



**PROFMAT**



Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Centro de Ciências Exatas e da Terra  
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

**Marthonni Wandré dos Santos Souza**

# **Lousa Digital no Ensino de Matemática**

Natal, 2015

**Marthonni Wandré dos Santos Souza**

# **Lousa Digital no Ensino de Matemática**

**Trabalho apresentado ao Programa de Pós-Graduação  
em Matemática em Rede Nacional da Universidade Fe-  
deral do Rio Grande do Norte, em cumprimento com as  
exigências legais para obtenção do título de Mestre.**

Orientador:

Prof. Dr. Paulo Roberto Ferreira dos Santos Silva

Natal, 2015

**Marthonni Wandré dos Santos Souza**

# **Lousa Digital no Ensino de Matemática**

**Trabalho apresentado ao Programa de Pós-Graduação  
em Matemática em Rede Nacional da Universidade Fe-  
deral do Rio Grande do Norte, em cumprimento com as  
exigências legais para obtenção do título de Mestre.**

Aprovado em:     /     /

## **Banca Examinadora**

---

Prof. Dr. Paulo Roberto Ferreira dos Santos Silva.

Departamento de Matemática - UFRN

Orientador

---

Prof. Dr. Marcelo Pedro dos Santos.

Departamento de Matemática - UFRPE

---

Prof. Dra. Débora Borges Ferreira.

Departamento de Matemática - UFRN

Setor de Informação e Referência  
Catalogação da Publicação na Fonte. UFRN / Biblioteca Central Zila Mamede

Souza, Marthonni Wandré dos Santos.

Lousa digital no ensino de matemática / Marthonni Wandré dos Santos Souza. – Natal, RN, 2015.

76 f.

Orientador: Dr. Paulo Roberto Ferreira dos Santos Silva.

Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ciências Exatas e da Terra. Programa de Pós-Graduação em Matemática.

1. Lousa digital – Dissertação. 2. tecnologia - Dissertação. 3. Homografia – Dissertação. I. Silva, Paulo Roberto Ferreira dos Santos. II. Título.

RN/UF/BCZM

CDU 51



*Dedico este trabalho principalmente a Deus que me deu forças nessa caminhada, a minha digníssima esposa que com muita paciência e compreensão me apoiou em todos os momentos e a minha mãe que acreditou em mim, quando eu mesmo já não mais acreditava.*

# **Agradecimentos**

A Deus, que sempre esteve comigo em todas as minhas jornadas. A minha esposa, minha mãe e todos os meus familiares e amigos que me apoiaram, a meus professores e coordenadores tão dedicados, em particular, a meu orientador Paulo Roberto Ferreira dos Santos Silva pela dedicação ímpar durante a elaboração deste trabalho e aos companheiros de nossa turma pela ótima convivência e amizade gerados durante o curso.

# Resumo

Com o uso da lousa digital e seus recursos, as aulas podem se tornar muito mais motivadoras e interessantes do que aquelas que exigem somente o giz ou quadro branco. Diante de imagens estáticas, ou em movimento, essa tecnologia provocou uma interação mais abrangente entre o aluno, o conteúdo ministrado e o professor trazendo mudanças positivas e consideráveis para a educação.

Neste trabalho, abordaremos a evolução tecnológica do ensino, as novas tecnologias educacionais, a lousa digital e suas aplicações pedagógicas nas aulas de matemática e como o professor pode montá-la utilizando recursos disponíveis na própria escola e outros de custo relativamente baixo. Enfim, trataremos do conceito de homografia e como ela é aplicada no seu funcionamento.

**Palavras chaves:** Lousa digital, tecnologia, homografia.

# Abstract

Using the digital whiteboard and its resources , classes become much more motivating and interesting than those that only require the chalk or whiteboard. In the face of still images , or moving, this technology has caused a broader interaction between the student, the content taught and the teacher bringing positive and significant changes to education.

In this work, we discuss the technological evolution of education, new educational technologies, the digital blackboard and your pedagogical applications in math classes and how the teacher can mount it using resources available at the school and other relatively low cost. Finally, we will address the concept of homography and how it is applied in its operation.

**Keywords:** Digital whiteboard , technology, homography.

# Sumário

|                                                                   |           |
|-------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Introdução</b>                                                 | <b>10</b> |
| <b>1 A Presença da Tecnologia na Educação</b>                     | <b>15</b> |
| 1.1 Sobre o ensino tradicional . . . . .                          | 15        |
| 1.2 Os Avanços Tecnológicos × A Escola . . . . .                  | 16        |
| <b>2 Lousas Digitais no Ensino</b>                                | <b>18</b> |
| 2.1 O que é uma Lousa Digital? . . . . .                          | 18        |
| 2.2 Disponibilidade no mercado . . . . .                          | 20        |
| <b>3 Aplicações pedagógicas utilizando Lousa Digital</b>          | <b>24</b> |
| 3.1 A formação continuada do professor de matemática . . . . .    | 26        |
| 3.2 Utilizando a Lousa Digital como recurso didático . . . . .    | 29        |
| 3.2.1 Equações . . . . .                                          | 32        |
| 3.2.2 Geometria Espacial . . . . .                                | 34        |
| 3.2.3 Produtos notáveis . . . . .                                 | 36        |
| 3.2.4 Geometria Plana . . . . .                                   | 39        |
| 3.2.5 Jogos . . . . .                                             | 42        |
| <b>4 Montagem e funcionamento da Lousa Digital de baixo custo</b> | <b>46</b> |
| 4.1 Quanto ao funcionamento . . . . .                             | 51        |
| <b>Considerações finais</b>                                       | <b>53</b> |
| <b>A Homografia</b>                                               | <b>55</b> |
| A.1 Cálculo da matriz homográfica . . . . .                       | 56        |

|     |                                                    |    |
|-----|----------------------------------------------------|----|
| A.2 | Aplicação da Homografia na Lousa Digital . . . . . | 60 |
|-----|----------------------------------------------------|----|

|          |                                               |           |
|----------|-----------------------------------------------|-----------|
| <b>B</b> | <b>Código Fonte em python para Homografia</b> | <b>65</b> |
|----------|-----------------------------------------------|-----------|

# Introdução

A lousa digital é um instrumento que proporciona a inserção da linguagem audiovisual no contexto escolar. Com essa nova tecnologia, houve uma evolução na linguagem que não se restringe mais à escrita e à oralidade. Portanto, a escola deve aproveitar ao máximo esse tipo de recurso proporcionando aulas mais inovadoras e interessantes [9].

Em uma pesquisa realizada na Inglaterra [2], avaliou-se que a informática aliada à educação pode facilitar o ensino e a aprendizagem dos alunos, ajudando-os a construir seus conhecimentos, serem mais criativos e autônomos. O estudo avaliou também o impacto das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) na educação e, mais especificamente, o impacto dos quadros interativos ou Lousas Digitais (LD) nos estudantes e professores e as barreiras que surgiram. O estudo indicou que:

- As TIC têm um impacto positivo no desempenho educacional das escolas primárias, em especial no Inglês (como língua materna) e Matemática e em Ciências, Desenho e Tecnologia entre as idades dos 7 e 16 anos;
- Nos países da OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico), existe uma associação positiva entre a quantidade de tempo de utilização das TIC e o desempenho dos estudantes nos testes de matemática do PISA (Program for International Student Assessment);
- Escolas com bons recursos de TIC alcançaram melhores resultados aumentando o desempenho dos estudantes nos exames nacionais de Inglês, Matemática e Ciências.

Uma das TIC que mais faz parte do cotidiano da comunidade escolar, seja na casa dos alunos, na própria escola, nas seções administrativas ou laboratórios de informática é o computador. Isso

faz com que os professores procurem se adequar a esta nova tecnologia, que será aliada em suas aulas, buscando formas de inseri-las em suas práticas pedagógicas educacionais.

Na elaboração de uma proposta pedagógica, é importante que os docentes levem em consideração a realidade do aluno, incorporando, desse modo, o uso de novas tecnologias. Para isso, precisam se capacitar por meio de cursos que ampliem seus conhecimentos para aplicá-los com eficácia em suas práticas. Kenski [19] relata:

*“O professor deve alterar seus procedimentos didáticos e a sua própria postura, ou seja, é preciso que ele se posicione não como o detentor do monopólio do saber, mas como um parceiro, um pedagogo, no sentido clássico do termo, que encaminhe e oriente o aluno diante das múltiplas possibilidades e formas de se alcançar o conhecimento e de se relacionar com ele.”*

A mudança no contexto escolar se faz necessária, pois a clientela que o compõe mudou. Atualmente, as crianças apresentam certas habilidade que há 30 anos, não apresentavam, elas não têm medo de conhecer e investigar os recursos que os eletroeletrônicos proporcionam, elas gostam de perguntar aquilo que não sabem com o objetivo de fazer novas descobertas. Segundo Kenski [20]

*“As novas tecnologias de informação e comunicação, caracterizadas como midiáticas, são, portanto, mais do que simples suportes. Elas interferem em nosso modo de pensar, sentir, agir, de nos relacionarmos socialmente e adquirirmos conhecimentos. Criam uma nova cultura e um novo modelo de sociedade.”*

É importante que os professores compreendam essas novas tecnologias e saibam trabalhar com elas, pois ainda há um entrave a ser quebrado por alguns profissionais que não usam essas ferramentas. Segundo Ruberti e Pontes [30]



*[...] considerando os significativos avanços das tecnologias de informação e comunicação, à escola de nosso tempo compete o árduo trabalho de incorporar em suas práticas e teorias uma nova forma de ensino-aprendizagem, um processo voltado para a potencialização de competências para o uso de múltiplas linguagens que convergem, além disso, a destreza para se autogerenciar em situações de comunicação que constroem as novas redes telemáticas multimídia.*

Diante disso, podemos citar alguns relatos de alguns profissionais que ficaram satisfeitos com o uso dessas novas tecnologias [29].

*“A aula com o uso dos recursos tecnológicos foi mais atrativa, pois houve mais interação dos alunos com o tema estudado. Os alunos interagiram fazendo perguntas e até mesmo comentando sobre o assunto visto na internet e reportagens. É satisfatório quando você planeja uma aula e percebe que houve uma participação dos alunos.”* **Juscinete Barbosa da EE Ione Silveira - Mato Verde - MG.**

*“Eu fiquei muito satisfeita. A aula foi muito proveitosa, todos participaram e graças aos recursos tecnológicos a aula ficou prazerosa. Hoje posso afirmar é necessário que busquemos novos instrumentos para a nossa prática pedagógica possa ser sempre inovadora e que proporcione novas descobertas para nós professores e para os nossos alunos.”* **Professora Elizabeth da EE Irênio Pinheiro - Mato Verde - MG.**

Por outro lado, os métodos tradicionais de ensino utilizados nas aulas pela maioria das escolas incluem aulas expositivas utilizando quadro negro (ou branco) e giz pelos professores, lápis, cadernos e outros objetos para os alunos realizarem as atividades como leitura, exercícios, produção e interpretação de textos. No entanto, a utilização de instrumentos como televisão, computador

e a LD trazem uma nova perspectiva de linguagem audiovisual na escola proporcionando novas maneiras de ensinar e aprender, provocando uma interação mais abrangente entre o aluno, o conteúdo ministrado e o professor.

O som e as imagens estáticas ou em movimento trouxeram informações mais realistas a uma classe de alunos cada vez mais exigente. Dessa forma, não há dúvidas de que as novas tecnologias, sobretudo a LD, trouxeram mudanças positivas e consideráveis para a educação alterando o processo educativo, permitindo que o professor enriqueça suas aulas com uma infinidade de imagens, arquivos e recursos.

Diante disso, é necessária uma adequação nos procedimentos didático-metodológicos, na qual a escola precisa rever suas ações no aperfeiçoamento da prática educativa, buscando sua função transformadora e idealizadora de conhecimentos pautando o resultado de suas ações em saber concreto.

Surge, então, a LD como uma ferramenta de apresentação de conteúdos escolares que oportuniza uma aprendizagem visual e participativa devido sua característica de interagir com os programas disponibilizados.

Neste trabalho, abordaremos a sua utilização como um recurso pedagógico capaz de potencializar a elaboração de aulas mais dinâmicas, destacaremos alguns conteúdos de matemática que podem ser enriquecidos didaticamente com seu uso e por fim, como o professor pode montá-la utilizando recursos de fácil obtenção no mercado tornando-a portátil.

No Capítulo 1, abordaremos sobre a presença da tecnologia na educação e como se deu a sua evolução nos últimos anos, destacaremos, também, o paradoxo existente entre os avanços tecnológicos na sociedade e na escola.

No Capítulo 2, apresentaremos a LD como recurso tecnológico que pode ser implantado no ambiente escolar, sua definição apresentada por alguns autores, quais são seus principais elementos (componentes), quais os tipos e a sua disponibilidade no mercado.

No Capítulo 3, mostraremos uma proposta de utilização da LD como instrumento tecnológico interativo que possibilita a elaboração de atividades pedagógicas nas aulas de matemática. Abordaremos acerca da necessidade da formação continuada do professor no tocante ao uso das novas TIC, destacaremos sua importância como recurso didático e exemplificaremos alguns conteúdos que são enriquecidos didaticamente com o seu uso.

No Capítulo 4, descreveremos uma proposta para construção/montagem de uma LD de baixo

custo construída a partir de equipamentos muitas vezes já disponíveis nas salas de aula e de alguns poucos recursos de custo relativamente baixo e abordaremos como ela funciona.

# Capítulo 1

## A Presença da Tecnologia na Educação

### 1.1 Sobre o ensino tradicional

A abordagem tradicional do ensino é caracterizada pela transmissão dos conhecimentos acumulados pela sociedade ao longo do tempo. Essa tarefa cabe essencialmente ao professor e este age de forma alheia aos interesses dos alunos. Além disso, quando a opção pedagógica valoriza sobretudo os conteúdos educativos, isto é, os conhecimentos e valores obtidos, isto caracterizaria um tipo de educação tradicional que pode ser chamada Pedagogia da Transmissão [5].

Essa Pedagogia da Transmissão ainda é tão forte e presente que continuamos a ensinar como no século passado. Os professores são conteudistas e arcaicos no uso de recursos didáticos, os alunos são meros agentes passivos, e a escola, é quase que somente um espaço físico onde tudo ocorre. Existe o entendimento por parte de autores como Mizukami [25] de que a própria educação é uma mera instrução limitada a ação da escola, que por sua vez, transmite informações já pré-selecionadas e organizadas logicamente. Essas metodologias de ensino estão presentes tanto nas escolas públicas quanto nas privadas.

A abordagem tradicional é marcada pelo ensino rigoroso, em que o professor é o centro de tudo, o detentor do saber e figura indispensável para a transmissão do conhecimento. O aluno é apenas um mero receptor passivo a informações sem direito a dialogar, debater e muito menos expor suas próprias ideias.

No entanto, a escola não é o único lugar onde a educação ocorre nem o professor é seu único agente. Hoje, vivemos em uma sociedade onde os meios de comunicação se multiplicaram rapidamente e o acesso a enormes quantidades de informação foi bastante facilitada e infelizmente a

educação não acompanhou o mesmo ritmo.

## 1.2 Os Avanços Tecnológicos × A Escola

A tecnologia é uma forma de conhecimento, uma produção criada pelo homem ao longo da história, um conjunto de saberes que se referem à concepção e desenvolvimento de instrumentos para satisfazer suas necessidades tanto coletivas como individuais [38].

No que diz respeito ao uso de tecnologia, a sociedade atual vive um momento único em sua história. Isso se deve aos enormes avanços tecnológicos que tem ocorrido nas últimas décadas, especialmente no campo da informática. Esses avanços, tem possibilitado cada vez mais acesso a tecnologias que a 30 ou 40 anos atrás eram coisas de ficção científica.

Para que o leitor tenha uma ideia do quão recente é o surgimento de uma das tecnologias tão comuns hoje em dia, somente em 16 de agosto de 1994 foi apresentado ao público o primeiro *smarthphone* a ser vendido comercialmente, o *Simon*, da IBM [3]. Desde então, o surgimento de tecnologias que facilitam o acesso a informação e consumo de mídias diversas, aliado ao enorme crescimento da internet, tem crescido explosivamente e isso tem mudado drasticamente a forma como as pessoas, instituições e até mesmo países se relacionam. O computador, em todas as suas variadas formas, é o principal ícone desse desenvolvimento tecnológico e a internet é o grande indutor das mudanças nas relações entre as pessoas e transformações sociais delas decorrentes.

Nesse contexto, é inevitável pensar que a escola sofre, hoje, uma espécie de “crise de identidade”. Se antes a escola era o lugar onde as pessoas obtinham informação, instrução e conhecimento, hoje o seu papel deve ser outro. Com as tecnologias atuais, temos acesso quase instantâneo e ilimitado a todo tipo informação. Desse modo, a escola não tem mais condições de atender à crescente demanda por conhecimento. E isso se deve principalmente ao modo como ela ainda funciona. É até curioso que a sociedade atual tenha se modernizado tanto e a escola não. E, ainda mais curioso, é que, foi essa mesma escola que proporcionou a formação daqueles que trouxeram todo o desenvolvimento tecnológico ocorrido. As pessoas tem cada vez mais acesso a tecnologias com potencial para uso em sala de aula, mas a escola parece estar alheia a isso.

Depois destas tecnologias terem alcançado vários setores da sociedade, a educação é uma das áreas que está sendo consideravelmente afetada por esta onda tecnológica. Estas novas tecnologias têm causado desde uma grande euforia por alguns, até uma preocupação exagerada por

outros educadores [10]. Em relação a presença destas tecnologias na educação, Ferreira [10] levanta algumas questões que, assim como ele, consideramos importantes e que merecem alguma reflexão. Dentre as questões levantadas destacamos as seguintes

1. Qual será a relação entre o professor e o aluno com esta onda tecnológica que está entrando no sistema educacional?
2. Como deverá ser a interação entre os alunos e estes recursos tecnológicos?
3. Para criar sistemas educacionais eficientes precisaremos de escolas com os mais sofisticados e atuais instrumentos tecnológicos?
4. O uso da tecnologia no ensino determinará o processo de aprendizagem, ou o processo de aprendizagem deverá determinar o uso da tecnologia no ensino?
5. Qual o tipo de impacto que se espera desta onda tecnológica no ensino?
6. Ela promove a melhoria do ensino? Ela aumenta o acesso à educação?
7. Quais as áreas que atualmente têm mais se beneficiado com estas tecnologias?

Não será nosso objetivo aqui refletir sobre cada uma das questões acima, mas as apresentamos para que o leitor tenha uma ideia das preocupações que estão presentes nas discussões sobre o uso de tecnologias na educação.

## Capítulo 2

# Lousas Digitais no Ensino

### 2.1 O que é uma Lousa Digital?

Uma LD nada mais é que uma tela na qual são projetadas imagens com as quais há a possibilidade de interação. Esta é uma definição “abreviadamente” técnica para tal recurso tecnológico. Outros autores definem as lousas digitais agregando a elas parte de suas finalidades. Gomes [16] define lousa digital (interativa) como um recurso tecnológico que possibilita o desenvolvimento de atividades pedagógicas, fazendo uso de imagens, textos, sons, vídeos, páginas da internet, dentre outras ferramentas possibilitando a professores e alunos interagirem com o conteúdo e atividades expostas na lousa e com as ferramentas apresentadas por ela. Em [26] a LD é definida como uma tecnologia inovadora que permite a criação de novas metodologias de ensino através de atividades interativas que a mesma proporciona.

As lousas digitais têm grandes possibilidades de uso didático. Em aulas de geografia, podemos “interagir” com o globo terrestre usando o “Google Earth”. Em aulas de português, podemos fazer anotações em um texto e consultar dicionários de forma rápida e prática. Em aulas de física, podemos usar programas como o “Phun” para simular diversos experimentos mecânicos. Em aulas de matemática, podemos usar programas como “Geogebra” para construções geométricas e estudo de suas propriedades.

Os principais elementos de uma LD são:

- **TELA:** Ele deve ser plana e possibilitar um bom contraste das imagens que nela serão projetadas;

- **SENSORES:** Os sensores detectam a interação do usuário com a tela;
- **PROJETOR:** Ele irá projetar as imagens enviadas pelo computador. Isso transformará a tela num grande “monitor”;
- **COMPUTADOR:** O computador irá administrar toda a interação do usuário com a tela.

Existem vários tipos de LD no mercado. Elas variam segundo os elementos listados acima. Em relação às **TELAS**, elas:

- Tem diferentes tamanhos;
- São ou não parte da lousa digital (como equipamento);
- Devem ou não ser fixadas em algum lugar, tornando a LD portátil ou não;
- Podem ser quaisquer superfícies planas.

Em relação aos **SENSORES**, eles:

- São capacitivos ou resistivos e fazem parte da tela tornando-a sensível ao toque;
- São magnéticos e detectam a posição relativa de um dado (outro) dispositivo emissor de ondas eletromagnéticas;
- São infravermelhos e, como no caso anterior, detectam a posição relativa de um dado dispositivo emissor de luz infravermelha.

Em relação aos **PROJETORES**, eles:

- São ou não parte da LD (como equipamento);
- São específicos ou não.

Em relação aos **COMPUTADORES**, eles:

- São parte ou não da LD (como equipamento);
- São específicos ou não.

Na prática, a LD transforma a projeção do datashow em um grande monitor de computador em que o professor e/ou os alunos podem interagir diretamente com ela, como ilustra a Figura 2.1.





Figura 2.1: Professora dando aula utilizando a lousa interativa digital

## 2.2 Disponibilidade no mercado

Nesta seção listaremos algumas marcas/modelos de lousas digitais que podem ser encontradas no mercado. Para esta listagem, dividimos as lousas em três tipos conforme os elementos principais mencionados na seção anterior.

### Lousas do Tipo I

Nesse tipo de lousa a tela é sensível ao toque (touch screen) e, por essa razão, faz parte do equipamento que se adquire na compra como ilustra a Figura 2.2.



Figura 2.2: Modelo de Lousa Digital do Tipo I.

A tabela a seguir contém algumas marcas/modelos de lousas que podem ser encaixados nesse Tipo I.

| MARCA/REVENDEDOR  | MODELO                                                                                                                                                                    |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Akad</i>       | BoardPro DVT Dual Touch,<br>BoardPro DVT Four Touch, BoardPro V7                                                                                                          |
| <i>SmartTech</i>  | Smart Board 600, Smart Board M600, Smart Board 800,<br>Smart Board <sup>®</sup> 800i, Smart Board <sup>®</sup> 885ix2, Smart Board <sup>®</sup> 480iv,<br>Smart Board E70 |
| <i>Sharp</i>      | PN-L602B, PN-L702B, PN-L703B                                                                                                                                              |
| <i>Hitachi</i>    | FX-Trio                                                                                                                                                                   |
| <i>HetchBoard</i> | HetchBoard Touch 78QW                                                                                                                                                     |

## Lousas do Tipo II

Nesse tipo de lousa, a tela não é sensível ao toque mas faz parte do equipamento que se adquire na compra por contar com sensores embutidos e que detectam a posição relativa de uma caneta especial, que é, também, parte dos equipamentos adquiridos como ilustra a Figura 2.3.



Figura 2.3: Modelo Lousa Digital do Tipo II.

A tabela a seguir contém algumas marcas/modelos de lousas que podem ser encaixados nesse Tipo II.

| MARCA/REVENDEDOR    | MODELO                             |
|---------------------|------------------------------------|
| <i>Talua iBoard</i> | eBeam                              |
| <i>Akad</i>         | BoardPro PS 100" Widescreen        |
| <i>Lousativa</i>    | IQboard Eletromagnética- Série LIE |

### Lousas do Tipo III

Nesse tipo de lousa, a tela não faz parte do equipamento adquirido. Há somente uma caneta especial e um sensor que detecta as posições relativas de tal caneta sobre a projeção como ilustra a Figura 2.4.



Figura 2.4: Modelo Lousa Digital do Tipo III.

A tabela a seguir contém algumas marcas/modelos de lousas que podem ser encaixados nesse Tipo III.

| <b>MARCA/REVENDEDOR</b> | <b>MODELO</b>              |
|-------------------------|----------------------------|
| <i>Digisonic</i>        | DS10W                      |
| <i>Lousativa</i>        | MODELO LP-01, MODELO LP-02 |
| <i>SmartTech</i>        | SmartBoard SB480           |
| <i>Luidia</i>           | Ebeam Edge                 |
| <i>Hitachi</i>          | Starboard link EZ2         |
| <i>Talua</i>            | MimioTeach                 |

Essa classificação que fizemos pode ser considerada arbitrária, mas assim o é, toda classificação que alguém arisque fazer. Em nossa classificação estamos preocupados com a portabilidade e modo de interação com a imagem que está projetada. Em [32] é adotada uma classificação para as lousas digitais baseada no modo como as imagens são projetadas sobre a tela. A classificação de tais autores é a seguinte:

- Quadros interativos de projeção frontal;
- Quadros interativos de projeção traseira;
- Quadros interativos em que a área de interação é um monitor LCD ou plasma.

## Capítulo 3

# Aplicações pedagógicas utilizando Lousa Digital

O objetivo deste capítulo é apresentar uma proposta de utilização da LD como instrumento tecnológico interativo que possibilita a elaboração de atividades pedagógicas.

Segundo pesquisa realizada na cidade de Natal - RN <sup>1</sup> em março e abril/2015, foi feito um levantamento em algumas escolas públicas na qual se constatou sua pouca presença conforme Tabela 3.1.

Observou-se que em algumas escolas estaduais na região metropolitana da cidade de Natal não tem, e em algumas escolas da rede municipal de Natal tem, mas não estão sendo utilizadas. Por exemplo, a Escola Municipal Santos Reis não usa porque a Secretaria Municipal de Educação não enviou um técnico responsável para instalação e treinamento dos professores e na Escola Estadual Josefa Sampaio chegaram no começo do ano letivo os projetores, mas não tem previsão da sua chegada.

Somado a essa realidade, Kensk [20] percebeu que muitos professores têm dúvidas sobre a utilização das novas tecnologias em sala de aula

*A tecnologia é vista como um dos grandes desafios para a ação dos professores e também da escola, uma vez que se faz necessário sua permanente atualização para acompanhar suas mudanças Kensk (2003).*

---

<sup>1</sup>Fonte: próprio autor.

| Unidade de Ensino                     | Usa a Lousa digital | Não tem | Tem e não usa |
|---------------------------------------|---------------------|---------|---------------|
| Escola Municipal Santos Reis          |                     |         | x             |
| Escola Municipal Ulisses de Góes      |                     | x       |               |
| Escola Municipal Francisca Ferreira   |                     |         | x             |
| Escola Municipal Ferreira Itajubá     |                     |         | x             |
| Escola Estadual Prof Anísio Teixeira  |                     | x       |               |
| Escola Estadual do Atheneu            |                     | x       |               |
| Escola Estadual Josefa Sampaio        |                     | x       |               |
| Escola Municipal Otto de Brito Guerra |                     |         | x             |
| Escola Municipal Quarto Centenário    |                     |         | x             |
| Escola Estadual Nestor Lima           |                     | x       |               |
| Escola Municipal Celestino Pimentel   |                     |         | x             |
| Escola Municipal Antônio Severiano    |                     |         | x             |
| Escola Municipal José Melquíades      |                     |         | x             |

Tabela 3.1: Quadro de escolas públicas na região metropolitana de Natal - RN

Diante disso, há a necessidade de capacitar o professor de forma a melhor utilizar as potencialidades comunicacionais e pedagógicas da LD e demais ferramentas.

Levy [23] relata que a formação do professor deve acontecer de forma a abranger a adaptação de nossas escolas à evolução do mundo, das tecnologias e dos estilos de vida que nos requer maior flexibilidade e criatividade. Estamos nos referindo às mudanças de um mundo em constante avanço tecnológico que exigem dos professores o reconhecimento da incompletude de sua formação e que, por isso, deve ser estendida em contínua adaptação às novas formas comunicacionais proporcionadas pela cibercultura [23], de forma a tornarem-se profissionais capazes de “lidar com inúmeros desafios suscitados pela escolarização de massa em todos os níveis de ensino” [37].

### 3.1 A formação continuada do professor de matemática

Segundo Silva [34], estamos inseridos em um mundo em que cada vez mais a máquina estará presente para efetuar trabalhos rotineiros e tarefas envolvendo o cálculo intensivo. Desta forma, os desafios surgirão para as novas gerações e, por consequência, para os formadores dessas novas gerações, envolverão a busca pela resolução de problemas concretos que incluirão ferramentas computacionais e o conhecimento das capacidades e limites das tecnologias.

Consideramos que para preparar o professor de matemática para essas novas competências, não se deve substituir, apenas, o quadro negro e giz (ou do cálculo de papel e lápis), e sim, extrair de forma crítica, as potencialidades pedagógicas dessas ferramentas.

Segundo Silva [35], a sala de aula está cada vez mais sem atrativos e os alunos cada vez mais desinteressados pelo seu modelo clássico baseado na transmissão de conhecimentos. O autor resalta que a obsolescência do modelo tradicional de ensino escolar vem agravando-se na cibercultura e do quanto é emergencial para o professor dar-se conta das mudanças paradigmáticas em informação e comunicação que se operam em nosso tempo, ou seja, de como é importante lançar mão do que há de oportuno em cibercultura a fim de favorecer o salto de qualidade necessário em educação.

Nessa perspectiva, ainda de acordo com Silva [35], o professor passa a poder atuar de outras formas em seu trabalho pedagógico, sendo um formulador de problemas, provocador de situações, arquiteto de percursos e mobilizador de experiências.

Tendo por base estes pressupostos, é necessário implementar projetos de formação continuada de professores visando proporcionar a esses profissionais espaços de diálogo e aprofundamento das bases teóricas relacionadas à percepção e utilização de forma crítica das potencialidades de novos recursos tecnológicos, promovendo bons resultados no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Como exemplo, abordaremos um projeto realizado na cidade do Rio de Janeiro - RJ entre julho/dezembro de 2003 para capacitação dos professores que atuam nas escolas pertencentes à rede estadual de ensino [11]. O projeto foi feito em encontros semanais e seu desenvolvimento se deu em etapas: a primeira relaciona-se ao estudo de recentes resultados de pesquisas envolvendo o processo de ensino e aprendizagem da matemática por meio da utilização de novas tecnologias, em seguida, analisou-se as potencialidades de alguns softwares disponibilizados em sites da

internet e a utilização das mesmas na LD.

O projeto culminou em práticas envolvendo a utilização dessas tecnologias em suas atividades cotidianas, além da possibilidade de construção, por parte de cada professor participante, de sua própria LD de baixo custo.

Foi facilmente verificável que o distanciamento da LD se deve ao seu alto custo. Por isso, foi preciso contornar esse impedimento por meio da construção de uma de baixo custo e propor o estudo e utilização de seus recursos pedagógicos por meio de softwares educacionais da área de matemática disponibilizados no ambiente virtual da internet.

No andamento do projeto, houve um crescente interesse do professorado na utilização dos recursos didáticos da LD. Boa parte ressalta que esta seria uma forma de ampliar as potencialidades de uso de softwares gráficos, assim como de diversas outras ferramentas disponíveis na internet. Entretanto, destacaram a necessidade de mais capacitação para melhor utilização desses recursos.

Foi verificado também que para muitos professores participantes do projeto a utilização de tecnologias digitais em sala de aula ainda se apresenta relacionada a diversos receios. No entanto, muitos relataram que atualmente não existe a necessidade de dominarem uma determinada linguagem de construção de softwares, pois existem diversas opções de simuladores, construtores de gráficos e jogos educacionais.

Outro exemplo que podemos citar foi na formação de professores em LD no Centro de Formação de Associação de Escolas de Sousa Nascente em Portugal, na qual foi apresentado dados referente a dois questionários sobre a utilização da LD [12], cuja conclusão foi:

- **Acerca da formação e da utilização da Lousa Digital**

As primeiras oito questões diziam respeito à formação e à utilização da LD, ou quadro interativo multimídia (QIM), tendo os profissionais de responder utilizando a seguinte escala de Likert com cinco pontos: 1. Discordo Totalmente; 2. Discordo; 3. Nem Discordo Nem Concordo; 4. Concordo; 5. Concordo Totalmente. Como mostra a tabela ilustrada pela Figura 3.1.

A maioria dos profissionais (66%) consideram que a formação contribui para o seu desempenho profissional, 22% mostram-se indecisos e os restantes 12% discordam. Apenas 4% dos profissionais não consideram a LD um processo eficaz no processo de ensino aprendizagem, tendo opinião contrária, 80%. Esta questão é, aliás, a que apresenta uma média de



| Acerca da formação e da utilização do QIM                        | Escala de Likert (%) |    |    |    |    | Média |
|------------------------------------------------------------------|----------------------|----|----|----|----|-------|
|                                                                  | 1                    | 2  | 3  | 4  | 5  |       |
| A formação em QIM contribuiu para o meu desempenho profissional  | 5                    | 7  | 22 | 51 | 15 | 3,6   |
| O QIM é um meio eficaz no processo de ensino aprendizagem        | 1                    | 3  | 16 | 61 | 19 | 3,9   |
| Tenho os conhecimentos necessários para a utilização do QIM      | 5                    | 24 | 18 | 45 | 8  | 3,3   |
| Sinto-me à vontade para utilizar o QIM                           | 5                    | 33 | 22 | 33 | 7  | 3,0   |
| Utilizar o QIM é fácil                                           | 4                    | 22 | 28 | 42 | 4  | 3,2   |
| Utilizar o QIM rentabiliza o meu trabalho                        | 3                    | 13 | 33 | 41 | 10 | 3,4   |
| Quem me avalia valoriza a utilização do QIM                      | 3                    | 15 | 49 | 28 | 5  | 3,2   |
| Na escola tenho os recursos necessários para a utilização do QIM | 14                   | 27 | 16 | 30 | 13 | 3,0   |

Figura 3.1: A formação e a utilização da LD

respostas mais elevada com um valor de 3,9.

Cerca de metade (53%), considera ter os conhecimentos necessários para a utilização da LD, havendo 18% de indecisos e 29% a considerarem o contrário.

Quanto à vontade para trabalhar com a LD, as opiniões dividem-se bastante, havendo 38% que não estão à vontade, 22% encontram-se indecisos e 40% admitem estar.

Quando questionados acerca da facilidade de utilização a LD, 46% consideram ser fácil, 26% não consideram ser fácil e os restantes (28%) mostram-se indecisos. Quase metade dos inquiridos (51%) considera que a LD rentabiliza o seu trabalho e apenas 16% tem opinião contrária.

Cerca de metade dos inquiridos (49%) não manifesta opinião quanto à valorização da LD por parte dos avaliadores, 33% considera que a sua utilização é valorizada em contexto de avaliação de professores e 18% tem opinião contrária.

Quanto à existência de recursos necessários à utilização da LD na escola, 41% consideram não existir, 16% manifesta indecisão e 43% considera que existem.

- **Acerca da Lousa Digital e da minha prática letiva**

Um pouco mais de metade dos inquiridos (52%) admite não usar a LD, 37% disseram que a utilizam e 11% mencionaram que apesar de ainda não a terem utilizado, ainda pretendem fazê-lo, como mostra o gráfico ilustrado na Figura 3.2.

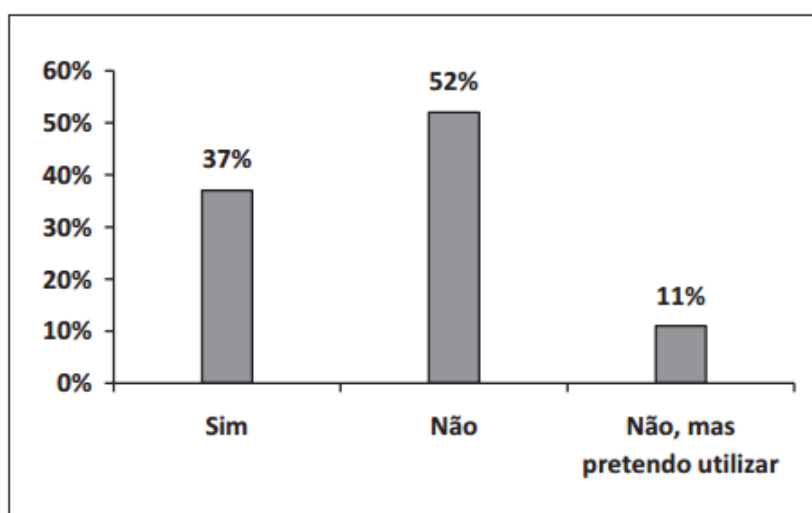


Figura 3.2: Gráfico - utilização da LD

A tabela representada pela Figura 3.3 apresenta as razões apontadas pelos profissionais para a não utilização da LD.

As razões apontadas para a não utilização da LD são de várias ordens, no entanto, destacam-se a inexistência da LD na maioria das salas (30,4%), formação insuficiente e falta de prática (26,3%) e a inexistência total da LD nas escolas (16,9%).

Dos 88 profissionais, (37%) que utilizam a LD, 51 (58%) disseram que produzem materiais para o quadro e os recursos que utilizam para os produzir são essencialmente o PowerPoint (74,5%), o Software do quadro (62,7%) e Software didático (54,9%).

## 3.2 Utilizando a Lousa Digital como recurso didático

Refletindo sobre o uso pedagógico da LD, a mesma está sendo utilizada no sentido de proporcionar o desenvolvimento cognitivo do aluno nos processos de ensino e aprendizagem e seu

| <b>Razões para a não utilização do QIM</b>                      | <b>f</b> | <b>%</b> |
|-----------------------------------------------------------------|----------|----------|
| Inexistência de QIM nas salas onde habitualmente leciona        | 45       | 30,4     |
| Formação insuficiente e falta de prática                        | 39       | 26,3     |
| Escola sem QIM                                                  | 25       | 16,9     |
| Conteúdos não adaptados ao QIM                                  | 12       | 8,1      |
| Falta de tempo para preparar aulas com QIM e atraso no programa | 10       | 6,8      |
| Problemas técnicos                                              | 7        | 4,7      |
| Não se proporcionou ou não sentiu necessidade de o utilizar     | 6        | 4,0      |
| Nenhuma razão                                                   | 2        | 1,4      |
| Retirou-se do ensino                                            | 1        | 0,7      |
| Não gostar do QIM, preferir métodos tradicionais                | 1        | 0,7      |

Figura 3.3: Gráfico - Razões apontadas para a não utilização da LD

benefício, em relação às outras tecnologias, como televisão ou computador, é que ela incorpora as funções e recursos aproximando a linguagem audiovisual dos processos desenvolvidos em sala de aula, possibilitando ações de compreender, fazer e comunicar.

A LD apresenta-se como um recurso que potencia a aquisição de diversas competências beneficiando o aparecimento de novos métodos de ensino. Silva e Torres [33] alertam para o fato deste recurso ser apenas uma ferramenta, sendo a qualidade dos recursos utilizados essencial para aumentar a participação dos alunos, a sua motivação, concentração e capacidade de aprender.

Dessa forma, o professor tem a sua disposição uma série de ferramentas que podem ser utilizadas para sua prática pedagógica, trazendo uma aula mais desafiadora e interessante deixando de lado uma metodologia conteudista.

O professor pode preparar suas aulas usando programas comuns do computador, como por

exemplo o Power Point, e utilizar links da internet como suporte. É possível utilizar jogos interativos com a participação dos alunos, fazer apresentações em 3D para mostrar o corpo humano numa aula de ciências, mostrar figuras geométricas espaciais na aula de matemática, e também, utilizar softwares específicos responsáveis por algumas funcionalidades, como por exemplo, o Software Educacional ActivInspire <sup>2</sup> para LD, um dos softwares mais utilizados no mundo, como ilustra a Figura 3.4

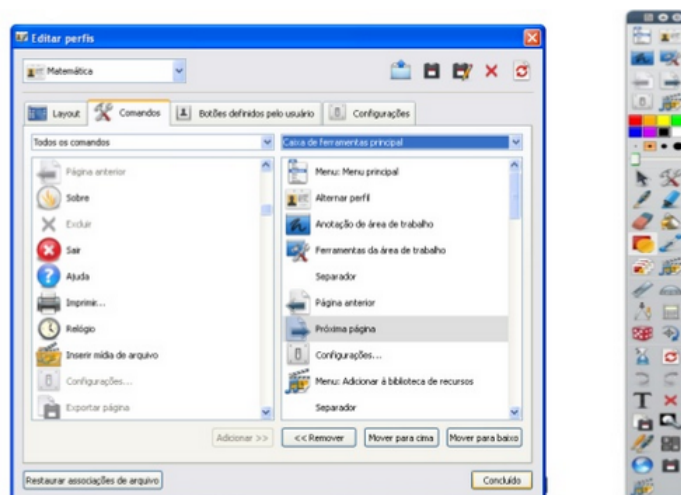


Figura 3.4: Interface do Software Educacional ActivInspire para Lousas Digitais

Como vimos, há uma deficiência na formação tecnológica dos professores, porém, para que possamos integrá-la, é preciso ser desenvolvidos meios para que o profissional esteja motivado para usá-la. Hoje, a educação exige um processo de aperfeiçoamento e diálogo entre todos os integrantes da comunidade escolar.

Dessa forma, faz-se necessário aliar os recursos tecnológicos aos conteúdos das disciplinas despertando a criatividade dos professores e interesse dos alunos. Nakashima e Amaral (2006) reforçam que diante de tantas mudanças, a escola precisa reconhecer que houve uma transformação da linguagem que não se restringe mais à oralidade e à escrita, mas se amplia para a linguagem audiovisual.

Coutinho e Sampaio [31] mostraram que a utilização desta tecnologia tem uma grande aplicabilidade no ensino da matemática, trazendo vantagens tanto para alunos como para professores

---

<sup>2</sup>é um software utilizado por professores em sala de aula permitindo que os mesmos exponham suas aulas com mais qualidade e facilidade. Possui interfaces apropriadas para cada faixa de idade estimulando a participação do aluno.

na facilidade de registo, da possibilidade de envio de materiais, trabalho com software específico da disciplina, escrita sem necessitar do teclado do computador e a possibilidade de trabalhar com informação e aplicações disponíveis na Internet.

Dando um enfoque nessa disciplina, foi feita uma pesquisa realizada nos Estados Unidos por Lopez [24], na qual o mesmo relata:

*Professores podem usar a lousa digital interativa para criar ambientes de aprendizagem nos quais os alunos podem construir seu próprio conhecimento, pelo fato de que este recurso proporciona a possibilidade de interatividade do aluno com as atividades apresentadas.*

Segundo Lopez, os professores de matemática envolvidos na pesquisa, relataram que a LD, por apresentar uma série de recursos multimídia que ajudam os alunos a aprenderem, promove possibilidades diferentes para explorar suas ideias e encontrar novos conceitos mais fáceis de assimilar, além de terem acesso a uma ampla variedade de informações [24].

Nas subseções a seguir, abordaremos alguns conteúdos de matemática que podem ser enriquecidos didaticamente com o uso da LD.

### 3.2.1 Equações

O professor de Matemática Neurisvaldo Rodrigues de Amorin realizou uma aula com alunos do 7º Ano da Escola Estadual Ana Amorin, em Pedro Afonso - TO, utilizando a LD para trabalhar com resolução de equações de 1º grau, um conteúdo bastante abstrato da matemática <sup>3</sup>. Com auxílio da lousa, foi possível vivenciar na prática, a resolução de equações usando um simulador de uma balança <sup>4</sup>, como mostra a Figura 3.5.

No primeiro momento da aula, o professor apresentou o simulador e como ele ia proceder junto com os alunos. No segundo momento, foi exposta uma equação do 1º grau, em que o professor, interagindo com o simulador, arrastando os objetos pertinentes como a incógnita e os valores

---

<sup>3</sup>Disponível em <http://professor.seduc.to.gov.br/index.php/89-materias/318-lousa-digital-tecnologia-na-aula-de-matematica>

<sup>4</sup>Disponível em [http://rived.mec.gov.br/atividades/concurso\\_2005/balanca/](http://rived.mec.gov.br/atividades/concurso_2005/balanca/) e <http://www.mathplayground.com/AlgebraEquations.html>.



Figura 3.5: Professor dando aula de equação do 1º grau utilizando a lousa digital

correspondentes a  $-1$  e  $1$  conseguiu resolver a equação. No terceiro momento, os alunos puderam resolver as equações do 1º grau interagindo com a lousa.

Essa atividade, possibilitou aos alunos o primeiro contato com a LD integrando a matemática com as novas tecnologias educacionais, e também, uma aprendizagem mais interessante e dinâmica transformando uma aula tradicional numa aula colaborativa, como se vê na Figura 3.6.

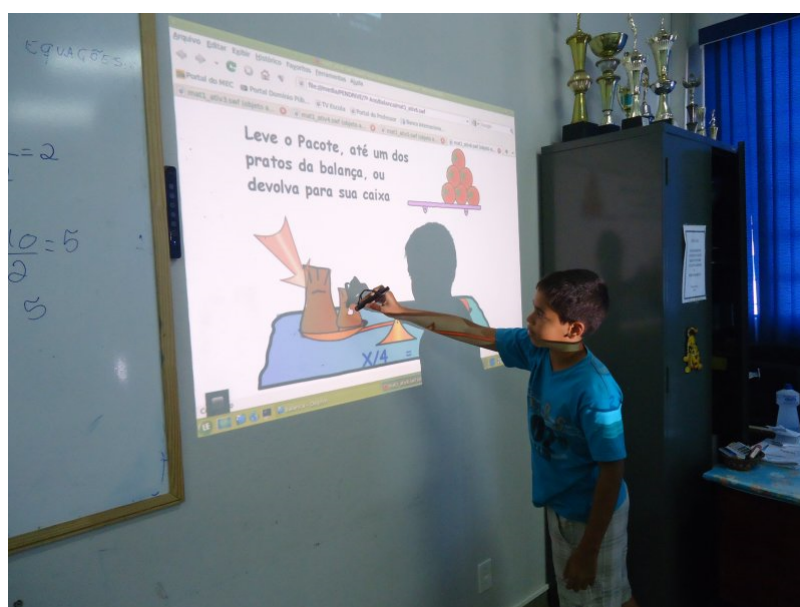


Figura 3.6: Aluno interagindo com a lousa digital

Este contato, permitiu que os alunos tivessem uma interação com as informações apresentadas e as atividades planejadas pelo professor, facilitando o aprendizado e emergindo elementos indispensáveis para o desenvolvimento cognitivo do aluno.

### 3.2.2 Geometria Espacial

Temos a possibilidade de explorar os conteúdos de Geometria Espacial através de softwares dinâmicos <sup>5</sup> como o Cabri 3D <sup>6</sup> ou Geogebra, onde por meio de sua interface podemos movimentar e manipular os objetos construídos proporcionando uma interação diferenciada com o software, construir uma figura em ambiente dinâmico <sup>7</sup> e alterar suas características: deformar, mudar a cor e o tamanho, enfim, de acordo com as possibilidades do programa como mostra as Figuras 3.7 e 3.8. Gravina [15] destaca que através do computador, é possível construir simulações sobre os objetos geométricos em estudo, em que o sujeito tem a oportunidade de interagir com os objetos, modificando seu formato, diminuindo ou aumentando suas medidas. Ao construir uma determinada figura espacial ou plana, com o uso de um software de geometria dinâmico, o aluno poderá fazer inúmeras experimentações com ela e sobre ela, o que é impossível com a utilização do quadro negro ou do caderno como suporte. Ainda segundo (GRAVINA, 2001, p. 89-90).

---

<sup>5</sup>Softwares dinâmicos possibilitam a manipulação e movimentação de figuras. No Brasil, vários softwares de geometria dinâmica foram desenvolvidos, alguns gratuitos e outros comercializados.

<sup>6</sup>O Cabri Geometre (ou simplesmente Cabri) é um software comercial de geometria dinâmico produzido pela companhia francesa Cabrilog e frequentemente utilizado em pesquisas sobre o ensino de matemática. É Muito usado nas aulas de geometria plana por professores de ensino fundamental e médio, bem como no ensino superior. Fonte: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Cabri>. O softwre Cabri geometre (Baulac, Bellemain & Laborde, 1992, 1994) é atualmente o mais conhecido e utilizado.

<sup>7</sup>O ambiente dinâmico e interativo é o ambiente computacional que permite aos alunos e ao professor, a construção de Figuras geométricas, possibilitando a verificação de propriedades, através da manipulação desses objetos geométricos, obtendo imagens dinâmicas através da tela do computador projetada sobre a superfície da lousa digital.





Figura 3.7: Aluno utilizando o Cabri 3D na Lousa Digital

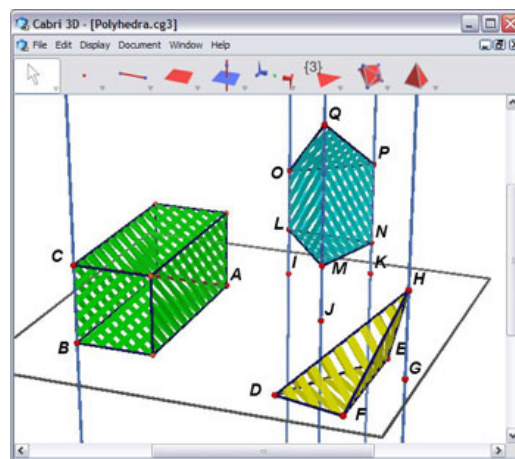


Figura 3.8: Plataforma do Cabri 3D.

*“ Os ambientes de Geometria dinâmico também incentivam o espírito de investigação Matemática: sua interface interativa, aberta a exploração e à experimentação, disponibiliza os experimentos de pensamento. Manipulando diretamente os objetos na tela do computador, e com realimentação imediata, os alunos questionam o resultado de suas ações/operações, conjecturam e testam a validade das conjecturas inicialmente através dos recursos de natureza empírica.”*

Como exemplo, o professor pode propor uma atividade para determinar o volume de uma pirâmide de base triangular a partir do volume de um prisma de base triangular utilizando o Geogebra.

Considerou-se primeiramente o prisma de base triangular conforme Figura 3.9.

Com a ajuda do software, decompomos o prisma em 3 pirâmides de base triangular como mostrado na Figura 3.10

A visualização da decomposição do prisma em 3 pirâmides permitiu concluir que, se as bases triangulares do prisma e das pirâmides possuem mesma área então, volume da pirâmide =  $\frac{1}{3}$  Volume do prisma

Atividades como essa, cuja dedução foi facilitada pelo uso do software Geogebra, pode trazer contribuições importantes quanto à construção de conceitos e verificação das propriedades.



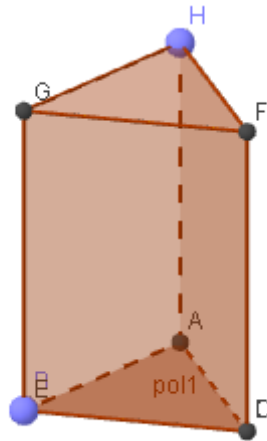


Figura 3.9: Prisma triangular

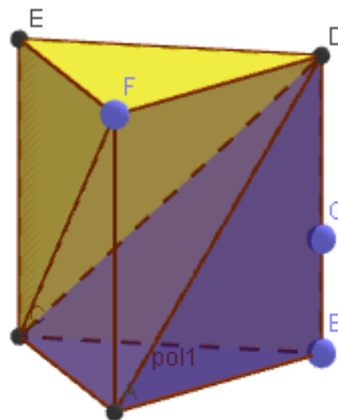


Figura 3.10: Prisma decomposto em três pirâmides

### 3.2.3 Produtos notáveis

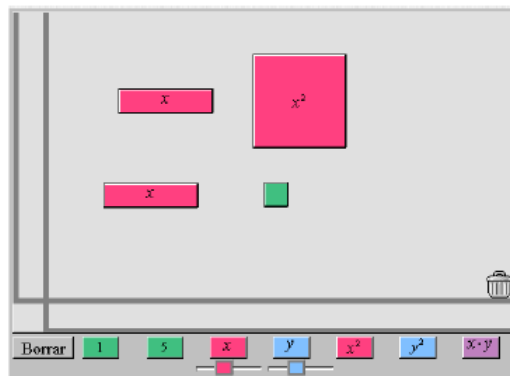
Nesta subseção, relataremos uma aula com o intuito de observar a abordagem que norteia a prática pedagógica de uma professora de matemática no uso da LD objetivando discutir possibilidades de integração dessa tecnologia às aulas desse conteúdo[18].

A observação ocorreu no dia 17/04/2013. Ela abordou um caso de produtos notáveis, o quadrado da soma de dois termos, em uma turma de 8º ano, com aproximadamente trinta alunos, cujo objetivo era: *Compreender a obtenção do produto notável do quadrado da soma de dois termos, a partir de representações geométricas. (PLANEJAMENTO DE 15/04/2013).*

Podemos observar que de acordo com o objetivo, a professora não quis se limitar a memorização de algoritmos para o cálculo dos produtos notáveis, mas sim, que os alunos identifiquem um

algoritmo que estabeleça uma relação entre expressões algébricas e representações geométricas de medidas de áreas de retângulos, uma vez que esses conteúdos já foram abordados anteriormente.

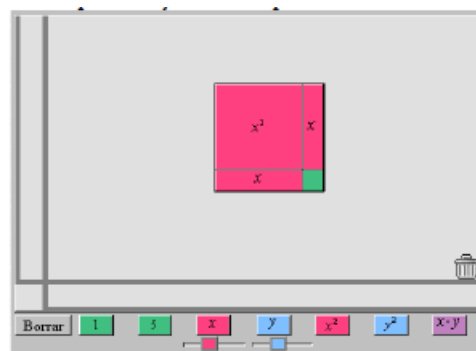
Para isso, foi usado o software *applet*<sup>8</sup> na LD, na qual foi solicitado a um aluno que ele fosse até a mesma e representasse um quadrado com as peças expostas no programa, conforme mostra a Figura 3.11.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 3.11

A Figura obtida pela construção das peças pelo aluno estão mostradas na Figura 3.12



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 3.12

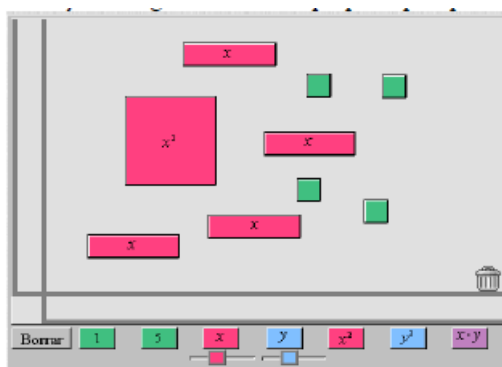
A partir da Figura representada na Figura 3.10, a professora questionou os alunos se a Figura obtida era um quadrado e foi observado que surgiram diferentes argumentos dos alunos para justificarem que a Figura representada no *applet* era um quadrado. Uma das descrições feitas por

<sup>8</sup>*Applet Algebra Tiles* - Trabalha com representações geométricas de áreas de retângulos. Disponível em: <http://nlvm.usu.edu/>

eles foi usando as propriedades do quadrado, como por exemplo, que em todo quadrado os lados são iguais e os quatro ângulos internos medem, cada um,  $90^\circ$  e, a partir dos questionamentos da professora, puderam vivenciar reflexões sobre as descrições realizadas.

Posteriormente, a professora questionou os alunos sobre como a medida de área da Figura representada geometricamente poderia ser representada algebricamente, e as respostas de alguns alunos foram:  $(x + 1)^2$  *professora!* e  $\hat{E} (x + 1)(x + 1)$  *professora!*. Além disso, a professora deu oportunidade aos alunos a fazerem diferentes descrições, e a partir delas, questioná-los de modo que eles refletissem sobre as diferentes possibilidades apresentadas.

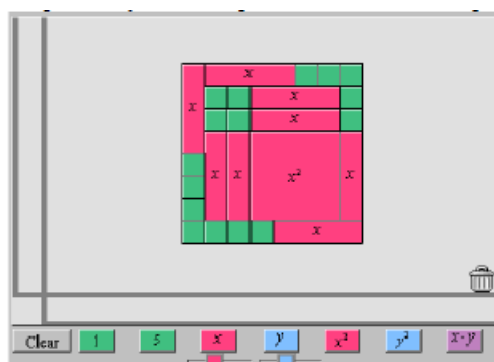
A cada questionamento ou resposta dado pelos alunos, foi registrado pela professora no quadro branco as observações feitas até o momento, em seguida, solicitou que algum aluno representasse no *applet* um quadrado com as peças mostradas na Figura 3.13



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 3.13

A Figura obtida pela construção das peças pelo aluno estão mostradas na Figura 3.14



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 3.14

Daí, a professora fez questionamentos de modo que eles refletissem se a representação estava correta e depurassem suas descrições:

Professora: *Será que isso é um quadrado? Vamos pensar? Qual é a medida deste lado [vertical]?*

ALUNOS:  $x + 4$ .

Professora: *E deste lado [horizontal]?*

ALUNOS:  $x + 4$ .

Professora: *Então é um quadrado?*

ALUNOS: *Sim!*

Analisando estes aspectos na atividade proposta pela professora, temos novamente elementos que apontam para uma aula desenvolvida em uma abordagem construcionista<sup>9</sup>. A postura da professora de não fornecer as respostas aos alunos, mas de dar oportunidade para que os mesmos busquem a resposta fazendo suas conjecturas, refletindo sobre elas e depurando-as quando necessário, evidenciam essa abordagem construcionista desenvolvidos na aula com a LD.

Nesse sentido, podemos concluir que o desenvolvimento de uma aula com a LD em uma abordagem construcionista fez com que os alunos fossem ativos na construção do próprio conhecimento.

### 3.2.4 Geometria Plana

#### 1. Triângulos

Na educação básica, o estudo dos triângulos é bastante explorado por ter bastantes conceitos e propriedades. Utilizando a LD como recurso, podemos usar o software Geogebra como ferramenta para ilustrar que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a  $180^\circ$ . Vale

---

<sup>9</sup>Para discutir possibilidades de integração das tecnologias digitais, consideramos importante discutir que o uso das mesmas pode ser pensado em pelo menos duas direções: Papert (2008) apresenta essas abordagens como sendo instrucionista e construcionista. Segundo o autor, o instrucionismo é pautado na crença de que “[...] o caminho para uma melhor aprendizagem deve ser o aperfeiçoamento da instrução” (PAPERT, 2008, p. 134). Nesta abordagem, privilegia-se a tecnologia digital como meio de agilizar e facilitar a transmissão de informações. Na abordagem construcionista, se faz necessário propor ações que favoreçam a construção do conhecimento do/pelo aluno. A abordagem construcionista (PAPERT, 2008) é baseada na teoria construtivista de Jean Piaget. De acordo com essa teoria, o conhecimento é algo a ser construído, sendo a interação sujeito-objeto a fonte deste processo de construção (VALENTE, 2005).

salientar, que o objetivo não é demonstrar esse teorema, e sim, mostrar como a aula pode ser enriquecida com esse recurso como mostra a Figura 3.15

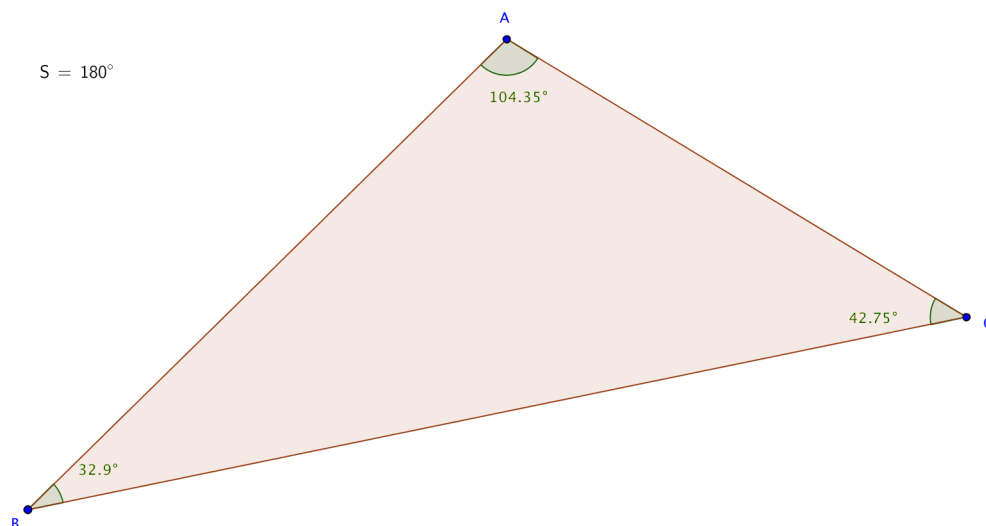


Figura 3.15: Soma dos ângulos internos usando o Geogebra

Durante a aula, o professor ou o aluno pode manipular os vértices do triângulo confirmando na prática, o teorema que já foi demonstrado anteriormente.

Usando o mesmo software, o professor pode estender os conceitos básicos vistos no ensino fundamental e médio relativo aos pontos notáveis de um triângulo e suas propriedades. Como por exemplo, a *reta de Euler*<sup>10</sup>, na qual se demonstra a seguinte proposição relativa ao ortocentro, baricentro e circuncentro.

**Proposição 3.1** *Em qualquer triângulo, o ortocentro, baricentro e circuncentro são sempre colineares, e a distância do ortocentro ao baricentro é sempre o dobro da distância entre o baricentro e o circuncentro. A reta que contém esses três pontos é chamada de **reta de Euler***

---

<sup>10</sup>Leonhard Paul Euler foi um grande matemático e físico suíço de língua alemã que passou a maior parte de sua vida na Rússia e na Alemanha. Nasceu na Basileia em 15 de abril de 1707 e morreu em São Petersburgo no dia 18 de setembro de 1783.

Através do Geogebra, os alunos podem observar na prática, que esta proposição é válida como mostra a Figura 3.16 e também fazer observações pertinentes ao conteúdo. O professor pode desenhar um triângulo equilátero e junto com os alunos observar que a *reta de Euler* não está bem definida, já que neste triângulo, a mediatriz, a bissetriz e a altura coincidem e por sua vez os três pontos também coincidem. Ele pode desenhar, também, um triângulo isósceles e junto com os alunos observar que a mediana, a bissetriz e a altura relativa à base são coincidentes, logo, o baricentro, o ortocentro e o circuncentro pertencem a um mesmo segmento. Assim, a reta que contém esse segmento é a *reta de Euler* do triângulo.

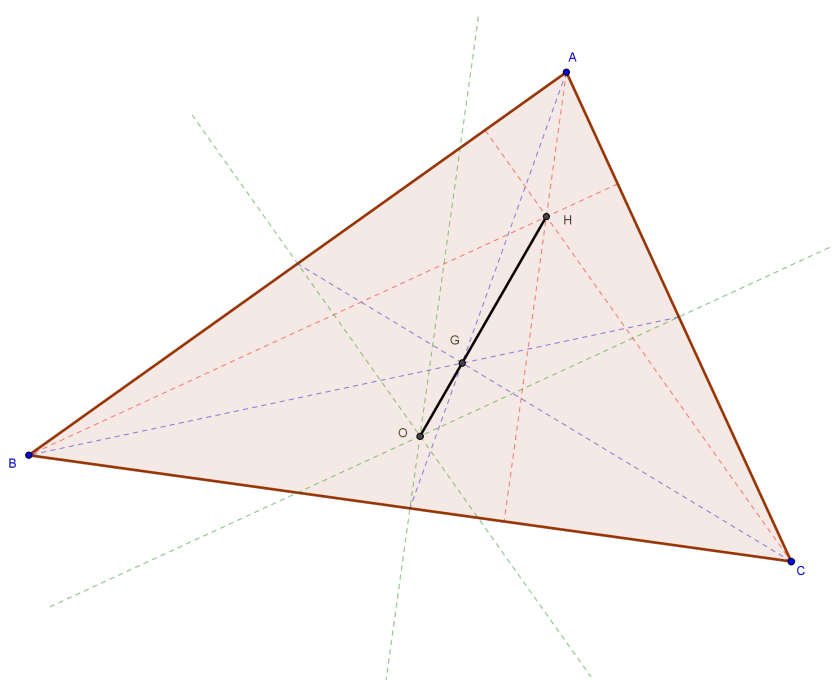


Figura 3.16: Reta de Euler num triângulo qualquer.

## 2. Circunferência

Ao abordar o conteúdo que se refere a relações métricas na circunferência aos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, podemos citar o teorema que trata da circunferência de nove pontos sem a necessidade de demonstração, já que esse não é nosso objetivo.

**Teorema 3.1** *Dado um triângulo, existe uma circunferência passando pelos seguintes pontos*

- *os pontos médios dos lados*

- os pés das alturas
- os pontos médios dos segmentos que unem os vértices do triângulo ao ortocentro

O raio dessa circunferência é a metade do raio da circunferência circunscrita.

Podemos utilizar o Geogebra para mostrar que essa circunferência existe para qualquer triângulo como ilustra a Figura 3.17. Na LD, O aluno pode manipular os vértices do triângulo e verificar, na prática, esse teorema, enriquecendo ainda mais o conteúdo visto.

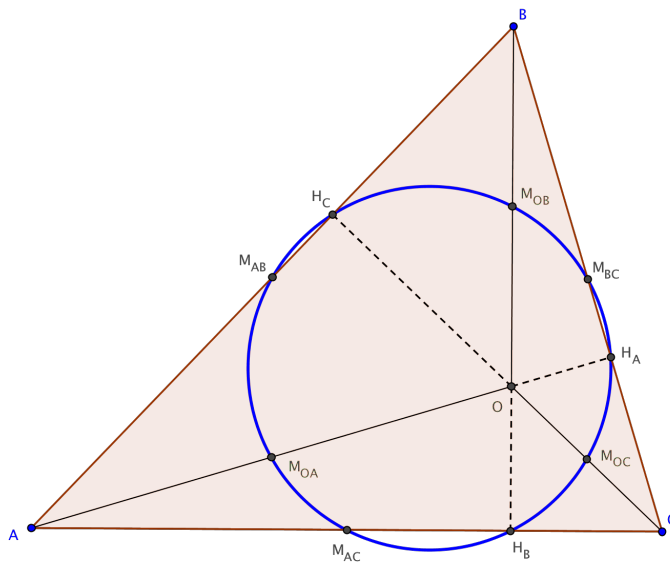


Figura 3.17: Circunferência de nove pontos.

### 3.2.5 Jogos

Os jogos são atividades lúdicas eficazes para a construção do conhecimento matemático, pois têm o objetivo de fazer com que os estudantes gostem de aprender essa disciplina, mudando a rotina da classe e despertando seu interesse. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) [27]:

*os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções, além de possibilitar a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas.*

“Outro motivo para a introdução de jogos nas aulas de matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos estudante que temem a matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem” (Borin, 1996) [6].

Diante disso, com o uso da LD, abordaremos dois jogos que podem ser utilizados para o enriquecimento de conteúdos, como operações de números inteiros para alunos do 7º ano e figuras geométricas para alunos do 6º ano, respectivamente.

### **1. Galactic-Addition**

Após o professor abordar o conteúdo do conjunto dos números inteiros e suas operações, ele pode utilizar o jogo *Galactic-Addition*<sup>11</sup> com o objetivo de amadurecer o conteúdo preparando o estudante para aprofundar os itens já trabalhados. A Figura 3.18 ilustra a interface do jogo.

Com o uso da LD, o aluno pode interagir com o jogo clicando e arrastando os números, cuja soma seja o número escolhido pelo mesmo.

---

<sup>11</sup>Disponível em <http://www.mochigamefeed.com/game/17342/Galactic-Addition.html>





Figura 3.18: Interface do jogo Galactic-Addition.

## 2. Tangran

Após os alunos terem seus conhecimentos focados no reconhecimento de figuras, manipulação de formas geométricas, representação espacial e estabelecimento de propriedades, podemos utilizar o jogo Tangram <sup>12</sup>, um quebra-cabeça chinês muito antigo, composto de 7 peças que permitem explorar diversos conceitos geométricos e desenvolver habilidades imprescindíveis ao processo de ensino aprendizagem da geometria. Com a LD, os alunos terão oportunidade de desenvolver ainda mais as habilidades de visualização, percepção espacial e análise de figuras. A Figura 3.19 ilustra a interface do jogo.

O software foi projetado e desenvolvido com uma interface de fácil utilização para que o usuário possa ter uma participação ativa, podendo visualizar, verificar, validar mudanças e alterações ocorridas, levando o aluno a construir o conhecimento. Apenas clicando, arrastando e rotacionando as peças do jogo, o aluno poderá formar a figura escolhida por ele.

Pelo exposto, podemos perceber que com o uso da LD, é permitido ao professor o desenvolvimento de oportunidades de ensino que motivem e envolva os alunos durante o processo de aprendizagem. Com ela, pode-se criar um ambiente de motivação promovendo a interatividade provocando até, uma inversão de papéis entre professor e aluno. Beeland (2002) [4] verificou que o envolvimento e o desempenho dos alunos melhoraram consideravelmente com o uso da LD. Segundo este autor, o ensino mediado pela LD proporciona uma interação bidirecional entre o

<sup>12</sup>disponível em [www.ojogos.com.br](http://www.ojogos.com.br) e [www.rachacuca.com.br](http://www.rachacuca.com.br)



Figura 3.19: Interface do jogo Tangram.

professor ou o aluno e o meio. Este nível de interação, permite uma gama maior de participação do aluno, levando a um estado crescente de envolvimento e um ambiente de aprendizagem reforçada, além de atender alunos em diferentes níveis de aprendizagem.

Durante as aulas, os alunos podem interagir com o conteúdo de maneira nova e interessante, o que lhes dão uma experiência muito mais profunda e interativa de aprendizagem e o professor pode acessar páginas na internet, desenhar, escrever, gravar, editar e enviar para os seus alunos via e-mail tudo o que foi escrito e realizado. É possível, também, capturar vídeos, fotos e sons na Internet e realizar experimentos simulados, ter a possibilidade de utilizar calculadoras científicas ou calculadoras gráficas virtuais, planilhas, tabelas, programas, ferramentas e softwares de matemática.

Diante disso, podemos verificar a importância pedagógica da LD nas aulas de matemática, na qual substitui o trabalho formal da disciplina centrado na resolução de problemas, nas estratégias de resolução e nas operações.

## Capítulo 4

# Montagem e funcionamento da Lousa Digital de baixo custo

As contribuições que a LD pode trazer para as atividades didáticas são inúmeras, entretanto, ainda são poucos os estudos criteriosos acerca do impacto deste recurso no aprendizado.

Um indicativo desta tendência é a afirmação de Charles Clarke [36], secretário da educação do governo do Reino Unido em 2002: “toda escola do futuro terá uma lousa digital interativa em cada sala de aula” [Smith et al. 2005]. Charles Clarke refere-se a uma realidade ainda distante daquela encontrada no Brasil, em virtude, sobretudo, dos altos custos envolvidos nessa tecnologia. Assim, julga-se oportuno realizar esforços no sentido de buscar a diminuição de custos para que o emprego deste recurso torne-se viável no contexto brasileiro.

Neste capítulo, descreveremos uma proposta para construção de uma LD de baixo custo que possa ser construída a partir de equipamentos muitas vezes já disponíveis nas salas de aula das instituições de ensino adicionando-se alguns poucos recursos de custo relativamente baixo.

### COMPONENTES

- um computador, como é ilustrado na Figura 4.1;
- um projetor multimídia, como é ilustrado na Figura 4.2;
- um wiimote ou wii remote (controle sem fio original do Nintendo Wii), como é ilustrado na Figura 4.3;



Figura 4.1: notebook



Figura 4.2: Projetor Multimídia

O Wiimote tem características essenciais para a implementação da lousa interativa. Sua câmera infravermelha possui características técnicas amplamente superiores às de outras câmeras comuns utilizadas em computadores, ela consegue capturar os movimentos feitos pelo jogador através de um componente tecnológico chamado acelerômetro, no entanto, para a montagem da LD de baixo custo, o wiimote permanece estático enquanto a caneta que emite o sinal luminoso se movimenta, com isso, o acelerômetro não é importante para esta configuração de montagem.

- Um adaptador bluetooth (caso o computador já não o tenha) como ilustrado na Figura 4.4;
- caneta construída com um LED IR e pilhas comuns, como é ilustrado na Figura 4.5;
- um software de controle, como é ilustrado na Figura 4.6;

Utilizamos o Smoothboard Air <sup>1</sup> por ser um programa que possui uma grande quantidade de funcionalidades e apresentar informações sobre o wiimote. É um software gratuito e dessa forma proporciona a redução de custos, estimula o trabalho colaborativo, favorece o

---

<sup>1</sup>Disponível em <http://www.smoothboard.net/download/>



Figura 4.3: Controle de Nintendo Wii.



Figura 4.4: adaptador bluetooth.



Figura 4.5: Caneta construída com um LED IR.

processo de inclusão digital e democratiza o acesso às tecnologias. Ele permite ao usuário, desenhar e/ou escrever na superfície correspondente ao quadro branco (área de projeção) e interagir com o computador explorando seus aplicativos. Porém, existem outros softwares que podem ser usados, na qual cumprem as mesmas funcionalidades, podendo, assim, ser escolhido pelo usuário, como descrito na Tabela [4.1](#)

| Software                                  | Sistema operacional         | linguagem  |
|-------------------------------------------|-----------------------------|------------|
| Wiimote Whiteboard (original)             | <i>Windows<sup>TM</sup></i> | C#         |
| Source Forge Project - Wiimote Whiteboard | Windows, Linux              | C#, Python |
| Linux Whiteboard                          | Linux                       | C/C++      |
| GTK Wiimote Whiteboard                    | Linux                       | Python     |
| Wiimote Whiteboard for Mac                | Mac, Windows                | Java       |

Tabela 4.1: Software para uso da LD de baixo custo.

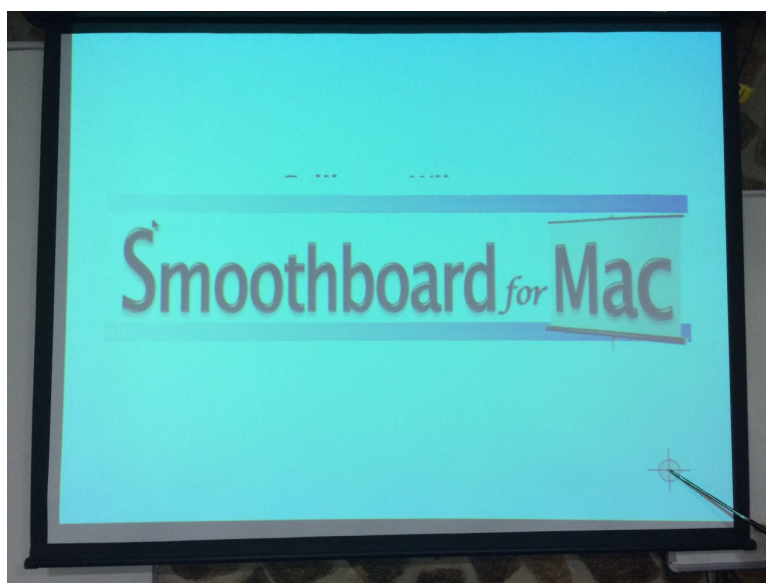


Figura 4.6: Software Smoothboard.

## MONTAGEM

Instalamos todos os componentes e fazemos a conexão entre eles: conectamos o wiimote através do bluetooth ao computador e abrimos o programa, que funciona nas plataformas Windows, MAC e Linux e mostra as configurações, a calibração e quantidade de bateria do controle. Com a caneta IR, que tem a função de se comunicar com a câmera, fazemos a calibração, na qual o programa recebe os dados transmitidos pelo wiimote. Essa tarefa, é executada para mapear o espaço de projeção com a imagem da área de trabalho do computador gerando a interatividade desejada como ilustra a Figura 4.7

Apenas quatro pontos são necessários para a calibração da lousa, visto que o software lê todos os outros pontos quando a caneta infravermelha é ativada no interior do espaço projetado para

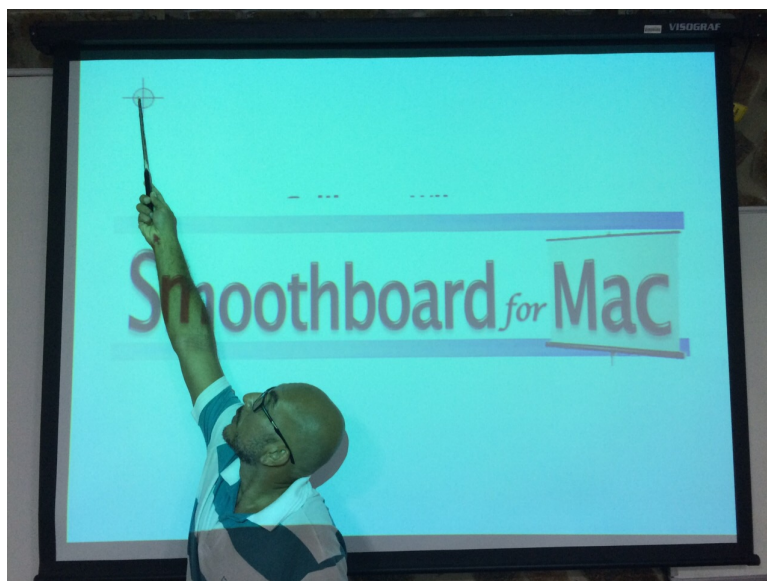


Figura 4.7: Calibração da Lousa portátil feita no Software Smoothboard Air.

ser a LD Portátil. Essa leitura feita pelo software pode ser descrita matematicamente como uma função que transforma o ponto da lousa visto pelo wiimote num ponto da tela do computador através de uma matriz de transformação ou matriz homográfica, como descrevemos no apêndice A.

O custo para a montagem diz respeito apenas aos recursos de hardware, como o wiimote e caneta apontadora com LED emissor de luz infravermelha, pois consideramos que as instituições já são providas de computadores dotados com recurso de projeção. Esta caneta, pode ser facilmente construída utilizando-se componentes de baixíssimo custo. Pode-se utilizar, por exemplo, uma carcaça de pincel para quadro branco como estrutura. Além do LED, utiliza-se também na construção do circuito eletrônico, um suporte para instalação da pilha de alimentação e uma chave táctil para acionamento do LED pelo usuário. Considerando o provável contexto de uso da caneta e prevendo-se um uso intenso é recomendável o uso de uma pilha do tipo AA recarregável proporcionando mais economia e a construção de mais do que uma caneta, a fim de que a substituição da mesma possa ser facilmente provida em situações adversas. Com isso, evita-se um comprometimento da estabilidade geral da solução aqui descrita. Em alguns casos, pode ser necessária a aquisição de um adaptador bluetooth para computadores que não possuam esta tecnologia disponível originalmente. Esta tecnologia é imprescindível para que se possa estabelecer a comunicação entre o wiimote e o computador. É fortemente recomendada a inclusão de um tripé como suporte para favorecer o posicionamento adequado do wiimote, a fim de que os sinais emitidos



pela caneta apontadora sejam melhor captados. A configuração descrita acima é ilustrada na Figura 4.8.



Figura 4.8: Wiimote colocado no tripé e protótipo da caneta.

A tabela 4.2 descreve os componentes utilizados na montagem da LD de baixo custo utilizados neste trabalho, bem como as empresas/sites citadas como fornecedoras desses componentes e seus valores. Essa descrição, é apenas uma referência para possíveis interessados em montá-la.

| Descrição                                       | Site/Empresa                                                           | Valor      |
|-------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|------------|
| Wiimote original                                | <a href="http://store.nintendo.com/">http://store.nintendo.com/</a>    | \$ 15,00   |
| Adaptador Bluetooth                             | <a href="http://www.extra.com.br">www.extra.com.br</a>                 | R\$ 15,00  |
| Carregador com 4 pilhas AA                      | <a href="http://www.ricardoeletro.com.br">www.ricardoeletro.com.br</a> | R\$ 44,00  |
| Componentes para caneta apontadora              | <a href="http://www.farnell.com.br">www.farnell.com.br</a>             | R\$ 10,00  |
| Suporte tripé de mesa para microfone            | <a href="http://www.mercadolivre.com.br">www.mercadolivre.com.br</a>   | R\$ 14,99  |
| Total aproximado (não incluso o custo do envio) | -                                                                      | R\$ 145,00 |

Tabela 4.2: Componentes utilizados na montagem da LD de baixo custo.

## 4.1 Quanto ao funcionamento

O funcionamento da LD de baixo custo que iremos descrever foi originalmente proposta por Johnny Chung Lee [21], um pesquisador do “uman-Computer Interaction Institut” da “Carnegie Mellon University” nos Estados Unidos.



Com o uso do wiimote, a área útil da LD é estabelecida virtualmente através de uma operação de calibragem envolvendo o uso da caneta IR, a fim de que os sinais emitidos pelo mesmo possam ser reconhecidos satisfatoriamente pelo sensor. Nesta operação, a caneta é acionada em pontos estratégicos que são exibidos na projeção através de um software que faça a interface entre a LD e os outros aplicativos do computador. Depois de realizada a calibragem, a área plana correspondente a projeção é assumida como uma LD interativa. Com isto, operações podem ser realizadas dentro desta área através da caneta de forma que estas operações se reflitam no computador como se algum usuário estivesse operando sobre o mesmo com o uso de um mouse.

## Considerações finais

A educação aliada às tecnologias constitui uma relação social fundamental para a organização e produção da sociedade. O aluno, ultimamente, tem sido analisado e o ensino-aprendizagem tem sido visto de forma integrada à sociedade-cultura. O objetivo desse trabalho foi mostrar a importância das novas tecnologias, sobretudo da LD que é considerado um equipamento inovador no contexto escolar.

Diante de tantas mudanças, a comunidade precisa aceitar que houve uma grande evolução na linguagem áudio-visual que não se restringe mais à oralidade e à escrita. A utilização da LD trouxe aos alunos os conteúdos escolares oportunizando uma aprendizagem visual e participativa devido sua característica de interagir com os programas disponibilizados. Com ela, o aluno pode aprender agindo, experimentando e fazendo algo na prática, isto é, sendo produtor de conhecimentos.

Existirem vários modelos de LD no mercado e todas elas, no contexto educacional, tem o mesmo principal objetivo: a interação professor - aluno. Com essa ferramenta, foi possível verificar, por parte dos discentes, o entusiasmo nas aulas com focos de interação bem mais diversificados, possibilitando exercer um papel mais interativo e ativo. Em contrapartida, vimos que esse recurso digital está sendo pouco usado e difundido nas instituições de ensino públicos por motivos já citados anteriormente.

Diante disso, o professor, como mediador do conhecimento, deve participar de cursos de formação, seja ela inicial ou continuada, para que possa se aperfeiçoar a essa realidade tecnológica. Mostramos como ele pode montar uma LD portátil de baixo custo utilizando recursos de fácil obtenção no mercado, com o objetivo de potencializar suas aulas, permitindo que o aluno participe da atividade pedagógica.

Enfim, mostramos que a ferramenta matemática utilizada no funcionamento da LD é a homografia e como ela é aplicada. Vimos que ela representa uma transformação de pontos através de uma matriz de transformação  $H_3 \times 3$ .

Vale salientar, que a inserção da LD no contexto escolar colabora com as atividades pedagógicas, ela não faz milagre, apenas potencializa o que já existe, ou seja, é uma ferramenta que articula as atividades propostas pelo professor com o projeto pedagógico de cada escola.

# Apêndice A

## Homografia

Neste capítulo, trataremos do conceito de *homografia* e como ela é aplicada no funcionamento da LD.

Uma *homografia 2D* é uma transformação projetiva planar que mapeia pontos de  $\mathbb{P}^2$  sobre ele mesmo, onde  $\mathbb{P}^2$  é o *Espaço Projetivo 2D*. Não trataremos aqui dos conceitos envolvidos na definição de homografia, mas recomendamos a leitura de [17] para maiores detalhes. Dois fatos relacionados a homografias nos interessam aqui:

- Toda homografia 2D é da seguinte forma

$$H(x, y) = \left( \frac{ax + by + c}{gx + hy + 1}, \frac{dx + ey + f}{gx + hy + 1} \right) \quad (\text{A.1})$$

e a ela associamos uma matriz (invertível);

$$H = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & 1 \end{pmatrix}; \quad (\text{A.2})$$

denominada matriz homográfica.

- A inversa de uma matriz homográfica determina a homografia inversa;
- A múltiplos não-nulos de H associamos a mesma homografia;
- Homografias são úteis para desfazer/corriger perspectiva de imagens planas, como ilustrado na Figura A.1;

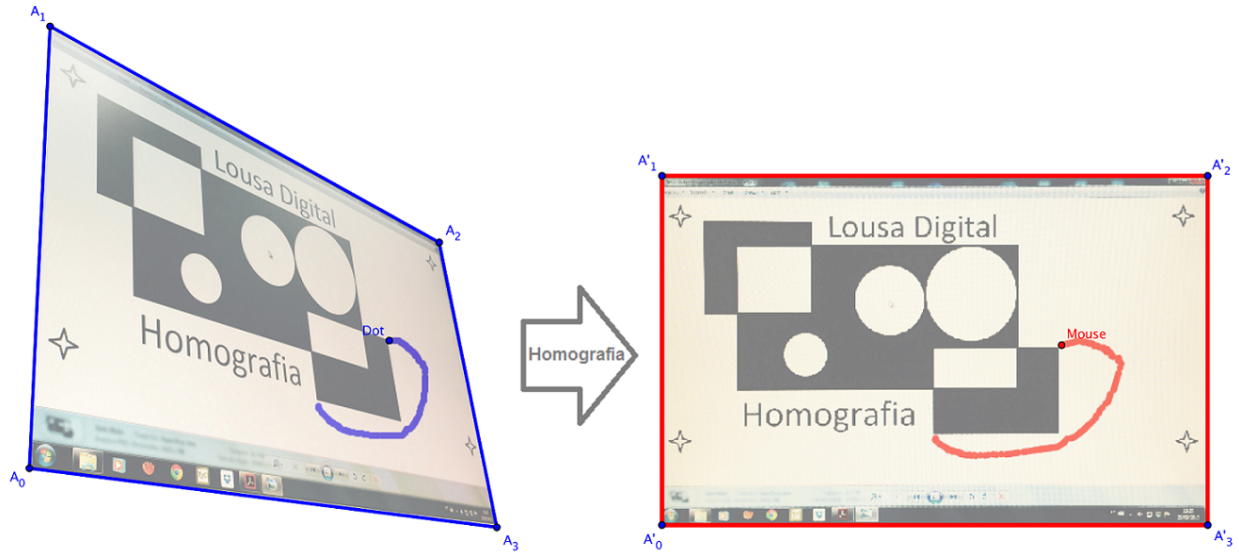


Figura A.1: Desfazendo a perspectiva usando homografia

## A.1 Cálculo da matriz homográfica

Para encontrarmos a matriz homográfica  $H$  devemos tomar  $N$  pontos de controle na imagem que se quer corrigir a perspectiva,  $(x_i, y_i)_{i=0}^{N-1}$ , e definir seus novos valores,  $(x'_i, y'_i)_{i=0}^{N-1}$ , onde  $H(x_i, y_i) = (x'_i, y'_i)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, N-1$ .

Procedendo desse modo, de (A.1), obtemos

$$\begin{cases} \frac{ax_i + by_i + c}{gx_i + hy_i + 1} = x'_i \\ \frac{dx_i + ey_i + f}{gx_i + hy_i + 1} = y'_i \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Podemos reescrever (A.3) na forma de uma sistema linear como segue

$$\begin{cases} ax_i + by_i + c - gx_i x'_i - hy_i x'_i = x'_i \\ dx_i + ey_i + f - gx_i y'_i - hy_i y'_i = y'_i \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Cuja forma matricial é dada por

$$\begin{pmatrix} x_o & y_o & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_o \cdot x'_0 & -y_o \cdot x'_0 \\ 0 & 0 & 0 & x_o & y_o & 1 & -x_o \cdot y'_0 & -y_o \cdot y'_0 \\ x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1 \cdot x'_1 & -y_1 \cdot x'_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -x_1 \cdot y'_1 & -y_1 \cdot y'_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{N-1} & y_{N-1} & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_{N-1} \cdot x'_{N-1} & -y_{N-1} \cdot x'_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & x_{N-1} & y_{N-1} & 1 & -x_{N-1} \cdot y'_{N-1} & -y_{N-1} \cdot y'_{N-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_0 \\ y'_0 \\ x'_1 \\ y'_1 \\ \vdots \\ x'_{N-1} \\ y'_{N-1} \end{pmatrix}$$

Ou seja, um sistema  $AX = B$ ,  $A$  tem ordem  $2N \times 8$  e  $B$  tem ordem  $2N \times 1$ . Note que para encontrarmos a matriz homográfica é suficiente tomar  $N = 4$ . Assim, é suficiente resolver o sistema linear

$$\begin{pmatrix} x_0 & y_0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_0 \cdot x'_0 & -y_0 \cdot x'_0 \\ 0 & 0 & 0 & x_0 & y_0 & 1 & -x_0 \cdot y'_0 & -y_0 \cdot y'_0 \\ x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1 \cdot x'_1 & -y_1 \cdot x'_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -x_1 \cdot y'_1 & -y_1 \cdot y'_1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_2 \cdot x'_2 & -y_2 \cdot x'_2 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 & -x_2 \cdot y'_2 & -y_2 \cdot y'_2 \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_3 \cdot x'_3 & -y_3 \cdot x'_3 \\ 0 & 0 & 0 & x_3 & y_3 & 1 & -x_3 \cdot y'_3 & -y_3 \cdot y'_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_0 \\ y'_0 \\ x'_1 \\ y'_1 \\ x'_2 \\ y'_2 \\ x'_3 \\ y'_3 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Ou, ainda,

$$\begin{pmatrix} x_0 & y_0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_0 \cdot x'_0 & -y_0 \cdot x'_0 \\ x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1 \cdot x'_1 & -y_1 \cdot x'_1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_2 \cdot x'_2 & -y_2 \cdot x'_2 \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_3 \cdot x'_3 & -y_3 \cdot x'_3 \\ 0 & 0 & 0 & x_0 & y_0 & 1 & -x_0 \cdot y'_0 & -y_0 \cdot y'_0 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -x_1 \cdot y'_1 & -y_1 \cdot y'_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 & -x_2 \cdot y'_2 & -y_2 \cdot y'_2 \\ 0 & 0 & 0 & x_3 & y_3 & 1 & -x_3 \cdot y'_3 & -y_3 \cdot y'_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ c \\ e \\ g \\ b \\ d \\ f \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_0 \\ x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \\ y'_0 \\ y'_1 \\ y'_2 \\ y'_3 \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Para que este sistema admita uma única solução é necessário que não existam 3 pontos colineares dentre os pontos  $(x_i, y_i)$  e o mesmo com os pontos  $(x'_i, y'_i)$ . A Figura A.1 ilustra a perspectiva que se quer desfazer onde os pontos de controle são  $A_i = (x_i, y_i)$  e  $A'_i = (x'_i, y'_i)$ ,  $i = 0, 1, 2, 3$ .

Para exemplificar, suponha que o quadrilátero da Figura A.2 está sendo visto em perspectiva como na Figura A.3. Queremos, então, encontrar a matriz homográfica  $H$  tal que a homografia resultante faz  $H(-2, 0) = (0, 4)$ ,  $H(2, 3) = (5, 4)$ ,  $H(6, 3) = (5, 0)$ ,  $H(2, -5) = (0, 0)$ .

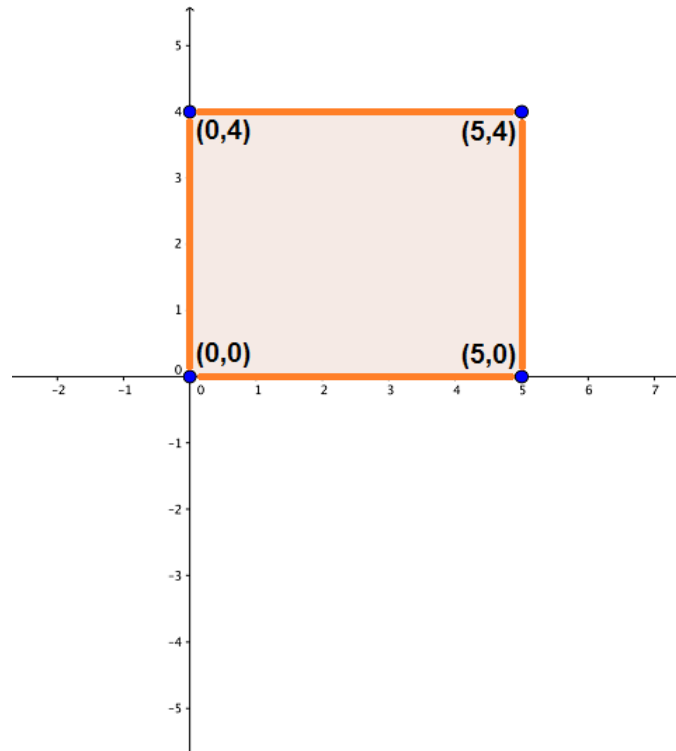


Figura A.2: Quadrilátero transformado.

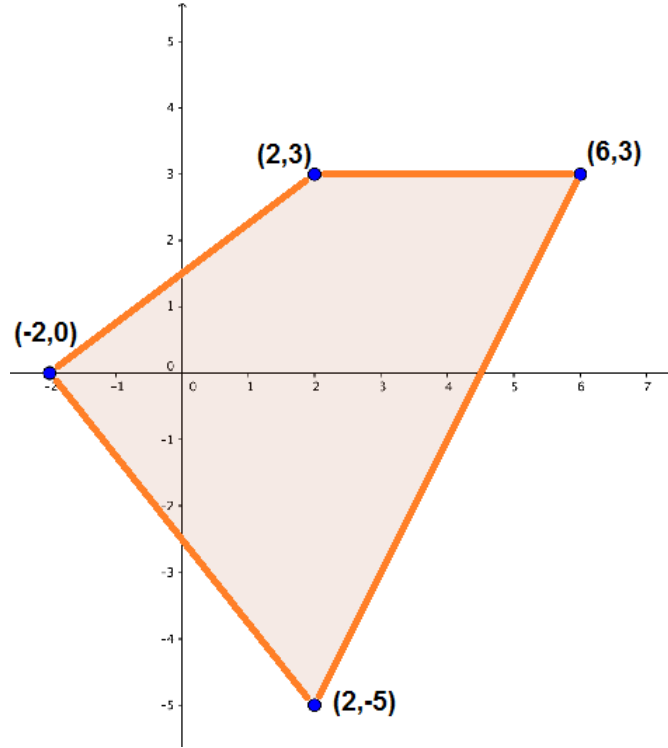


Figura A.3: Quadrilátero de origem.

Substituindo os valores de  $x_i$ ,  $x'_i$ ,  $y_i$ ,  $y'_i$  em (A.5) temos

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -(-2) \cdot 0 & 0 \cdot 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \cdot 5 & -3 \cdot 5 \\ 6 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -6 \cdot 5 & -3 \cdot 5 \\ 2 & -5 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \cdot 0 & -(-5) \cdot 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 1 & -(-2) \cdot 4 & 0 \cdot 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 1 & -2 \cdot 4 & -3 \cdot 4 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 3 & 1 & -6 \cdot 0 & -3 \cdot 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -5 & 1 & -2 \cdot 0 & -(-5) \cdot 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ c \\ e \\ g \\ b \\ d \\ f \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 5 \\ 0 \\ 4 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Resolvendo o sistema linear (A.7) obtemos

$$H = \begin{pmatrix} 0,4032258 & 0,3225806 & 0,8064516 \\ -0,516129 & 0,2580645 & 2,3225806 \\ 0,0806452 & -0,2150538 & 1 \end{pmatrix}$$



## A.2 Aplicação da Homografia na Lousa Digital

Após todos os equipamentos montados e conectados, o software Smoothboard Air faz a conexão com o wiimote (já posicionado) através do bluetooth fazendo a leitura de sua câmera como mostra as Figuras A.4 e A.5.

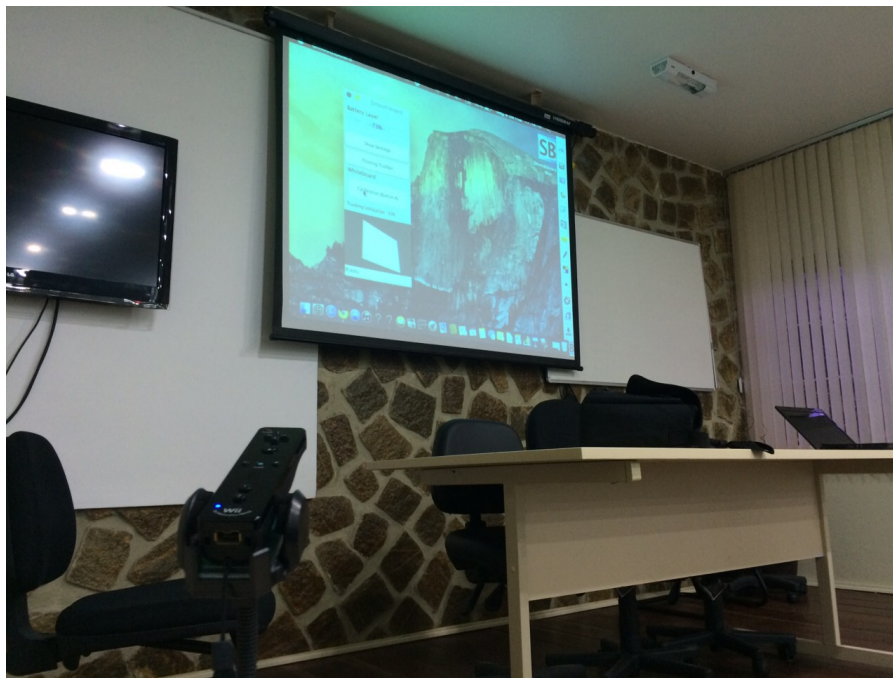


Figura A.4: Controle do Nintendo Wii devidamente posicionado.

A partir daí, o programa requer a calibração que é feita através do dispositivo da caneta infravermelha como mostra a Figura A.6.

Após a calibração, todos os pontos pertencentes ao interior do quadrilátero serão mapeados em pontos (pixels) da tela do computador.

Utilizando Geogebra, que nos dá uma boa precisão dos pontos relacionados, e para simplificar os cálculos, não demonstraremos da mesma forma como no exemplo de obtenção de matriz homográfica. Utilizaremos como suporte, o algoritmo do próprio programa para demonstrar como é feita a transformação desses pontos.

A Figura A.5 foi inserida no Geogebra e os pontos  $A = (48, 32; 115, 98)$ ,  $B = (81, 2; 691, 36)$ ,  $C = (1246, 57; 497, 74)$  e  $D = (1385, 39; 13, 69)$  são os pontos para calibração, ou seja, os pontos de entrada como mostra a Figura A.7.

Os ponto  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  serão transformados nos pontos  $A' = (0, 0)$ ,  $B' = (0, 768)$ ,  $C' = (1366, 768)$  e  $D' =$

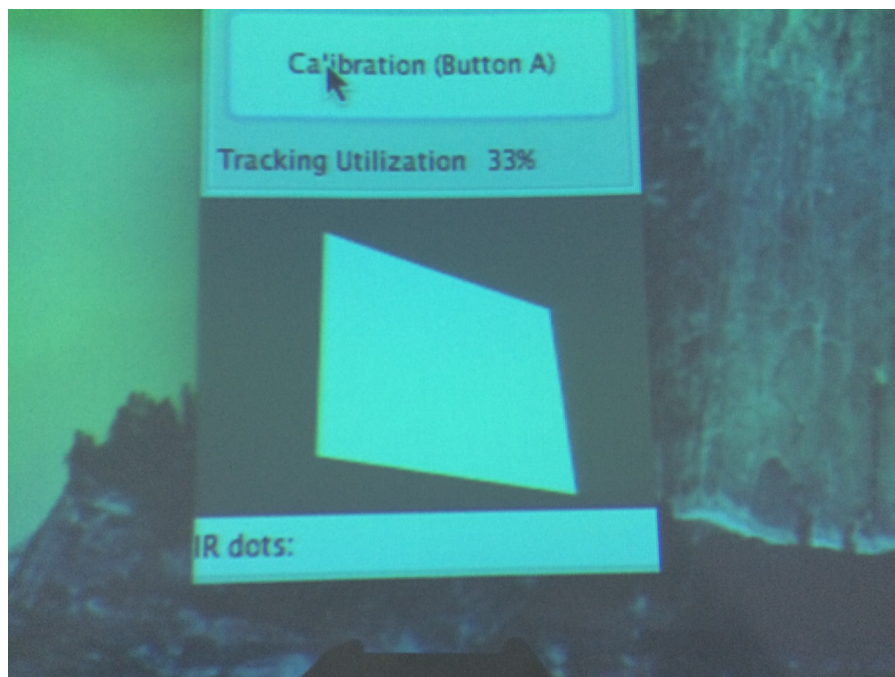


Figura A.5: Vista do quadrilátero após a leitura da câmera do wiimote pelo programa Smoothboard Air.

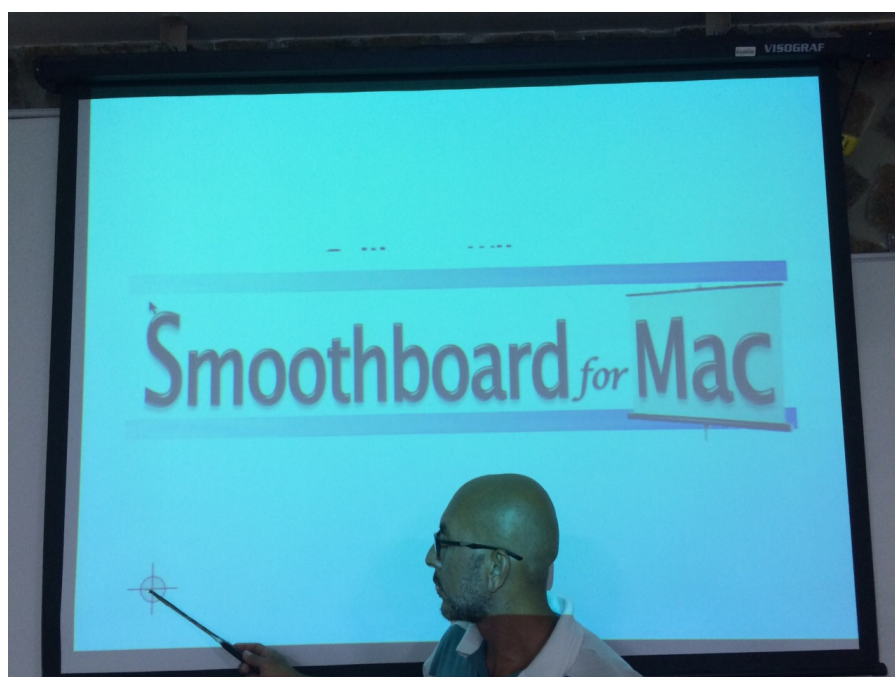


Figura A.6: calibração feita pelo programa Smoothboard.

(1366, 0) que são os quatro vértices que representam os extremos da tela de um computador de resolução  $1366 \times 768$ , como ilustra a Figura A.8

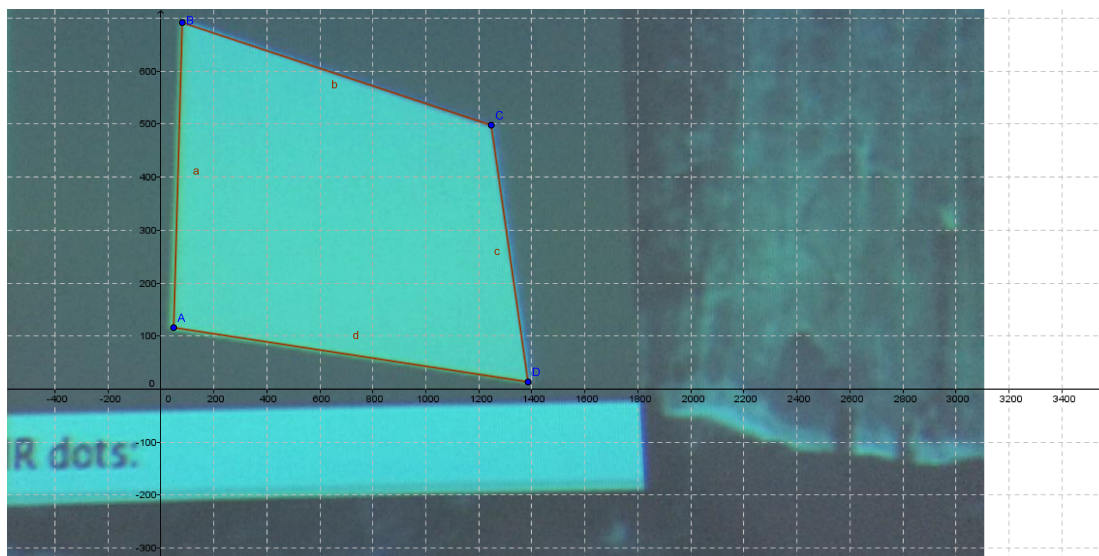


Figura A.7: Imagem gerada pelo wiimote no Geogebra.

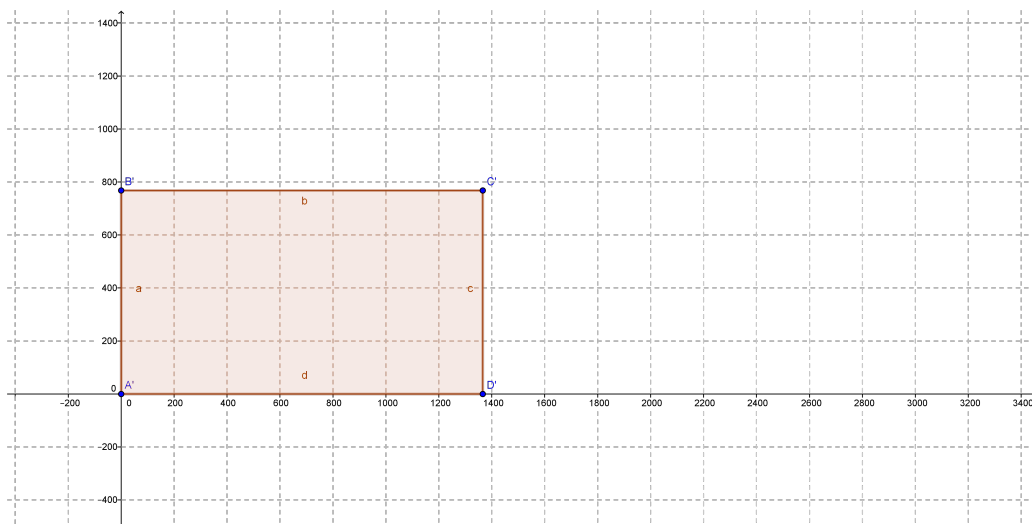


Figura A.8: Imagem transformada.

Para que haja essa transformação, o programa transforma o retângulo de vértices  $A' = (0, 0)$ ,  $B' = (0, 768)$ ,  $C' = (1366, 768)$  e  $D' = (1366, 0)$  em um quadrado unitário  $A'' = (0, 0)$ ,  $B'' = (0, 1)$ ,  $C'' = (1, 1)$  e  $D'' = (1, 0)$  através da transformação  $T(x, y) = (\frac{x}{1366}, \frac{y}{768})$

A partir daí, os quatro pontos do quadrado unitário serão os novos pontos de entrada, que multiplicado pela matriz homográfica  $H$ , resultará nos pontos  $A, B, C$  e  $D$ .

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = H \cdot \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ 1 \end{pmatrix}$$

Para obtenção da matriz homográfica basta proceder como antes. Onde  $x''_i$  e  $y''_i$  são os pontos do quadrado unitário (entrada) e os pontos  $x$  e  $y$  são os pontos para calibração que são os pontos do quadrilátero visto pela câmera do wimote.

$A'' = (x''_0, y''_0) = (0, 0)$ ,  $B'' = (x''_1, y''_1) = (0, 1)$ ,  $C'' = (x''_2, y''_2) = (1, 1)$ ,  $D'' = (x''_3, y''_3) = (1, 0)$ ,  $A = (x_0, y_0) = (48,32; 115,98)$ ,  $B = (x_1, y_1) = (81,2; 691,36)$ ,  $C = (x_2, y_2) = (1246,57; 497,74)$  e  $D = (x_3, y_3) = (1385,39; 13,69)$ .

De (A.4), na forma de matriz, podemos escrever da seguinte forma

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -0.48,32 & 0.48,32 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0.115,98 & 0.115,98 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -0.81,2 & -1.81,2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -0.691,36 & -1.691,36 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1.1246,57 & -1.246,57 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1.497,74 & -1.497,74 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1.1385,39 & -0.1385,39 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1.13,69 & -0.13,69 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48,32 \\ 115,98 \\ 81,2 \\ 691,36 \\ 1246,57 \\ 497,74 \\ 1385,39 \\ 13,69 \end{pmatrix}$$

Resolvendo o sistema, obtemos

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1696,47 & 47,35 & 48,3 \\ -98,73 & 698,35 & 115,98 \\ 0,25 & 0,17 & 1 \end{pmatrix} = H$$

Calculando a matriz inversa de  $H$ ,  $H^{-1}$ , obteremos a homografia que mapeará os pontos do quadrilátero visto pela câmera do wimote em seus correspondentes no quadrado unitário.

A matriz para o mapeamento inverso é a inversa de  $H$ , porém pode-se utilizar a matriz adjunta de  $H$ , uma vez que  $adj(H) = det(H) \cdot H^{-1}$ , e o adjunto sempre existe. Daí

$$adj(H) = \begin{pmatrix} 678,63 & -39,13 & -28238,65 \\ 127,99 & 1684,39 & -201525,24 \\ -191,37 & -276,56 & 1189404,69 \end{pmatrix}$$

Após o mapeamento associado à matriz  $adj(H)$ , o programa mapeia o quadrilátero unitário na tela do computador por meio da transformação  $T(x, y) = (1380x, 768y)$ .

## Apêndice B

### Código Fonte em python para Homografia

O código fonte a seguir pode ser encontrado [21]. Mais precisamente no link abaixo

<http://wiiwhiteboard.cvs.sourceforge.net/viewvc/wiiwhiteboard/source/linux/perspective.py>

```
#!/usr/bin/env python
#
# Ported from Johnny Lee's C# WiiWhiteboard project (Warper.cs file)
# by Stephane Duchesneau <stephane.duchesneau@gmail.com>
#
# Create Perspective() object,
# call setsrc() with the 4 corners of the quad as tuples,
# call setdst() with the 4 corners of the rectangle as tuples,
#
# use warp(srcx,srcy) to get dstx and dsty
#
# LICENSE:          MIT (X11) License which follows:
#
# Copyright (c) 2008 Stephane Duchesneau
#
# Permission is hereby granted, free of charge, to any person obtaining a copy
# of this software and associated documentation files (the "Software"), to deal
# in the Software without restriction, including without limitation the rights
```

```

# to use, copy, modify, merge, publish, distribute, sublicense, and/or sell
# copies of the Software, and to permit persons to whom the Software is
# furnished to do so, subject to the following conditions:
#
# The above copyright notice and this permission notice shall be included in
# all copies or substantial portions of the Software.
#
# THE SOFTWARE IS PROVIDED "AS IS", WITHOUT WARRANTY OF ANY KIND, EXPRESS OR
# IMPLIED, INCLUDING BUT NOT LIMITED TO THE WARRANTIES OF MERCHANTABILITY,
# FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE AND NONINFRINGEMENT. IN NO EVENT SHALL THE
# AUTHORS OR COPYRIGHT HOLDERS BE LIABLE FOR ANY CLAIM, DAMAGES OR OTHER
# LIABILITY, WHETHER IN AN ACTION OF CONTRACT, TORT OR OTHERWISE, ARISING FROM,
# OUT OF OR IN CONNECTION WITH THE SOFTWARE OR THE USE OR OTHER DEALINGS IN
# THE SOFTWARE.

```

```

class Perspective:
    """Used to map pixels in a non-rectangular quad to a rectangular one"""
    srcmatrix = [0.0,0.0,
1.0,0.0,
0.0,1.0,
1.0,1.0]
    dstmatrix = [0.0,0.0,
1.0,0.0,
0.0,1.0,
1.0,1.0]
    dstdots = [(0.0,0.0),(1.0,0.0),(0.0,1.0),(1.0,1.0)]
    srcdots = [(0.0,0.0),(1.0,0.0),(0.0,1.0),(1.0,1.0)]

    def __init__(self):
        self.computeWarpMatrix()

```

```

def setsrc(self,dot1,dot2,dot3,dot4):

self.srcdots = [(float(dot[0]),float(dot[1])) for dot in [dot1,dot2,dot3,dot4]]

self.computeWarpMatrix()

def setdst(self,dot1,dot2,dot3,dot4):
self.dstdots = [dot1,dot2,dot3,dot4]
self.computeWarpMatrix()

def computeWarpMatrix(self):
self.srcmatrix = self.computeQuadToSquare(self.srcdots)
self.dstmatrix = self.computeSquareToQuad(self.dstdots)
self.warpmatrix = self.multMats(self.srcmatrix,self.dstmatrix)

def computeSquareToQuad(self,inputdots):
x0,y0 = inputdots[0]
x1,y1 = inputdots[1]
x2,y2 = inputdots[2]
x3,y3 = inputdots[3]
dx1 = x1 - x0
dy1 = y1 - y0
dx2 = x2 - x0
dy2 = y2 - y0
sx = x1 - x0 + x2 - x0
sy = y1 - y0 + y2 - y0
g = (sx * dy2 - dx2 * sy) / (dx1 * dy2 - dx2 * dy1)
h = (dx1 * sy - sx * dy1) / (dx1 * dy2 - dx2 * dy1)
a = x1 - x0 + g * x1
b = x2 - x0 + h * x2
c = x0

```



```
d = y1 - y0 + g * y1
e = y3 - y0 + h * y3
f = y0
```

```
mat = [0.0]*16
```

```
mat[ 0] = a
mat[ 1] = d
mat[ 2] = 0
mat[ 3] = g
mat[ 4] = b
mat[ 5] = e
mat[ 6] = 0
mat[ 7] = h
mat[ 8] = 0
mat[ 9] = 0
mat[10] = 1
mat[11] = 0
mat[12] = c
mat[13] = f
mat[14] = 0
mat[15] = 1
return mat
```

```
def computeQuadToSquare(self,inputdots):
x0,y0 = inputdots[0]
x1,y1 = inputdots[1]
x2,y2 = inputdots[2]
x3,y3 = inputdots[3]
mat = self.computeSquareToQuad(inputdots)
```

```
a = mat[ 0]
```

```
d = mat[ 1]
```

```
g = mat[ 3]
```

```
b = mat[ 4]
```

```
e = mat[ 5]
```

```
h = mat[ 7]
```

```
c = mat[12]
```

```
f = mat[13]
```

```
A = e - f * h
```

```
B = c * h - b
```

```
C = b * f - c * e
```

```
D = f * g - d
```

```
E =      a - c * g
```

```
F = c * d - a * f
```

```
G = d * h - e * g
```

```
H = b * g - a * h
```

```
I = a * e - b * d
```

```
idet = 1.0 / (a * A      + b * D      + c * G)
```

```
mat[ 0] = A * idet
```

```
mat[ 1] = D * idet
```

```
mat[ 2] = 0
```

```
mat[ 3] = G * idet
```

```
mat[ 4] = B * idet
```

```
mat[ 5] = E * idet
```

```
mat[ 6] = 0
```

```
mat[ 7] = H * idet
```

```
mat[ 8] = 0
```

```

mat[ 9] = 0
mat[10] = 1
mat[11] = 0

mat[12] = C * idet
mat[13] = F * idet
mat[14] = 0
mat[15] = I * idet
return mat

def multMats(self,srcMat,dstMat):
resMat = [0]*16
for r in range(0,4):
ri = r * 4
for c in range(0,4):
resMat[ri + c] = (srcMat[ri      ] * dstMat[c      ] +
srcMat[ri + 1] * dstMat[c + 4] +
srcMat[ri + 2] * dstMat[c + 8] +
srcMat[ri + 3] * dstMat[c + 12])
return resMat

def warp(self, srcX, srcY):
result = [0.0]*4
mat = self.warpmatrix
z=0.0
result[0] = (srcX * mat[0] + srcY*mat[4] + z*mat[8] + 1*mat[12])
result[1] = (srcX * mat[1] + srcY*mat[5] + z*mat[9] + 1*mat[13])
result[2] = (srcX * mat[2] + srcY*mat[6] + z*mat[10] + 1*mat[14])
result[3] = (srcX * mat[3] + srcY*mat[7] + z*mat[11] + 1*mat[15])
dstX = result[0]/result[3]
dstY = result[1]/result[3]

```

```
return dstX,dstY
```

## Referências Bibliográficas

- [1] MARAL, S. F.; BARROS, D. M. V. *Estilos de Aprendizagem no contexto educativo de uso das tecnologias digitais interativas*, 2007. Disponível em: <[http://lantec.fae.unicamp.br/lantec/portugues/tvdi\\_portugues/daniela.pdf](http://lantec.fae.unicamp.br/lantec/portugues/tvdi_portugues/daniela.pdf)>. Acesso em 28 mar. 2013.
- [2] Balanskat, A., Blamire, R., Kefala, S.: *The ICT Impact Report: A review of studies of ICT impact on schools in Europe*. European Schoolnet, 2006.
- [3] BBC-Brasil. Primeiro smartphone completa 20 anos.  
[http://www.bbc.com/portuguese/noticias/2014/08/140815\\_smartphone\\_vinte\\_anos\\_rb](http://www.bbc.com/portuguese/noticias/2014/08/140815_smartphone_vinte_anos_rb). Acesso em 21/09/2015.
- [4] BEELAND, William D. Beeland, Jr. Valdosta State University (2002). *Student engagement, visual learning and technology: can interactive whiteboards help?* Disponível em: [http://downloads01.smarttech.com/media/research/international\\_research/usa/beeland\\_am.pdf](http://downloads01.smarttech.com/media/research/international_research/usa/beeland_am.pdf). Acesso em 13/10/2015.
- [5] BORDENAVE, J. E. D. “A opção pedagógica pode ter consequências individuais e sociais importantes”. In: Revista de educação AEC, nr. 54, 1984, pp 41-5.
- [6] BORIN, J. *Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática*. São Paulo: IME-USP;1996.
- [7] CARVALHO, Flávio de Paula Soares. *Ensino e Aprendizagem de conteúdos de Geometria Espacial em um Ambiente Dinâmico e Interativo* [manuscrito] - 2011. xv, 142 f. : il., figs, tabs.

- [8] OLIVEIRA, Carlos Alexandre Rodrigues, *Do quadro negro a lousa digital: possibilidades interativas sobre as telas*, disponível em <http://lattes.cnpq.br/3238286207978829>  
Acesso em 21/10/2015
- [9] ETD - *Educação Temática Digital*, Campinas, v.8, n.1, p. 33-50, dez. 2006 - ISSN: 1676-2592
- [10] FERREIRA, Vítor F. *As tecnologias interativas no ensino. Química nova*, v. 21, n. 6, p. 780-786, 1998.
- [11] FREITAS, Adriano Vargas; LOZANO, Abel Rodolfo Garcia; SIQUEIRA, Ângelo Santos, *Formação do Professor de Matemática Envolvendo Novos Recursos tecnológicos: reflexões e propostas*. Brazilian Geographical Journal: Geosciences and Humanities research medium, Ituiutaba, v. 4, Special Issue 1, , jul./dez. 2013, p. 424-435
- [12] GUIMARÃES, Daniela; CARVALHO, Ana Amélia A., *Formação de professores em quadros interativos multimídia: um estudo de caso no Centro de Formação de Associação de Escolas de Sousa Nascente*. Artigo. p. 2280-2290, Yin, R. (2003).
- [13] FREITAS, Adriano Vargas. *Mudanças na ação pedagógica do professor mediante a utilização de novas tecnologias*. Educação em Destaque. Juiz de Fora: Minas Gerais, vol. 2, 2009.
- [14] FREITAS, Adriano Vargas; LEITE, Lígia Silva. *Com giz e laptop: da concepção à integração de políticas públicas de informática*. Rio de Janeiro: Wak Editora, 2011.
- [15] Gravina, Maria Alice, *Os ambientes de geometria dinâmico e o pensamento hipotético - dedutivo*. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2001. Disponível em <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/2545>  
Acesso em 15/j07/2015.
- [16] GOMES, E. M. Desenvolvimento de atividades pedagógicas para a educação infantil com a lousa digital interativa: uma inovação didática. Campinas: [s.n.], 2010.
- [17] HARTLEY, Richard; ZISSERMAN, Andrew. *Multiple view geometry in computer vision*. Cambridge university press, 2003. Disponível em <http://www.robots.ox.ac.uk/vgg/hzbook/>  
Acesso em 21/10/2015.

- [18] CARVALHO, Sérgio Freitas; SCHERER, Suely, *Integração da lousa digital em aulas de matemática: análise da prática pedagógica de uma professora*. Artigo. p. 01-21, Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.16, n.2, pp. 577-597, 2014.
- [19] KENSKI, V. M. Novas tecnologias, *O redimensionamento do espaço e do tempo e os impactos no trabalho docente*. Disponível em: <<http://www.ufba.br/prossiga/vani.htm>>  
Acesso em 12/06/2015.
- [20] KENSKI, Vani Moreira. *Tecnologias e ensino presencial e a distância*. 3. ed. São Paulo: Papirus. 2003.
- [21] Lee, J.: Wii Projects. Disponível em <http://johnnylee.net/projects/wii/>  
Acesso em 17/10/2015
- [22] LEI "DARCY RIBEIRO ou LDB"( Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996) Disponível em [http://www.famasul.edu.br/2015/arquivos\\_pdf/106.pdf](http://www.famasul.edu.br/2015/arquivos_pdf/106.pdf).  
Acesso em 08/05/2015
- [23] LEVY, Pierre. Education et Cyberculture. 1999. Disponível em:  
<http://www.caosmose.net/pierrelevy/pierrecyberedu.html>.  
Acesso em 13/07/2015
- [24] LÓPEZ, Osmar. S. *The Digital Learning Classroom: Improving English Language Learners'academic success in mathematics and reading using interactive whiteboard technology*. Computers & Education 54, p. 901–915, 2010.
- [25] MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. *Ensino: as abordagens do processo*. São Paulo: EPU, 1986. (Temas básicos da educação e ensino). Disponível em <http://www.angelfire.com/ak2/jamalves/Abordagem.html>.  
Acesso em 12/04/2015.
- [26] NAKSHIMA, Rosária Helena Ruiz, AMARAL, Sérgio Ferreira do. *A linguagem audiovisual da lousa digital interativa no contexto educacional*. Educação Temática Visual, vol. 8, n. 1, p. 33-50, Campinas, 2006. Disponível em: <http://lantec.fae.unicamp.br/..../rosaria.pdf>. Acesso: 21 ago. 2013.

- [27] Parâmetros Curriculares Nacionais; Matemática Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental / Secretaria de Educação Fundamental - Brasília: MEC / SEF, 1998, p. 46).
- [28] PERY, LILIANA CRISTINA. *O lúdico na lousa digital: uma abordagem interativa no ensino de ciências nas séries iniciais do ensino fundamental* [Rio de Janeiro] 2011. 158 f.; 30 cm. (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências/IFRJ, M.Sc., Ensino, 2011). Dissertação. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro, PROPEC.
- [29] Relatos de professores - disponível em: <http://ntejanauba.blogspot.com.br/p/comentarios.html>  
Acesso em 13/06/2015.
- [30] RUBERTI, I.; PONTES, A. N. Mídia, *Educação e cidadania: considerações sobre a importância da alfabetização tecnológica audiovisual na sociedade da informação*. Educação Temática Digital, Campinas, v. 3, n. 1, p. 21-27, dez. 2001.
- [31] Sampaio, P.A.S.R & Coutinho, C.P. *Aplicação do Quadro Interativo na Aprendizagem de Equações*. In XVII Encontro de Investigação em Educação, 344-356, 2008.
- [32] SANTOS, Vasco MA; SILVA, Frutuoso GM. *Interactive Projections in Classroom*. In: Proceedings of the. 2010. p. 021-54.
- [33] Silva, F & Torres, J. *Avaliação da utilização em sala de aula um quadro digital interativo baseado no WIIMOTE*, Revista da faculdade de Ciência e Tecnologia. pp. 34-45, 2009.
- [34] SILVA, Jaime Carvalho. *A formação de professores em novas tecnologias da informação e comunicação no contexto dos novos programas de Matemática do Ensino Secundário*, Universidade de Coimbra, 2013. Disponível em: <http://www.mat.uc.pt/jaimecs/pessoal/matnti.html>.  
Acesso em 03/08/2015.
- [35] SILVA, Marco. *Reinventar a sala de aula na cibercultura*. Revista Pátio, Porto Alegre, Artured, Ano VII, n.26 , p.12-16, mai/jul 2003.
- [36] Smith, H. J., Higgins S., Wall, K. e Miller, J. *Interactive whiteboards: boon or bandwagon - A critical review of the literature*. In Journal of Computer Assisted Learning 21, 91-101, 2005.
- [37] TARDIF, Maurice. *Saberes Docentes e Formação Profissional*. Petrópolis, Rio de Janeiro, Vozes, 2007. 325 p



- [38] VERASZTO, Estéfano Vizconde et al. *Tecnologia: buscando uma definição para o conceito*, Revista Prisma, com, n. 7, p. 60-84, 2008.