfico da altura de elevação apresentou maior proximidade aos valores da curva do fabricante e valores otimizados quando comparados à curva de elevação original. Já no gráfico da eficiência, não foi apresentada perda de desempenho na curva original, nem na curva otimizada, consequência do próprio alongamento das pás. Quanto ao gráfico da potência, foi observado que a curva original e a curva otimizada apresentaram resultados com valores mais elevados, quando comparadas com a curva do fabricante. Estes resultados são

justificados pelo alongamento da geometria da bomba, que resultou no aumento da potência proveniente de um maior esforço da mesma.

### **6.1 Sugestões para trabalhos futuros**

É proposta a seguinte ação como trabalho de continuidade:

- Descrever a influência das variáveis típicas de uma bomba centrífuga submersa, não só relacionada à geometria, mas também quanto ao escoamento, a fim de otimizar o processo de produção;
- Utilizar outros métodos de otimização, com o objetivo de fazer um estudo comparativo entre estes, e o método, já trabalhado, dos poliedros flexíveis.

---

## **Referências**

---

## Referências

- ARAÚJO, Fábio Meneghetti Ugulino de. **Introdução aos métodos de otimização numérica**. Apostila do Curso de Engenharia de Computação e Automação Universidade Federal do Rio Grande do Norte - Centro de Tecnologia - Departamento de Computação e Automação, 2012.
- ARAÚJO, Fábio Meneghetti Ugulino de. **Controle inteligente**. 2013. 4 slides: color.
- BAKER HUGHLES. **Centrilift Submersible pump handbook**. 8 ed. Claremore, Oklahoma: USA, 2008. (s.l.), 1993.
- BARRETO FILHO, Manuel de Almeida. **Geração de carta dinamométrica de fundo para diagnóstico do bombeio mecânico em poços de petróleo**. 1993.191f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo, Campinas-SP, 1993. Disponível:<[www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000069978&fd=y](http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000069978&fd=y)>. Acesso em: 15 mar. 2015.
- BATISTA, Evelyne da Silva. **Desenvolvimento de uma ferramenta computacional para aplicação no método de elevação por bombeio centrífugo submerso**. 2009.81f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte - Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia Elétrica e de Computação, Natal-RN, 2009.
- HENDRIX, Eligius; BOGLÁRKA, G.-Tóth. **Introduction to nonlinear and global optimization**: springer optimization and its applications 37. London: Springer New York Dordrecht Heidelberg, 2010.
- KALID, Ricardo. **Otimização de processos e sistemas**. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Industrial. Universidade Federal da Bahia, [s.d]. 353: color. Disponível:<<http://www.moodle.ufba.br/mod/resource/view.php?r=46285>>. Acesso em 09 set. 2013.
- MAITELLI, Carla Wilza Souza de Paula. **Elevação artificial de petróleo**. 2011. Notas de aula.
- MATHEWS, John Henry; FINK, Kurtis. **Numerical methods using Matlab**. New Jersey, USA: Prentice-Hall, v. 8, p. 430 – 6, 2004.
- NELDER, John; MEAD, Roger. **A Simplex method for function minimization**. The Computer Journal, v. 7, p. 308 - 13, 1965. Disponível:<<http://comjnl.oxfordjournals.org/content/7/4/308.full.pdf+html>>. Acesso em : 09 set. 2013.
- OLIVEIRA, Sérgio Rafael Cortez de. **Otimização geométrica de treliças planas utilizadas em coberturas metálicas**. Vértices, Campos dos Goytacazes - RJ, v.12, n.2, p. 101-115, 2013.

*Referências*

- PRADO, Maurício. **Transparências do curso electrical submersible pumping - PETROBRAS**, Rio de Janeiro, Brasil, 2007.
- RAO, Singiresu. **Engineering optimization: theory and practice**. 4. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009.
- RIZZO FILHO, Haroldo dos Santos. **A otimização de gas lift na produção de petróleo: avaliação da curva de performance do poço**. 2011. 80f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro - Programa de Pós-Graduação em Ciências e Planejamento Energético, Rio de Janeiro, 2011.
- RODRIGUES, Ana Paula de Sousa Parente. **Uma metodologia híbrida de otimização aplicada às pás de turbinas hidráulicas axiais**. 2012. 175 f. Tese (Doutorado) – Universidade de Brasília – Departamento de Engenharia Mecânica, Brasília-DF, 2012. Disponível:<[http://repositorio.unb.br/bitstream/10482/13178/1/2012\\_AnaPauladeSousaParenteRodrigues.PDF](http://repositorio.unb.br/bitstream/10482/13178/1/2012_AnaPauladeSousaParenteRodrigues.PDF)>. Acesso em: 15 nov. 2014.
- RODRIGUES, Ana Paula de Sousa Parente. **Parametrização e simulação numérica da turbina hidrocínética – otimização via algoritmos genéticos**. 2007. 94 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília – Departamento de Engenharia Mecânica, Brasília-DF, 2007. Disponível:<[http://repositorio.unb.br/bitstream/10482/2350/1/2007\\_AnaPauladeSousaParenteRodrigues.PDF](http://repositorio.unb.br/bitstream/10482/2350/1/2007_AnaPauladeSousaParenteRodrigues.PDF)>. Acesso em: 02 dez. 2014.
- SANDRINI, Vanessa Soares. **Um estudo da otimização da geometria de um pára-quadras simplificado**. 2005. 80 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada, Porto Alegre, 2005.
- SANTOS, Marco Antônio dos. **Otimização da bomba-turbina utilizando programação quadrática sequencial e algoritmos genéticos**. 2009. 200 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Itajubá - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Itajubá, 2009.
- SILVA, Emílio Carlos Nelli. **Otimização em engenharia mecânica: métodos numéricos aplicados em problemas de otimização de engenharia**. Apostila do Curso de Engenharia Mecânica. Escola Politécnica da USP, [s.d.].
- SIQUEIRA, Eduardo Schnurr. **Aproximação numérica de escoamentos de fluidos power-law utilizando o código livre mfix**. 2013. 88f. Dissertação (Mestrado) - Universidade do Vale do Rio dos Sinos – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, São Leopoldo, 2013.
- TAKACS, Gabor. **Electrical submersible pumps manual: design, operations and maintenance**. USA: Gulf Professional Publishing, 2009.
- THOMAS, José Eduardo. **Fundamentos da engenharia de petróleo**. Rio de Janeiro: Interciência, 2001.

*Referências*

VIDAL, Francisco José Targino. **Desenvolvimento de um simulador de bombeio por cavidades progressiva**. 2005. 72 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Natal, 2005. Disponível: <<http://repositorio.ufrn.br:8080/jspui/123456789/15400/1/FranciscoJT V.pdf>>. Acesso em: 15 maio. 2014.

---

# APÊNDICES

---

## APÊNDICE A - Submissão

### CONGRESSOS:

- **ANDRADE, A. C. C.; MAITELLI, A. L.; MAITELLI, C. W. S. de P. Otimização dos parâmetros de um modelo de bomba em sistemas de bombeio centrífugo submerso.** (Artigo apresentado no I Congresso Nacional de Engenharia de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (CONEPETRO). Período de 13 a 15 de maio de 2015, Campina Grande - PB).
- **ANDRADE, A. C. C.; DANTAS, A. F. O. de A.; DANTAS JÚNIOR, G. F.; ARAÚJO, Í. B. Q. de; DÓREA, C. E. T.; MAITELLI, A. L. Controle de um sistema simulado de golfadas severas utilizando controlador preditivo não-linear e métodos heurísticos.** (Artigo apresentado no *Rio Oil & Gas Conference*, no período de 15 a 18 de setembro de 2014, Rio de Janeiro - RJ).

### CONFERÊNCIAS:

- **ANDRADE, A. C. C.; MAITELLI, A. L.; MAITELLI, C. W. S. de P. Optimization of the parameters of a model pump in electric submersible pumping systems** (Presented at the ESSS Conference & Ansys Users Meeting. Período de 05 a 07 de maio de 2015, São Paulo - SP).
- **ANDRADE, A. C. C.; MAITELLI, A. L.; MAITELLI, C. W. S. de P. Verifying the influence of modifying the geometry parameters in a typical pump's impeller from an ESP system** (Presented at the ESSS Conference & Ansys Users Meeting. Período de 19 a 21 de maio de 2014, São Paulo - SP).

### SIMPÓSIO:

- **ANDRADE, A. C. C.; MAITELLI, A. L. Implementação do método dos poliedros flexíveis na otimização de funções.** (Apresentado no Simpósio de Automação. Período de 04 a 05 de setembro de 2014, Natal - RN).

**APÊNDICE B - Resultados das simulações na busca de  $\beta_{1IMP}$  e  $\beta_{2IMP}$  otimizados**

<b>Número de Iterações</b>	<b>Simulações</b>	<b><math>\beta_{1IMP}(\text{°})</math></b>	<b><math>\beta_{2IMP}(\text{°})</math></b>	<b>Altura de Elevação para a vazão: 667,74(m)</b>
1	y(1)	6,5890	60,0000	10,5731
	y(2)	25,0000	60,0000	11,1377
	y(3)	25,0000	12,0000	10,7543
2	y(1)	25,0000	12,0000	10,7543
	y(2)	25,0000	60,0000	11,1377
	y(3)	43,4110	12,0000	10,7455
3	y(1)	25,0000	12,0000	10,7543
	y(2)	43,4110	12,0000	10,7455
	y(3)	29,6028	36,0000	11,1443
4	y(1)	29,6028	36,0000	11,1443
	y(2)	25,0000	12,0000	10,7543
	y(3)	11,1917	36,0000	10,9633
5	y(1)	29,6028	36,0000	11,1443
	y(2)	11,1917	36,0000	10,9633
	y(3)	22,6986	24,0000	10,8657
6	y(1)	29,6028	36,0000	11,1443
	y(2)	11,1917	36,0000	10,9633
	y(3)	19,2466	42,0000	11,0791
7	y(1)	29,6028	36,0000	11,1443
	y(2)	11,1917	36,0000	10,9633
	y(3)	22,6986	24,0000	10,8657
8	y(1)	29,6028	36,0000	11,1443
	y(2)	11,1917	36,0000	10,9633
	y(3)	19,2466	42,0000	11,0791
9	y(1)	29,6028	36,0000	11,1443
	y(2)	11,1917	36,0000	10,9633
	y(3)	22,6986	24,0000	10,8657
10	y(1)	29,6028	36,0000	11,1443
	y(2)	11,1917	36,0000	10,9633
	y(3)	19,2466	42,0000	11,0791
11	y(1)	29,6028	36,0000	11,1443
	y(2)	11,1917	36,0000	10,9633
	y(3)	22,6986	24,0000	10,8657
<p>O ponto ótimo do sistema é: <math>\beta_{1IMP} = 29,6028\text{°}</math> <math>\beta_{2IMP} = 36,0000\text{°}</math>            Altura de Elevação Simulada: 11,1443m</p>				

<b>Número de Iterações</b>	<b>Simulações</b>	<b><math>\beta_{1IMP}(\circ)</math></b>	<b><math>\beta_{2IMP}(\circ)</math></b>	<b>Altura de Elevação para a vazão: 890,32(m)</b>
1	y(1)	6,5890	60,0000	9,0529
	y(2)	25,0000	60,0000	8,9138
	y(3)	25,0000	12,0000	9,2804
2	y(1)	25,0000	12,0000	9,2804
	y(2)	25,0000	60,0000	8,9138
	y(3)	43,4110	12,0000	8,9587
3	y(1)	25,0000	12,0000	9,2804
	y(2)	43,4110	12,0000	8,9587
	y(3)	29,6028	36,0000	9,2876
4	y(1)	29,6028	36,0000	9,2876
	y(2)	25,0000	12,0000	9,2804
	y(3)	11,1917	36,0000	9,2876
5	y(1)	29,6028	36,0000	9,2876
	y(2)	11,1917	36,0000	9,2876
	y(3)	22,6986	24,0000	9,2475
6	y(1)	29,6028	36,0000	9,2876
	y(2)	11,1917	36,0000	9,2876
	y(3)	19,2466	42,0000	9,1146
7	y(1)	29,6028	36,0000	9,2876
	y(2)	11,1917	36,0000	9,2876
	y(3)	22,6986	24,0000	9,2475
8	y(1)	29,6028	36,0000	9,2876
	y(2)	11,1917	36,0000	9,2876
	y(3)	19,2466	42,0000	9,1146
9	y(1)	29,6028	36,0000	9,2876
	y(2)	11,1917	36,0000	9,2876
	y(3)	22,6986	24,0000	9,2475
10	y(1)	29,6028	36,0000	9,2876
	y(2)	11,1917	36,0000	9,2876
	y(3)	19,2466	42,0000	9,1146
11	y(1)	29,6028	36,0000	9,2876
	y(2)	11,1917	36,0000	9,2876
	y(3)	22,6986	24,0000	9,2475
<p>O ponto ótimo do sistema é: <math>\beta_{1IMP} = 29,6028^\circ</math> <math>\beta_{2IMP} = 36,0000^\circ</math>            Altura de Elevação Simulada: 9,2876m</p>				

<b>Número de Iterações</b>	<b>Simulações</b>	<b><math>\beta_{1IMP}(\text{°})</math></b>	<b><math>\beta_{2IMP}(\text{°})</math></b>	<b>Altura de Elevação para a vazão: 1.112,91(m)</b>
1	y(1)	6,5890	60,0000	8,1306
	y(2)	25,0000	60,0000	7,8721
	y(3)	25,0000	12,0000	8,7977
2	y(1)	25,0000	12,0000	8,7977
	y(2)	25,0000	60,0000	8,7232
	y(3)	43,4110	12,0000	8,7205
3	y(1)	25,0000	12,0000	8,7205
	y(2)	43,4110	12,0000	8,7977
	y(3)	29,6028	36,0000	8,7827
4	y(1)	29,6028	36,0000	8,7205
	y(2)	25,0000	12,0000	8,7827
	y(3)	11,1917	36,0000	8,7170
5	y(1)	29,6028	36,0000	8,7205
	y(2)	11,1917	36,0000	8,7827
	y(3)	22,6986	24,0000	8,5991
6	y(1)	29,6028	36,0000	8,7205
	y(2)	11,1917	36,0000	8,7827
	y(3)	19,2466	42,0000	8,7170
7	y(1)	29,6028	36,0000	8,7205
	y(2)	11,1917	36,0000	8,7827
	y(3)	22,6986	24,0000	8,5991
8	y(1)	29,6028	36,0000	8,7205
	y(2)	11,1917	36,0000	8,7827
	y(3)	19,2466	42,0000	8,7170
9	y(1)	29,6028	36,0000	8,7205
	y(2)	11,1917	36,0000	8,7827
	y(3)	22,6986	24,0000	8,5991
10	y(1)	29,6028	36,0000	8,7205
	y(2)	11,1917	36,0000	8,7827
	y(3)	19,2466	42,0000	8,7170
11	y(1)	29,6028	36,0000	8,7205
	y(2)	11,1917	36,0000	8,7827
	y(3)	22,6986	24,0000	8,5991
<p>O ponto ótimo do sistema é: <math>\beta_{1IMP} = 29,6028\text{°}</math> <math>\beta_{2IMP} = 36,0000\text{°}</math>            Altura de Elevação Simulada: 8,7205m</p>				

<b>Número de Iterações</b>	<b>Simulações</b>	<b><math>\beta_{1IMP}(\circ)</math></b>	<b><math>\beta_{2IMP}(\circ)</math></b>	<b>Altura de Elevação para a vazão: 1.335,49(m)</b>
1	y(1)	6,5890	60,0000	7,0975
	y(2)	25,0000	60,0000	7,2151
	y(3)	25,0000	12,0000	7,8105
2	y(1)	25,0000	12,0000	7,8105
	y(2)	25,0000	60,0000	8,1035
	y(3)	43,4110	12,0000	7,4516
3	y(1)	25,0000	12,0000	7,4516
	y(2)	43,4110	12,0000	7,8105
	y(3)	29,6028	36,0000	7,4493
4	y(1)	29,6028	36,0000	7,4516
	y(2)	25,0000	12,0000	7,4493
	y(3)	11,1917	36,0000	7,6895
5	y(1)	29,6028	36,0000	7,4516
	y(2)	11,1917	36,0000	7,4493
	y(3)	22,6986	24,0000	7,4557
6	y(1)	29,6028	36,0000	7,4516
	y(2)	11,1917	36,0000	7,4493
	y(3)	19,2466	42,0000	7,6895
7	y(1)	29,6028	36,0000	7,4516
	y(2)	11,1917	36,0000	7,4493
	y(3)	22,6986	24,0000	7,4557
8	y(1)	29,6028	36,0000	7,4516
	y(2)	11,1917	36,0000	7,4493
	y(3)	19,2466	42,0000	7,6895
9	y(1)	29,6028	36,0000	7,4516
	y(2)	11,1917	36,0000	7,4493
	y(3)	22,6986	24,0000	7,4557
10	y(1)	29,6028	36,0000	7,4516
	y(2)	11,1917	36,0000	7,4493
	y(3)	19,2466	42,0000	7,6895
11	y(1)	29,6028	36,0000	7,4516
	y(2)	11,1917	36,0000	7,4493
	y(3)	22,6986	24,0000	7,4557
<p>O ponto ótimo do sistema é: <math>\beta_{1IMP} = 29,6028^\circ</math> <math>\beta_{2IMP} = 36,0000^\circ</math>            Altura de Elevação Simulada: 7,4516m</p>				

<b>Número de Iterações</b>	<b>Simulações</b>	<b><math>\beta_{1IMP}(\circ)</math></b>	<b><math>\beta_{2IMP}(\circ)</math></b>	<b>Altura de Elevação para a vazão: 667,74(m)</b>
1	y(1)	6,5890	60,0000	10,5731
	y(2)	25,0000	12,0000	10,7543
	y(3)	6,5890	12,0000	10,9330
2	y(1)	25,0000	12,0000	10,7543
	y(2)	6,5890	12,0000	10,9330
	y(3)	11,1917	36,0000	10,9633
3	y(1)	11,1917	36,0000	10,9633
	y(2)	25,0000	12,0000	10,7543
	y(3)	41,1096	48,0000	11,0660
4	y(1)	11,1917	36,0000	10,9633
	y(2)	25,0000	12,0000	10,7543
	y(3)	29,6028	36,0000	11,1443
5	y(1)	29,6028	36,0000	11,1443
	y(2)	11,1917	36,0000	10,9633
	y(3)	22,6986	24,0000	10,8657
6	y(1)	29,6028	36,0000	11,1443
	y(2)	11,1917	36,0000	10,9633
	y(3)	19,2466	42,0000	11,0791
7	y(1)	29,6028	36,0000	11,1443
	y(2)	11,1917	36,0000	10,9633
	y(3)	22,6986	24,0000	10,8657
8	y(1)	29,6028	36,0000	11,1443
	y(2)	11,1917	36,0000	10,9633
	y(3)	19,2466	42,0000	11,0791
9	y(1)	29,6028	36,0000	11,1443
	y(2)	11,1917	36,0000	10,9633
	y(3)	22,6986	24,0000	10,8657
10	y(1)	29,6028	36,0000	11,1443
	y(2)	11,1917	36,0000	10,9633
	y(3)	19,2466	42,0000	11,0791
11	y(1)	29,6028	36,0000	11,1443
	y(2)	11,1917	36,0000	10,9633
	y(3)	22,6986	24,0000	10,8657
<p>O ponto ótimo do sistema é: <math>\beta_{1IMP} = 29,6028^\circ</math> <math>\beta_{2IMP} = 36,0000^\circ</math>            Altura de Elevação Simulada: 11,1443m</p>				

<b>Número de Iterações</b>	<b>Simulações</b>	<b><math>\beta_{1IMP}(\text{°})</math></b>	<b><math>\beta_{2IMP}(\text{°})</math></b>	<b>Altura de Elevação para a vazão: 890,32(m)</b>
1	y(1)	6,5890	60,0000	9,0529
	y(2)	25,0000	12,0000	9,2804
	y(3)	6,5890	12,0000	9,0411
2	y(1)	25,0000	12,0000	9,2804
	y(2)	6,5890	12,0000	9,0411
	y(3)	11,1917	36,0000	9,2876
3	y(1)	11,1917	36,0000	9,2876
	y(2)	25,0000	12,0000	9,2804
	y(3)	41,1096	48,0000	9,1895
4	y(1)	11,1917	36,0000	9,2876
	y(2)	25,0000	12,0000	9,2804
	y(3)	29,6028	36,0000	9,2876
5	y(1)	29,6028	36,0000	9,2876
	y(2)	11,1917	36,0000	9,2876
	y(3)	22,6986	24,0000	9,2475
6	y(1)	29,6028	36,0000	9,2876
	y(2)	11,1917	36,0000	9,2876
	y(3)	19,2466	42,0000	9,1146
7	y(1)	29,6028	36,0000	9,2876
	y(2)	11,1917	36,0000	9,2876
	y(3)	22,6986	24,0000	9,2475
8	y(1)	29,6028	36,0000	9,2876
	y(2)	11,1917	36,0000	9,2876
	y(3)	19,2466	42,0000	9,1146
9	y(1)	29,6028	36,0000	9,2876
	y(2)	11,1917	36,0000	9,2876
	y(3)	22,6986	24,0000	9,2475
10	y(1)	29,6028	36,0000	9,2876
	y(2)	11,1917	36,0000	9,2876
	y(3)	19,2466	42,0000	9,1146
11	y(1)	29,6028	36,0000	9,2876
	y(2)	11,1917	36,0000	9,2876
	y(3)	22,6986	24,0000	9,2475
<p>O ponto ótimo do sistema é: <math>\beta_{1IMP} = 29,6028^\circ</math> <math>\beta_{2IMP} = 36,0000^\circ</math>            Altura de Elevação Simulada: 9,2876m</p>				

<b>Número de Iterações</b>	<b>Simulações</b>	<b><math>\beta_{1IMP}(\text{°})</math></b>	<b><math>\beta_{2IMP}(\text{°})</math></b>	<b>Altura de Elevação para a vazão: 1.112,91(m)</b>
1	y(1)	6,5890	60,0000	8,1306
	y(2)	25,0000	12,0000	8,7977
	y(3)	6,5890	12,0000	8,8244
2	y(1)	25,0000	12,0000	8,7977
	y(2)	6,5890	12,0000	8,8244
	y(3)	11,1917	36,0000	8,7827
3	y(1)	11,1917	36,0000	8,7827
	y(2)	25,0000	12,0000	8,7977
	y(3)	41,1096	48,0000	8,5821
4	y(1)	11,1917	36,0000	8,7827
	y(2)	25,0000	12,0000	8,7977
	y(3)	29,6028	36,0000	8,7205
5	y(1)	29,6028	36,0000	8,7205
	y(2)	11,1917	36,0000	8,7827
	y(3)	22,6986	24,0000	8,7170
6	y(1)	29,6028	36,0000	8,7205
	y(2)	11,1917	36,0000	8,7827
	y(3)	19,2466	42,0000	8,5991
7	y(1)	29,6028	36,0000	8,7205
	y(2)	11,1917	36,0000	8,7827
	y(3)	22,6986	24,0000	8,7170
8	y(1)	29,6028	36,0000	8,7205
	y(2)	11,1917	36,0000	8,7827
	y(3)	19,2466	42,0000	8,5991
9	y(1)	29,6028	36,0000	8,7205
	y(2)	11,1917	36,0000	8,7827
	y(3)	22,6986	24,0000	8,7170
10	y(1)	29,6028	36,0000	8,7205
	y(2)	11,1917	36,0000	8,7827
	y(3)	19,2466	42,0000	8,5991
11	y(1)	29,6028	36,0000	8,7205
	y(2)	11,1917	36,0000	8,7827
	y(3)	22,6986	24,0000	8,7170
<p>O ponto ótimo do sistema é: <math>\beta_{1IMP} = 29,6028\text{°}</math> <math>\beta_{2IMP} = 36,0000\text{°}</math>            Altura de Elevação Simulada: 8,7205m</p>				

<b>Número de Iterações</b>	<b>Simulações</b>	<b><math>\beta_{1IMP}(\text{°})</math></b>	<b><math>\beta_{2IMP}(\text{°})</math></b>	<b>Altura de Elevação para a vazão: 1.335,49(m)</b>
1	y(1)	6,5890	60,0000	7,0975
	y(2)	25,0000	12,0000	7,8105
	y(3)	6,5890	12,0000	7,7584
2	y(1)	25,0000	12,0000	7,8105
	y(2)	6,5890	12,0000	7,7584
	y(3)	11,1917	36,0000	7,4493
3	y(1)	11,1917	36,0000	7,4493
	y(2)	25,0000	12,0000	7,8105
	y(3)	41,1096	48,0000	7,4151
4	y(1)	11,1917	36,0000	7,4493
	y(2)	25,0000	12,0000	7,8105
	y(3)	29,6028	36,0000	7,4516
5	y(1)	29,6028	36,0000	7,4516
	y(2)	11,1917	36,0000	7,4493
	y(3)	22,6986	24,0000	7,6895
6	y(1)	29,6028	36,0000	7,4516
	y(2)	11,1917	36,0000	7,4493
	y(3)	19,2466	42,0000	7,4557
7	y(1)	29,6028	36,0000	7,4516
	y(2)	11,1917	36,0000	7,4493
	y(3)	22,6986	24,0000	7,6895
8	y(1)	29,6028	36,0000	7,4516
	y(2)	11,1917	36,0000	7,4493
	y(3)	19,2466	42,0000	7,4557
9	y(1)	29,6028	36,0000	7,4516
	y(2)	11,1917	36,0000	7,4493
	y(3)	22,6986	24,0000	7,6895
10	y(1)	29,6028	36,0000	7,4516
	y(2)	11,1917	36,0000	7,4493
	y(3)	19,2466	42,0000	7,4557
11	y(1)	29,6028	36,0000	7,4516
	y(2)	11,1917	36,0000	7,4493
	y(3)	22,6986	24,0000	7,6895
<p>O ponto ótimo do sistema é: <math>\beta_{1IMP} = 29,6028\text{°}</math> <math>\beta_{2IMP} = 36,0000\text{°}</math>            Altura de Elevação Simulada: 7,4516m</p>				

<b>Número de Iterações</b>	<b>Simulações</b>	<b><math>\beta_{1IMP}(\circ)</math></b>	<b><math>\beta_{2IMP}(\circ)</math></b>	<b>Altura de Elevação para a vazão: 667,74(m)</b>
1	y(1)	29,6028	36,0000	11,1443
	y(2)	7,0000	30,0000	11,1631
	y(3)	12,8300	41,5400	11,2101
2	y(1)	7,0000	30,0000	11,1631
	y(2)	29,6028	36,0000	11,1443
	y(3)	15,6107	37,2100	11,1443
3	y(1)	7,0000	30,0000	11,1631
	y(2)	15,6107	37,2100	11,1280
	y(3)	2,2916	32,2275	11,3300
4	y(1)	7,0000	30,0000	11,1631
	y(2)	15,6107	37,2100	11,1280
	y(3)	29,6028	36,0000	11,1443
5	y(1)	7,0000	30,0000	11,1631
	y(2)	15,6107	37,2100	11,1280
	y(3)	2,2916	32,2275	11,3300
6	y(1)	7,0000	30,0000	11,1631
	y(2)	15,6107	37,2100	11,1280
	y(3)	29,6028	36,0000	11,1443
7	y(1)	7,0000	30,0000	11,1631
	y(2)	15,6107	37,2100	11,1280
	y(3)	2,2916	32,2275	11,3300
8	y(1)	7,0000	30,0000	11,1631
	y(2)	15,6107	37,2100	11,1280
	y(3)	29,6028	36,0000	11,1443
9	y(1)	7,0000	30,0000	11,1631
	y(2)	15,6107	37,2100	11,1280
	y(3)	2,2916	32,2275	11,3300
10	y(1)	7,0000	30,0000	11,1631
	y(2)	15,6107	37,2100	11,1280
	y(3)	29,6028	36,0000	11,1443
11	y(1)	7,0000	30,0000	11,1631
	y(2)	15,6107	37,2100	11,1280
	y(3)	2,2916	32,2275	11,3300
<p>O ponto ótimo do sistema é: <math>\beta_{1IMP} = 7,0000^\circ</math> <math>\beta_{2IMP} = 30,0000^\circ</math>            Altura de Elevação Simulada: 11,1631m</p>				

<b>Número de Iterações</b>	<b>Simulações</b>	<b><math>\beta_{1IMP}(\text{°})</math></b>	<b><math>\beta_{2IMP}(\text{°})</math></b>	<b>Altura de Elevação para a vazão: 890,32(m)</b>
1	y(1)	29,6028	36,0000	9,2876
	y(2)	7,0000	30,0000	9,3314
	y(3)	12,8300	41,5400	9,2076
2	y(1)	7,0000	30,0000	9,3314
	y(2)	29,6028	36,0000	9,2876
	y(3)	15,6107	37,2100	9,3579
3	y(1)	7,0000	30,0000	9,3314
	y(2)	15,6107	37,2100	9,3579
	y(3)	2,2916	32,2275	9,0454
4	y(1)	7,0000	30,0000	9,3314
	y(2)	15,6107	37,2100	9,3579
	y(3)	29,6028	36,0000	9,0454
5	y(1)	7,0000	30,0000	9,3314
	y(2)	15,6107	37,2100	9,3579
	y(3)	2,2916	32,2275	9,0454
6	y(1)	7,0000	30,0000	9,3314
	y(2)	15,6107	37,2100	9,3579
	y(3)	29,6028	36,0000	9,0454
7	y(1)	7,0000	30,0000	9,3314
	y(2)	15,6107	37,2100	9,3579
	y(3)	2,2916	32,2275	9,0454
8	y(1)	7,0000	30,0000	9,3314
	y(2)	15,6107	37,2100	9,3579
	y(3)	29,6028	36,0000	9,0454
9	y(1)	7,0000	30,0000	9,3314
	y(2)	15,6107	37,2100	9,3579
	y(3)	2,2916	32,2275	9,0454
10	y(1)	7,0000	30,0000	9,3314
	y(2)	15,6107	37,2100	9,3579
	y(3)	29,6028	36,0000	9,0454
11	y(1)	7,0000	30,0000	9,3314
	y(2)	15,6107	37,2100	9,3579
	y(3)	2,2916	32,2275	9,0454
<p>O ponto ótimo do sistema é: <math>\beta_{1IMP} = 7,0000\text{°}</math> <math>\beta_{2IMP} = 30,0000\text{°}</math>            Altura de Elevação Simulada: 9,3314m</p>				

<b>Número de Iterações</b>	<b>Simulações</b>	<b><math>\beta_{1IMP}(\circ)</math></b>	<b><math>\beta_{2IMP}(\circ)</math></b>	<b>Altura de Elevação para a vazão: 1.112,91(m)</b>
1	y(1)	29,6028	36,0000	8,7205
	y(2)	7,0000	30,0000	8,8603
	y(3)	12,8300	41,5400	8,73624
2	y(1)	7,0000	30,0000	8,8603
	y(2)	29,6028	36,0000	8,7205
	y(3)	15,6107	37,2100	8,7408
3	y(1)	7,0000	30,0000	8,8603
	y(2)	15,6107	37,2100	8,7408
	y(3)	2,2916	32,2275	8,7925
4	y(1)	7,0000	30,0000	8,8603
	y(2)	15,6107	37,2100	8,7408
	y(3)	29,6028	36,0000	8,7205
5	y(1)	7,0000	30,0000	8,8603
	y(2)	15,6107	37,2100	8,7408
	y(3)	2,2916	32,2275	8,7925
6	y(1)	7,0000	30,0000	8,8603
	y(2)	15,6107	37,2100	8,7408
	y(3)	29,6028	36,0000	8,7205
7	y(1)	7,0000	30,0000	8,8603
	y(2)	15,6107	37,2100	8,7408
	y(3)	2,2916	32,2275	8,7925
8	y(1)	7,0000	30,0000	8,8603
	y(2)	15,6107	37,2100	8,7408
	y(3)	29,6028	36,0000	8,7205
9	y(1)	7,0000	30,0000	8,8603
	y(2)	15,6107	37,2100	8,7408
	y(3)	2,2916	32,2275	8,7925
10	y(1)	7,0000	30,0000	8,8603
	y(2)	15,6107	37,2100	8,7408
	y(3)	29,6028	36,0000	8,7205
11	y(1)	7,0000	30,0000	8,8603
	y(2)	15,6107	37,2100	8,7408
	y(3)	2,2916	32,2275	8,7925
<p>O ponto ótimo do sistema é: <math>\beta_{1IMP} = 7,0000^\circ</math> <math>\beta_{2IMP} = 30,0000^\circ</math>            Altura de Elevação Simulada: 8,8603m</p>				

<b>Número de Iterações</b>	<b>Simulações</b>	<b><math>\beta_{1IMP}(\text{°})</math></b>	<b><math>\beta_{2IMP}(\text{°})</math></b>	<b>Altura de Elevação para a vazão: 1.335,49(m)</b>
1	y(1)	29,6028	36,0000	7,4516
	y(2)	7,0000	30,0000	7,4767
	y(3)	12,8300	41,5400	7,3877
2	y(1)	7,0000	30,0000	7,4767
	y(2)	29,6028	36,0000	7,4516
	y(3)	15,6107	37,2100	7,4850
3	y(1)	7,0000	30,0000	7,4767
	y(2)	15,6107	37,2100	7,4850
	y(3)	2,2916	32,2275	7,5019
4	y(1)	7,0000	30,0000	7,4767
	y(2)	15,6107	37,2100	7,4850
	y(3)	29,6028	36,0000	7,4516
5	y(1)	7,0000	30,0000	7,4767
	y(2)	15,6107	37,2100	7,4850
	y(3)	2,2916	32,2275	7,5019
6	y(1)	7,0000	30,0000	7,4767
	y(2)	15,6107	37,2100	7,4850
	y(3)	29,6028	36,0000	7,4516
7	y(1)	7,0000	30,0000	7,4767
	y(2)	15,6107	37,2100	7,4850
	y(3)	2,2916	32,2275	7,5019
8	y(1)	7,0000	30,0000	7,4767
	y(2)	15,6107	37,2100	7,4850
	y(3)	29,6028	36,0000	7,4516
9	y(1)	7,0000	30,0000	7,4767
	y(2)	15,6107	37,2100	7,4850
	y(3)	2,2916	32,2275	7,5019
10	y(1)	7,0000	30,0000	7,4767
	y(2)	15,6107	37,2100	7,4850
	y(3)	29,6028	36,0000	7,4516
11	y(1)	7,0000	30,0000	7,4767
	y(2)	15,6107	37,2100	7,4850
	y(3)	2,2916	32,2275	7,5019
<p>O ponto ótimo do sistema é: <math>\beta_{1IMP} = 7,0000\text{°}</math> <math>\beta_{2IMP} = 30,0000\text{°}</math>            Altura de Elevação Simulada: 7,4767m</p>				