



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA TEÓRICA E EXPERIMENTAL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

ANÁLISE WAVELET E MODELO DE MANCHAS EM  
CURVAS DE LUZ ESTELARES DOS TELESCÓPIOS  
ESPACIAIS KEPLER E CoRoT

JENNY PAOLA BRAVO CASTRILLÓN

NATAL-RN  
DEZEMBRO 2014

JENNY PAOLA BRAVO CASTRILLÓN

ANÁLISE WAVELET E MODELO DE MANCHAS EM  
CURVAS DE LUZ ESTELARES DOS TELESCÓPIOS  
ESPACIAIS KEPLER E CoRoT

*Tese de Doutorado* apresentada ao programa de pós-graduação  
em Física do Departamento de Física Teórica e experimental da  
Universidade Federal do Rio Grande do Norte como requisito  
parcial para obtenção do grau de **doutor** em Física.

**Orientador:** José Renan De Medeiros

**Co-orientador:** Adriana Benetti Marques Válio

NATAL-RN

2014

*Aos meus pais, minha irmã e minha sobrinha Tanya*

# AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a meu Pai Celestial por ter me dado o dom da vida para poder contemplar suas maravilhas no Céu e na Terra. Por ter me dado força, fé e perseverança diante dos obstáculos. Por ter colocado pessoas especiais em todo meu caminho e por ter acreditado em mim quando muitos achavam meus sonhos grandes demais.

Agradeço à minha mãe, Lilia, e ao meu pai, Rodrigo, pela educação que me deram, pelo carinho que me brindaram sempre. “Gracias papi y mami”, o apoio de vocês, a motivação, as suas palavras mesmo na distância foram essenciais para eu ter chegado até aqui. “Gracias” porque quando caí, vocês me acompanharam em oração e me deram força para seguir em frente. Minhas vitórias são e serão sempre suas também.

Agradeço a minha irmã, Sandra, por ter sido além de irmã, amiga, mãe, confidente, conselheira. Desde crianças sempre juntas, rindo dos bons momentos e nos levantando quando estes se tornam difíceis. A ti e ao meu cunhado Cedric, obrigada por ter me apoiado sempre, e sem dúvida por terem sido a minha rocha na França, aprendi muito ao lado de vocês. “Un grand Merci” por terem me oferecido tanta alegria, vocês são testemunhas da minha vida.

Agradeço à minha família brasileira, os Celino, que deu alegria a minha vida e força na caminhada durante estes quatro anos. Em particular, agradeço a Klaydson por seu amor, suas palavras de admiração e alento, sua capacidade de me fazer rir quando eu menos espero, sua motivação em me ver crescer como pessoa e como cientista. Que sejam ainda muitos anos de trabalho e de vida ao seu lado.

Agradeço aos amigos mais próximos, Gislana, Dgerson, Francisco, Liduina, Sânzia, e Caio, por sua amizade, apoio e por tornar a rotina de trabalho mais divertida. Aprendi muito com vocês sobre trabalho e sobre as pequenas coisas da vida, os seus abraços, risos, os momentos das conversas durante o café sobre ciência e a vida deixam sempre lembranças. Agradeço a Sumaia, por seu carinho desde a minha chegada no Brasil, por sua amizade e pelos momentos que passamos juntas, foi de grande ensinamento. “Gracias” a Yeisson, grande amigo colombiano com quem tive a oportunidade de discutir e aprender mais sobre “wavelets”. Sua amizade, sua energia e sua alegria deixaram um grande recado em mim. Agradeço ao Izan, por seu conhecimento transmitido, por

fornecer alguns meios necessários para a realização desse trabalho e pela sua ajuda durante o meu mestrado e doutorado. Agradeço a Jonas, Suzierly e Raissa, por terem me permitido co-orientá-los. Como disse a poeta Cora Carolina...“Feliz aquele que transfere o que sabe e aprende o que ensina”. Obrigada por sua amizade, por seus sorrisos e por sempre estarem dispostos a aprender. Agradeço a todos aqueles que de alguma forma ajudaram a tornar realidade este trabalho. Em especial, aos pós-doutores do grupo de pesquisa em Astrofísica e Astronomia do DFTE, funcionários e professores deste departamento.

Um agradecimento especial ao Prof. Dr. José Renan De Medeiros, meu pai acadêmico, pelo constante incentivo, pela orientação e por ter confiado e acreditado em mim. Não há como negar que a oportunidade oferecida de vir fazer pesquisa no Brasil foi uma grande experiência. Dentro do grupo tenho aprendido grandes coisas de ciência e da vida. A sua alegria e tranquilidade em qualquer circunstância me enriqueceram como pessoa e cientista. Durante estes anos seus ensinamentos foram fundamentais, certamente os levarei por toda vida.

Agradeço à Prof. Dra. Adriana Válio, por ter me concedido a grande oportunidade de pesquisar na área de atividade estelar durante estágio realizado no CRAAM da Universidade Presbiteriana Mackenzie (UMP). Esta vivência foi enriquecedora e de grande importância, aumentando ainda mais minha apreciação por sua personalidade como cientista e mulher. Agradeço muito a você por compartilhar seu conhecimento, por sua paciência e por compartilhar importantes sugestões e opiniões para a conclusão deste trabalho.

Agradeço, finalmente, a CAPES pela concessão de bolsa de Doutorado para a realização desta Tese de Doutorado.

*“Sem sonhos, a vida não tem brilho. Sem metas, os sonhos não têm alicerces. Sem prioridades, os sonhos não se tornam reais. Sonhe, trace metas, estabeleça prioridades e corra riscos para executar seus sonhos. Melhor é errar por tentar do que errar por omitir!”*

**( Augusto Cury)**

# Análise wavelet e modelo de manchas em curvas de luz estelares dos telescópios espaciais Kepler e CoRoT

por

**Jenny Paola Bravo Castrillón**

## RESUMO

Análogas às manchas e fáculas fotosféricas solares, cuja visibilidade é modulada por rotação estelar, as regiões ativas estelares consistem em grupos de manchas escuras na superfície da estrela e fáculas brilhantes causadas pelo seu campo magnético. Atualmente, as manchas estelares estão bem estabelecidas como os principais marcadores usados para estimar o período de rotação estelar. Por outro lado, o comportamento dinâmico das manchas também pode ser utilizado para analisar outros fenômenos relevantes, tais como a presença de atividade magnética e os seus ciclos. Para determinar o período de rotação estelar, identificar a presença de regiões ativas e investigar se a estrela manifesta ou não rotação diferencial, aplicamos dois métodos: uma análise *wavelet* e um modelo de manchas. O procedimento *wavelet* também é aplicado na análise de pulsações e na busca por assinaturas específicas para esta variabilidade estelar particular dentre os diferentes tipos de estrelas variáveis pulsantes.

A transformada *wavelet* tem sido usada como uma ferramenta poderosa para o tratamento de vários problemas em astrofísica. Neste trabalho mostramos que a análise em tempo-frequência das curvas de luz estelares, utilizando a transformada *wavelet*, é uma ferramenta prática para a identificação de rotação, atividade magnética e assinaturas de pulsação. Apresentamos a composição espectral e as variações multiescala das séries temporais para quatro classes de estrelas: alvos dominados pela atividade magnética, estrelas com planetas, aquelas com trânsitos binários, e estrelas pulsantes. Aplicamos a *wavelet* Morlet de 6<sup>a</sup> ordem, que oferece alta resolução em tempo e frequência. Ao aplicar a transformada *wavelet* no sinal, obtemos os espectros de potência *wavelet* local e global. O primeiro é interpretado como a distribuição de energia do sinal no espaço tempo-frequência, e o segundo é obtido por integração temporal do mapa local. Sendo a transformada *wavelet* uma ferramenta matemática útil para sinais não estacionários, esta técnica aplicada

às curvas de luz, obtidas a partir das missões espaciais *Kepler* e *CoRoT*, nos permite identificar claramente determinadas assinaturas para diferentes fenômenos. Em particular, foram identificados padrões para a evolução temporal do período de rotação, bem como uma outra periodicidade decorrente dos efeitos das regiões ativas nas curvas de luz analisadas; a continuidade de uma determinada escala (frequência) durante a maior parte do tempo pode representar um indicador de rotação e atividade. Além disso, uma assinatura de padrão de batimento no mapa *wavelet* local de estrelas pulsantes ao longo de todo o tempo também foi detectada.

O segundo método é baseado na detecção de manchas estelares durante os trânsitos de um planeta extrasolar que orbita sua estrela-mãe. Quando um planeta eclipsa sua estrela-mãe é possível detectar fenômenos físicos que ocorrem na superfície da estrela. Se uma mancha escura na superfície estelar é eclipsada parcial ou totalmente, a luminosidade estelar integrada aumentará ligeiramente. A análise da curva de luz medida durante um trânsito planetário nos permite inferir propriedades físicas das manchas estelares como o tamanho, a intensidade, a posição e a temperatura. Ao detectar a mesma mancha em trânsitos consecutivos, é possível obter informações adicionais, como o período de rotação estelar na latitude do trânsito planetário, a rotação diferencial, e os ciclos de atividade magnética. Observações do trânsito planetário nas estrelas *CoRoT-18* e *Kepler-17* foram usadas para aplicar este modelo.

# Wavelet analysis and spot model applied to stellar light curves from Kepler and CoRoT space missions

by

**Jenny Paola Bravo Castrillón**

## ABSTRACT

Analogous to sunspots and solar photospheric faculae, which visibility is modulated by stellar rotation, stellar active regions consist of cool spots and bright faculae caused by the magnetic field of the star. Such starspots are now well established as major tracers used to estimate the stellar rotation period, but their dynamic behavior may also be used to analyze other relevant phenomena such as the presence of magnetic activity and its cycles. To calculate the stellar rotation period, identify the presence of active regions and investigate if the star exhibits or not differential rotation, we apply two methods: a wavelet analysis and a spot model. The wavelet procedure is also applied here to study pulsation in order to identify specific signatures of this particular stellar variability for different types of pulsating variable stars.

The wavelet transform has been used as a powerful tool for treating several problems in astrophysics. In this work, we show that the time-frequency analysis of stellar light curves using the wavelet transform is a practical tool for identifying rotation, magnetic activity, and pulsation signatures. We present the wavelet spectral composition and multiscale variations of the time series for four classes of stars: targets dominated by magnetic activity, stars with transiting planets, those with binary transits, and pulsating stars. We applied the Morlet wavelet (6th order), which offers high time and frequency resolution. By applying the wavelet transform to the signal, we obtain the wavelet local and global power spectra. The first is interpreted as energy distribution of the signal in time-frequency space, and the second is obtained by time integration of the local map. Since the wavelet transform is a useful mathematical tool for nonstationary signals, this technique applied to *Kepler* and CoRoT light curves allows us to clearly identify particular signatures for different phenomena. In particular, patterns were identified for the temporal evolution of the rotation period and other periodicity due to active regions affecting these light curves. In addition, a beat-pattern

signature in the local wavelet map of pulsating stars over the entire time span was also detected.

The second method is based on starspots detection during transits of an extrasolar planet orbiting its host star. As a planet eclipses its parent star, we can detect physical phenomena on the surface of the star. If a dark spot on the disk of the star is partially or totally eclipsed, the integrated stellar luminosity will increase slightly. By analyzing the transit light curve it is possible to infer the physical properties of starspots, such as size, intensity, position and temperature. By detecting the same spot on consecutive transits, it is possible to obtain additional information such as the stellar rotation period in the planetary transit latitude, differential rotation, and magnetic activity cycles. Transit observations of CoRoT-18 and Kepler-17 were used to implement this model.

## LISTA DE FIGURAS

1.1	Desenhos do Sol e suas manchas por Galileu e Scheiner . . . . .	3
1.2	Manchas Solares . . . . .	6
1.3	Esquema da rotação diferencial do Sol . . . . .	8
1.4	Rotação diferencial e atividade solar . . . . .	10
1.5	Diagrama Borboleta . . . . .	11
1.6	Posição das diferentes famílias de variáveis no diagrama Hertzsprung-Russell . . . . .	17
1.7	Variação de brilho de uma Cefeida . . . . .	19
2.1	Decomposição de um sinal em uma soma de funções senoidais e a sua representação no domínio de frequência . . . . .	27
2.2	Sinais estacionário e não-estacionário simulados e os seus respectivos espectros de energia . . . . .	27
2.3	Análise tempo-frequência com a Transformada por janelas de Fourier . . . . .	29
2.4	Decomposição de um sinal em <i>wavelets</i> . . . . .	31
2.5	Localização de <i>wavelets</i> discretas no espaço tempo-escala em uma grade diádica . . . . .	34
2.6	Caixas Heisenberg de <i>wavelets</i> da TW e de janelas da TJF . . . . .	35

2.7	Exemplos de <i>wavelets</i> discretas . . . . .	38
2.8	Exemplos de <i>wavelets</i> contínuas . . . . .	39
2.9	Representação da Transformada <i>wavelet</i> . . . . .	40
2.10	Espectros de potência <i>wavelet</i> de um sinal estacionário e um sinal não-estacionário simulados . . . . .	41
3.1	Exemplo de estrela simulada com escurecimento do limbo quadrático, uma pequena mancha e o planeta. Efeitos na curva de luz do trânsito resultantes da variação dos parâmetros do planeta . . . . .	45
3.2	Simulação de trânsito em frente de uma mancha usando o tamanho de um planeta tipo Júpiter (esquerda) e de um planeta tipo Terra . . . . .	46
3.3	Vista superior da estrela e do planeta em sua órbita. Uma mancha em 45° de longitude na superfície estelar é representada. Curva de luz obtida a partir de uma estrela com uma mancha em 45° de longitude. . . . .	46
3.4	Simulação de um mapa da superfície da estrela CoRoT-6 . . . . .	49
4.1	Exemplos de correções PDC de erros sistemáticos nas curvas de luz da missão <i>Kepler</i>	54
4.2	Exemplos de falso trânsito e de rotação nas curvas de luz de estrelas da missão CoRoT	55
4.3	Pré-tratamento da curva de luz da estrela CoRoT 105470736 . . . . .	56
4.4	Series temporais da irradiância solar total e seus respectivos mapas <i>wavelets</i> local e global . . . . .	60
4.5	Curva de luz de CoRoT-2 e sua análise <i>wavelet</i> . . . . .	63
4.6	Curva de luz de Kepler-4 e sua análise <i>wavelet</i> . . . . .	64
4.7	Mapa <i>wavelet</i> e espectro global de estrelas <i>Kepler</i> e CoRoT com planeta . . . . .	66
4.8	Curva de luz de KIC 1995351 e sua análise <i>wavelet</i> . . . . .	68
4.9	Curva de luz de CoRoT 101455904 e sua análise <i>wavelet</i> . . . . .	68

4.10	Curva de luz de KIC 7021177 e sua análise <i>wavelet</i> . . . . .	71
4.11	Curva de luz da estrela binária CoRoT 102715978 e sua análise <i>wavelet</i> . . . . .	72
4.12	Curva de luz da estrela RR Lyrae de tipo RRab Blazhko CoRoT 105288363 e sua análise <i>wavelet</i> . . . . .	73
4.13	Curva de luz da estrela RR Lyrae KIC 9697825 ou V360 Lyr e sua análise <i>wavelet</i> .	75
4.14	Curva de luz da binária eclipsante de tipo $\gamma$ Doradus CoRoT 102918586 e sua análise <i>wavelet</i> . . . . .	76
4.15	Curvas de luz das estrelas CoRoT 102918586, CoRoT 101065348 e CoRoT 102912741 e seus respectivos espectros de Fourier . . . . .	77
4.16	Mapa <i>wavelet</i> e espectro global das estrelas CoRoT 101065348 e CoRoT 102912741	78
4.17	Curva de luz da estrela $\gamma$ Dor KIC 3744571 e sua análise <i>wavelet</i> . . . . .	79
4.18	Mapa <i>wavelet</i> e espectro global de estrelas variáveis pulsantes das missões <i>Kepler</i> e CoRoT com distintos tipos de pulsação . . . . .	81
4.19	Curva de luz de uma estrela durante um trânsito planetário . . . . .	84
4.20	Estrela modelada com os parâmetros iniciais e ajustados . . . . .	86
4.21	As 40 primeiras curvas de luz durante o trânsito de Kepler-17b em frente de sua estrela hospedeira . . . . .	87
4.22	Exemplo de ajuste do trânsito 17 . . . . .	88
4.23	Histogramas dos parâmetros das manchas obtidos a partir dos ajustes nos 274 trânsitos	89
4.24	Distribuição da temperatura das manchas de Kepler-17 . . . . .	90
4.25	Mapas de manchas: longitudes rotacionais das manchas para oito períodos de rota- ção distintos) . . . . .	91
4.26	Função de autocorrelação do déficit de fluxo versus longitude para seis períodos de rotação distintos e sua largura à meia altura versus o período de rotação da estrela .	93
4.27	Curva de luz de Kepler-17 e sua análise <i>wavelet</i> . . . . .	94

4.28	Curva da rotação diferencial versus a latitude para a estrela Kepler-17 e o Sol . . . .	95
4.29	As 13 curvas de luz durante o trânsito de CoRoT-18b em frente de sua estrela hospedeira . . . . .	97
4.30	Exemplo de ajuste do trânsito 1 . . . . .	98
4.31	Histogramas dos parâmetros das manchas obtidos a partir dos ajustes nos 13 trânsitos	99
4.32	Distribuição da temperatura das manchas de CoRoT-18 . . . . .	100
4.33	Curva de luz de CoRoT-18 e sua análise <i>wavelet</i> . . . . .	101
4.34	Mapas de manchas: longitudes rotacionais das manchas para seis períodos de rota- ção distintos) . . . . .	102
4.35	Função de autocorrelação do déficit de fluxo versus longitude para seis períodos de rotação distintos e sua largura à meia altura versus o período de rotação da estrela .	102
4.36	Curva da rotação diferencial versus a latitude para a estrela CoRoT-18 e o Sol . . . .	103
A.1	Visão artística do satélite CoRoT . . . . .	112
A.2	Os dois olhos do satélite CoRoT . . . . .	113
B.1	Visão artística do satélite <i>Kepler</i> . . . . .	117
B.2	Campo de visão da missão <i>Kepler</i> entre as constelações de Cygnus e Lyra . . . . .	118

## LISTA DE TABELAS

4.1	Amostra de estrelas CoRoT e <i>Kepler</i> usada na análise <i>wavelet</i> . . . . .	58
4.2	Períodos de rotação e pulsação obtidos através do procedimento <i>wavelet</i> para estrelas das missões <i>Kepler</i> e CoRoT. . . . .	82
4.3	Parâmetros das estrelas Kepler-17 e CoRoT-18 e dos seus respectivos planetas. . .	84
4.4	Parâmetros usados na aplicação do modelo de manchas para a estrela Kepler-17 e seu planeta. . . . .	85
4.5	Parâmetros usados na aplicação do modelo de manchas para a estrela CoRoT-18 e seu planeta. . . . .	96
4.6	Parâmetros da rotação estelar e da rotação diferencial das estrelas Kepler-17 e CoRoT-18. . . . .	103

# SUMÁRIO

<b>Agradecimentos</b>	<b>ii</b>
<b>Resumo</b>	<b>v</b>
<b>Abstract</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Conceitos sobre variabilidade estelar</b>	<b>1</b>
1.1 Rotação e atividade magnética solar . . . . .	5
1.2 Variabilidade interna das estrelas . . . . .	12
1.3 Motivação e objetivos . . . . .	20
<b>2 Revisão da teoria de <i>wavelets</i></b>	<b>24</b>
2.1 Introdução histórica . . . . .	25
2.2 Transformada de Fourier . . . . .	26

2.3	Análise tempo-frequência . . . . .	28
2.3.1	Transformada por janelas de Fourier . . . . .	28
2.3.2	Transformada Wavelet . . . . .	29
2.3.2.1	Transformada Wavelet Contínua . . . . .	30
2.3.2.2	Transformada Wavelet Discreta (TWD) . . . . .	32
2.3.2.3	Representações tempo-frequência: Princípio de Incerteza de Heisenberg . . . . .	34
2.3.2.4	Propriedades das <i>wavelets</i> . . . . .	36
2.3.2.5	Exemplos de <i>wavelets</i> . . . . .	37
2.3.2.6	Os espectros <i>wavelets</i> local e global . . . . .	40
<b>3</b>	<b>Modelo de manchas</b>	<b>43</b>
<b>4</b>	<b>Resultados e Discussão</b>	<b>52</b>
4.1	Dados observacionais e pré-tratamento . . . . .	52
4.2	Análise <i>wavelet</i> em estrelas CoRoT e <i>Kepler</i> . . . . .	57
4.2.1	O Sol . . . . .	59
4.2.2	Estrelas hospedeiras de um planeta . . . . .	61
4.2.3	Estrelas variáveis aparentemente individuais . . . . .	67
4.2.4	Sistemas binários . . . . .	70
4.2.5	Estrelas variáveis pulsantes . . . . .	72
4.3	Aplicação do modelo de manchas em estrelas das missões CoRoT e <i>Kepler</i> . . . . .	83
4.3.1	<i>Kepler-17</i> . . . . .	84
4.3.2	CoRoT-18 . . . . .	95
<b>5</b>	<b>Conclusões e Perspectivas</b>	<b>105</b>

<b>A</b>	<b>A Missão CoRoT</b>	<b>112</b>
<b>B</b>	<b>A Missão Kepler</b>	<b>117</b>

# CAPITULO 1

## CONCEITOS SOBRE VARIABILIDADE ESTELAR

*“ Se as coisas são inatingíveis... ora! Não é motivo para não querê-las... Que tristes os caminhos se não fora a mágica presença das estrelas!”*

Mário Quintana

O Sol é um objeto muito particular para nós por ser aquele que mantém a nossa “casa”, a Terra, um planeta propício para a existência da vida. Uma oposição forte entre o Sol e as estrelas é óbvia: um simboliza o dia, as outras simbolizam a noite; brilho deslumbrante de um lado, baixa claridade do outro; uma bola de fogo, uns pontos de luz... No entanto, os astrônomos perceberam que o Sol é uma estrela, ou que as estrelas são sóis. O interesse pelo Sol na astronomia é muito grande pois é de fundamental importância entender como nossa fonte de vida funciona. Como o Sol é uma estrela dentre muitas outras, ela deveria ser pouco representativa diante de todas elas. Não obstante, devido à sua proximidade, o Sol tornou-se um modelo padrão para o estudo das estrelas. Mesmo assim, as estrelas revelam-se extremamente variadas. A observação sistemática do Sol, em escalas de tempo de dias e semanas, mostra que nossa estrela está longe de ser uma simples esfera de gás apresentando sempre o mesmo aspecto. Há milhares de anos, o homem na Terra já identificava as principais características do Sol. Por exemplo, os livros chineses antigos que datam de 800 a.C. já mencionavam a presença de manchas escuras na superfície do Sol. No entanto, foi preciso esperar até os séculos XVII e XIX para que estudos mais sistemáticos fossem realizados e que a origem dessas manchas fosse conhecida. No final da primeira década do século XVII, quatro

astrônomos tiveram a ideia de observar o Sol com o recém-criado telescópio astronômico da época, o que tornou possível a detecção das primeiras manchas solares. Os observadores pioneiros foram o holandês Johann Goldsmid (1587-1642, alias Fabricius), o inglês Thomas Harriot (1560-1621), o italiano Galileu (1564-1642), e o jesuíta alemão Christoph Scheiner (1575-1650). De fato, a primeira observação telescópica de manchas solares foi realizada por Harriot e suas anotações datam de 8 de dezembro de 1610. Em seguida, Fabricius publicou as suas observações em 1611 e interpretou corretamente o movimento sistemático das manchas solares de um dia para o outro como sendo causado por uma rotação axial do Sol. Entretanto, ele não conseguiu estabelecer a natureza das manchas. Naquela época, afirmar a existência de manchas solares transitórias sobre a superfície do Sol estava em completa contradição com as doutrinas cosmológicas da época que, com base nos manuscritos de Ptolomeu e Aristóteles aprovados pela Igreja Católica Romana, estabeleciam a perfeição dos céus. Certamente Galileu, considerado o pai da astronomia observacional, e Scheiner, considerado o pai da observação solar, foram os mais ativos no uso das observações das manchas para inferir as propriedades físicas do Sol. Galileu soube demonstrar de forma convincente que as manchas estavam de fato localizadas na superfície do Sol (Figura 1.1 à esquerda), em vez de sombras associadas ao trânsito de planetas como pensava Scheiner. Galileu detalhou as suas teorias em 1613 nas chamadas *Cartas* sobre as manchas solares (Galilei & Drake 1957), escritas em resposta às opiniões de Scheiner. Sob o pseudônimo de *Apelle*, Scheiner havia publicado suas observações em 1612 sob a forma de três cartas dirigidas a Mark Welser, magistrado de Augsburg, patrono da ciência, e correspondente científico de Galileu e Scheiner. Em 1630, Scheiner publicou a sua maior obra de observação solar, “*Rosa Ursina*” (Scheiner 1630), na qual colocou anos de observações telescópicas do Sol e inúmeras cartas com desenhos de manchas solares e seus movimentos (Figura 1.1 à direita). Em resposta, Galileu publicou em 1632 seu “*Diálogo sobre os dois sistemas máximos do mundo*”, no qual ele contrapõe a concepção aristotélica e a nova teoria de Copérnico. Neste livro, Galileu afirma que o Sol é um corpo que gira com um período de 29 dias, em torno de um eixo com  $14^\circ$  de inclinação. Infelizmente, a evidência científica que foi se acumulando observação após observação, culminando em publicações importantes deste tipo, levou Galileu a um confronto com a estrutura religiosa da época em 1633, o qual condenou-lhe a abjurar suas descobertas e viver preso até o fim dos seus dias.

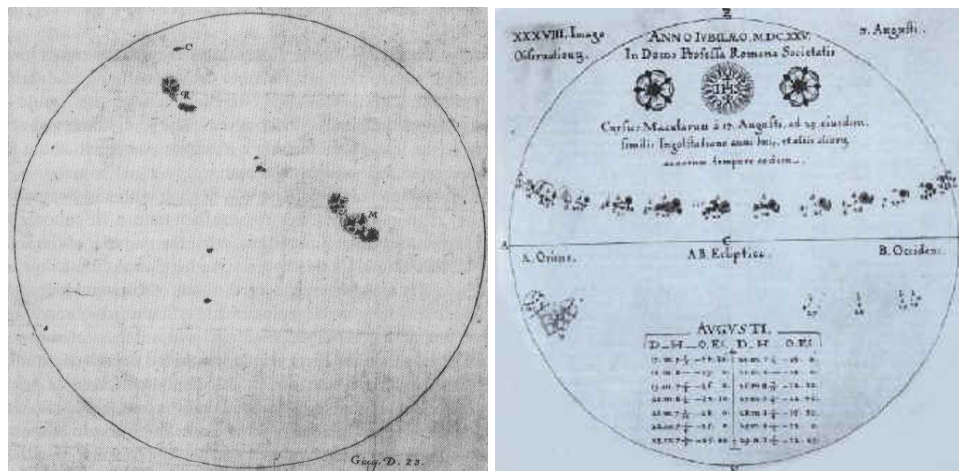


Figura 1.1: *Esquerda*: Reprodução de um desenho do Sol por Galileu em 1612. A umbra e a penumbra das manchas estão bem representadas no desenho. *Direita*: Desenho das manchas solares no livro de Scheiner “*Rosa Ursina*” de 1630.

Os astrônomos Johannes Hevelius (1611-1687), alemão, e Jean Picard (1620-1682), francês, deram continuidade à observação de manchas solares durante o século XVII. No entanto, foram observadas poucas manchas entre 1645-1715, ao mesmo tempo em que houve uma redução significativa no número de auroras boreais observadas durante o mesmo período. Este período de menos atividade solar é agora conhecido como o *Mínimo de Maunder*, em homenagem ao astrônomo inglês Edward Walter Maunder (1851-1928), que, seguindo os estudos históricos do astrônomo alemão Gustav Spörer (1822-1895), comprovou de forma detalhada o déficit de manchas solares nas observações de astrônomos ativos na segunda metade do século XVII (Eddy 1976).

Os primeiros astrônomos que observaram o Sol usando um telescópio notaram que as manchas apareciam raramente fora de uma ampla faixa latitudinal de cerca de  $\pm 30^\circ$  centrada no equador. Não obstante, eles não detectaram nenhuma outra regularidade no aparecimento e desaparecimento das manchas solares. Foi em 1826 que o astrônomo amador alemão Samuel Heinrich Schwabe (1789-1875) iniciou seu estudo das manchas solares. Sua verdadeira intenção era descobrir um novo planeta dentro da órbita de Mercúrio, podendo ser observado como uma mancha escura à medida que passa através do disco solar. O principal problema com essa abordagem era o perigo de confundir esse trânsito com a passagem de uma mancha solar. Schwabe então começou a desenhar todas as manchas solares visíveis no disco solar na esperança de encontrar uma pequena mancha circular deslocando-se com velocidade distinta. Após 17 anos, em 1843, Schwabe não

tinha encontrado um único planeta, mas havia descoberto a variação cíclica ao longo do tempo do número médio de manchas solares visíveis no Sol, com um período de variação que ele estimava ser de 10 anos. Após essa descoberta, a questão era saber se era possível reconstruir a evolução do número de manchas solares no passado com a ajuda das numerosas observações existentes. Foi em 1848, que o astrônomo suíço Rudolf Wolf (1816-1893) definiu o **número relativo de manchas R**, dado pela expressão

$$R = k(10g + s),$$

onde  $g$  é o número de grupos de manchas visíveis sob o disco solar,  $s$  é o número de manchas individuais (incluindo as que fazem parte dos grupos), e  $k$  é um fator de correção que varia com a situação e instrumentação de cada observador.  $R$  é agora conhecido como o *Número de Wolf* ou *Número de Zürich*. Wolf foi capaz de reconstruir a evolução do número de manchas solares começando pelo período que hoje é conhecido como ciclo 1 (1755-1766) (Hoyt & Schatten 1998). Atualmente estamos na fase de atividade máxima do ciclo 24 do Sol, porém o mais fraco apresentado em 100 anos. Os cientistas constataram que a intensidade do campo magnético das manchas solares está diminuindo. Se esta tendência continuar, haverá quase nenhuma mancha solar no ciclo 25 que se inicia em breve, e assim outro *Mínimo de Maunder* poderia surgir.

Astrônomos do século XIX estiveram cada vez mais intrigados com o fato de que, por mais de dois séculos, as determinações do período de rotação do Sol baseadas no movimento aparente das manchas solares produziram sempre resultados que variam entre 25 e 28 dias. Esse mistério foi resolvido em 1858, quando Richard C. Carrington (1826-1875), na Inglaterra, e um pouco mais tarde Gustav Spörer, na Alemanha, fizeram de forma independente duas descobertas importantes. Primeiramente, as latitudes nas quais as manchas são sistematicamente observadas, decresce em cerca de  $40^\circ$  a  $5^\circ$  conforme o ciclo evolue de um mínimo ao outro. Em segundo lugar, as manchas em latitudes mais altas têm um movimento aparente mais lento que as manchas localizadas em baixas latitudes. Carrington conclui que o Sol gira diferencialmente. De fato, as discrepâncias nas determinações do período de rotação do Sol obtidas previamente vêm do fato da rotação diferencial, dado que as observações das manchas nem sempre foram tomadas na mesma fase do ciclo.

O estudo das manchas solares e do seu ciclo de 11 anos foi finalmente colocado em uma sólida base física no início do século XX, principalmente pelos avanços notáveis produzidos pelo

trabalho pioneiro de George Ellery Hale (1868-1938), astrônomo americano, e seus colaboradores. No intervalo de um ano (1907-1908), eles mediram a separação das componentes espectrais de certas linhas no espectro das manchas solares e identificaram como sua causa o efeito Zeeman associado à presença de um campo magnético (Hale 1908). Assim, Hale provou de forma quantitativa que as manchas solares são regiões de campos magnéticos muito intensos.

Desde o século XX, com o advento de técnicas poderosas e avançadas, temos nos aproximado de desvendar alguns dos mistérios do Sol. Apesar deste progresso, vários processos inerentes à atividade de uma estrela são ainda pouco entendidos. Dentre estes destacam-se aqueles relacionados à mistura e classificação dos elementos químicos no interior das estrelas, ao campo magnético de alguns tipos de estrelas e à rotação das mesmas. O Sol, responsável pela existência da vida na Terra e adorado como um Deus na maioria das culturas antigas, converteu-se em uma referência na compreensão da atividade dinâmica das estrelas, como também da sua estrutura interna e evolução. Isto tem sido possível através de várias abordagens que vão desde as observações realizadas na Terra a um grande número de modelos teóricos que tornaram possível deduzir informações relevantes sobre o interior estelar (Tayler 1994). Na próxima seção descrevemos mais detalhadamente os conceitos de rotação e atividade magnética solar. Também apresentamos uma seção para as estrelas variáveis pulsantes, as quais, apresentam outro tipo de variabilidade estelar, e finalmente, expomos os objetivos deste trabalho.

## 1.1 Rotação e atividade magnética solar

A atividade estelar abarca diferentes fenômenos de variação de brilho nas estrelas. O fluxo luminoso delas pode variar devido a vários fatores como por exemplo, a presença de manchas, regiões ativas, fáculas na superfície estelar, entre outros. As estrelas jovens com velocidade de rotação rápida exibem forte atividade. Estrelas de meia-idade como o Sol com lenta velocidade de rotação mostram baixos níveis de atividade, variando em ciclos. Algumas estrelas mais velhas mostram quase nenhuma atividade, o que significa que elas entraram em um período de calma que é comparável ao Mínimo de Maunder do Sol. Por estar relativamente próximo da Terra (150 milhões de quilômetros = 1UA), o Sol é o alvo mais estudado para a compreensão da origem e

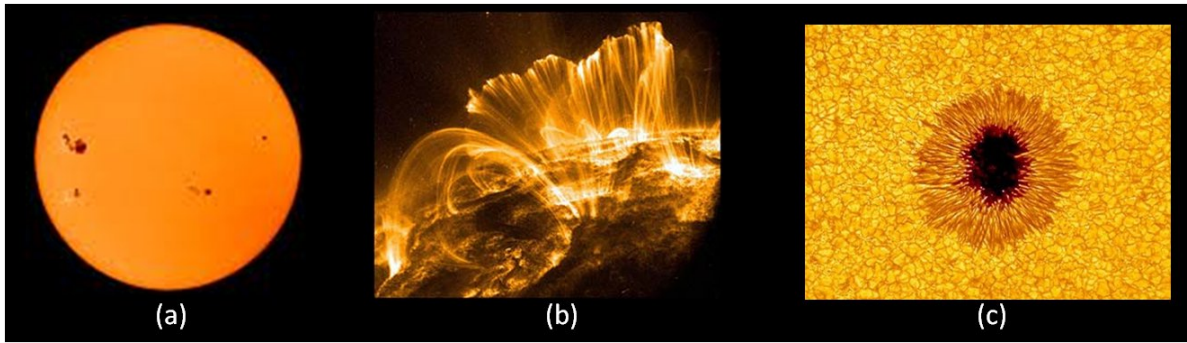


Figura 1.2: Manchas Solares: (a) O Sol na faixa do visível mostrando vários grupos de manchas solares. (b) Arcos magnéticos iluminados pelo plasma quente da atmosfera solar. (c) Ampliação de uma mancha solar. Crédito: ESA-NASA-SOHO.

do comportamento ao longo da evolução das estrelas. Por esse motivo, apresentamos a seguir os conceitos básicos sobre a rotação e atividade magnética solar.

As manchas são fenômenos transientes e são as manifestações mais evidentes da atividade estelar. As manchas solares são sempre encontradas abaixo das regiões ativas, regiões muito quentes e conseqüentemente muito brilhantes, as quais são observadas como regiões brancas formadas na cromosfera do Sol. Contrariamente, as manchas solares são regiões da fotosfera (“superfície”) que têm uma coloração avermelhada, embora, devido à diferença de temperatura, em média 4000 K para as manchas e de cerca de 6000 K no restante da fotosfera, na observação elas parecem ter um aspecto escuro por contraste com a fotosfera, como visto na Figura 1.2 a. A matéria fotosférica que observamos está a uma temperatura constante (5780 K), já que ela é constantemente renovada por convecção. Se inibíssemos a convecção, impedindo a matéria de se renovar na superfície, a temperatura diminuiria e a região escureceria. Isso é o que acontece nas manchas: elas são mais frias porque o campo magnético ligado a elas dificulta localmente a transferência de energia. Essa transferência de energia é feita por convecção, e devido a este campo magnético, o calor das partes mais internas não consegue subir até a fotosfera. O campo é ainda mais forte quando a mancha é maior, e seu valor pode variar entre 100 Gauss para as menores, e de milhares de Gauss para as maiores. A intensidade média do campo magnético do Sol é de 0,01 Tesla (1 Gauss), aproximadamente 100 vezes mais intenso que o da Terra. A matéria que emerge na superfície é ionizada e, portanto, eletricamente carregada. Qualquer partícula carregada é sensível a um campo magnético. Os átomos são desacelerados por causa do magnetismo e, por conseguinte, eles se esfriam e escurecem, assim,

a parte central da mancha chamada de *umbra*, onde a região é mais escura e a temperatura é mais baixa ( $T_{umbra} < 4000$  K), aparece como visto na Figura 1.2 c. A *penumbra* ( $T_{penumbra} < 5000$  K), região mais clara em torno da umbra e com estrutura fibrosa, está em contato com a região não desacelerada. Dessa forma, há uma mistura com o gás que emerge na fotosfera circundante. O aquecimento é parcial, e a radiação mais intensa que na umbra, daí sua cor acinzentada.

As manchas se formam nas regiões tropicais do Sol (em analogia com a Terra) que se expandem de  $5^\circ$  a  $30^\circ$  ao norte e ao sul do equador. É incomum observar manchas em latitudes mais elevadas, às vezes até  $45^\circ$ . O máximo de manchas se localiza entre  $10^\circ$  e  $15^\circ$ . Cada mancha aparece, se desenvolve e permanece estável. As manchas de um grupo, geralmente as mais próximas do equador, têm uma certa “vantagem” sobre as outras manchas (devido à rotação diferencial), produzindo um alongamento longitudinal, e por tanto, o deslocamento do grupo (Howard 1992). A vida média de uma mancha solar varia entre dias ou mesmo semanas. Ao contrário dos grupos de manchas e fenômenos ativos a eles associados (fáculas, erupções), as protuberâncias (erupções de material solar) aparecem em toda extensão do disco solar.

Acompanhando o Sol dia após dia, muitos astrônomos observaram as manchas solares na sua superfície deslocando-se de oeste para leste. Isto mostrou na época que o Sol gira de fato em torno de si mesmo. A rotação determinada em relação à Terra é de 27,25 dias (período sinódico) e de 23,35 dias, em média, em relação às estrelas (período sideral). Mas a grande surpresa é que a velocidade de rotação não é a mesma em diferentes latitudes: quanto mais próximas do equador maior a rotação das manchas. Este fenômeno conhecido como *rotação diferencial* acontece por ser o Sol uma esfera grande de gás, sem rigidez (Donati et al. 2003). A medida exata dessa rotação diferencial é dificultada pela movimentação local do fluido solar. Mas pode-se estimar que o período de rotação para as regiões próximas ao equador solar é de 25 dias, enquanto que o período nas regiões polares é de 35 dias (Figura 1.4). Temos outros exemplos de rotação diferencial no sistema solar como, por exemplo, a parte visível das atmosferas dos planetas gigantes que mostra tal rotação em função da latitude. Mesmo na Terra, a atmosfera não gira como um todo, e os ventos alísios são uma manifestação dessa rotação. As proto-estrelas mostram também indícios de rotação diferencial.

Qual a origem da rotação diferencial? Trabalhos pioneiros mostraram que em um corpo em rotação onde as camadas de igual densidade coincidem com as camadas de igual pressão, a velocidade de um ponto é proporcional ao quadrado da distância em relação ao eixo de rotação. Consequentemente, todos os pontos na mesma distância em relação ao eixo de rotação giram com a mesma velocidade. Isto pode ser representado através de uma esfera reproduzindo o Sol em rotação e um cilindro inscrito como mostrado na Figura 1.3, onde o eixo do cilindro coincide com o eixo de rotação. Todos os pontos na superfície do cilindro de raio  $d$  estão a mesma distância do eixo  $e$ , portanto, giram com a mesma velocidade. Note que o ponto  $P$ , localizado em latitude elevada, gira com a mesma velocidade de um outro ponto no equador, a uma certa profundidade localizando  $P'$ . O ponto  $E$  localizado na superfície do equador está a uma distância  $D > d$ , por isso gira mais rápido. Isto explica por que as regiões equatoriais giram mais rápido do que as áreas próximas aos pólos. Um modelo do mesmo gênero é usado para representar o interior dos planetas gigantes que apresentam também rotação diferencial.

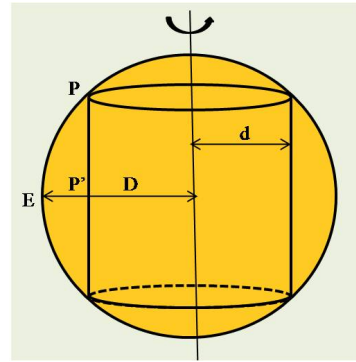


Figura 1.3: Esquema da rotação diferencial do Sol.

Com o progresso de técnicas espectroscópicas durante a segunda metade do século XIX foi possível oferecer um segundo método de medida da rotação diferencial. Trata-se do deslocamento em comprimento de onda das linhas espectrais associado ao efeito Doppler causado pela diferença da velocidade na linha de visada que gera a rotação nas bordas leste e oeste do disco solar. Esse deslocamento foi medido pela primeira vez em 1871 por Hermann Vogel (1841-1907), e independentemente alguns anos mais tarde por Charles Young (1834-1908). Estes resultados também demonstraram que as manchas giram consideravelmente à mesma velocidade que a fotosfera. AB Doradus é a primeira estrela, além do Sol, cuja rotação diferencial foi mapeada em detalhe. A rotação diferencial parece desempenhar um papel importante na formação do campo magnético das estrelas e, no caso do Sol, também tem influência na formação do ciclo de atividade de 11 anos (Balthasar et al. 1986).

A origem do campo magnético solar não é totalmente compreendida. Apenas uma pequena fração das estrelas quentes e muito massivas é magnética. Ao contrário da nossa estrela, elas parecem apresentar um campo magnético chamado de *fóssil*, onde o campo é preso durante a formação da estrela. Como todas as estrelas jovens possuem um campo magnético (mais ou menos acentuado), apenas as estrelas massivas são capazes de conservá-lo. Enquanto que o campo magnético das estrelas pouco massivas é produzido pelo movimento da matéria na zona de convecção, o que é conhecido como *efeito dínamo*, efeito combinado da rotação e da convecção nas camadas externas. Porém, existem outras hipóteses para explicar a existência desse campo, tal como a sua produção dentro da envoltória exterior da estrela causada por instabilidades associadas a uma forte rotação. Como o campo magnético evolui ao longo do tempo, sua compreensão envolve inevitavelmente o estudo da sua dinâmica temporal. Diversas simulações têm demonstrado que a intensidade do campo é proporcional à velocidade de rotação da estrela (Brun et al. 2005). Consequentemente, o estudo de rotação é essencial para tornar possível a dedução do campo magnético associado a um objeto estelar.

No caso da nossa estrela, a teoria do dínamo solar é o mecanismo atualmente mais aceito para explicar a origem do campo magnético do Sol. Esse campo é induzido pela rotação interna do gás condutor de corrente elétrica (movimento de plasma no interior solar). O efeito dínamo ocorre na camada conhecida como *tacoclina*, onde, devido à rotação rígida da camada radiativa e da rotação diferencial da camada convectiva, as velocidades variam rapidamente, originando consequentemente, um forte cisalhamento. Desta forma, o fato da tacoclina ser muito estreita implica na presença de uma forte turbulência e de campos magnéticos importantes. As manchas formam uma componente visível dos *tubos de fluxo magnéticos* definidos como regiões em forma de tubos que se formam dentro da camada convectiva e contêm campos magnéticos intensos. Esses tubos são menos densos do que o plasma ao seu redor e dessa forma emergem em direção à superfície solar. O mecanismo causador da rotação diferencial é o movimento de convecção no interior da estrela. Essa convecção turbulenta transporta a energia para a superfície através do movimento do plasma; esse plasma possui uma parte da velocidade angular da estrela. Quando a turbulência ocorre através do cisalhamento e da rotação, o momento angular pode ser redistribuído por diversas latitudes por meio do fluxo meridional. Em outras palavras, a causa da rotação diferencial é o movimento de convecção, unido ao de rotação, que cria uma força de Coriolis que desvia o movimento

de ascensão e assim o intercâmbio de calor. Surge então, uma pequena diferença de temperatura entre latitudes maiores e menores que resulta em movimento de matéria, alterando a velocidade angular local. Portanto, uma consequência importante da rotação diferencial é a distorção das linhas

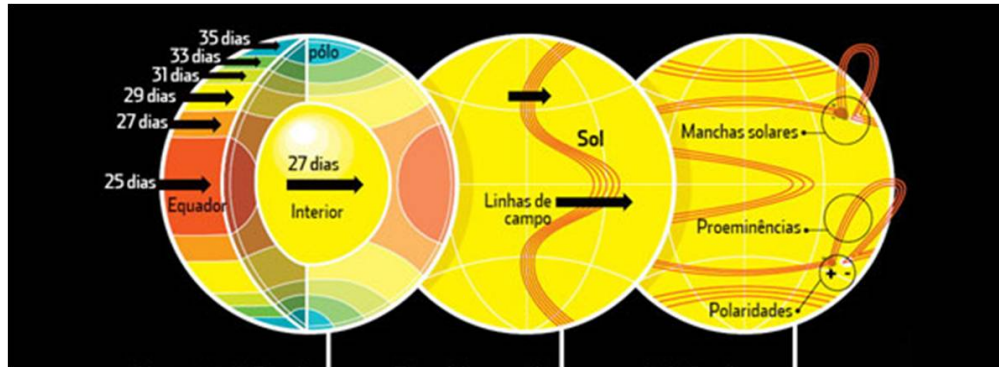


Figura 1.4: A rotação diferencial provoca a distorção das linhas do campo magnético que, combinada à convecção, resultam na atividade solar (manchas, fáculas, erupções). Parte destas linhas emergem à superfície formando grandes estruturas de plasma, cujas extremidades são identificadas por manchas escuras com polaridades opostas. Crédito: Imagens/Google.

do campo magnético que por sua vez amplifica a intensidade deste campo no interior dos tubos (Silva 2006). Essa distorção transforma um campo magnético poloidal (indo de um pólo para o outro) pouco intenso num campo toroidal (paralelo ao equador) muito intenso: a rápida rotação no equador mistura as linhas de força, formando cordas magnéticas de elevada intensidade de campo (Figura 1.4). Incríveis arcos de gás ao longo das linhas do campo magnético podem ser observados na Figura 1.2 b. É este campo magnético que se encontra na origem, por exemplo, das manchas, na medida em que este inibe a convecção e provoca o aparecimento de zonas mais frias na superfície solar. As manchas normalmente nascem em grupo, dentro do qual existem duas manchas de maior tamanho, numa disposição quase paralela ao equador. Essas manchas têm polaridades contrárias, resultado de serem os pontos onde emerge o tubo magnético. Por outro lado, a orientação é contrária nos hemisférios: se uma mancha tem polaridade positiva e a outra negativa no hemisfério norte, então no hemisfério sul as suas polaridades são opostas. Esta disposição é conservada ao longo de um ciclo solar conhecido como *ciclo de atividade solar* ou *ciclo de Schwabe* que dura aproximadamente 11 anos (pode variar entre 9 e 14 anos). No ciclo seguinte as polaridades se invertem, ou seja, a cada 11 anos se organiza um campo bipolar. No entanto, as polaridades são restabelecidas a cada 22 anos como sugerido por George Ellery Hale (Hale et al. 1919). Este ciclo é conhecido como

*ciclo magnético*. Os pontos de maior atividade das manchas solares durante este ciclo é chamado de *Máximo Solar*, e o ponto de menor atividade é conhecido como *Mínimo Solar*. No início de um ciclo, manchas pequenas surgem em número reduzido em latitudes solares mais elevadas, e vão se formando cada vez maiores e mais próximas ao equador solar, aumentando em número, conforme o ciclo evolui em direção ao máximo de atividade. Posteriormente este número vai decrescendo gradativamente à medida que o ciclo decai em direção ao seu término (Thomas J.H. 2008). A *lei de Spörer* prediz a variação das latitudes de manchas solares durante um ciclo solar. Horace Welcome Babcock (1912-2003), astrônomo americano, explicou através do seu modelo conhecido como *modelo de Babcock* que os campos magnéticos causam o comportamento descrito pela lei de Spörer e também a formação das manchas.

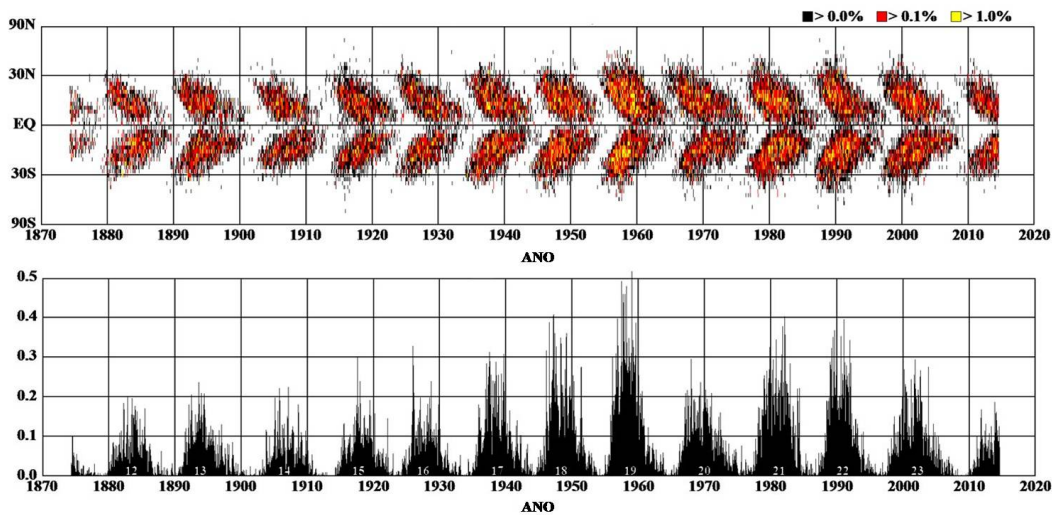


Figura 1.5: Média diária da área de mancha por rotação solar para cada latitude. *Acima*: Diagrama Borboleta. *Embaixo*: Variação cíclica da área de manchas em relação ao hemisfério visível. Crédito: HATHAWAY/NASA.

Embora o desvio sistemático das manchas em direção ao equador durante o ciclo tenha sido observado na metade do século XIX por Spörer e Carrington, foram os cônjuges E. Walter Maunder (1851-1947) e Annie Maunder (1868-1947) que produziram em 1913 uma representação gráfica da variação das latitudes das manchas durante alguns ciclos solares (Maunder 1904). Eles traçaram em um diagrama latitude-tempo independente da longitude heliográfica, uma pequena linha vertical cobrindo a faixa de latitudes das manchas solares observadas, para cada rotação e por um período que cobre quase três ciclos solares. Esta representação gráfica ainda está em uso hoje

em dia, no entanto, se representa a fração da superfície solar coberta pelas manchas em função da latitude. A Figura 1.5 ilustra bem o comportamento da lei de Spörer ao longo de vários ciclos solares. Esse diagrama, conhecido como *Diagrama Borboleta*, mostra claramente como a latitude de surgimento das manchas muda de acordo com a evolução dos ciclos solares. A sequência de “borboletas” resultantes da aplicação desta representação por vários ciclos sucessivos revela a progressão equatorial de uma “onda magnética” cíclica produzida no interior solar por um dínamo hidromagnético.

Nesta seção vimos que o Sol é um dínamo gigante onde o campo magnético é a fonte de todas as manifestações da atividade solar. A modelagem do dínamo permanece até hoje um dos temas de pesquisa mais ativos na física solar. A heliossismologia (estudo de propagação das ondas de pressão no Sol geradas pela turbulência na camada convectiva, próxima da superfície do Sol) foi usada também para detectar as manchas solares sobre a face do Sol, a partir da Terra, e já revelou a rotação em diferentes velocidades da camada convectiva mais externa e da camada radiativa mais interna, o que gera o campo magnético como explicado anteriormente. Mesmo mostrando uma dinâmica importante na superfície, a qual também é dinâmica devido a oscilações com duração de minutos, podemos dizer que a luminosidade solar é praticamente constante. O Sol não apresenta praticamente nenhuma variação mensurável (em torno de 0,1 % em um ciclo de 11 anos). Enquanto a maior parte das estrelas tem um comportamento do mesmo tipo, a luminosidade de certas estrelas varia de maneira perceptível em períodos de tempo muito mais curtos. Algumas delas serão objetos de nosso estudo e, por conseguinte, apresentaremos a seguir uma seção sobre as estrelas variáveis.

## 1.2 Variabilidade interna das estrelas

A temperatura na superfície da Terra não mudou significativamente nos últimos 3000 milhões de anos, o que sugere uma irradiação de energia por parte do Sol aproximadamente constante desde então. No entanto, através de medições cuidadosas da quantidade de luz que vem das estrelas, verificou-se que uma quantidade relativamente grande de estrelas varia de brilho. Muitas estrelas possuem um brilho variável de forma periódica, outras de forma irregular e uma outra pequena fração, de forma explosiva.

As estrelas da sequência principal são muito estáveis. A força de gravidade, que tende a colapsar a estrela, é exatamente compensada pela força de pressão interna, que tende a expandí-la. Essa condição de equilíbrio hidrostático por vezes é quebrada no momento em que a estrela se torna uma gigante vermelha. Desta forma inicia-se uma fase de instabilidade que resulta em variações significativas no brilho da estrela. Neste caso a estrela sofre uma série de expansões e contrações controladas pelas mesmas forças. Quando a força de pressão predomina, o volume da estrela aumenta, mas a gravidade retarda o movimento e acaba provocando uma contração. O volume da estrela em seguida diminui até que a pressão interna se oponha à contração, causando uma nova dilatação. É a mudança de temperatura (e não as mudanças de tamanho) que acarretam variações de luminosidade. Quando o volume da estrela é menor, a temperatura é ligeiramente mais elevada e o brilho é máximo. Tornando-se o volume maior, a temperatura é um pouco mais baixa e o brilho é mínimo. Ou seja, o brilho da estrela muda periodicamente. É a tensão constante entre as forças de gravidade e de pressão (consequentemente, a variação da temperatura), o “motor” da evolução estelar. As estrelas formam-se, brilham, queimam o seu combustível no núcleo e dissipam a energia produzida para o espaço. Uma vez que suas reservas chegam ao fim, elas gradualmente movem-se em direção a uma inevitável extinção. É no decorrer desse trajeto que elas mudam o brilho, a temperatura e o volume. Todas as estrelas poderiam ser qualificadas como variáveis. No entanto, o satélite astrométrico *Hipparcos*<sup>1</sup> mostrou que um número muito menor de estrelas em relação ao que se pensava, possuíam de fato um brilho constante, como é o caso do Sol. O termo “estrela variável” é geralmente reservado para aquelas estrelas nas quais, por um lado, a amplitude de suas variações é relativamente importante (acima de alguns centésimos de magnitude) e, por outro lado, as mesmas mudanças ocorrem em um tempo relativamente curto (de alguns segundos a vários anos, dependendo do tipo de estrela variável). Algumas das mudanças observadas se revelam periódicas, assim como as pulsações dos envelopes estelares. Das 20 mil estrelas variáveis catalogadas antes da época de Hipparcos, 14 mil estavam nessa situação. Também foram observadas variações mais irregulares causadas por breves erupções, da mesma forma que acontece com o Sol. Dentre estas uma minoria apresentou variações dramáticas e definitivas, como

---

<sup>1</sup>Hipparcos (The High Precision Parallax Collecting Satellite, em inglês) foi lançado em 1989 pela Agência Espacial Europeia dedicado a medir a distância e os movimentos próprios das estrelas. Identificou as posições de mais de cem mil estrelas em alta precisão e mais de um milhão de estrelas em menor precisão. Os resultados foram publicados nos catálogos Hipparcos (118 218 estrelas - com alta precisão) e Tycho (1 058 332 estrelas - menor precisão). A missão se deu como concluída em 1993.

explosões que dão fim à vida das estrelas mais massivas. O primeiro catálogo de estrelas variáveis foi publicado em 1888 pelo astrônomo americano Seth Carlo Chandler, Jr. (1846-1913), com 225 variáveis, das quais 160 eram periódicas. O segundo catálogo continha 260 estrelas e o terceiro 393 estrelas (de Fátima Oliveira Saraiva 2004). O número total de estrelas variáveis intrínsecas catalogadas no *Combined General Catalogue of Variables Stars* (GCVS) é de 47811 estrelas, das quais 10979 são variáveis extragalácticas (Kazarovets et al. 2013). Atualmente, mais de 150 mil estrelas variáveis são conhecidas e catalogadas, e outras milhares são suspeitas de serem também do tipo variável (ver site de *American Association of Variable Star Observers-AAVSO*).

Há uma série de motivos pelos quais as estrelas variáveis mudam seu brilho. Vimos que devido a forças internas elas encolhem ou dilatam. No entanto, um sistema binário pode apresentar também variabilidade no seu brilho quando uma das estrelas é ocultada por sua companheira. As diferentes causas de variação de brilho em estrelas variáveis sugerem uma classificação destas estrelas em diferentes categorias. Estrelas variáveis são classificadas como intrínsecas, onde a variabilidade é causada por alterações físicas, tais como pulsação ou erupção na estrela ou no sistema estelar, ou extrínsecas, onde a variabilidade é causada pelo eclipse de uma estrela por outra, o trânsito de um planeta extrasolar, ou os efeitos de rotação estelar (Sterken & Jaschek 1996).

As estrelas extrínsecas são também conhecidas como *variáveis falsas*. Tratam-se de estrelas cujo brilho é variável apenas em aparência, com uma possível variação intrínseca secundária (variáveis magnéticas, binárias eclipsantes), ou de astros realmente variáveis que a princípio tenham aspecto de estrelas, mas na verdade são núcleos de galáxias (quasares). As *variáveis magnéticas* localizam-se na região onde a *faixa de instabilidade* se junta à sequência principal (tipos espectrais A e algumas vezes B), como pode ser visto na Figura 1.6; estas estrelas possuem períodos que variam de um dia a três semanas, e sua variação de brilho não excede 0,1 magnitude. As variações de brilho podem vir em parte das flutuações reais de luminosidade como no caso, por exemplo, de Iota Cassiopeia, localizada na constelação de Cassiopeia (Burnicki et al. 1981b), ou Alpha-2 Canum Venaticorum, uma estrela no sistema binário de Cor Caroli, localizada na constelação de Canes Venatici (Burnicki et al. 1981a). As variações ocorrem especialmente por flutuações na intensidade de algumas linhas espectrais, em conjunto com as oscilações do seu campo magnético (atingindo às vezes algumas dezenas de milhares de Gauss). De forma geral, as variações são atribuídas à

presença de manchas grandes e escuras na superfície das variáveis magnéticas (possivelmente relacionadas a heterogeneidades de composição química, assim como temperaturas mais baixas, tais como as manchas solares). Por outro lado, algumas estrelas podem aparentemente alterar o brilho quando elas formam um par muito estreito, de modo que a atração entre as duas componentes pode deformá-las: elas tomam uma forma de ovóide e à medida que uma gira ao redor da outra, o fluxo emitido em uma dada direção varia periodicamente. Estas estrelas são conhecidas como *binárias elípticas*. Uma vez que o plano orbital das duas esteja alinhado com a linha de visada, as variações de brilho correspondem a fenômenos de ocultação periódica de uma das componentes pela sua companheira: são as *binárias eclipsantes*. Ambos os tipos de binárias constituem o grupo de *variáveis geométricas*.

Dentre as variáveis intrínsecas, distinguem-se duas categorias principais: as variáveis pulsantes e as variáveis cataclísmicas. A classificação de estrelas variáveis baseia-se principalmente em perfis de comportamento na aparência das curvas de luz, que expressam as variações de brilho ao longo do tempo, ou na evolução das características espectrais ao longo dessas mudanças. As estrelas variáveis intrínsecas não estão em equilíbrio hidrostático já que as forças não são contrabalançadas e acelerações locais causam o movimento dos fluidos. Consequentemente, as pulsações garantem a manutenção do equilíbrio. No entanto, algumas estrelas usam um caminho diferente para encontrar o equilíbrio: um excesso de energia é descarregado através de erupções episódicas, explosões e outras “alterações de humor”. Uma opção que pode eventualmente ser muito perigosa, uma vez que a explosão pode destruir completamente a estrela. Estas estrelas que se manifestam por tal energia, mesmo-autodestrutiva, são chamadas de *variáveis cataclísmicas*. As mais notáveis são as *variáveis eruptivas* que emitem uma quantidade incomum de radiação, como é o caso das T Tauri. Ainda mais espetaculares são as explosões causadas pelo surgimento de processos term nucleares em suas camadas superficiais (*Novas*) ou pelo colapso de seus núcleos (*Supernovas*). As *Novas* ocorrem em anãs brancas que fazem parte de sistemas binários. Por estar suficientemente próximas (período orbital pequeno, da ordem de algumas horas), acontece uma transferência de massa da estrela secundária (de maior raio, e geralmente, de menor massa) para a anã branca (estrela primária) devido ao preenchimento do lóbulo de Roche<sup>2</sup>. Sendo as variáveis pulsantes nosso

---

<sup>2</sup>O lóbulo de Roche delimita o volume em volta de um objeto dentro do qual a matéria está gravitacionalmente ligada a ele. Como a matéria tem momento angular, ela forma um disco de acreção em volta da anã branca (de Fátima Oliveira Saraiva 2004).

maior interesse, nós não entraremos em detalhes com as variáveis cataclísmicas (pode-se consultar [Sterken & Jasniewski \(1996\)](#)).

As pulsações podem ser de dois tipos: *pulsação radial*, quando acontece de forma simétrica em toda a superfície, ou seja, quando os deslocamentos das camadas dependem apenas do raio  $R$  da estrela, de tal maneira que a mesma preserva sua forma esférica; *pulsação não-radial*, quando os deslocamentos dependem da posição angular além da dependência radial, ou seja, quando as ondas ocorrem em todas as direções da superfície estelar, levando a vários períodos e padrões complexos de oscilação. A simetria esférica não é mantida neste caso, a menos que as variações de amplitude sejam suficientemente pequenas. As oscilações de uma estrela pulsante são o resultado de ondas sonoras e acústicas no interior estelar. As frequências de pulsação fornecem a informação sobre o perfil de densidade da região onde as ondas se originam e viajam. Essas ondas suportam vários modos de oscilação dependendo da força restauradora dominante, seja a pressão (**modos-p**), a gravidade (**modos-g**) ou a força de Coriolis (**modos-r**, toroidais) (no caso dos modos não radiais de pulsação). O astrônomo inglês Thomas George Cowling (1906-1990) introduziu também a nomenclatura de um modo fundamental  $f$  ([Cowling 1941](#)). Os modos radiais de pulsação correspondem aos modos-p. Os **modos-s** (modos de cisalhamento) ocorrem nas estrelas de nêutrons, que têm crostas e cisalhamento ([de Fátima Oliveira Saraiva 2004](#)). Esses modos de oscilação penetrando em diferentes profundidades dentro da estrela fornecem uma melhor compreensão sobre a sua estrutura interna. Da mesma forma, o interior solar tem sido compreendido através do estudo das ondas de pressão solar (heliossismologia). As primeiras oscilações na atmosfera solar foram detectadas por Robert Benjamin Leighton (1919-1997) em 1960 ([Leighton et al. 1962](#)). O período destas oscilações concentra-se em torno de 5 minutos. Para o Sol, os modos-p são superficiais enquanto que os modos-g são internos. Milhares de modos-p do Sol já foram observados, enquanto que nenhum modo-g foi detectado até o presente momento. [Christensen-Dalsgaard \(1997\)](#) faz um estudo mais aprofundado sobre as oscilações solares, e para a compreensão das pulsações radiais e não-radiais das estrelas recomendam-se outras referências como por exemplo [Cox \(1980\)](#); [Hansen & Kawaler \(1994\)](#) e [Unno et al. \(1989\)](#).

As *variáveis pulsantes*, compostas principalmente de *Cefeidas*, são as estrelas variáveis mais numerosas e melhor conhecidas. Elas caracterizam-se por uma variação cíclica do volume

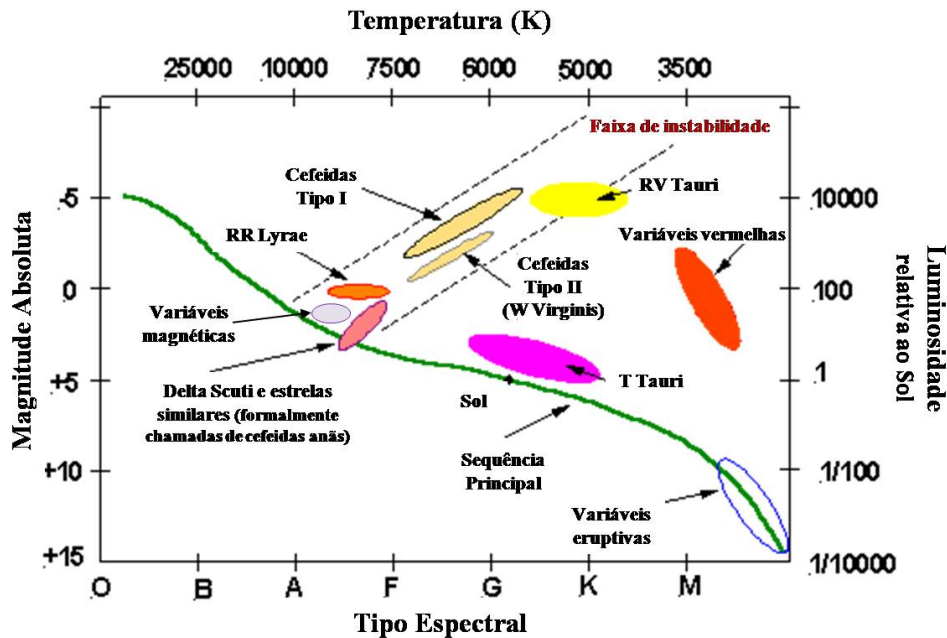


Figura 1.6: Posição das diferentes famílias de variáveis no diagrama HR.

de seu envelope, apresentando uma série de compressões e descompressões do material estelar. As flutuações na luminosidade e as modificações nas propriedades espectrais acompanham este fenômeno. A grande maioria destas estrelas se reagrupa na *faixa de instabilidade* representada no diagrama de Hertzsprung-Russell (HR), ilustrado na Figura 1.6. Esta faixa começa na altura da sequência principal com estrelas brancas de tipo espectral A. Naquela extremidade quente localizam-se as variáveis magnéticas. Na outra extremidade, de luminosidade elevada e tipos espectrais G e K, encontram-se estrelas cuja pulsação é chamada de semi-regular, e que se assemelham até certo ponto às gigantes vermelhas. As estrelas pulsantes principais localizam-se entre os dois grupos anteriores. No caso das *Cefeidas*, que são as variáveis melhor compreendidas e cuja teoria serve de base para a compreensão das outras pulsantes, os astrônomos conseguem explicar sem maior dificuldade os mecanismos das flutuações. As oscilações dos envelopes destas estrelas são mantidas por fenômenos de ionização e recombinação dos átomos situados nas camadas superiores (Cox 1960). Os períodos podem ser de apenas algumas horas, mas algumas vezes, podem atingir vários meses. O primeiro caso conhecido e registrado como estrela variável pulsante foi *Mira*, “a maravilhosa”, nomeada assim pelo astrônomo holandês David Fabricius (1564-1617) em

1596, uma estrela da constelação da Baleia, que chega a ser tão brilhante (segunda magnitude) que pode ser visível a olho nu, mas que também logo tem seu brilho diminuído de tal forma que se torna invisível. A variação do seu brilho se repete regularmente com um período de cerca de um ano. Uma das propriedades mais notáveis das estrelas pulsantes foi descoberta em 1912 por Henrietta Leavitt (1868-1921), astrônoma americana. Ela descobriu e catalogou 1777 estrelas variáveis situadas nas Nuvens de Magalhães (Leavitt 1908) e mostrou, através daquele estudo, que as variáveis Cefeidas, em particular, obedecem a uma relação entre o período de variação de luminosidade e o seu brilho intrínseco. Quanto mais luminosa for uma cefeida, maior será seu período de variação de brilho, pois quanto maior o volume da estrela maior será o trajeto que as ondas de pressão deverão percorrer. Essa *relação período-luminosidade* é diferente para cada família de pulsantes. A partir do momento que se conhece o período de uma cefeida, a relação período-luminosidade permite determinar a luminosidade intrínseca dessa estrela e, em seguida, a sua distância pode ser deduzida por uma simples comparação com sua luminosidade aparente. Em 1913, o astrônomo e químico dinamarquês Ejnar Hertzsprung (1873-1967) mediu a distância entre a Terra e a Pequena Nuvem de Magalhães através desta relação, assim como também, em 1923, Edwin Powell Hubble, astrônomo americano, determinou a distância entre Andrômeda e o nosso planeta. Deste modo, as Cefeidas desempenham um papel importante como padrões de medidas de distância no Universo.

Os principais grupos de estrelas variáveis pulsantes recebem o nome de uma das suas representantes: Cefeidas, cujo protótipo é *Delta Cephei* (Cepheus), *W Virginis* (Virgo), *RR Lyrae* (Lira), *Delta Scuti* (Scutum), *RV Tauri* (Taurus) ou Cefeidas semi-regulares. De fato, as pulsações podem afetar estrelas de todos os tipos (estrelas azuis, gigantes vermelhas, ou mesmo anãs brancas). Uma Cefeida é uma estrela gigante ou supergigante amarela, de 100 a 30 000 vezes mais brilhante que o Sol. A sua massa está compreendida geralmente entre  $4M_{\odot}$  e  $15M_{\odot}$  e a sua luminosidade varia regularmente de 0,1 a 2 magnitudes, com um período compreendido entre 1 e 100 dias. A curva de luz apresenta uma assimetria acentuada (Figura 1.7): o aumento de luminosidade é mais rápido que seu decaimento (este sendo mais irregular). No momento de brilho mínimo, as Cefeidas localizam-se nas classes *F*, *G* ou *K*. Este tipo espectral evolui para a parte azul do espectro e apresenta uma forma incomum (importantes linhas de titânio e hidrogênio aparecem) na sua fase mais brilhante. Entre o brilho máximo e mínimo, a temperatura da superfície destas estrelas tem uma variação de cerca de 1500 K. Podem-se distinguir dois grupos principais de Cefeidas: as

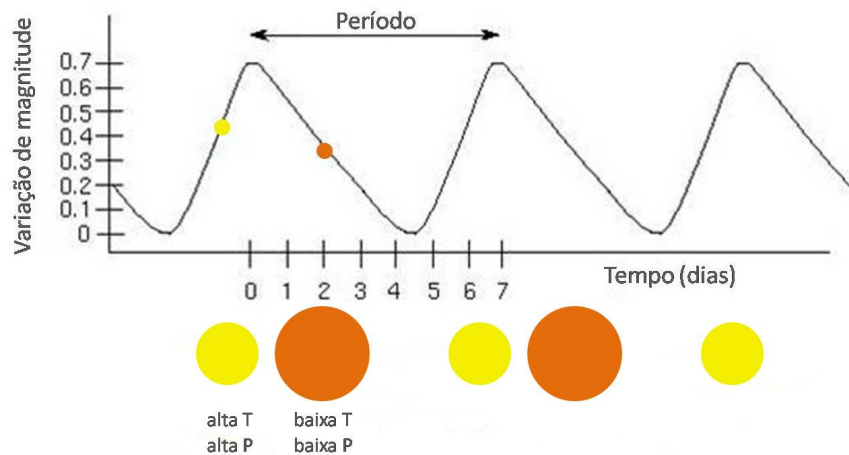


Figura 1.7: Variação de brilho de uma Cefeida. A pressão externa (P) e a compressão gravitacional interna estão fora de sincronia, de tal forma que a estrela muda de tamanho e temperatura (T). Crédito: Imagens/Google.

Cefeidas típicas de tipo I (ricas em metais), Delta Cepheids, que podem ser encontradas no disco da Via Láctea e W Virginis de tipo II (pobres em metais), localizadas no halo galáctico.

As *RR Lyrae* se assemelham as Cefeidas, no entanto são menos brilhantes. Elas classificam-se como estrelas de tipo II e são encontradas principalmente em aglomerados globulares. A magnitude absoluta média de uma *RR Lyrae* típica é de aproximadamente 0,75, ou seja, 50 vezes a luminosidade solar. Seus períodos também são mais curtos, da ordem de 10 a 20 horas. Um exemplo deste tipo de estrelas é a estrela RZ Cephei (Leavitt & Luyten 1924; Pop & Turcu 2007). O aumento do seu brilho é muito grande, e como as Cefeidas, elas mostram uma regularidade na sua pulsação. No seu brilho mínimo, estas estrelas possuem tipo espectral *A* ou *F*. Com o aumento do brilho as linhas de emissão começam a aparecer. As *RR Lyrae* são classificadas em três tipos principais de acordo com os modos de pulsação: as de pulsação em modo fundamental comumente referidas como estrelas *RRab*, as raras *RRc* apresentando menores períodos (primeiro harmônico) e as *RRd* com dois períodos de pulsação superpostos (segundo harmônico).

As *Delta Scuti*, também conhecidas como *Cefeidas anãs*, são um exemplo típico de estrelas com pulsações de curto prazo, geralmente entre 40 minutos e 7 horas. A amplitude de sua variação é pequena, da ordem do décimo de magnitude, e o seu tipo espectral é geralmente entre *A0* e *F5*. Esses fatores dificultam o conhecimento das mesmas.

As *RV Tauri* são supergigantes amarelas excessivamente brilhantes. Elas se encontram perto da faixa de instabilidade, mais frias do que as Cefeidas de tipo I e mais luminosas do que as Cefeidas de tipo II. As pulsações são irregulares e a luminosidade varia consideravelmente (3-4 magnitudes) em períodos de 30 a 100 dias. Seus espectros são de tipo *F* ou *G* para o máximo de brilho e tipo *K* ou *M* no brilho mínimo.

Em geral as curvas de luz podem manifestar, em alguns casos, formas muito irregulares. Também é observada uma periodicidade secundária que modula a curva de luz de algumas variáveis pulsantes. Um número significativo de estrelas RRab (até 50% de acordo com [Jurcsik et al. \(2009\)](#)) exibem modulações de longo prazo das amplitudes e fases das respectivas curvas de luz. Este fenômeno foi descoberto pelo astrônomo Russo Sergey Blazhko (1870-1956) em 1907, e a origem deste efeito permanece um mistério. A modulação Blazhko de curvas de luz pode ser estritamente periódica (com períodos que variam de dias a anos), multi-periódica ou irregular. Esse fenômeno chamado de *Efeito Blazhko* ([Breger 2010](#)) será constatado em algumas estrelas RR Lyrae estudadas nesta Tese.

### 1.3 Motivação e objetivos

As missões espaciais CoRoT ([Baglin et al. 2009](#)) e *Kepler* ([Borucki et al. 2010](#)), descritas nos apêndices [A](#) e [B](#), produziram conjuntos de curvas de luz para cerca de 300 mil estrelas com excelente cadência temporal e precisão fotométrica sem precedentes. Tais dados, além de fornecerem informações para os principais objetivos científicos das missões, ou seja, asterosismologia e a busca de exoplanetas, abrem novas perspectivas para o estudo de diferentes propriedades estelares, incluindo rotação e atividade magnética. Para o processamento de sinais, várias transformações matemáticas podem ser aplicadas, como a transformada de Laplace ([Widder 1945](#)), a transformada Z ([Jury 1964](#)), as distribuições de Wigner ([Boashash 1988](#)) e a transformada de Fourier ([Bochner & Chandrasekharan 1949](#)), esta última sendo a mais amplamente utilizada. A transformada *wavelet* ([Torrence & Compo 1998](#)) é uma ferramenta mais recente aplicada para o tratamento de um grande número de fenômenos em diferentes áreas, incluindo geofísica, turbulência atmosférica, medicina (sinais eletrocardiográficos), mecânica de fluidos, astrofísica, bem como para a compressão e pro-

cessamento de imagens. Uma das características que tem permitido a aplicação da análise *wavelet* em diferentes áreas de estudo é a capacidade de realizar uma análise em tempo e escala de fenômenos estacionários e não estacionários. No caso do processamento de imagens, um dos pontos fortes da transformada *wavelet* vem do fato de que com uma quantidade mínima de coeficientes *wavelets* é possível representar a imagem por completo sem perdas relativas na maioria dos casos. No entanto, este trabalho não envolve análise de imagens e sim a análise das curvas de luz estelares provenientes das duas missões. Neste contexto, o procedimento *wavelet* permite obter uma distribuição da energia do sinal no espaço tempo-escala, a partir da qual podemos identificar a evolução temporal de diferentes fenômenos que afetam as curvas de luz, como regiões ativas e possíveis batimentos relacionados às pulsações ou à rotação diferencial das estrelas estudadas. A análise de variações de frequência no tempo resulta em um espectro *wavelet* local; a continuidade de uma determinada escala (frequência) durante a maior parte do tempo pode representar um indicador de rotação e atividade. Em paralelo, periodicidades associadas ao período de rotação e possíveis regiões ativas são obtidas a partir do espectro de potência *wavelet* global (como a média ponderada por intervalo de tempo).

Análogas às manchas e fáculas fotosféricas solares, cuja visibilidade é modulada pela rotação estelar, as regiões ativas nas estrelas consistem em manchas escuras e fáculas brilhantes causadas pelo campo magnético da estrela. Estas manchas estelares estão bem estabelecidas como os principais marcadores de rotação, mas o seu comportamento dinâmico também pode ser utilizado para analisar outros fenômenos relevantes, tais como atividade e ciclos magnéticos (citamos a título de exemplo os trabalhos de [Mathur et al. \(2014\)](#); [García et al. \(2009\)](#); [Willson & Mordvinov \(1999\)](#)). Hoje, a rotação estelar pode ser medida a partir das variações periódicas da curva de luz devido à presença de manchas ou outras características estelares na superfície de algumas estrelas, em particular estrelas muito ativas, cuja superfície é consideravelmente ocupada por manchas. Uma maneira alternativa de estimar a rotação estelar usando os trânsitos planetários foi proposta por [Silva \(2003\)](#). Este método é baseado na detecção de manchas estelares durante os trânsitos de um planeta extrasolar que orbita sua “estrela-mãe”. Ao detectar a mesma mancha em trânsitos consecutivos, é possível calcular o período de rotação da estrela na latitude do trânsito planetário, medindo o deslocamento longitudinal da mancha, bem como sua rotação diferencial, se existente. Também, analisando a curva de luz medida durante o trânsito planetário é possível inferir proprie-

dades físicas das manchas estelares, tais como tamanho, intensidade, posição e temperatura.

Com a aplicação do procedimento *wavelet*, nossos objetivos são:

- Determinar os períodos de rotação e outras periodicidades relacionadas com a atividade magnética da estrela. Para isso aplicamos este método em estrelas com planeta, sistemas binários e estrelas aparentemente individuais, cujas curvas de luz evidenciam uma modulação rotacional acompanhada pela presença de manchas;
- Determinar os períodos de pulsação de estrelas variáveis pulsantes. A amostra de estrelas deste tipo consiste de quatro estrelas da missão CoRoT e onze da missão *Kepler*, dentre as quais, três são RR Lyrae, oito são  $\gamma$  Dor, uma é RR- $\delta$  Scuti, uma é Cefeida, e duas não são classificadas;
- Procurar por assinaturas características de rotação e pulsação através da análise de uma amostra de estrelas com curvas de luz limpas, já reportadas na literatura;
- Identificar similaridades e/ou distinções entre as assinaturas *wavelet* dos diferentes tipos de estrelas variáveis pulsantes;
- Classificar as duas estrelas CoRoT não reportadas na literatura de acordo com os resultados obtidos a partir da transformada *wavelet*.

Na aplicação do modelo de manchas, desejamos:

- Ajustar as curvas de luz do trânsito a partir da determinação dos parâmetros da estrela e do planeta;
- Detectar e caracterizar as manchas na superfície das estrelas Kepler-17 e CoRoT-18. Isto é, apresentar uma aproximação dos parâmetros das manchas: raio, longitude, intensidade, e temperatura;
- Estimar o período de rotação de ambas as estrelas na latitude do trânsito, através da detecção de uma mesma mancha em trânsitos consecutivos;

- Quando existente, calcular a rotação diferencial;
- Comparar os períodos de rotação com aqueles obtidos pelo procedimento *wavelet* e outros reportados na literatura.

No capítulo seguinte desta Tese apresentamos uma revisão da teoria *wavelets*, descrevendo brevemente a transformada de Fourier e a transformada por janelas de Fourier. No Capítulo 3, descrevemos o modelo de manchas combinado ao trânsito planetário. Os resultados preliminares da aplicação dos dois métodos estão expostos no Capítulo 4 e as conclusões e perspectivas, apresentadas no Capítulo 5.

## CAPITULO 2

# REVISÃO DA TEORIA DE WAVELETS

*“Todo grande progresso da ciência resultou de uma nova audácia da imaginação.”*

John Dewey

Nesta Tese consideramos que a Teoria de *wavelets* é um conjunto formado por: as *wavelets*, a Transformada de *wavelet* contínua e a Transformada de *wavelet* discreta. A todo momento estamos nos deparando com sinais, por exemplo: séries temporais, sons, imagens, sinais de rádio, entre outros. O processamento e a análise destes sinais são realizados através de transformadas matemáticas como Fourier (talvez a mais conhecida), que transforma um sinal representado no domínio do tempo para o domínio da frequência, e *wavelets* (uma ferramenta mais recente), que transforma um sinal para o espaço de tempo-escala. A Teoria de *wavelets* foi propriamente concretizada na década de 80, devido ao fato dos trabalhos anteriores a esta época serem caracterizados como trabalhos isolados e não como trabalhos de uma teoria consistente. Este capítulo descreve essa Teoria a partir de uma perspectiva histórica, na qual a Teoria de Fourier é definida como a base da Teoria de *wavelets* por ser o primeiro método a propor a aproximação de sinais por uma superposição de funções periódicas. Assim, para entender o uso das *wavelets*, descrevemos brevemente a Transformada de Fourier e a Transformada por janelas de Fourier. Definimos em seguida as Transformadas de *wavelet* contínua e discreta, como também mostramos alguns exemplos das famílias de *wavelets* mais comuns e as suas propriedades, finalizando com uma descrição dos espectros local e global *wavelet* resultantes da aplicação da Transformada de *wavelet* sobre um sinal.

## 2.1 Introdução histórica

Existem numerosas referências que organizam a história da Teoria de *wavelets* de diferentes maneiras, em sua maioria, devido aos numerosos trabalhos desenvolvidos em torno dos anos 30. Contudo, o ponto decisivo do desenvolvimento dessa Teoria foi estabelecido na década de 80. Antes de 1930, o ramo da matemática que deu origem à Teoria de *wavelets* iniciou-se com a Teoria de análise de frequência de Joseph Fourier em 1807, indicando que toda função periódica podia ser expressa como a soma infinita de senos e cossenos de frequências distintas. A partir da descoberta de Fourier os matemáticos pouco a pouco foram mudando as suas ideias de análise em frequência por ideias de análise em escala. Em outras palavras, analisar uma função  $f(x)$  criando estruturas matemáticas que variam em escala.

Em 1909, o matemático húngaro Alfred Haar (1885-1933) descobriu a base de funções que se tornariam as primeiras *wavelets* no futuro próximo. Uma das principais propriedades da *wavelet* Haar seria o seu suporte compacto. No entanto, esta *wavelet* não era contínua, de modo que se limitava a certas aplicações. O engenheiro húngaro-britânico Dennis Gabor (1900-1979) foi o primeiro a introduzir as *wavelets* de tempo-frequência, isto é, ele decompôs um sinal em pacotes de tempo-frequência. Foi então entre os anos 1930 e 1980 que importantes matemáticos, físicos e engenheiros como Levy, Marr, Grossman, Morlet, Goupillaud, Weis e Coifman, definiram os conceitos básicos da Teoria de *wavelets*. Em 1981, o geofísico francês Jean Morlet (1931-2007) encontrou o modo de descompor um sinal sísmico em certo tipo de *wavelets* de forma constante. Em 1984, com a ajuda do físico croata-francês Alex Grossman (1930-), Morlet desenvolveu o seu modelo e a terminologia *wavelet* aparecera pela primeira vez de forma concreta. Em seguida, em 1985, Yves Meyer (1939-), matemático francês, construiu a primeira *wavelet* suave e continuamente diferenciável (mas sem suporte compacto, contida em uma região finita). Um ano mais tarde, Stéphane Mallat mostrou que os métodos de Haar, Gabor, Morlet e seus colaboradores estavam relacionados pelo mesmo algoritmo de *wavelets* e deu um impulso maior ao uso e aplicação desta ferramenta em um trabalho de processamento digital de imagens. Em 1988, Ingrid Daubechies (usando os trabalhos de Mallat) construiu um conjunto de bases ortonormais de *wavelets* suaves, com suportes compactos. Os trabalhos de Daubechies são as bases das aplicações *wavelets* atuais. No ano seguinte, Coifman sugeriu a Daubechies uma base ortonormal de *wavelets* que fo-

ram denominadas de *coifets*. Nos anos 90, as *wavelets* foram usadas em diversas aplicações, por exemplo, David Donoho e Johnstone usaram as *wavelets* para eliminar o ruído de um sinal e o FBI, para comprimir a sua base de dados de impressões digitais. Assim, as *wavelets* se tornaram uma ferramenta útil de cálculo e análise.

## 2.2 Transformada de Fourier

A Transformada de Fourier (TF), nomeada assim em homenagem ao matemático e físico francês Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830), é uma das técnicas mais populares no processamento de sinais, tendo como objetivo transformar uma função (ou sinal) do domínio de espaço para o domínio de frequência (Bochner & Chandrasekharan 1949). A TF é a extensão das séries de Fourier para funções não periódicas; é possível decompor qualquer função em uma soma de funções senoidais (Figura 2.1). Um sinal  $x(t)$  é multiplicado por um termo exponencial, em alguma determinada frequência  $f$  e, em seguida, integrado sobre todos os valores de tempo. A TF de  $x(t)$  e a TF inversa de  $\hat{x}(f)$  são definidas respectivamente como

$$\hat{x}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-2\pi i f t} dt \quad (2.1)$$

e

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{x}(f) e^{2\pi i f t} df. \quad (2.2)$$

A função  $\hat{x}(f)$  representa a quantidade de energia inerente a um sinal contínuo  $x(t)$  em uma frequência  $f$ , fornecendo a decomposição espectral no domínio de frequência; isto é,  $\hat{x}(f)$  nos diz o quanto de cada frequência existe no sinal, mas não oferece informação sobre a existência destas frequências ao longo do tempo. Esta informação não seria necessária se o sinal não variasse durante o tempo (sinais estacionários), entretanto, muitos sinais em diferentes áreas contêm diversas características não estacionárias ou transitórias como no caso, por exemplo, das curvas de luz estelares estudadas nesta Tese.

Como ilustração, simulamos um sinal estacionário composto de quatro séries temporais de funções senos com 15 segundos de duração e diferentes amplitudes e frequências, como ilustrado

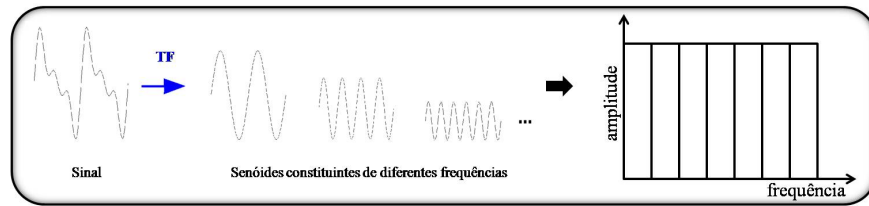


Figura 2.1: Decomposição de um sinal em uma soma de funções senoidais e a sua representação no domínio de frequência.

no painel esquerdo da Figura 2.2. O seu espectro de potência (ou de energia), definido como o módulo quadrado da TF, é mostrado na parte inferior do mesmo painel, onde as quatro componentes espectrais correspondentes às frequências 1, 2, 5, e 10 Hz são identificadas.

Também foi simulado um sinal não-estacionário com quatro frequências diferentes em três intervalos de tempo distintos, conforme ilustrado no painel direito da Figura 2.2. No primeiro intervalo (até 5,5 segundos (s)), o sinal é composto por quatro frequências; no segundo (a partir de 5,5 s até 11 s), apenas duas das quatro frequências são somadas, respectivamente 1 e 10 Hz; e no último intervalo, as outras duas frequências (2 e 5 Hz) compõem a parte final do sinal não-estacionário. O espectro de energia correspondente está representado no gráfico inferior do mesmo painel.

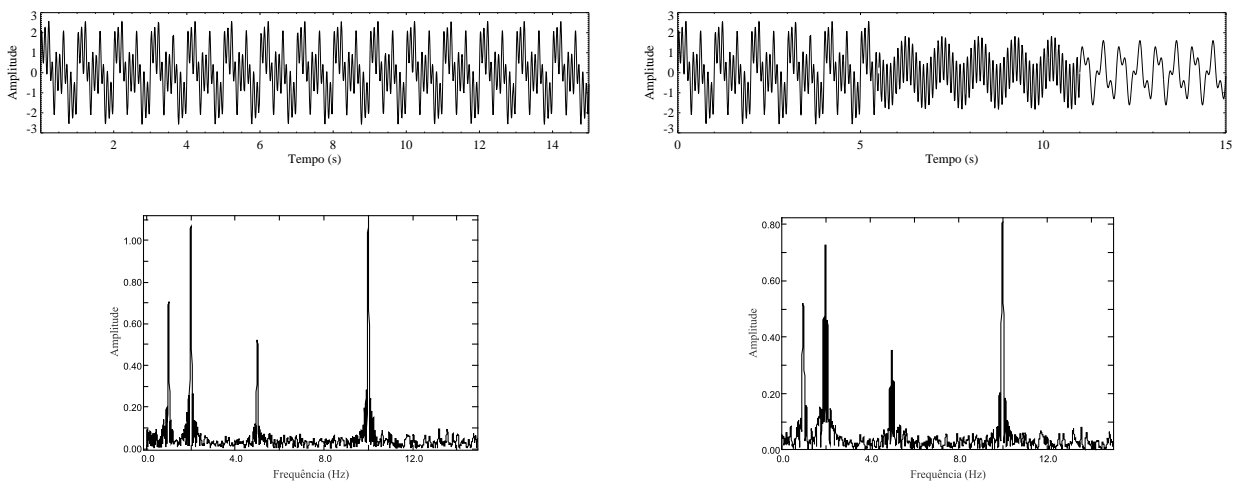


Figura 2.2: *Painel esquerdo:* Sinal estacionário simulado composto de séries temporais de funções senos com diferentes amplitudes e frequências (1, 2, 5, e 10 Hz) (parte superior) e o seu espectro de potência (parte inferior). *Painel direito:* Sinal não-estacionário simulado com quatro frequências em três intervalos de tempo diferentes (parte superior) e o seu espectro de potência (parte inferior).

Os dois espectros na Figura 2.2 são semelhantes, ambos mostram quatro componentes espectrais com exatamente as mesmas frequências (1, 2, 5 e 10 Hz). No entanto, embora o primeiro sinal simulado contenha estas frequências em todos os tempos, as mesmas estão presentes no segundo sinal em intervalos de tempo diferentes. Esta é a principal desvantagem da TF, pois não fornece nenhuma informação sobre a localização espacial destas frequências. No entanto, a TF gera um espectro de potência mais definido do que a transformada *wavelet* (Seção 2.3.2), já que é útil no refinamento dos períodos. Por outro lado, o método *wavelet* permite uma melhor interpretação de características físicas conforme veremos no Capítulo 4.

## 2.3 Análise tempo-frequência

Como muitos aspectos temporais do sinal, tais como o início e o fim de um sinal finito e o instante de ocorrência de uma singularidade num sinal transiente, não podem ser analisados devidamente pela análise de Fourier, a Transformada por janelas de Fourier (*Windowed Fourier Transform*, em inglês) seguida da Transformada *wavelet* foi usada para os casos de sinais não-estacionários e transientes. A decomposição de uma função quando a perspectiva temporal é preferida além da informação sobre o conteúdo de frequência é chamada de análise tempo-frequência (Gröchenig 2000).

### 2.3.1 Transformada por janelas de Fourier

Uma forma de analisar um sinal não-estacionário é realizar uma análise espectral dependente do tempo. Dennis Gabor no ano de 1946 adaptou a TF criando a Transformada por janelas de Fourier (TJF) ou Transformada de Gabor. O mecanismo consiste em dividir um sinal não-estacionário numa sequência de segmentos (janelas) de tempo de comprimento fixo nos quais o sinal pode ser considerado como quase estacionário. Cada janela de observação  $j(t)$  é deslocada no domínio do tempo por um fator  $\tau$  e a TF é aplicada a cada segmento local do sinal contínuo  $x(t)$ .

A TJF desse sinal é definida como

$$TJF(\tau, f) = \hat{x}(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} [x(t) j^*(t - \tau)] e^{-i2\pi ft} dt, \quad (2.3)$$

e é representada esquematicamente na Figura 2.3.

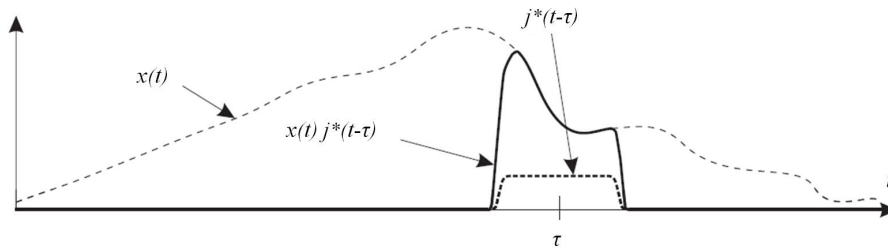


Figura 2.3: Análise tempo-frequência com a Transformada por janelas de Fourier. Crédito: Imagens/Google.

O uso da TJF permite a obtenção de uma melhor localização de uma eventual ocorrência de singularidades num determinado sinal. No entanto, somente é possível saber em qual intervalo de tempo se produz a singularidade, uma vez que a localização depende da largura escolhida para a função janela (Hubbard 1996). Além disso, os eventos não podem ser resolvidos se localizados muito próximos uns aos outros, já que não é possível distinguir diferentes comportamentos dentro de uma mesma amplitude de janela (Vetterli & Kovačević 1995). Assim, uma vez definido o tamanho da janela, todas as frequências são analisadas com a mesma resolução de tempo e frequência (ver Princípio de incerteza de Heisenberg na Seção 2.3.2.3). Uma ferramenta matemática que permite resolver o problema de resolução, com uma capacidade de detecção mais satisfatória dos fenômenos transientes e eventos de alta frequência, é a Transformada *wavelet* cuja janela está dimensionada para adaptar-se às frequências objeto de detecção. Em particular, a Transformada *wavelet* é bastante eficiente na identificação do conteúdo local destas frequências (Daubechies 1990).

## 2.3.2 Transformada Wavelet

Na década de 1980, Jean Morlet e Alex Grossman, se uniram com o objetivo de desenvolver uma função matemática base,  $\psi$ , semelhante a uma pequena onda, que além de possuir energia finita, pudesse ser capaz de dilatar-se ou comprimir-se, eliminando assim o problema da

janela fixa da TJF (Grossmann & Morlet 1984). No entanto, se a base possuir suporte limitado, decaindo para zero muito rapidamente, a melhor maneira de varrer todo o eixo dos reais é dada através de translações desta base em todo o comprimento do sinal. Neste contexto, as *wavelets* são oscilações com amplitudes determinadas por funções de suporte compacto ou quase compacto, como por exemplo a função Gaussiana de curta duração, cuja energia é finita. Estas possuem certas propriedades matemáticas e são definidas no espaço funcional de quadrado integrável de Lebesgue  $L^2(\mathfrak{R})$  (Hernández & Weiss 1996). A Transformada *wavelet* (TW) surge então como uma ferramenta muito útil na análise tempo-frequência, a qual é de principal interesse nesta Tese. A “janela tempo-frequência”  $j_{\tau,f}$  é substituída pela “janela tempo-escala”  $\psi_{a,b}$  com algumas diferenças importantes (Burrus, Gopinath, & Guo 1998), ainda assim com propriedades similares. De modo que, pode-se interpretar a TW como uma técnica por janelas com regiões de dimensão variável.

### 2.3.2.1 Transformada Wavelet Contínua

A ideia central da análise em *wavelets* consiste em decompor um sinal a diferentes níveis de resolução (escala), como ilustrado na Figura 2.4. Este processo, conhecido como *Multiresolução* (Mallat 1989), é realizado através de uma série de funções elementares  $\psi_{a,b}$ , usadas como “núcleos de transformação” (também nomeadas *wavelets*-filhas), que são criadas a partir de dilatações  $\psi(t) \rightarrow \psi(2t)$  e translações  $\psi(t) \rightarrow \psi(t + 1)$  de uma função de base  $\psi(t)$ , denominada *wavelet*-mãe ou “*wavelet* analisadora”. As funções geradas  $\psi_{a,b}$  formam uma base ortonormal e são denotadas por

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad \text{com } a, b \in \mathfrak{R}, a \neq 0. \quad (2.4)$$

O termo  $\frac{1}{\sqrt{a}}$  normaliza a função  $\psi_{a,b}(t)$ , enquanto  $a$  e  $b$  são os parâmetros definidos a partir da escala (1/frequência) e da translação, respectivamente. Uma vez que o problema é tratado no espaço real, para uma escala nula a função é indeterminada. A diferentes resoluções, os detalhes de um sinal geralmente caracterizam estruturas físicas distintas do mesmo. Para uma baixa resolução, estes detalhes geralmente caracterizam as grandes estruturas e, conforme a resolução aumenta, detalhes mais finos são obtidos.

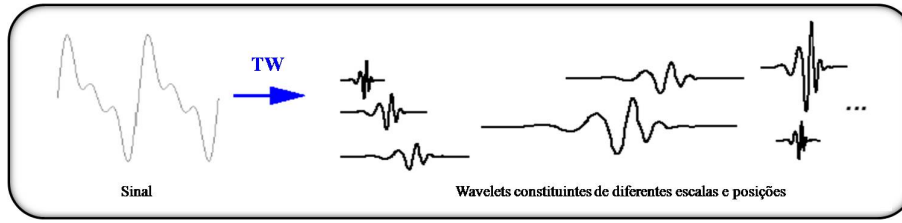


Figura 2.4: Decomposição de um sinal em *wavelets*.

A Transformada Wavelet Contínua (TWC) de um sinal  $x(t)$  é definida como

$$TWC(a, b) = \langle x, \psi_{a,b} \rangle = \int x(t) \psi_{a,b}^*(t) dt = \frac{1}{\sqrt{a}} \int x(t) \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt, \quad (2.5)$$

onde  $(*)$  denota o complexo conjugado,  $\psi_{a,b}$  o conjunto de funções de base e os parâmetros  $a$  e  $b$  são as novas dimensões, escala e translação, após a TW. A TWC transforma um sinal de um domínio a outro, dependente de duas variáveis. A variável escala carrega em si a informação da dilatação e da contração do sinal. Por outro lado, há um ponto de vista onde a mudança ocorre na frequência; quando ocorre a dilatação, a frequência diminui e ao contrair-se o sinal, a frequência aumenta. É neste ponto onde a principal característica das *wavelets* é usada na obtenção das informações sobre o sinal analisado, revelando-se assim as suas componentes de frequência. Este tipo de análise torna-se mais simples quando realizada no domínio do tempo, uma vez que a variável translação contém a própria informação do tempo, indicando em qual lugar do eixo temporal encontra-se a *wavelet*. Deste modo, os dados são obtidos na forma de uma matriz, onde cada integral resolvida fornece um ponto do plano translação-escala, o que é equivalente a obter-se a informação no plano tempo-frequência.

É importante esclarecer que o processo de transformação de um sinal é reversível através dos coeficientes *wavelet* obtidos na TWC. Este processo é chamado de Transformada Wavelet Contínua Inversa (TWCI) e é dada pela equação

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{TWC(a, b) \psi \left( \frac{t-b}{a} \right)}{a^2} db da, \quad (2.6)$$

onde  $C_\psi$  é uma constante determinada pela *wavelet* usada na transformação. Esta constante é

conhecida como *constante de admissibilidade* e está definida como

$$C_\psi = \int_{\mathfrak{R}} \frac{|\hat{\psi}(\nu)|^2}{|\nu|} d\nu < \infty, \quad (2.7)$$

onde  $\hat{\psi}(\nu)$  é a TF de  $\psi(t)$ , a função mãe da *wavelet* usada na transformação inicial. Basicamente, a constante  $C_\psi$  deve ter um valor finito para que a transformação inversa possa ser realizada. A *condição de admissibilidade* implica que a função *wavelet* deve possuir algumas oscilações, pelo menos para funções Lebesgue integráveis. Isto indica que

$$\int_{\mathfrak{R}} \psi(t) dt = \hat{\psi}(0) = 0, \quad (2.8)$$

ou seja, o valor médio da função *wavelet*  $\psi$  em  $t$  é nulo. No sentido prático, isto significa que a função *wavelet*  $\hat{\psi}$  no domínio de Fourier, não possui uma componente de frequência nula, correspondente a uma componente de valor médio no domínio do tempo.

Portanto, quando a condição de admissibilidade é satisfeita, ou seja,  $C_\psi < \infty$ , é possível encontrar a TWCI, e com isso uma função  $x(t)$  de  $L^2(\mathfrak{R})$  pode ser reconstruída. O processo de reconstrução do sinal a partir dos coeficientes *wavelet* é conhecido como *síntese* do sinal e geralmente é realizado após o processo de análise ou decomposição deste. Essa ferramenta matemática pode ser levada em consideração na análise de sinais que não sejam contínuos. Apresentamos a seguir neste caso, uma análise similar para sinais discretos.

### 2.3.2.2 Transformada Wavelet Discreta (TWD)

O conceito de transformada contínua ou discreta está intimamente ligado ao fato dos parâmetros  $a$  e  $b$  pertencerem a um domínio contínuo ou discreto em  $\mathfrak{R}$ . Parece natural para um domínio que representa escalas que o parâmetro  $a$  cresça por potências inteiras (evitando redundância entre escalas), obtendo-se então uma amostragem logarítmica do domínio. Escolhemos o parâmetro de escala como sendo igual a  $a = a_0^j$ , onde  $a_0 > 1$  é fixo, e  $j \in \mathbb{Z}$ . Por outro lado, podemos discretizar o parâmetro de translação  $b$  realizando uma amostragem linear do domínio  $\mathfrak{R}$ , com  $b = k b_0$  e  $b_0 > 0$  fixo e  $k \in \mathbb{Z}$ .

Entretanto, devemos observar que a variação do parâmetro de escala  $a$  incide na variação do tamanho das funções  $\psi_{a,b}$ , o que implica, para uma função localizada, em variações na “largura” das funções. Conseqüentemente, funções de larguras distintas precisariam de passos de translação diretamente proporcionais a essas larguras para uma cobertura completa do domínio  $\mathfrak{R}$ . Logo, o parâmetro discreto de translação é adaptado para ser proporcional ao parâmetro de escala:  $b = k b_0 a_0^j$ , onde  $j, k \in \mathbb{Z}$ . Definido assim, esse parâmetro corresponde a uma amostragem linear do parâmetro de translação  $b$ , com incrementos que dependem da escala. Com isso, aplicando-se a discretização proposta acima à família de funções *wavelets* definida na Equação (2.4), obtemos

$$\psi_{j,k}(t) = a_0^{-\frac{j}{2}} \psi(a_0^{-j}t - k b_0), \quad \text{onde } j, k \in \mathbb{Z}. \quad (2.9)$$

Com a família de funções *wavelets* então definida, podemos decompor uma função contínua  $x(t)$  em uma sequência de coeficientes discretos de *wavelet*, dados por

$$TWD(j, k) = \langle x, \psi_{j,k} \rangle = a_0^{-\frac{j}{2}} \int_{\mathfrak{R}} x(t) \psi(a_0^{-j}t - k b_0) dt. \quad (2.10)$$

Existe uma forma particular de selecionar os valores dos parâmetros discretos de escala e translação, onde  $a_0 = 2$  e  $b_0 = 1$ , conhecida como discretização diádica, que permite gerar uma grade diádica, como aparece na Figura 2.5. Existem algumas funções *wavelets* particulares, para as quais esta discretização diádica permite algumas bases ortogonais em  $L^2(\mathfrak{R})$ , definidas pela expressão:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}} \psi(2^{-j}t - k), \quad \text{onde } j, k \in \mathbb{Z}. \quad (2.11)$$

Quando as *wavelets* discretas são usadas para transformar um sinal contínuo, o resultado obtido consiste em uma série de coeficientes *wavelet*. Obviamente um ponto importante em toda decomposição de um sinal genérico é a questão da reconstrução do mesmo. É correto discretizar a representação tempo-escala em uma grade diádica, mas caso não seja possível reconstruir o sinal, ela não será de grande utilidade. Vimos no caso contínuo que os coeficientes *wavelet*  $\langle x, \psi_{j,k} \rangle$  caracterizam completamente a função  $x(t)$ . Neste caso, a *resolução de identidade* dada na Equação (2.6) para uma função  $\psi$  admissível permite a reconstrução da função original  $x(t)$ . No caso da

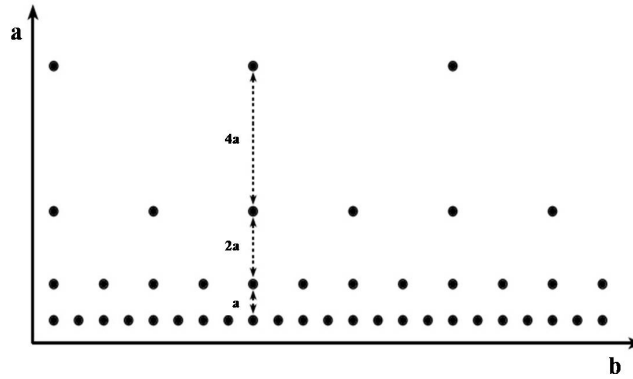


Figura 2.5: Localização de *wavelets* no espaço tempo-escala em uma grade diádica.

TWD, entretanto, não existe uma expressão matemática equivalente à resolução de identidade do caso contínuo. Em [Daubechies \(1992\)](#) é comprovado que a condição necessária e suficiente para uma reconstrução estável é que a energia dos coeficientes *wavelet* deve situar-se entre dois limites positivos, ou seja

$$A\|x\|^2 \leq \sum_{j,k} |\langle x, \psi_{j,k} \rangle|^2 \leq B\|x\|^2, \quad (2.12)$$

onde  $\|x\|^2$  é a energia de  $x(t)$ ,  $A > 0$  e  $B < \infty$ , com  $A$  e  $B$  são independentes de  $x(t)$ . Quando a Equação (2.12) é satisfeita, a família de funções de base  $\psi_{j,k}(t)$  constitui um *frame* com os parâmetros limitantes  $A$  e  $B$ .

A equação de síntese da TWD a seguir define a fórmula de reconstrução de um sinal original  $x(t)$  a partir dos coeficientes discretos  $\langle x, \psi_{j,k} \rangle$ :

$$x(t) = C \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \langle x, \psi_{j,k} \rangle \psi(a_0^{-j}t - kb_0), \quad (2.13)$$

onde  $C$  é uma constante independente da função  $x(t)$ . Uma descrição mais detalhada sobre as transformadas e a reconstrução de um sinal pode ser encontrada em [Daubechies \(1992\)](#) e [Sheng \(1996\)](#).

### 2.3.2.3 Representações tempo-frequência: Princípio de Incerteza de Heisenberg

Ao contrário da TJF, que tem uma resolução constante em todo o domínio do tempo e da frequência, a TW possui uma boa resolução temporal e uma baixa resolução espectral no limite de

baixas escalas (altas frequências). Por outro lado, no limite de altas escalas (baixas frequências), a TW apresenta uma boa resolução em frequência e baixa resolução temporal. Veremos a seguir com mais detalhe essas propriedades de resolução, lembrando que o problema de resolução é o principal motivo para a transição da TJF para a TW.

As funções *wavelets* são localizadas no tempo e na frequência, mas não podem ter uma localização precisa devido ao princípio de incerteza de Heisenberg. Para cada função  $x(t)$  ( $t$  uma variável real) de tal modo que

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = 1, \tag{2.14}$$

o produto entre as variâncias de  $t$  e  $\nu$  (variável de  $\hat{x}$ ), é pelo menos igual a  $\frac{1}{16\pi^2}$ :

$$\left( \int_{-\infty}^{\infty} (t - t_0)^2 |x(t)|^2 dt \right) \left( \int_{-\infty}^{\infty} (\nu - \nu_0)^2 |\hat{x}(\nu)|^2 d\nu \right) \geq \frac{1}{16\pi^2}, \tag{2.15}$$

onde  $t_0$  e  $\nu_0$  são os valores médios (ver [Hubbard \(1996\)](#) para maiores detalhes sobre esse princípio).

Assim, em vez de uma localização precisa, a função é limitada a uma caixa chamada de caixa *wavelet* de Heisenberg, cuja dimensão é  $\Delta t \times \Delta \nu$ .  $\Delta t$  representa a janela de tempo (desvio padrão de tempo ou raiz quadrada da variância de  $t$  na Equação (2.15)) e  $\Delta \nu$  representa a faixa de frequências (desvio padrão de frequência ou raiz quadrada da variância de  $\nu$  na Equação (2.15)). As ilustra-

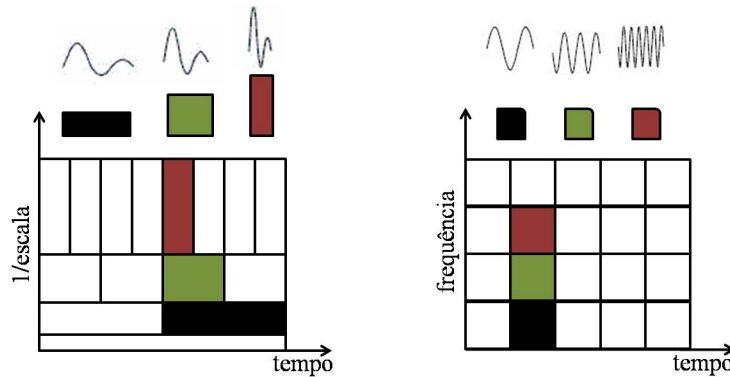


Figura 2.6: Algumas caixas Heisenberg adjacentes de *wavelets*  $\psi_{a,b}$  (esquerda) e de janelas da TJF  $j_{\tau,f}$  (direita) com diferentes valores de  $\tau, f, a, b$ .

ções na Figura 2.6 são usadas com frequência na explicação de cómo as resoluções no tempo e na frequência devem ser interpretadas no caso da TJF (à direita) e no caso da TW (à esquerda). Lembremos que na TJF a resolução no tempo e na frequência é determinada pela largura da janela

de análise, selecionada como uma única janela para todas as frequências, isto é, a resolução da análise é a mesma (igualmente espaçada) em todas as localizações no domínio tempo-frequência. Portanto, as caixas Heisenberg neste caso têm um formato quadrado e o seu tamanho é independente de  $(\tau, f)$ . Embora a largura e a altura das caixas possam variar no caso da TW, pelos mesmos fatores  $a$  e  $a^{-1}$ , a área permanece constante. Ou seja, cada caixa representa uma porção igual do plano tempo-frequência, mas fornecendo diferentes proporções de tempo e frequência (1/escala). Note-se que no limite de baixas frequências, a altura das caixas é menor (o que corresponde a uma melhor resolução na frequência, uma vez que há menos ambiguidade quanto ao valor da frequência exata), mas a sua largura é maior (o que corresponde a uma baixa resolução no tempo, uma vez que existe mais ambiguidade sobre o valor do tempo exato); em frequências mais elevadas, a largura das caixas diminui, a resolução no tempo torna-se maior, e a altura das mesmas aumenta, ou seja, a resolução no domínio das frequências torna-se menor.

Independente das dimensões das caixas, as áreas de todas elas, tanto na TJF quanto na TW, são iguais e determinadas pela desigualdade de Heisenberg. A área de uma caixa é fixa para cada função de janela (TJF) ou *wavelet*-mãe (TWC), enquanto janelas ou *wavelets*-mãe distintas podem resultar em diferentes áreas. No entanto, todas as áreas são delimitadas por um valor mínimo de  $1/4\pi$ . Ou seja, não é possível reduzir as áreas das caixas tanto quanto desejado devido ao princípio de incerteza de Heisenberg.

#### 2.3.2.4 Propriedades das *wavelets*

Algumas propriedades que diferenciam as funções *wavelets* são discutidas a seguir.

O **suporte** é a região na qual a função é diferente de zero, quantificando as localizações no tempo e frequência. Pode-se definir o suporte de uma função como o conjunto de valores reais  $t$  para os quais uma função  $x(t)$  é diferente de zero. As *wavelets* possuem suporte compacto (Christensen & Christensen 2004), o que significa que seu suporte no espaço dos números reais,  $\mathbb{R}$ , é limitado, variando conforme a *wavelet*.

Os **momentos de desvanecimento** de uma função estão relacionados a sua capacidade de reproduzir polinômios. Este conceito permite a determinação da forma da *wavelet*. Se uma função tem  $M$

momentos de desvanecimento, então, para  $m = 0, 1, \dots, M - 1$ ,

$$\int t^m x(t) dt = 0. \quad (2.16)$$

Esses fatores são importantes para o grau de convergência das aproximações *wavelet* de funções suaves e para a detecção de singularidades usando *wavelets* (Gomes & Velho 2000). Assim, esta propriedade está relacionada à compressão de informação e eliminação de ruído.

A **regularidade** é a capacidade de uma *wavelet* em reconstruir fielmente um sinal a partir dos coeficientes calculados no processo de transformação, ou seja, representa a suavidade da *wavelet* (Mallat 2008).

A **simetria** da função é outro fator de diferenciação. A simetria é responsável por características de defasagem do sinal. Isto é de especial interesse em aplicações de processamento de som e imagens (Radunovic 2009).

### 2.3.2.5 Exemplos de *wavelets*

Vimos neste capítulo que existem dois tipos de funções *wavelets*, as contínuas e as discretas, cada qual escolhida de acordo com a informação que queremos enfatizar no sinal. As *wavelets* discretas são utilizadas para a decomposição e filtragem de qualquer série temporal, já que não provocam redundâncias de coeficientes entre escalas (Meyer 1990).

A *wavelet* discreta mais comum e mais antiga é a *wavelet Haar* (Morettin 1999) descrita pela função

$$\psi(t) = \begin{cases} 1; & 0 \leq x < \frac{1}{2}, \\ -1; & \frac{1}{2} \leq x < 1, \\ 0; & \text{outro valor.} \end{cases} \quad (2.17)$$

Esta *wavelet*, cujo gráfico é mostrado na Figura 2.7(a) é muito utilizada para análise de sinais usando transformadas discretas e contínuas por ser uma *wavelet* simples. Ela tem um único momento de desvanecimento.

A *wavelet Daubechies* é outra *wavelet* que faz parte da família de *wavelets* discretas. Esta *wavelet* pode ter uma ordem  $N$  dependente do número de momentos de desvanecimento desejados.  $N$  é um número inteiro positivo e denota o número de coeficientes de filtro que a *wavelet* possui (Daubechies 1992, 1990); por exemplo a *Daubechies* de ordem 1 (*db1*) é a *wavelet Haar* anteriormente descrita. A maioria destas *wavelets* é não simétrica (exceto pela *db1*), com a regularidade crescendo conforme a ordem da função. Na Figura 2.7(b) podemos ver a *wavelet Daubechies* de ordem 5 (*db5*), onde o número de momentos de desvanecimento é igual à ordem da *wavelet*.

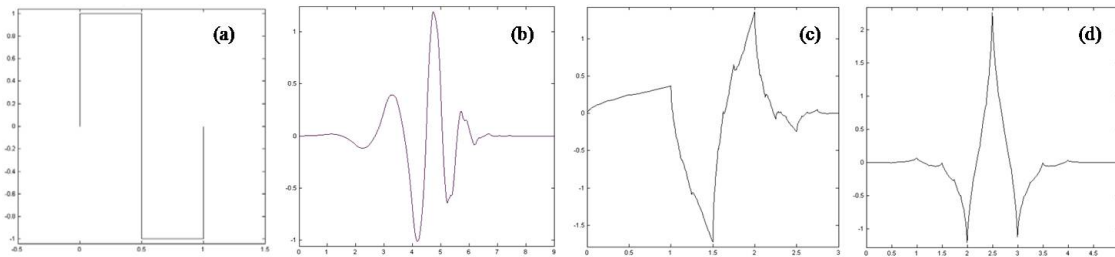


Figura 2.7: Exemplos de *wavelets* discretas. (a) *wavelet Haar*, (b) *wavelet Daubechies* de ordem 5, (c) *wavelet Symmlet* de ordem 2, (d) *wavelet Coiflet* de ordem 1.

A *wavelet Symmlet* possui a qualidade de possuir diferentes ordens, como por exemplo ilustrado na Figura 2.7(c), a *wavelet Symmlet* de ordem 2 (*sym2*). O número de momentos de desvanecimentos é diretamente proporcional à ordem da *wavelet*. Estas *wavelets* são apenas quase simétricas. Ingrid Daubechies propôs mudanças em suas *wavelets* de modo que fosse diminuída a assimetria.

Uma *wavelet* com maior número de momentos de desvanecimento é a *wavelet Coiflet*, cujo gráfico é mostrado na Figura 2.7(d). Para cada ordem distinta da *wavelet*, tem-se  $2N$  momentos de desvanecimento. Podendo esta ser simétrica ou assimétrica dependendo da ordem  $N$  da *wavelet* com a qual se trabalhe.

Por outro lado, as *wavelets* contínuas são comumente utilizadas para visualizar, através do periodograma descrito mais detalhadamente na próxima seção, a relação existente entre as componentes de diferentes frequências em função da escala temporal do sinal estudado, onde estas relações são comumente categorizadas como não lineares. As *wavelets* contínuas mais comuns, dentre outras, são o *Chapéu Mexicano*, a *wavelet Paul* e a *Morlet*.

O *Chapéu Mexicano* é uma *wavelet* muito utilizada em análise de sinais, seu nome deve-se a forma da sua curva similar a um chapéu típico mexicano (*wavelet* conhecida como *Mexican Hat*, em inglês). A função dessa *wavelet* é dada por

$$\psi(t) = \frac{2(1 - t^2)e^{-\frac{t^2}{2}}}{\pi^{\frac{1}{4}}\sqrt{3}}. \quad (2.18)$$

Note-se que  $\psi(t)$  acima é a segunda derivada de uma função Gaussiana. Como ilustrado na Figura 2.8(a), esta *wavelet* é simétrica e linear na fase, como é também a *wavelet Haar*.

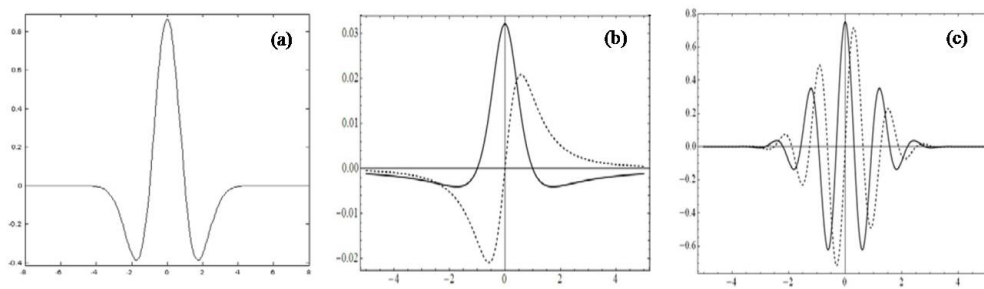


Figura 2.8: Exemplos de *wavelets* contínuas. (a) o *Chapéu Mexicano*, (b) *wavelet Paul* de ordem 1, (c) *wavelet Morlet* de ordem 5. A curva contínua representa a parte real da função, enquanto a curva tracejada, a parte imaginária.

A *wavelet Paul* é representada analiticamente como

$$\psi_k(t) = \frac{i^k 2^k k!}{\sqrt{\pi(2\pi)!}} (1 - it)^{-(k+1)}, \quad (2.19)$$

onde  $k$  representa a ordem da função *Paul*. A *wavelet Paul* de ordem 1 possui a forma ilustrada na Figura 2.8(b). Esta *wavelet* decai mais rapidamente do que a *wavelet Morlet*, tornando a resolução temporal ainda melhor.

A última *wavelet* apresentada, utilizada de fato nas análises apresentadas nesta Tese, é a *wavelet Morlet* definida como uma função harmônica complexa envolvida por uma gaussiana

$$\Psi(t) = e^{-a[\nu(t-b)]^2} e^{-i2\pi\nu(t-b)}, \quad (2.20)$$

onde  $a$  e  $b$  são os parâmetros de escala e translação, respectivamente, e  $\nu$  está relacionado à ordem da *wavelet*. O decaimento exponencial de segundo grau da gaussiana fornece uma excelente resolu-

ção espacial, e a transformada de Fourier desta função é uma gaussiana com uma resolução muito boa no domínio da frequência. Na Figura 2.8(c) podemos ver que a *wavelet Morlet* é simétrica. Contudo, esta *wavelet* é útil apenas para efetuar a TWC. Por outro lado, existem muitas outras *wavelets* na literatura, entre elas podemos citar *Meyer*, *Spline* e *Biortogonal*.

Podemos ver que existe uma grande variedade de *wavelets* que têm se desenvolvido ao longo desses anos. Todas essas funções compartilham a característica de serem funções finitas, propriedade que é aproveitada e manipulada mediante as variáveis de dilatação e translação.

### 2.3.2.6 Os espectros *wavelets* local e global

Vimos que a TW corresponde a uma ferramenta capaz de decompor uma série unidimensional no duplo domínio tempo-escala, permitindo assim a identificação dos principais modos da variabilidade, bem como a forma como estes variam no tempo.

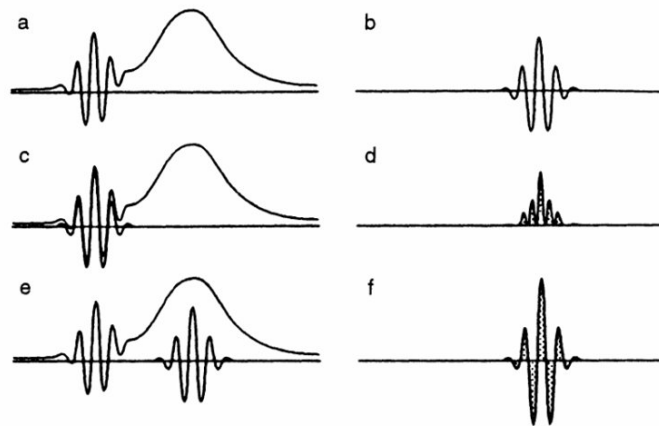


Figura 2.9: Na Transformada *wavelet*, a *wavelet* (b) é comparada sucessivamente a diferentes seções da função (a). Em (c), um segmento selecionado da função assemelha-se à *wavelet* gerando um grande coeficiente *wavelet* em (d) (o produto de duas funções negativas é positivo). Em (e), a *wavelet* é comparada com um outro segmento da função, desta vez, gerando baixos coeficientes em (f). Fonte: [Hubbard \(1996\)](#).

Quando realizamos uma convolução entre a *wavelet* e o sinal, tal como acontece com a TF, obtemos uma medida de quanto da função aparece no sinal. No entanto, considerando o suporte compacto da *wavelet*, temos uma medida de quanto o sinal no suporte da *wavelet* é semelhante à mesma. O coeficiente *wavelet* mede a correlação entre a *wavelet* e o segmento do sinal

correspondente. Assim, pode-se realizar uma análise local do comportamento do sinal a partir do deslocamento do suporte da *wavelet* para todas as regiões do sinal (Figura 2.9). Também é possível realizar contrações e dilatações do suporte da *wavelet* para analisar fenômenos em diferentes escalas dentro do sinal e, portanto, construir um espectro de potência *wavelet*, também conhecido como *periodograma* ou *mapa wavelet*.

Os valores com os quais o mapa *wavelet* é construído podem ser interpretados como a distribuição de energia do sinal no espaço tempo-escala. Os mapas podem ser representados como superfícies no espaço 3D, ou como realizado nesta Tese, através de mapas de cores. Neste caso, o eixo vertical representa a *escala* (em escala logarítmica), o eixo horizontal representa o *tempo* e as cores representam a energia do coeficiente  $TWC(a, b; \psi)$  em uma certa escala  $a$  e em um certo tempo  $b$ . Em outras palavras, essas cores representam a potência relativa  $|TWC(a, b)|^2$  da TW. A cor azul corresponde a um valor de potência relativamente baixo, e a cor vermelha indica uma concentração de potência maior.

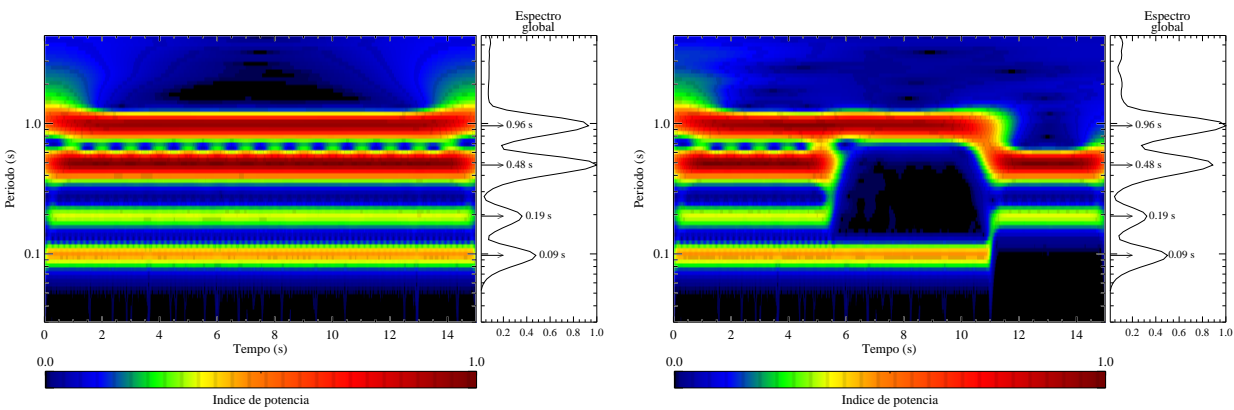


Figura 2.10: *Painel esquerdo*: Espectro de potência *wavelet* de um sinal estacionário. *Painel direito*: Espectro de potência *wavelet* de um sinal não-estacionário. Foi utilizada a *wavelet* Morlet de ordem 6. Os espectros de potência globais *wavelet* são ilustrados à direita dos respectivos mapas.

Na Figura 2.10 podemos observar os espectros locais *wavelet* resultantes da aplicação da TW sobre os sinais artificiais estacionário e não-estacionário, ilustrados na Figura 2.2 na Seção 2.2. No painel esquerdo, o mapa *wavelet* do sinal estacionário mostra a presença de quatro componentes espectrais ao longo do tempo, o que é esperado. No painel direito, no caso do sinal não-estacionário, podemos identificar em qual momento cada frequência é presente ou não. Tais componentes espectrais são confirmadas por uma integração da potência sobre o tempo, ou seja,

uma média temporal das potências existentes entre o início e o fim do sinal analisado. O *espectro de potência global* fornece uma estimativa não tendenciosa e consistente do espectro de potência verdadeiro da série temporal, e assim ele é um meio simples e robusto para caracterizar a variabilidade dos sinais.

Como resultado, usando esses mapas *wavelet* e aplicando a TW, podemos identificar fenômenos físicos nas estrelas por meio das suas curvas de luz. Essa técnica nos permite determinar o período de rotação, identificar mudanças de regiões ativas na estrela devido ao crescimento ou decadência de manchas e/ou à rotação diferencial, bem como detectar possíveis fenômenos de pulsação.

## CAPITULO 3

### MODELO DE MANCHAS

*“ Mesmo em meio de uma grande luz pode existir alguma sombra. Até o Sol tem manchas...”*

Masaharu Taniguchi

Há quatro séculos, astrônomos como Galileu e Scheiner foram os primeiros a observar pequenas regiões escuras no disco solar. Estas manchas solares revelaram desde então uma riqueza de informações sobre a atividade solar. Elas aparecem escuras porque são mais frias que a fotosfera circundante e são regiões de forte concentração de campo magnético onde a maioria dos fenômenos de atividade, tais como erupções solares, ocorrem (ver Capítulo 1). Acredita-se que outras estrelas compartilham essa mesma atividade magnética e, de fato, particularmente estrelas jovens, possuem manchas muito grandes em sua superfície, talvez cobrindo  $1/3$  da área da superfície da estrela. Estas manchas têm sido identificadas pela modulação da curva de luz das respectivas estrelas, no entanto, aquelas similares às manchas solares são dificilmente observadas devido aos seus tamanhos reduzidos. A observação contínua do movimento aparente das manchas na época de Galileu levou o mesmo a estimar pela primeira vez o período de rotação da nossa estrela. Hoje, a determinação do período de rotação em estrelas diferentes do Sol é realizada basicamente por dois métodos: a partir do alargamento das linhas espectrais ou pela modulação periódica do fluxo da estrela, devido às características escuras e brilhantes sobre a superfície estelar que giram junto com ela. Este último tem a vantagem de determinar diretamente o período de rotação da estrela, mesmo para estrelas com períodos de rotação grandes, os quais não podem ser determinados através do efeito Doppler.

[Silva \(2003\)](#) desenvolveu um novo método para a detecção e caracterização das manchas que se manifestam na superfície estelar, como também propõe uma nova maneira de estimar o período de rotação da estrela. Este método é baseado em trânsitos planetários. Até agora, 1832 planetas foram descobertos (para uma lista atualizada de planetas detectados veja <http://exoplanet.eu>), entre os quais 1151 foram detectados pelo método de trânsito, ou seja, quando um planeta transita diante da estrela hospedeira. Quando um planeta eclipsa a sua estrela hospedeira é possível detectar fenômenos físicos que se revelam na superfície estelar. Para um eclipse parcial ou total de uma mancha estelar escura, a luminosidade estelar integrada aumenta ligeiramente. Com isso, a análise da curva de luz durante o trânsito planetário permite inferir as propriedades físicas das manchas estelares, tais como tamanho, intensidade, posição e temperatura. Além disso, é possível estimar a rotação da estrela, a sua rotação diferencial e os ciclos de atividade magnética a partir da posição de uma mancha (ou grupos de manchas) durante trânsitos consecutivos.

O modelo descrito em [Silva \(2003\)](#) simula a estrela através de uma imagem do Sol, cujo escurecimento do limbo é representado por uma função linear, ou por uma imagem 2D construída com o escurecimento do limbo apropriado; isto é, a intensidade da imagem diminui seguindo a lei quadrática de escurecimento do limbo de acordo com [Alonso et al. \(2008\)](#). Esta lei é dada por

$$I(\nu) = I(1)[1 - u_1(1 - \nu) - u_2(1 - \nu)^2], \quad (3.1)$$

onde  $I$  é a distribuição de brilho através da estrela (sendo  $I(1)$  a intensidade específica no centro do disco),  $\nu$  é o cosseno do ângulo entre a normal à superfície estelar e a linha de visada do observador e  $u_1, u_2$  os coeficientes de escurecimento do limbo linear e quadrático, respectivamente. Do centro da imagem para as “bordas” constatamos um decaimento na intensidade devido a uma diminuição na densidade e na temperatura. O modelo considera o planeta como sendo um disco opaco de raio  $R_p$ , em unidades do raio estelar  $R_s$ . A órbita é considerada como sendo circular (de excentricidade nula), e coplanar com o plano equatorial da estrela, com semieixo maior ou raio orbital  $a$  (em unidades de  $R_s$ ), período orbital  $P_{orb}$ , e ângulo de inclinação  $i$ . A Figura 3.1 (imagem à esquerda) mostra um exemplo de trânsito planetário na frente de uma mancha estelar, e a estrela modelada com um escurecimento do limbo quadrático. A curva de luz do trânsito é modelada pelo cálculo da posição do planeta em sua órbita a cada dois minutos, sendo o fluxo total a soma de todos

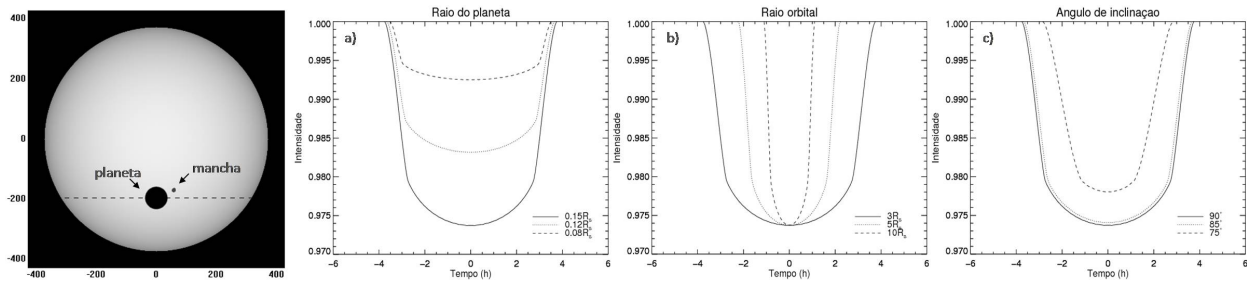


Figura 3.1: *Esquerda*: Exemplo de estrela simulada com escurecimento do limbo quadrático, uma pequena mancha e o planeta. *Direita*: Efeitos na curva de luz do trânsito resultantes da variação dos parâmetros do planeta: (a) raio do planeta; (b) semieixo maior ou raio orbital; (c) ângulo de inclinação.

os pixels na imagem (a estrela mais o planeta). O resultado final é a curva de luz, ou seja, a intensidade relativa como uma função do tempo durante o trânsito. Um exemplo de curva de luz desse tipo é ilustrado na Figura 3.2 (Silva-Válio 2009), onde a imagem do Sol foi usada para representar a estrela. Os painéis à esquerda representam o trânsito de um planeta de tipo Júpiter,  $R_p/R_s = 0,1$ , e os painéis à direita correspondem ao caso de um planeta de tamanho similar ao da Terra,  $R_p/R_s = 0,009$ . Os discos escuros dos planetas são indicados por uma seta. Como observado na figura, a diminuição da intensidade do trânsito de Júpiter é de 1,2%, enquanto que a do trânsito da Terra é de apenas 0,013%. No entanto, observa-se uma forte variação na intensidade da curva de luz para o trânsito do menor planeta, de tal forma que a influência da mancha é mais evidente neste caso do que no trânsito do planeta de tipo Júpiter.

Existem basicamente dois efeitos causados pela presença de manchas na superfície da estrela que podem alterar a forma da curva de luz durante o trânsito, impedindo assim uma determinação precisa dos parâmetros físicos e orbitais do planeta. A presença de várias manchas dentro da região de latitude oculta pelo planeta pode tornar o trânsito na curva de luz menos profundo. Isto resulta erroneamente em um raio menor para o planeta. Por outro lado, quando as manchas se localizam próximo do limbo da estrela, elas podem interferir na curva de luz no momento da entrada e saída do planeta diante do disco estelar, causando uma diminuição na duração do trânsito. Este segundo efeito implica no fornecimento de um valor maior para o raio da órbita planetária. A Figura 3.1 (painéis à direita) mostra o efeito resultante na curva de luz do trânsito quando um dos parâmetros do modelo é modificado: (a) planetas com raio maior causam trânsitos mais profundos. Nesse caso, a profundidade do trânsito observado é  $\Delta I/I = (R_p/R_s)^2$ ; (b) quanto maior o raio

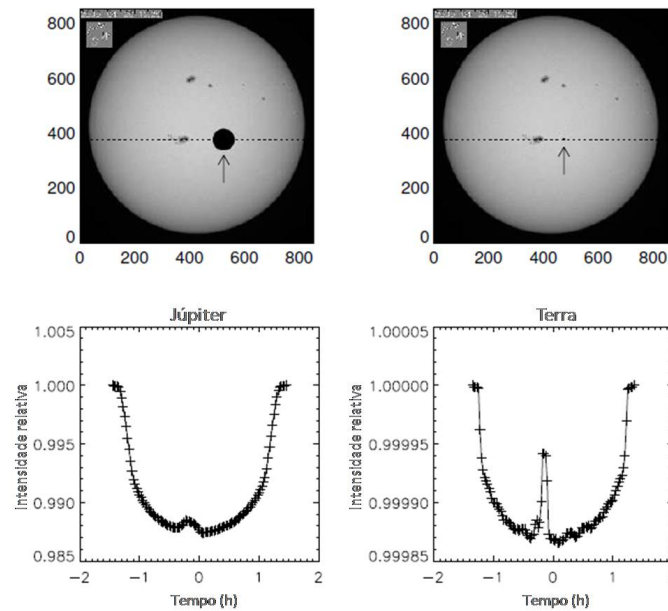


Figura 3.2: Simulação de trânsito em frente de uma mancha usando o tamanho de um planeta tipo Júpiter (esquerda) e de um planeta tipo Terra. Crédito: [Silva-Válio \(2009\)](#).

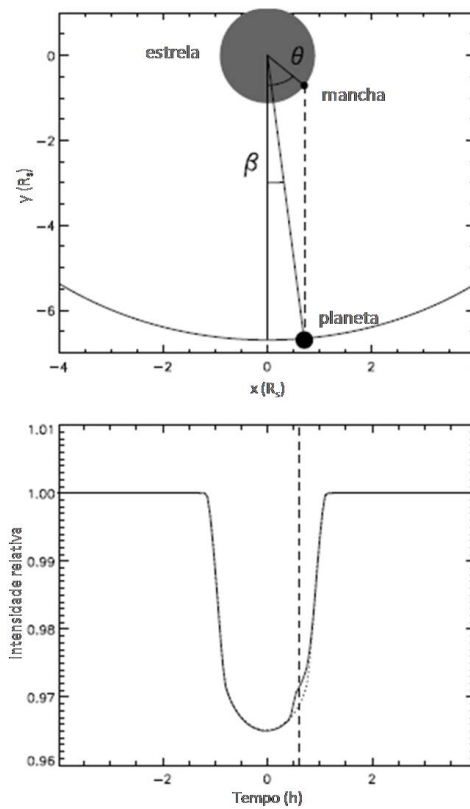


Figura 3.3: *Acima*: vista superior da estrela e do planeta em sua órbita. Uma mancha em  $45^\circ$  de longitude na superfície estelar é representada. *Abaixo*: curva de luz obtida a partir de uma estrela com uma mancha em  $45^\circ$  de longitude. A linha pontilhada representa um modelo para o trânsito em frente de uma estrela sem manchas. Crédito: [Silva-Valio et al. \(2010\)](#).

orbital  $a$ , menor é o intervalo de fase do trânsito, ou seja, o trânsito persiste em um menor intervalo de tempo; (c) para um trânsito ser detectado, o ângulo de inclinação  $i$  da órbita deve ser próximo de  $90^\circ$ , caso contrário nenhum trânsito é observado. Quanto menor o ângulo, menor o intervalo de fase do trânsito, sendo este mais triangular.

O modelo para as manchas considera que (i) elas são circulares e descritas por três parâmetros: seu raio (em unidades do raio do planeta  $R_p$ ), sua intensidade (ou contraste), medida em relação à intensidade máxima estelar, que é a intensidade no centro do disco,  $I_c$ , e sua longitude; (ii) as latitudes da mancha e a da trajetória do trânsito projetado são iguais. Essa latitude pode ser arbitrariamente escolhida entre sul (negativa) ou norte (positiva). Considerando a órbita planetária no mesmo plano do equador estelar, a latitude do trânsito  $\alpha$  no disco estelar é definida então pelo ângulo de inclinação  $i$ :

$$\alpha = \text{sen}^{-1}\left[\left(\frac{a}{R_s}\cos(i)\right)\right] \quad ; \quad (3.2)$$

(iii) a longitude da mancha é a longitude topocêntrica estelar, ou seja, ela é definida pelo tempo de variação de brilho no interior do trânsito. A longitude zero corresponde à direção da linha de visada, tomando-a como sendo o meridiano central do disco estelar. De acordo com o diagrama mostrado na Figura 3.3, a longitude de uma mancha pode ser estimada como

$$\theta = \text{sen}^{-1}\left(\text{sen}\beta \frac{a}{R_s}\cos\alpha\right), \quad \text{com} \quad \beta = 2\pi\frac{t/24}{P_{orb}}, \quad (3.3)$$

onde  $t$  é o tempo medido em relação ao centro do trânsito, e dado em horas,  $P_{orb}$  é o período orbital em dias, e  $\alpha$  a latitude do trânsito. A equação acima é usada para estimar a longitude inicial da mancha, o qual é um dos parâmetros a ser determinado a partir do ajuste do modelo aos dados (Silva-Valio et al. 2010); (iv) quando uma mancha está próxima do limbo, o efeito de projeção (*foreshortening effect*, em inglês) é levado em conta no modelo<sup>1</sup>; (v) as fáculas são descartadas no modelo uma vez que o contraste próximo do centro do disco da estrela é mínimo, sendo significativo apenas próximo do limbo. O modelo pode ser limitado a manchas entre  $-70^\circ$  e  $+70^\circ$  do meridiano central, assim o efeito fotométrico de fáculas é muito pequeno e pode ser desconsiderado.

<sup>1</sup>Uma mancha no centro do disco da estrela parece quase circular com uma borda de largura uniforme, ao contrário, quando uma mancha está próxima do limbo, ela toma uma forma oval e a borda é estreita.

Este modelo é aplicado a todas as curvas de luz e os três parâmetros (raio, intensidade, longitude) para cada mancha são escolhidos de tal forma que a curva de luz modelada reproduza os dados observacionais. Para um primeiro ajuste dos parâmetros é usado o algoritmo genético PI-KAIA (Charbonneau 1995). Como existe mais de uma combinação dos valores de parâmetros que podem ajustar-se aos dados, o ajuste final é obtido usando a rotina AMOEBA (Press et al. 1992). Os melhores valores dos parâmetros da mancha são escolhidos através do método de mínimos quadrados, e aqueles que minimizem o  $\chi^2$  entre a curva de luz modelada e os dados são selecionados. Para isso, deve ser determinado um número mínimo de manchas por trânsito  $M_{min}$  para o ajuste. O modelo com  $M$  manchas tem  $3M$  parâmetros livres. Assim, o número de graus de liberdade do modelo é  $n = N - 3M$ , onde  $N$  é o número de dados por trânsito. A determinação do  $M_{min}$  ajustado para cada trânsito, considera primeiramente uma única mancha ( $M = 1$ ). O modelo com  $M$  manchas é rejeitado em um nível de significância  $\gamma$  se seu mínimo  $\chi^2$  excede  $\chi_n^2$ , ou seja, o ponto  $\gamma$  da distribuição  $\chi_n^2$  definida por:

$$\gamma \equiv \int_{\chi_n^2}^{\infty} f(\chi^2) d\chi^2, \quad (3.4)$$

onde  $f$  é a densidade da distribuição de probabilidade do  $\chi^2$  com  $n$  graus de liberdade. As manchas são adicionadas uma por vez e o  $\chi^2(M)$  torna-se mínimo para um certo valor de  $M$ , ou seja,  $M = M_{min}$  e  $\chi^2(M_{min}) \leq \chi_n^2(\gamma)$  (Silva-Valio & Lanza 2011). De acordo com Lampton et al. (1976), considera-se o nível de significância como sendo  $\gamma = 0, 1$ , de tal forma que a adição das manchas, uma a uma, é realizada até o  $\chi^2$  do ajuste ser tal que o nível de significância seja superior a 0,1. Raramente mais de quatro manchas ( $M = 4$ ) são necessárias para superar esse limite de  $\gamma$ .

Além das propriedades físicas das manchas estelares, outras informações podem ser determinadas na aplicação desse modelo, como por exemplo, o período de rotação, a rotação diferencial e os ciclos de atividade magnética da estrela. Para obter o período de rotação em uma latitude específica, a detecção da mesma mancha em vários trânsitos é necessária. Este período diferirá do período de rotação da estrela estimado a partir da modulação da curva de luz com o trânsito retirado, que é geralmente um período de rotação médio de todos os períodos das latitudes com manchas. A longitude de uma mancha em um sistema de referência que gira com a estrela, isto é, a longitude rotacional, pode ser calculada a partir da longitude topocêntrica da estrela. Esta relação

é dada por

$$\beta_{rot} = \beta_{top} - 360^\circ \frac{n P_{orb}}{P_s}, \quad (3.5)$$

onde  $n$  é o número do trânsito,  $P_{orb}$  o período orbital do planeta (em dias), e  $P_s$  o período de rotação da estrela. A longitude rotacional é limitada ao intervalo  $\pm 180^\circ$  e coincide com a longitude topocêntrica na metade do tempo do primeiro trânsito ( $n = 0$ ). Para determinar o período de rotação da superfície estelar em torno da região do trânsito, mapas de manchas da superfície da estrela na latitude do trânsito são construídos. Esses mapas mostram o tamanho relativo e o déficit de fluxo das manchas em função da sua longitude rotacional (eixo horizontal) e do tempo do trânsito (eixo vertical). Um exemplo de mapa semelhante é o mapa da Figura 3.4, como resultado de uma simulação realizada por Valio (2013) no caso da estrela CoRoT-6. A ideia principal é que quando o período  $P_s$  corresponde a um período de rotação real da estrela na latitude do trânsito,

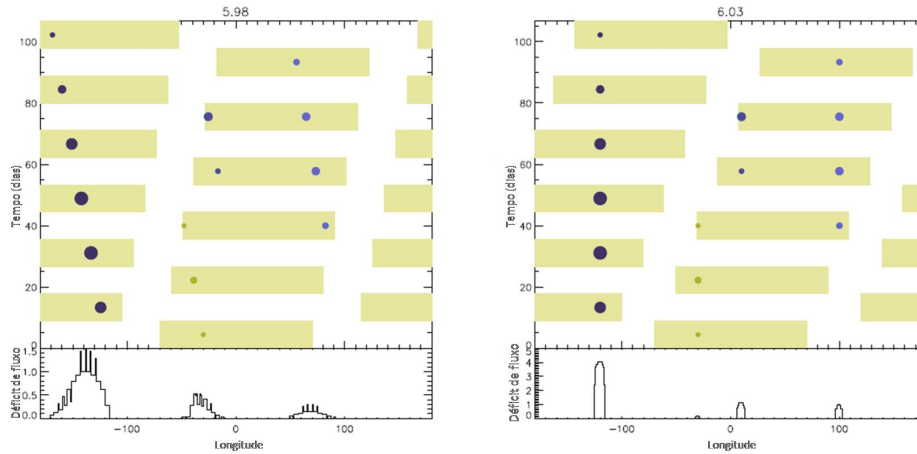


Figura 3.4: Simulação de um mapa da superfície da estrela CoRoT-6 para dois valores específicos de período de rotação  $P_s = 5,98$  d e  $P_s = 6,03$  d. Crédito: Valio (2013).

a mesma mancha deve ser detectada com uma longitude rotacional idêntica em vários trânsitos, surgindo como uma cadeia vertical de manchas no mapa da superfície estelar. Pode-se evidenciar essa configuração de manchas na Figura 3.4 (direita) quando  $P_s = 6,03$  d. Uma forma automática para determinar o período de rotação da estrela é integrar a função de contraste da mancha no tempo. O contraste da mancha é definido como  $1 - f_i$ , onde  $f_i$  é a intensidade relativa da mancha em relação à intensidade do centro do disco,  $I_c$ . O déficit de fluxo relativo para uma única mancha é o produto do contraste da mancha e sua área, isto é,  $F \propto (1 - f_i) R_{mancha}^2$ . Para cada trânsito, o déficit de fluxo total é igual a soma do fluxo de todas as manchas individuais. Representada

no painel inferior de cada mapa, a função de contraste da mancha é a soma do fluxo da mancha para um dado intervalo de longitude (geralmente  $5^\circ$ ) para todos os trânsitos, ou seja, a soma do fluxo dentro das “colunas” dos mapas. Em seguida, a função de autocorrelação do contraste de mancha integrado no tempo é determinada. Finalmente, calcula-se a largura à meia altura do pico da função de autocorrelação (FWHM-*full width at half maximum*, em inglês). O menor valor de FWHM corresponde à função de autocorrelação mais fina, sendo esse então selecionado para a determinação do período de rotação da estrela na latitude do trânsito. Maiores detalhes serão mostrados nos resultados apresentados no Capítulo 4.

Para estimar a rotação diferencial de uma estrela, um perfil de rotação deve ser considerado. Seguindo o movimento das manchas solares através do disco do Sol, (Carrington 1863) notou que sua velocidade angular sideral poderia ser dada por

$$\Omega = A - B \cos^2 \theta, \quad (3.6)$$

onde  $A = 14^\circ, 55 \text{ dia}^{-1}$ ,  $B = 2^\circ, 87 \text{ day}^{-1}$ , com  $\theta$  sendo a colatitude (Thomas & Weiss 2008). Convertendo a velocidade angular em período, como uma função da colatitude,

$$P_{Sol} = \frac{360^\circ}{A - B \cos^2 \theta}, \quad (3.7)$$

pode-se obter um período de rotação equatorial de 24,7 dias e de 30,8 dias nos pólos. Essa rotação diferencial evidenciada no Sol, também foi encontrada para estrelas de tipo tardio (Barnes et al. 2005). Da mesma forma, pode-se obter o período de rotação de uma estrela usando uma equação semelhante à (3.7), com  $\theta = 90^\circ - \alpha$  onde  $\alpha$  é a latitude do trânsito. Uma vez determinado o perfil de rotação, a rotação diferencial  $\Delta\Omega$  (rad/d) e a rotação diferencial relativa  $\frac{\Delta\Omega}{\Omega}$  (%) podem ser calculadas através das relações

$$\Delta\Omega = \Omega_{eq} - \Omega_{polo} \quad (3.8)$$

e

$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega} = \frac{\Omega_{eq} - \Omega_{polo}}{\Omega_m}, \quad (3.9)$$

onde  $\Omega_{eq}$ ,  $\Omega_{polo}$  e  $\Omega_m$  são as velocidades angulares no equador, no pólo e a velocidade angular média, respectivamente.  $\Omega_m$  é estimada a partir do período de rotação médio extraído da modulação da curva de luz da estrela com o trânsito retirado.

Este modelo de manchas será aplicado às estrelas Kepler-17 e CoRoT-18 no próximo capítulo, onde descreveremos de forma mais detalhada os passos efetuados para a detecção e caracterização das manchas, a determinação do período de rotação de ambas estrelas, como também da sua rotação diferencial, quando existente.

## 4.1 Dados observacionais e pré-tratamento

Um primeiro passo necessário para compreensão dos fenômenos descritos no Capítulo 1 é a aquisição de dados relevantes. Observar objetos a uma grande distância da Terra impõe evidentemente limitações sobre os dados que possam ser recolhidos. Com o avanço da tecnologia espacial, missões espaciais como *CoRoT* e *Kepler* (Apêndices A e B, respectivamente) têm fornecido grande quantidade de dados fotométricos contribuindo para uma melhor compreensão a respeito dos fenômenos que acompanham as estrelas. A luz emitida por estes objetos é representada em uma curva de luz, e muitas vezes é a única informação disponível para estudá-los. Cada curva de luz é definida como a evolução da luminosidade da estrela no decorrer do tempo e a sua análise deve ser feita minuciosamente para uma correta interpretação da variabilidade fotométrica da mesma. Dessa forma, fenômenos físicos da estrela podem ser identificados por meio da variabilidade observada. A interpretação das curvas de luz é uma ferramenta muito valiosa para entendermos os processos físicos que estão ocorrendo na estrela, bem como para determinar vários de seus parâmetros, como massa, luminosidade intrínseca, inclinação orbital no caso de um sistema binário, entre outros. A intensidade desse brilho varia de acordo com diferentes fatores, por exemplo, um “trânsito estelar” planetário ou binário que causa uma queda periódica do brilho na curva de luz; as manchas na su-

perfície da estrela possuem uma temperatura efetiva ( $T_{ef}$ ) menor em relação a da fotosfera (limpa de regiões ativas) gerando assim uma diminuição do fluxo na curva de luz; os “flares” estelares<sup>1</sup> (ou fulgurações) e as fáculas, sendo eventos estelares brilhantes causam, por outro lado, um aumento do fluxo.

A curva de luz de um objeto estelar desconhecido pode ser comparada a uma curva de luz padrão para identificar o tipo de objeto a estudar: um sistema binário, uma estrela variável, um pulsar, etc. Após essa identificação, a curva de luz permite determinar o período de rotação de uma estrela, o período orbital de um sistema binário, bem como estudar a evolução de manchas presentes na superfície da estrela. Nosso estudo é baseado nas curvas de luz das missões CoRoT e *Kepler*. As curvas de luz dos alvos da missão *Kepler* observados em uma cadência de 30 minutos foram reduzidos com o módulo PDC (*Pre-Search Data Conditioning*, em inglês) do pipeline<sup>2</sup> de análise de dados de *Kepler*, que tenta remover discontinuidades, discrepâncias, tendências sistemáticas e outras assinaturas instrumentais (Twicken et al. 2010). Esse módulo analisa a curva de luz calibrada e produzida pelo módulo de análise fotométrica (PA - *Photometric Analysis*, em inglês), aplicando-se em seguida uma série de correções a respeito de anomalias instrumentais e limitações inerentes as missões espaciais, bem como artefatos encontrados nos dados. A “pré-busca” refere-se ao condicionamento de dados antes de executar uma busca de trânsito, que é realizado pelo módulo ulterior no pipeline, TPS (*Transiting Planet Search*, em inglês). Na Figura 4.1 podemos ver alguns exemplos de correções PDC de erros sistemáticos. À esquerda, mostramos um exemplo de curva de luz de uma estrela que varia suavemente e que mostra uma discontinuidade que muitas vezes, mas não sempre, é causada por impactos de raios cósmicos galácticos e solares sobre as CCDs (cor azul). A curva de luz corrigida é representada em vermelho e pode ser extraída dos arquivos disponíveis no MAST<sup>3</sup> (*Mikulski Archive for Space Telescopes*, em inglês). O segundo exemplo (gráfico central) mostra a curva de luz de uma estrela “quieta” apresentando uma tendência sistemática e uma discontinuidade relacionadas provavelmente a alguma mudança no ambiente térmico

<sup>1</sup>Explosões gigantescas que ocorrem na superfície da estrela emitindo luz visível, ultravioleta e raios-X, e ejetando partículas carregadas, gás, elétrons, através do meio interplanetário. Elas ocorrem nas proximidades das manchas estelares.

<sup>2</sup>Um pipeline é uma estrutura de software extensível que define e une uma ou mais etapas de um processo de dados, executando-os em sequência para completar uma tarefa específica, como por exemplo, a redução (ou tratamento) dos dados.

<sup>3</sup><https://archive.stsci.edu/>

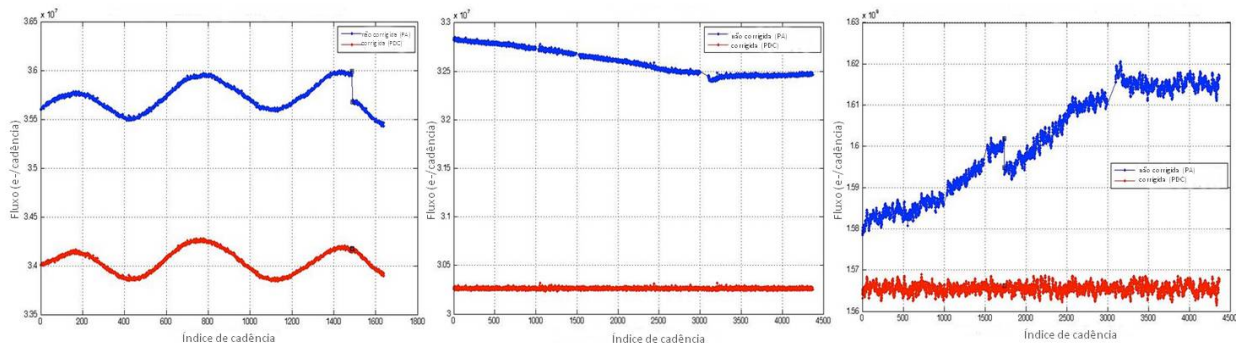


Figura 4.1: Exemplos de correções PDC de erros sistemáticos nas curvas de luz da missão *Kepler*. *Esquerda*: exemplo de curva de luz de estrela que varia suavemente. *Centro*: exemplo de curva de luz de estrela “quieta”. *Direita*: exemplo de curva de luz de estrela com variabilidade intrínseca. O módulo PDC corrige descontinuidades, discrepâncias, tendências sistemáticas e outras assinaturas instrumentais. A curva de luz calibrada pelo módulo de análise fotométrica (PA) é representada em cor azul e a curva de luz corrigida (PDC) em cor vermelho. Crédito: <http://keplerscience.arc.nasa.gov>

do satélite. No entanto, os sinais com amplitude periódica pouco elevada que são correlacionados com dados complementares podem estar comprometidos. Da mesma forma no caso da curva de luz à direita na Figura 4.1, apresentando uma variabilidade intrínseca, podem-se observar duas descontinuidades e uma tendência linear. O módulo PDC tenta modelar o comportamento periódico para corrigir a curva de luz. Geralmente, para estrelas variando suavemente, o PDC efetua um ajuste correto e diminui o nível de ruído. Já para estrelas com descontinuidades significativas, o PDC pode produzir resultados falsos. Apesar de o PDC fornecer resultados satisfatórios para a maioria das estrelas, é recomendável comparar sempre a curva de luz calibrada (PA) com as curvas de luz corrigidas (PDC) e verificar a confiabilidade de qualquer assinatura nos dados. Assim, antes de aplicarmos os métodos apresentados nos Capítulos 2 e 3, nossa amostra PDC passou previamente por uma análise visual.

Ao longo de seis anos de funcionamento, o satélite CoRoT captou dados de diferentes regiões do universo. As curvas de luz das estrelas observadas pelo CoRoT são fornecidas na sua base de dados públicos de nível 2 ou N2. O primeiro nível de dados N0 corresponde aos dados brutos adquiridos pelo satélite, ou seja, sem nenhum processamento efetuado. Os dados de nível 1 ou N1 são dados que foram previamente processados, de modo que, correções de perturbações devido a efeitos instrumentais de primeira ordem foram efetuadas. Apesar dessas correções, os dados ainda precisaram de correções de ordem superior para ser plenamente utilizáveis em uma

análise científica; esses dados corrigidos são os dados de nível 2 ou N2 (Baudin et al. 2006), aqueles usados nesta Tese. O fluxo de cada curva de luz corresponde a uma componente de cor branca nas curvas monocromáticas, e três componentes de cor (vermelho, verde e azul) para as curvas de luz cromáticas. Essa fotometria “três cores” permite discriminar sinais planetários reais das variações associadas à atividade estelar, bem como identificar falsos trânsitos. A Figura 4.2 ilustra um

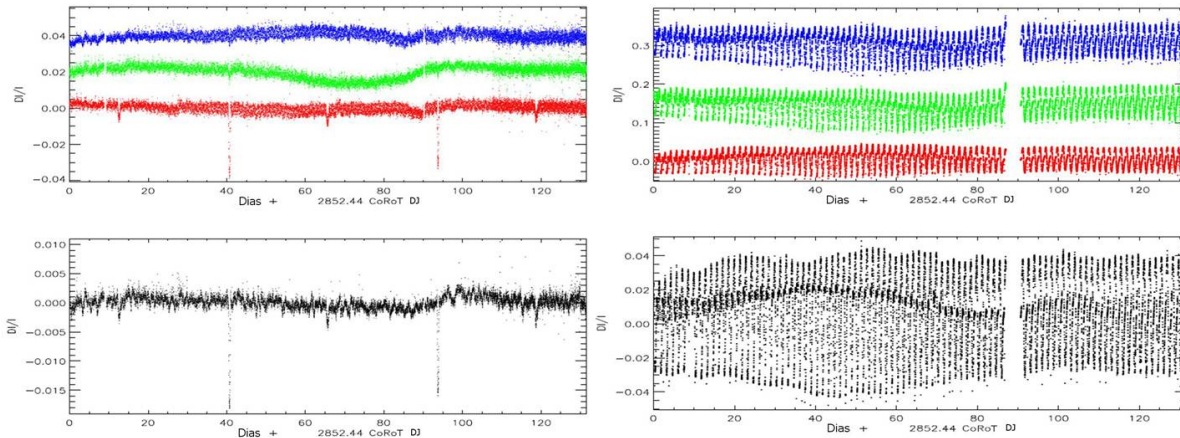


Figura 4.2: *Esquerda*: exemplo de falso trânsito na curva de luz da estrela CoRoT 102694654. *Direita*: exemplo de rotação na curva de luz da estrela CoRoT 102752663. *Topo*: as três componentes da curva de luz para cada cor (os fluxos nas cores azul e vermelho foram deslocados  $+0,02$  e  $-0,02$ , respectivamente, para uma melhor visualização). *Abaixo*: curva de luz composta pelas três contribuições, denominada curva branca.

exemplo de falso trânsito na curva de luz da estrela CoRoT 102694654. A curva branca composta das três contribuições indica a presença de um trânsito devido a uma diminuição periódica na intensidade. Como o fenômeno do trânsito é um fenômeno acromático, este deveria ser observado nas três componentes, no entanto, esse fenômeno é observado apenas na curva da componente vermelha. Para uma melhor visualização, os fluxos nas cores azul e vermelho foram deslocados  $+0,02$  e  $-0,02$ , respectivamente. Portanto, podemos deduzir que se trata de um trânsito falso causado possivelmente por um sistema binário de fundo que contamina a luminosidade da estrela. Na mesma figura, um exemplo de rotação na curva de luz da estrela CoRoT 102752663 também é ilustrado. Variações significativas na intensidade relativa ( $dI/I$ ) são observadas para cada cor. Essas variações podem ser explicadas por uma mudança na temperatura causada pelo aparecimento de manchas na superfície da estrela. A rotação é a origem desse fenômeno. Uma vez identificadas as assinaturas das curvas de luz, podemos determinar as diferentes periodicidades presentes nas mesmas por meio

de diferentes métodos, como apresentados na próxima seção. Esses dados fotométricos foram tomados a cada 512 segundos, mas no caso de possíveis trânsitos estelares, o tempo de integração é de 32 segundos.

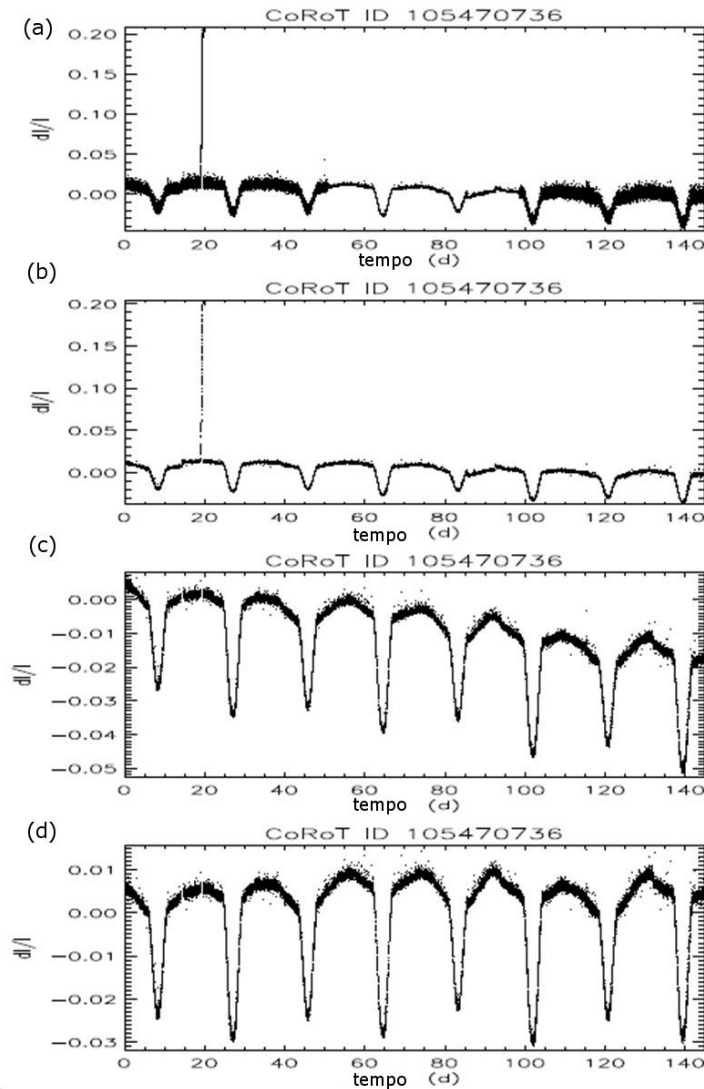


Figura 4.3: Pré-tratamento da curva de luz da estrela CoRoT 105470736 representando um sistema binário eclipsante. (a) Curva de luz original. (b) Redução do número de pontos. (c) Remoção das discontinuidades. (d) Tendência linear corrigida.

As curvas de luz de nosso interesse são selecionadas através de uma análise visual com base na informação em potencial que elas podem nos fornecer, e em seguida analisadas de forma mais detalhada. No entanto, a interpretação dos dados pode ser prejudicada devido a alguns problemas ainda presentes nas curvas de luz do CoRoT. Existe uma longa tendência linear nos dados

para todo o período de observação, responsável por uma diminuição na intensidade da curva de luz, cuja explicação não é bem compreendida. Também, importantes discontinuidades surgem nas curvas de luz, correspondendo a variações bruscas em intensidade causadas provavelmente pela radiação cósmica ou evolução temporal dos pixels brilhantes (Iguchi 2010). As tendências lineares e as discontinuidades são corrigidas ou removidas dos dados originais por meio de um programa chamado *Coroect*, desenvolvido no ano de 2008 em IDL (sigla para *Interactive Data Language*) pelo Dr. Izan Leão da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Um exemplo desses ajustes é ilustrado na Figura 4.3 para a curva de luz da estrela CoRoT 105470736. Nesta Tese utilizamos o *Coroect*, baseado nos métodos de Drake (2003) e Tenenbaum et al. (2010), para retirar eclipses binários e trânsitos planetários na aplicação do método *wavelet* a fim de obter um período de rotação mais confiável nesse tipo de curvas de luz.

## 4.2 Análise *wavelet* em estrelas CoRoT e Kepler

O método *wavelet* é aplicado nesta Tese a diferentes curvas de luz estelares públicas de *Kepler* e CoRoT, incluindo estrelas com planeta, sistemas binários, estrelas variáveis aparentemente individuais, e estrelas pulsantes. De fato, apresentamos aqui os resultados da análise *wavelet* para um conjunto de alvos registrados em diferentes estudos de variabilidade descritos na literatura e assim poder comparar os nossos resultados com aqueles obtidos por meio de outros procedimentos. Contudo, estendemos nossa análise para estrelas adicionais, não necessariamente mencionadas em publicações, mas que agregam informações complementares ao nosso estudo. Em primeiro lugar, analisou-se CoRoT-2, uma anã amarela jovem, que tem sido amplamente estudada já que pode conduzir a uma melhor compreensão do Sol jovem, e é do nosso interesse por ser uma estrela com um comportamento de atividade magnética evidente. Em seguida analisamos Kepler-4, uma estrela de tipo solar apresentando baixas variações do fluxo e portanto considerada nesta Tese como uma estrela “quieta”. Os mapas *wavelet* de outras estrelas com planeta são apresentados sucintamente, já que o objetivo principal é de mostrar uma assinatura padrão de rotação. Uma estrela da missão *Kepler* aparentemente individual (KIC 1995351) foi analisada com o objetivo de se encontrar um comportamento dinâmico de manchas semelhante ao da estrela CoRoT-2 com o trânsito retirado.

Tabela 4.1: Amostra de estrelas CoRoT e *Kepler* usada na análise *wavelet*.

Classificação	Estrela ID (Nome)	
	CoRoT	Kepler
Estrelas com planeta	101206560 (CoRoT-2)	11853905 (Kepler-4)
	102912369 (CoRoT-4)	10619192 (Kepler-17)
	106017681 (CoRoT-6)	3323887 (Kepler-9)
	102708694 (CoRoT-7)	3832474 (Kepler-30)
	101086161 (CoRoT-8)	6949607 (Kepler-28)
	315211361 (CoRoT-18)	
Estrelas aparentemente individuais	101455904	1995351
Sistemas binários eclipsantes	102715978	7021177
Estrelas variáveis pulsantes	105288363	9697825 (V360 Lyr)
	102918586	3744571
	101065348	7257008
	102912741	2710594
		3448365
		4547348
		4749989
		6462033
		10080943
		9700322
	3324644	

Paralelamente, uma estrela aparentemente individual da missão CoRoT (CoRoT 101455904) foi adicionada à análise. O procedimento *wavelet* também foi aplicado a um sistema binário eclipsante de *Kepler* (KIC 7021177) e a outro da missão CoRoT não reportado na literatura, CoRoT 102715978. Por fim, uma amostra de estrelas variáveis pulsantes completa nossa análise *wavelet*, em particular, dois alvos observados pelo CoRoT (CoRoT 105288363 e CoRoT 102918586) e dois pelo *Kepler* (KIC 9697825 e KIC 3744571) são estudados. Outras duas estrelas não reportadas, CoRoT 101065348 e CoRoT 102912741, são usadas na identificação de pulsação de tipo  $\gamma$  Dor, como também, outras variáveis pulsantes já registradas ajudam na identificação de um padrão de pulsação e de uma assinatura para cada tipo de estrela pulsante. Tratam-se de KIC 7257008, uma RR

Lyrae, KIC 2710594, KIC 3448365, KIC 4547348, KIC 4749989, KIC 6462033, KIC 10080943,  $\gamma$  Doradus, KIC 9700322, uma RR- $\delta$  Scuti e KIC 3324644, uma Cefeida. Para melhor visualização, a nossa amostra é apresentada na Tabela 4.1. Nesta Tese, o procedimento *wavelet* é realizado a partir do cálculo numérico desenvolvido e implementado em rotina própria computacional construída com a ajuda de ferramentas em linguagem IDL baseadas em [Torrence & Compo \(1998\)](#).

### 4.2.1 O Sol

Devido à sua proximidade, o Sol tornou-se um modelo padrão para o estudo das estrelas. Por analogia com o Sol e os ciclos magnéticos solares, regiões ativas identificadas em outras estrelas oferecem a possibilidade de estudar a rotação diferencial estelar, a atividade magnética, a dinâmica de manchas, e os ciclos de variabilidade. Neste contexto, antes de trabalhar com a nossa amostra selecionada de estrelas, descrevemos brevemente os resultados do procedimento *wavelet* aplicado às series temporais da irradiância solar total (em inglês: *Total Solar Irradiance* abreviado como TSI) adquiridas para o intervalo compreendido entre 1976 e 2013, incluindo os ciclos 21-23 e o início do ciclo 24, obtidos por meio de radiômetros em diferentes plataformas espaciais: HF em Nimbus7, ACRIM I em SMM, ACRIM II em UARS, e Virgo no SOHO<sup>4</sup>. A série temporal TSI, extraída do *World Radiation Center* (WRC), foi estendida para 1976 usando um modelo descrito em [Fröhlich & Lean \(2004\)](#).

A Figura 4.4 mostra a análise *wavelet* para o Sol com cada painel exibindo as séries temporais no topo, o seu mapa local no centro, contendo as respectivas amplitudes apresentadas na forma de um mapa de contorno colorido, e o espectro global à direita. O mapa *wavelet* do painel superior revela o ciclo de 11 anos (ou 3.840 dias, usando o nosso método) como sendo a característica dominante do espectro, embora o espectro global mostre outras periodicidades e alguns subharmônicos com menor potência. Removendo as contribuições de longa escala de tempo, as

---

<sup>4</sup>HF: radiômetro Hickey-Frieden; Nimbus7: satélite meteorológico dos Estados Unidos lançado em 24 de outubro de 1978; ACRIM: Active Cavity Radiometer Irradiance Monitor; SMM: Solar Maximum Mission, satélite artificial da NASA designado para investigar particularmente as erupções solares, entre outros fenômenos; UARS: Upper Atmosphere Research Satellite, satélite artificial da NASA lançado em 12 de setembro de 1991 cujo objetivo era medir substâncias químicas da atmosfera como o ozônio; VIRGO: Variability of Solar Irradiance and Gravity Oscillations; SOHO: Solar and Heliospheric Observatory, sonda espacial da Agência Espacial Europeia (ESA) e da NASA lançada em dezembro de 1995.

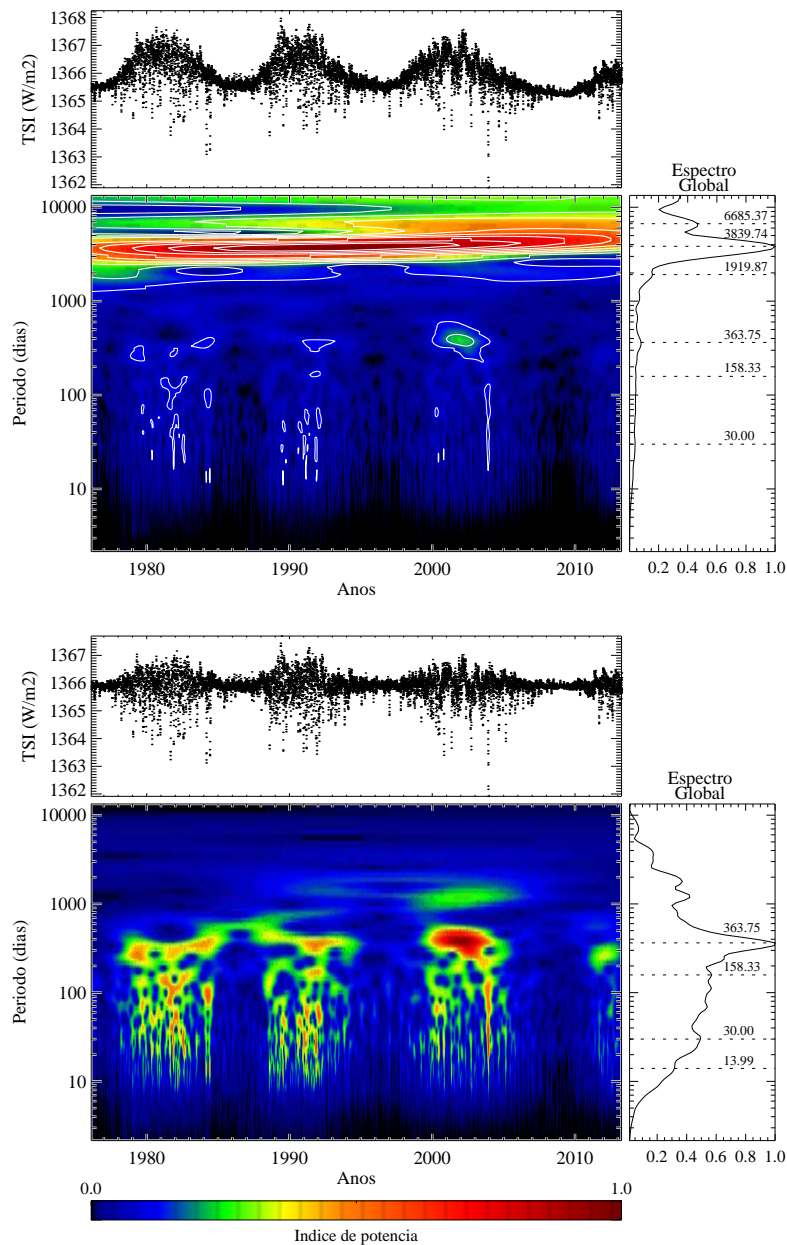


Figura 4.4: *Painel superior*: séries temporais TSI (topo) e seu espectro de potência *wavelet* local/global (centro/à direita) considerando as contribuições de longa escala de tempo. A característica dominante do espectro é o ciclo de 11 anos ( $P = 3840$  dias). *Painel Inferior*: contribuições de longa escala de tempo removidas. As periodicidades de média e curta escala são claramente identificadas: 364 dias (característica solar anual relacionada aos fluxos magnéticos gerados no interior do Sol), 158 dias (periodicidade de Rieger), 30 dias (período de rotação solar) e 14 dias (harmônico do período de rotação e associado às regiões ativas solares). Níveis de contorno são 90%, 80%, 70%,..., 20% e 10% do valor máximo do mapa. Os níveis de contorno não são traçados no painel inferior para melhor visualização dos períodos. A *wavelet* Morlet de 6ª ordem foi usada.

periodicidades solares de média e curta escala, bem como as suas variações ao longo de todo o intervalo de tempo, são claramente identificadas (painel inferior da Figura 4.4).

A característica dominante no espectro global é a periodicidade de 364 dias, provavelmente relacionada com a periodicidade de 1,3 anos na base da zona de convecção solar, como referido por [Howe et al. \(2000\)](#), e também detectada em séries temporais das áreas e do número de manchas solares estudadas usando a transformada *wavelet* por [Krivova & Solanki \(2002\)](#), levando a uma associação deste período com uma característica solar anual causada por fluxos magnéticos, gerados no interior do Sol. Outras peculiaridades interessantes no espectro global também são identificadas: as periodicidades de 158 dias, 30 dias, e 14 dias. O período de ocorrência de “flare” de 158 dias também chamado de período de Rieger ([Rieger et al. 1984](#)) é mais forte no ciclo 21, porém mais fraco para os ciclos subsequentes, e quase ausente no ciclo 24. [Krivova & Solanki \(2002\)](#) propõem que o período de Rieger é o terceiro harmônico do período de 1,3 anos. Obtivemos também o período de rotação solar de 30 dias, que é mais evidente no ciclo 21 devido à uma atividade solar significativa, mas persiste ao longo dos próximos três ciclos. A periodicidade de 14 dias também detectada parece ser um harmônico da variação de 30 dias. [Donnelly & Puga \(1990\)](#) demonstram que esse período está associado às regiões ativas em lados opostos na superfície do Sol em longitude solar. As periodicidades solares reportadas a partir da análise *wavelet* realizada nesta Tese estão em concordância com os resultados obtidos por diferentes autores baseados em procedimentos alternativos para o tratamento da irradiância solar total (por exemplo, [Willson \(1997\)](#); [Willson & Mordvinov \(1999\)](#); [Fröhlich & Lean \(1998\)](#)).

### 4.2.2 Estrelas hospedeiras de um planeta

Um dos primeiros planetas detectados com o satélite CoRoT durante uma das observações de longa duração na direção do centro galáctico (ou seja, o campo LRC01) foi CoRoT-2b. O planeta, um Júpiter quente, com uma massa de  $3,3 M_{Jup}$  e um raio de  $1,47 R_{Jup}$ , orbita sua estrela hospedeira em apenas 1,743 dias. CoRoT-2 é uma estrela da sequência principal de tipo espectral G7 com  $0,97 M_{\odot}$  e  $0,902 R_{\odot}$ . Em razão de sua massa, seu raio, e sua temperatura efetiva (5575 K) serem comparáveis aos parâmetros do Sol, bem como o fato desta estrela estar no estágio da sequência principal de idade zero ou ZAMS (*Zero Age Main Sequence*, em inglês) de

acordo com [Bouchy et al. \(2008\)](#), sendo possivelmente mais jovem do que 0,5 Gyr, CoRoT-2 (CoRoT 101206560, 2MASS 19270649+0123013) tornou-se um laboratório para o conhecimento do comportamento do Sol jovem em se tratando de atividade magnética. Os parâmetros físicos da estrela e as características do planeta foram determinadas por [Alonso et al. \(2008\)](#) and [Bouchy et al. \(2008\)](#). A análise fotométrica mostra que a modulação da estrela está relacionada a duas longitudes ativas inicialmente em hemisférios opostos, isto é, separados por  $\sim 180^\circ$ . De acordo com [Lanza et al. \(2009\)](#), a primeira parece não migrar consideravelmente, indicando um período de rotação de  $4,522 \pm 0,0024$  dias, e a outra migrando lentamente (migração retrógrada) com um período de rotação de 4,554 dias.

A Figura 4.5 mostra o mapa *wavelet* com o respectivo espectro global para esta estrela. No mapa *wavelet* do painel à esquerda, os trânsitos aparecem na forma de gotas finas e profundas. Os períodos relacionados com o trânsito são indicados no espectro global por uma linha tracejada em vermelho (0,85 dias e 0,56 dias), os quais não são mais evidenciados quando o trânsito é removido (painel à direita). Na verdade, estes são períodos *alias* ou falsos associados ao período orbital do planeta. Devido à periodicidade associada à atividade magnética estar misturada com a contribuição de energia dos trânsitos no mapa local, o período orbital real é por conseguinte oculto realçando assim períodos falsos associados ao mesmo. Os trânsitos são removidos pois a sua presença pode alterar o periodograma quando o período de rotação e o período orbital são sincronizados, ou pelo menos muito próximos, impedindo de visualizar a persistência das periodicidades predominantes. Neste caso, não são observadas quaisquer diferenças significativas entre os dois mapas *wavelet*, mas em alguns casos, tal como o sistema binário discutido na Seção 4.2.4, que apresenta trânsitos muito profundos, é necessário removê-los.

Considerando a curva de luz de CoRoT-2 com modulações de  $\sim 6\%$  do seu fluxo total após a remoção do trânsito, nota-se em seu mapa local uma assinatura clara no decorrer dos 142 dias de observação mostrando a persistência de duas regiões de “dunas” semi-regulares (conjuntos de níveis de cores), representando os dois períodos predominantes. Estas periodicidades são calculadas mediante integração no tempo do mapa local e ilustradas por uma linha tracejada preta no espectro global. Assim, temos 4,53 dias como o período de rotação e 2,27 dias (aproximadamente metade do período principal) associado à emergência das manchas em hemisférios opostos da es-

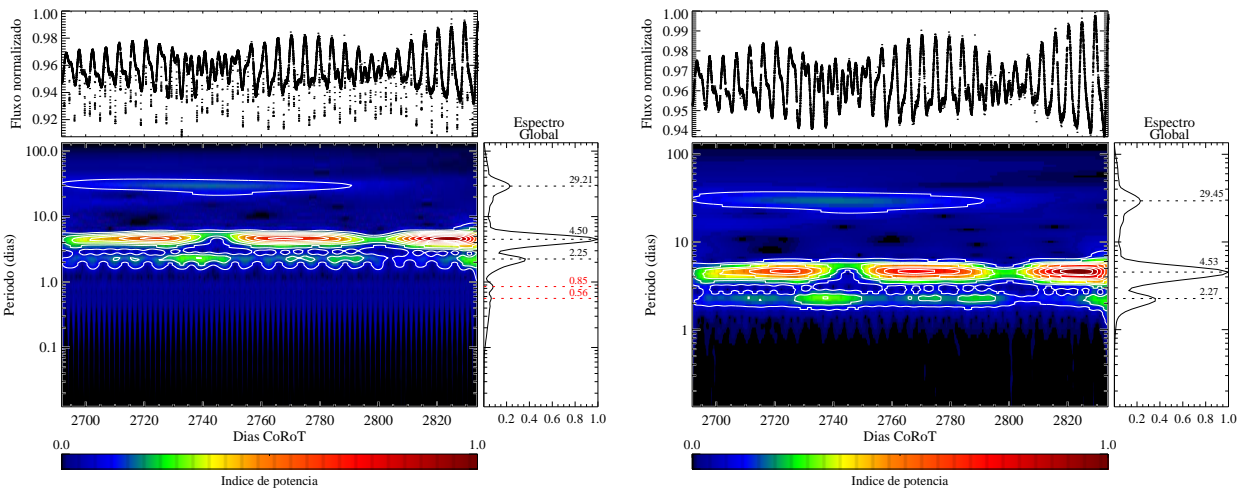


Figura 4.5: *Painel à esquerda*: curva de luz de CoRoT-2 com o trânsito planetário (topo), seu mapa *wavelet* (centro) e seu espectro global (direita). *Painel à direita*: curva de luz de CoRoT-2 com os trânsitos removidos (topo), seu mapa *wavelet* (centro) e seu espectro global (direita). Níveis de contorno são 90%, 80%, 70%,..., 20% e 10% do valor máximo do mapa. A *wavelet* Morlet de 6ª ordem foi usada.

trela, provavelmente causada pela rotação diferencial. Esta característica é, portanto, considerada um indicador de modulação rotacional associada às manchas estelares. Estes períodos estão em conformidade com os resultados obtidos por [Lanza et al. \(2009\)](#) através do método de *Máxima Entropia* e também com aqueles encontrados usando o método de Lomb-Scargle, 4,528 dias como o período principal e um segundo período de 2,271 dias, de modo que isto nos permite adotar esse tipo de assinatura no mapa *wavelet* como uma relacionada à atividade magnética, e por conseguinte, de rotação. Também calculado através de Lomb-Scargle, há um outro período de 29,45 dias que pode representar a variação na intensidade da segunda área de manchas ou, como relatado por [Lanza et al. \(2009\)](#), pode estar relacionado com a oscilação cíclica da área total de manchas.

A segunda estrela com trânsito planetário analisada nesta Tese é Kepler-4 (KIC 11853905, 2MASS 19022767+5008087), uma estrela de tipo G0 com  $1,223 M_{\odot}$ ,  $1,487 R_{\odot}$  e  $T_{ef} = 5857$  K. Descoberto em 2010, o planeta Kepler-4b, do tamanho de Netuno, com um raio de  $0,36 R_{Jup}$  e uma massa de  $0,08 M_{Jup}$ , orbita sua estrela hospedeira em 3,21 dias ([Borucki et al. 2011](#)). Em contraste com a estrela CoRoT-2, Kepler-4 é ligeiramente mais brilhante e é considerada em nossa análise como uma estrela quieta. A Figura 4.6 mostra o mapa *wavelet* da curva de luz desta estrela com o espectro global associado. Usamos aqui os *quarters* dos dados de Kepler Q5-Q7 e Q9-Q10,

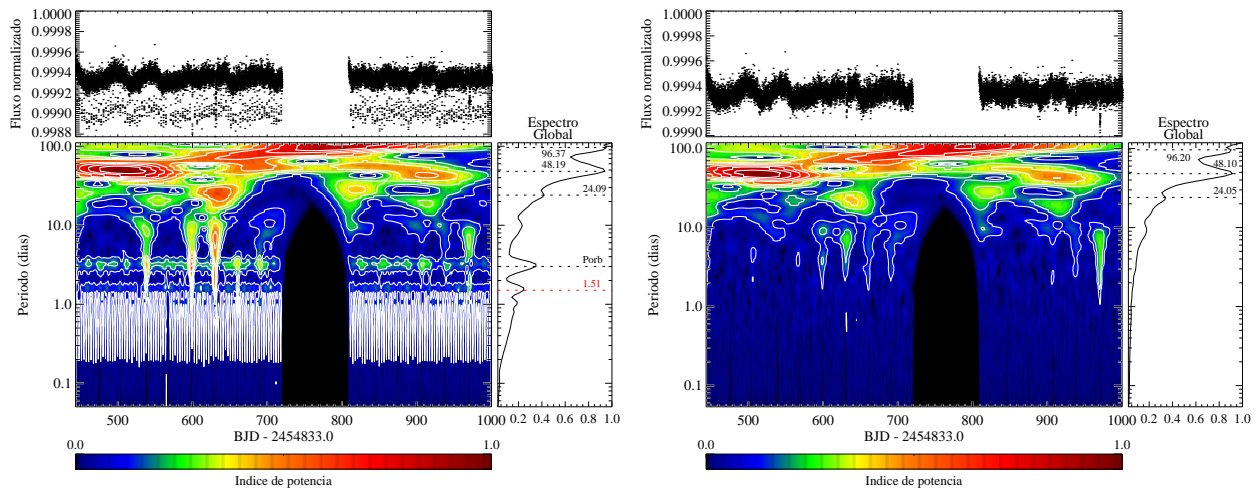


Figura 4.6: *Painel à esquerda*: curva de luz de Kepler-4 com o trânsito planetário (topo), seu mapa *wavelet* (centro) e seu espectro global (direita). *Painel à direita*: curva de luz de Kepler-4 com os trânsitos removidos (topo), seu mapa *wavelet* (centro) e seu espectro global (direita). Níveis de contorno são 90%, 80%, 70%,..., 20% e 10% do valor máximo do mapa. A *wavelet* Morlet de 6ª ordem foi usada.

gerando assim uma série temporal de 468 dias quando adicionados. Após a retirada do trânsito planetário (painel à direita), resultando em um mapa *wavelet* mais limpo, observa-se que o período orbital  $P_{orb} = 3,01$  dias (obtido através do nosso método) e seu *alias* (linha tracejada vermelha no espectro global do painel à esquerda) não são mais exibidos, resultando assim em três periodicidades evidentes. Como as variações do fluxo são muito pequenas ( $\sim 0,1\%$  do seu fluxo total), não podemos ter certeza de qual dentre estas periodicidades está de fato relacionada com a rotação da estrela. A primeira inferência a partir da análise visual da curva é de que a rotação esteja associada com o período de 48,10 dias, e os outros dois períodos sejam seus harmônicos. Neste caso, nenhuma assinatura de atividade magnética evidente é identificada, e as duas regiões de “dunas” não são destacadas no mapa *wavelet* para esta estrela calma.

Estes dois exemplos opostos fornecem uma ideia da assinatura no mapa *wavelet* no caso de estrelas apresentando manchas na sua superfície. Para realçar essa hipótese, aplicamos nossa análise em estrelas cujas curvas de luz são relativamente limpas e cuja variabilidade foi anteriormente estudada por outros autores. Em paralelo, aplicamos também este método a diversas curvas de luz de estrelas genéricas e apresentamos seus mapas *wavelet* na busca de uma possível assinatura de rotação e atividade magnética. Na Figura 4.7 são apresentados os mapas de estrelas com planeta da

missão CoRoT, tal como CoRoT-4 (CoRoT 102912369), CoRoT-6 (CoRoT 106017681), CoRoT-7 (CoRoT 102708694), CoRoT-8 (CoRoT 101086161) e CoRoT-18 (CoRoT 315211361). A atividade magnética destas estrelas já foi evidenciada por outros autores (Lanza et al. 2009, 2011, 2010; Valio 2013; Haywood et al. 2014; Bordé et al. 2010). A CoRoT-18 é estudada em detalhe na Seção 4.3 na aplicação do modelo de manchas. Da mesma forma, apresentamos exemplos de estrelas com planeta da missão Kepler apresentando uma assinatura semelhante e ainda mais acentuada, uma vez que o tempo de observação nesses casos é maior e a persistência dos períodos podem fornecer informações adicionais. Tratam-se de Kepler-17 (KIC 10619192), Kepler-9 (KIC 3323887), Kepler-30 (KIC 3832474), e Kepler-28 (KIC 6949607). Para mais detalhes sobre alguma destas estrelas podem-se consultar os trabalhos de Bonomo & Lanza (2012); Vilela et al. (2014); Holman et al. (2010); Lanza et al. (2014). A estrela Kepler-17 também é apresentada em detalhe na Seção 4.3. Os períodos de rotação são identificados por uma linha tracejada vermelha no espectro global para cada uma destas estrelas (Figura 4.7). Estes períodos são apresentados na Tabela 4.2 para melhor visualização. Note que no caso das estrelas da missão *Kepler* identificamos uma assinatura de rotação clara, com duas regiões de “dunas” persistentes e, por conseguinte, dois picos sempre presentes nos espectros globais relacionados com os períodos de rotação e de atividade, no entanto, isto também é observado no caso das estrelas CoRoT.

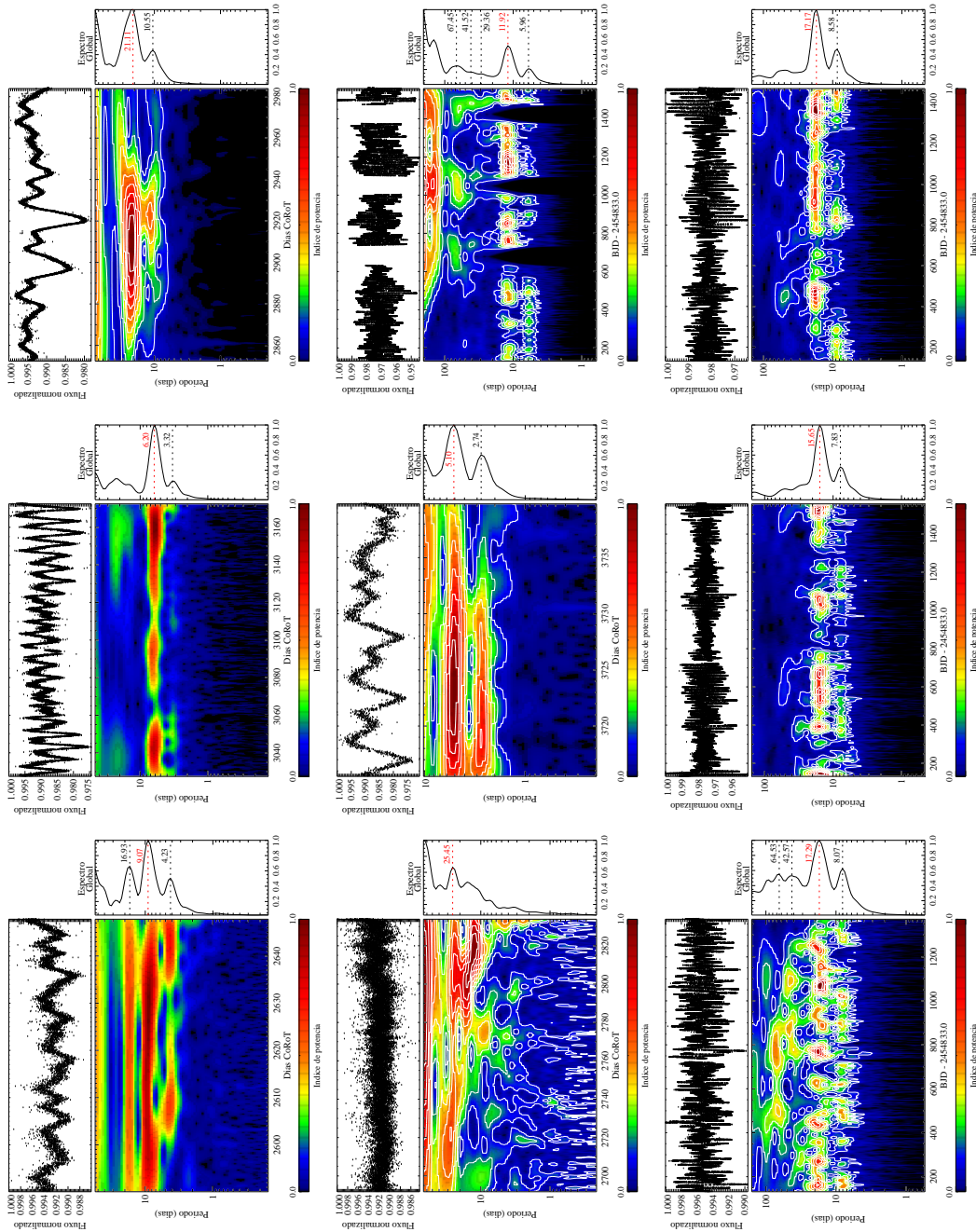


Figura 4.7: Mapa *wavelet* e espectro global de estrelas *Kepler* e CoRoT com planeta. Os trânsitos foram removidos para realçar a assinatura de rotação sem esta ser influenciada pela contribuição de energia dos mesmos. De esquerda à direita, de cima para baixo: CoRoT-4, CoRoT-6, CoRoT-7, CoRoT-8, CoRoT-18, Kepler-9, Kepler-17, Kepler-30, e Kepler-28. Os períodos de rotação são ilustrados por uma linha tracejada vermelha no espectro global para cada uma destas estrelas. Níveis de contorno são 90%, 80%, 70%,..., 20% e 10% do valor máximo do mapa. A *wavelet* Morlet de 6<sup>o</sup> ordem foi usada.

### 4.2.3 Estrelas variáveis aparentemente individuais

Apresentamos nesta seção um exemplo de uma estrela ativa aparentemente individual, KIC<sup>5</sup> 1995351 (2MASS J19042327+3727180), na busca de uma assinatura de atividade magnética comparável a assinatura observada no caso da estrela CoRoT-2. De fato, a curva de luz de KIC 1995351 mostra características de variabilidade significativa (modulações de  $\sim 3,6\%$  do seu fluxo total) que, a princípio, podem estar associadas a possíveis pulsações ou à modulação rotacional causada pela presença de manchas. O seu mapa *wavelet* e respectivo espectro global são apresentados na Figura 4.8. O padrão semi-regular observado no espectro local, bem como na curva de luz, confirma a hipótese de que a estrela contém regiões ativas e gira rápido. Dois períodos principais persistem no mapa *wavelet* ao longo de todo o intervalo de tempo de observação de 1350 dias e são evidenciados também no espectro global. A periodicidade atuante em torno de 3,30 dias está relacionada com a rotação da estrela, e a segunda, próxima da metade do período principal, ou seja, 1,54 dias, está associada a regiões ativas que podem estar em lados opostos na superfície estelar, progredindo e desvanecendo, ou migrando, formando assim um duplo declive na curva de luz. Isto pode ser facilmente identificado por inspeção visual em alguns *quarters* como uma característica local. Um aspecto importante a ressaltar aqui é que o período de 1,54 dias pode ser um indicador potencial para duas ou mais regiões ativas que contribuem no sinal. Este período é próximo do valor principal de 3,30 dias mas ambos sofrem mudanças relativas de um *quarter* para outro. Através de Lomb-Scargle em uma abordagem de *prewhitening*, Reinhold et al. (2013) encontrou duas principais periodicidades para este caso:  $P1 = 3,24$  dias e  $P2 = 3,57$  dias, acentuando a hipótese da existência de mais de duas regiões ativas. Note que, no caso de estrelas observadas durante um intervalo de tempo longo, e com uma variabilidade significativa na curva de luz, como neste caso (quase 4 anos de observação), a inspeção visual das manchas torna-se difícil mesmo sendo possível deduzir que a modulação seja causada pela presença de manchas, no entanto, o mapa *wavelet* facilita a detecção de tais manchas (região secundária de “dunas”) e o tempo de evolução delas.

A estrela CoRoT 101455904 (2MASS J19285064+0001430), observada pela missão CoRoT na direção do centro galáctico (campo LRc01), é outro exemplo de estrela apresentando um comportamento típico de uma estrela individual, contendo unicamente assinaturas de rotação e

---

<sup>5</sup>Kepler Input Catalog: banco de dados públicos da missão *Kepler*.

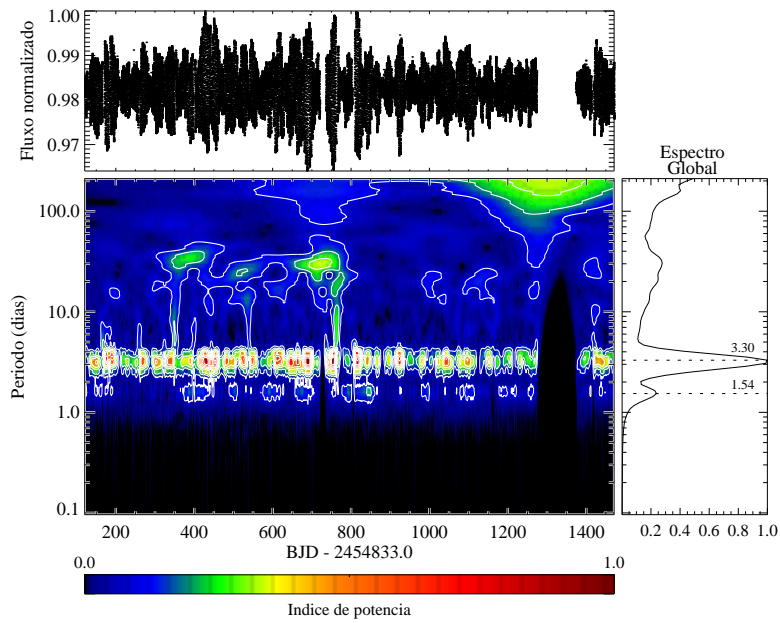


Figura 4.8: Curva de luz (topo) de uma estrela *Kepler*, KIC 1995351, seu mapa local (centro), e seu espectro *wavelet* global (à direita). Níveis de contorno são 90%, 80%, 70%,..., 20% e 10% do valor máximo do mapa. A *wavelet* Morlet de 6<sup>a</sup> ordem foi usada.

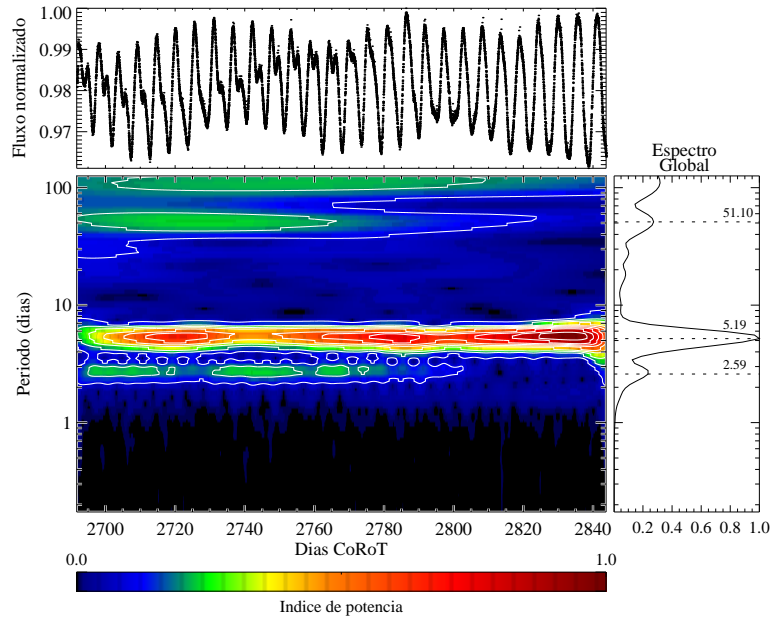


Figura 4.9: Curva de luz (topo) da estrela CoRoT 101455904, seu mapa local (centro), e seu espectro *wavelet* global (à direita). Níveis de contorno são 90%, 80%, 70%,..., 20% e 10% do valor máximo do mapa. A *wavelet* Morlet de 6<sup>a</sup> ordem foi usada.

atividade. Esta curva mostra mudanças semi-regulares da amplitude com uma variação máxima de  $\sim 4\%$ , como pode ser visto no topo da Figura 4.9. Como no caso da estrela KIC 1995351, é possível observar um duplo declive em várias regiões da curva de luz. De fato, esse fenômeno é mais evidente em CoRoT 101455904 devido à curta janela de observação de  $\sim 152$  dias. Esse comportamento característico da curva é causado pelo surgimento de duas regiões ativas ou manchas na superfície da estrela. Porém, não se pode inferir a latitude ou em que hemisfério da superfície da estrela tais regiões se encontram. Para isso, análises através do método de *Máxima Entropia*, descrito por Lanza et al. (1998), fornecem uma ideia sobre as latitudes e longitudes das diferentes regiões com manchas. Por outro lado, o modelo de manchas descrito em Silva (2003), pode ser usado na detecção de manchas em trânsitos planetários. Sendo estas longitudes diferentes, as velocidades angulares de rotação para cada região geram uma mudança de fase de uma região em relação à outra no decorrer do tempo. Esta mudança de posição entre o decaimento de fluxo primário e o secundário ao longo do tempo pode ser causada pela rotação diferencial da estrela, como proposto por Lanza et al. (2009) no caso da estrela CoRoT-2, apresentada na seção anterior. A intensidade do decaimento de fluxo secundário varia continuamente, indicando que o seu tempo de vida é menor do que o declive primário, representando uma região ativa ou mancha maior; este pode ser também um efeito de interferência, onde em algum momento os dois vales se sobrepõem de modo que as duas regiões permaneçam na mesma posição, conforme pode-se observar a partir de 2780 Dias CoRoT<sup>6</sup>. Esses fenômenos são identificados no mapa *wavelet* na Figura 4.9. O período principal no espectro global é de 5,19 dias, relacionado à rotação da estrela. Observa-se também uma região com intensidade menor, correspondendo ao período de 2,59 dias associado ao decaimento de fluxo secundário ou à região ativa secundária. Observando o mapa é possível acompanhar o tempo de evolução da segunda região ativa, a ausência da mesma, ou ambas regiões podem estar sobrepostas, reforçando assim a potência de energia do primeiro período nos últimos 60 dias de observação (cor vermelha no mapa da Figura 4.9). Um período de 51,10 dias também é identificado no mapa *wavelet*, provavelmente representando a variação na intensidade da segunda área de manchas.

Por fim, o ruído no sinal é representado em pequenas escalas, no entanto, o mapa *wavelet* desta estrela, bem como o da maioria das estrelas apresentadas nesta Tese, mostra uma boa

---

<sup>6</sup>O dia Juliano zero do CoRoT corresponde ao 1º de janeiro de 2000 as 12:00:00 GMT. Um dia Juliano do CoRoT é equivalente a um dia do nosso calendário.

qualidade do sinal, sendo o ruído muito pequeno (S/R grande).

#### 4.2.4 Sistemas binários

Nesta seção apresentamos a análise *wavelet* para dois sistemas binários: KIC 7021177, observado pela missão *Kepler* e CoRoT 102715978, observado pela missão CoRoT.

KIC 7021177 (2MASS 19103289+4231509) é um alvo classificado como uma binária eclipsante por Prša et al. (2011) e estudada por Dimitrov et al. (2012). O seu mapa *wavelet* é apresentado na Figura 4.10 com o espectro global associado. O período orbital  $P_{orb} = 18,54$  dias calculado através do procedimento *wavelet* e ilustrado no espectro global (painel à esquerda) está em conformidade com o  $P_{orb} = 18,6$  dias de Dimitrov et al. (2012). Detectam-se também alguns períodos possivelmente falsos (9,27 dias e 4,63 dias) do período do trânsito em ambos os espectros local e global (linha tracejada vermelha). Na busca por períodos estáveis, ou seja, aqueles que são persistentes durante toda a curva de luz, removemos os eclipses (painel à direita) cuja profundidade é maior que a amplitude da modulação rotacional, eliminando eventuais distorções no mapa *wavelet* e no espectro global. De tal modo que, quando os eclipses são removidos, o mapa e o espectro global tornam-se mais claros e os períodos falsos não são mais evidenciados. As mudanças regulares na curva de luz são representadas por duas regiões de “dunas” semi-regulares e contínuas no mapa *wavelet* ao longo da janela de 1300 dias, correspondendo às periodicidades de 6,40 dias e 3,20 dias. A primeira está associada à rotação da estrela causada pelo aparecimento de manchas, e está em concordância com o período de rotação calculado por Dimitrov et al. (2012), enquanto que a segunda periodicidade é o segundo harmônico provavelmente causado pela existência de regiões ativas localizadas separadamente a  $180^\circ$  na superfície estelar. Como vimos anteriormente, essa característica também foi observada no caso, por exemplo, do Sol e da estrela CoRoT-2. A curva de luz mostra que algumas regiões ativas surgem e desaparecem durante todo o período de observação com menor variação na amplitude. Esse comportamento é identificado por meio das regiões de “dunas” semi-regulares no mapa *wavelet* e as variações do índice de potência. Os períodos de 95,51 dias e 51,18 dias ilustrados no espectro global não tem uma relação clara com algum tipo de fenômeno físico, mas pelo contrário, podem ser originados a partir de intervalos sem dados recorrentes na curva de luz.

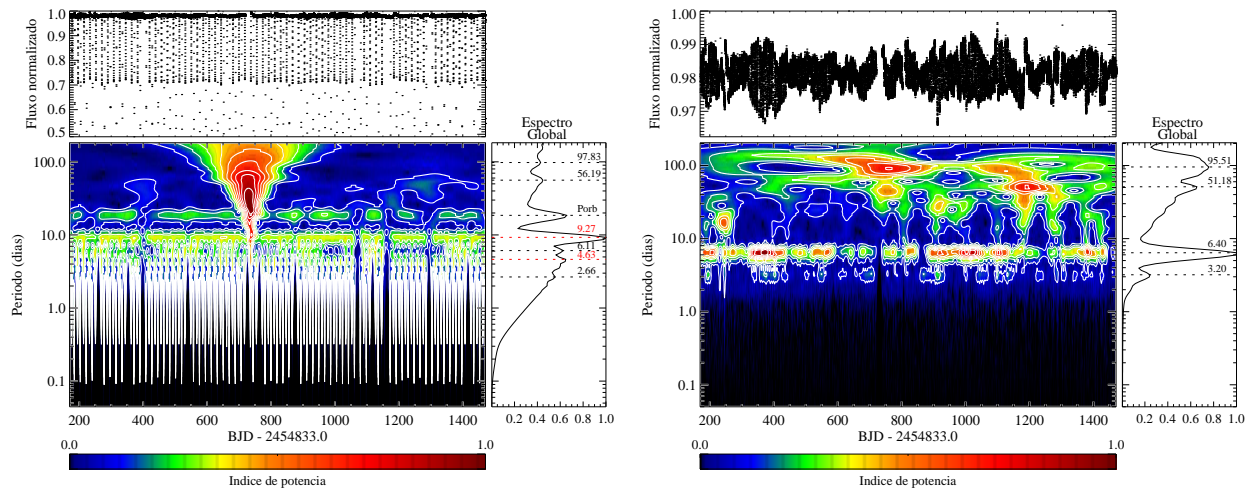


Figura 4.10: *Painel à esquerda*: curva de luz de KIC 7021177 com os eclipses binários (topo), seu mapa *wavelet* (centro) e seu espectro global (direita). *Painel à direita*: curva de luz de KIC 7021177 com os eclipses removidos (topo), seu mapa *wavelet* (centro) e seu espectro global (direita). Níveis de contorno são 90%, 80%, 70%,..., 20% e 10% do valor máximo do mapa. A *wavelet* Morlet de 6<sup>a</sup> ordem foi usada.

CoRoT 102715978 (2MASS J06435955-0129343) é uma estrela observada na direção do anticentro galáctico (campo LRa01) e apresenta modulação rotacional com trânsito binário. De acordo com Osorio (2009), trata-se de um sistema binário de não-contato<sup>7</sup> devido à assinatura da curva de luz, com um período orbital  $P_{orb} = 2,977$  dias determinado a partir do método EEBSL (*Edge Enhanced Box-fitting Least Squares*, em inglês). Este período é próximo ao período de 2,79 dias encontrado mediante o procedimento *wavelet* e ilustrado no espectro global no painel à esquerda da Figura 4.11. Devido à uniformidade de algumas estruturas presentes no mapa entre os períodos de 0,1 dia e 1 dia, podemos supor que os trânsitos afetam os coeficientes *wavelet* associados à modulação rotacional da curva de luz. No entanto, o período de 2,79 dias persiste ao longo dos 132 dias de observação e parece estar igualmente relacionado com a modulação rotacional da estrela. Sabe-se que a presença de uma componente orbitando a estrela pode muitas vezes produzir atividade cromosférica na estrela observada (Strassmeier et al. 1993). Baseando-se neste fato e verificando-se a assinatura da curva de luz sem trânsito, isto indicaria a presença de manchas na superfície da estrela. A curva então é característica de rotação, como constatado no painel à direita da Figura 4.11. O período definido como sendo o de rotação é de 2,89 dias; há

<sup>7</sup>Sistemas nos quais as estrelas não trocam matéria uma com a outra, já que cada uma das estrelas do sistema se encontra dentro dos seus lóbulos de Roche (Kopal 1955).

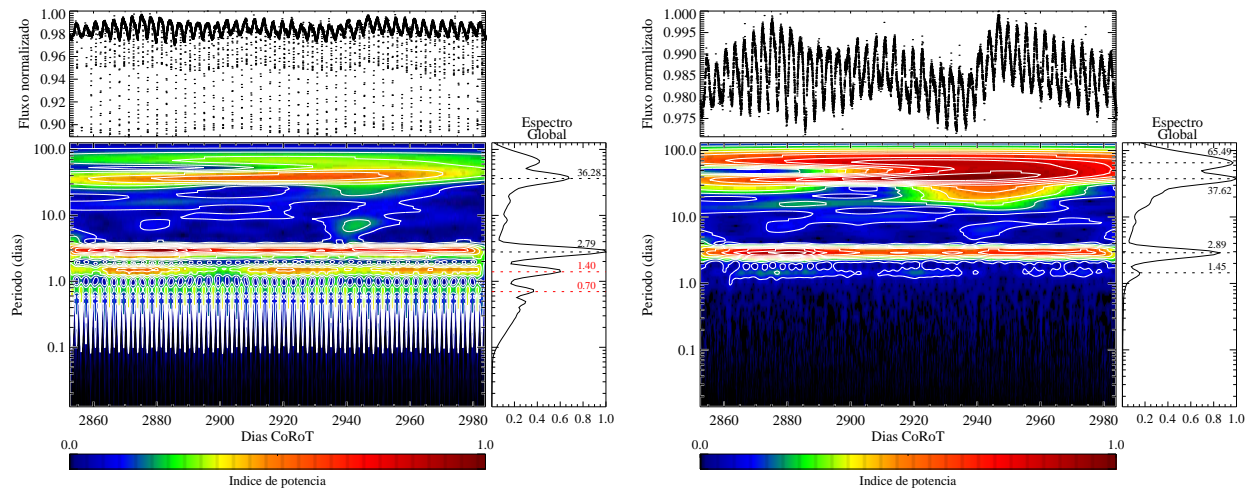


Figura 4.11: *Painel à esquerda*: curva de luz da estrela binária CoRoT 102715978 com os eclipses binários (topo), seu mapa *wavelet* (centro) e seu espectro global (direita). *Painel à direita*: curva de luz da estrela binária CoRoT 102715978 com os eclipses removidos (topo), seu mapa *wavelet* (centro) e seu espectro global (direita). Níveis de contorno são 90%, 80%, 70%,..., 20% e 10% do valor máximo do mapa. A *wavelet* Morlet de 6ª ordem foi usada.

porém um segundo, de 1,45 dias, com uma intensidade menor, também avistado no mapa local e no espectro global, correspondendo ao surgimento de alguma mancha com tempo de vida curto ou que se sobrepõe na região mais ativa. Note que os períodos 0,70 dias e 1,40 dias apenas são identificados nos espectros quando os eclipses são mantidos, indicando de fato que eles são *alias* do período orbital. Por outro lado, o período de  $\sim 37$  dias, presente em ambos os painéis, é ainda mais destacado quando os eclipses são removidos, indicando estes como uma periodicidade associada à oscilação cíclica da área total de manchas, como no caso da estrela CoRoT-2. Por fim, notamos que o período orbital é próximo ao período de rotação, o que nos permite concluir que existe aparentemente uma “sincronização” entre os movimentos orbital e rotacional das duas estrelas; quando elas estão muito próximas, o efeito de maré no sistema gera essa sincronização e portanto,  $P_{orb} \approx P_{rot}$  (Zahn 1977).

### 4.2.5 Estrelas variáveis pulsantes

Variações na luminosidade das estrelas também são causadas por flutuações no raio estelar. Este fenômeno está presente em muitas estrelas variáveis intrínsecas, tais como RR Lyrae, Cefeidas, e Delta Scuti, produzindo oscilações grandes, bastante regulares na amplitude de suas curvas de luz.

Algumas estrelas variáveis, tais como as estrelas Gamma Doradus ( $\gamma$  Dor), são variáveis pulsantes não radiais e têm amplitudes de pulsação menores. Analisamos nesta Tese principalmente dois tipos de estrelas pulsantes, CoRoT 105288363 e KIC 9697825, que são exemplos típicos de estrelas RR Lyrae e CoRoT 102918586 e KIC 3744571, apresentando o comportamento típico de estrelas  $\gamma$  Dor.

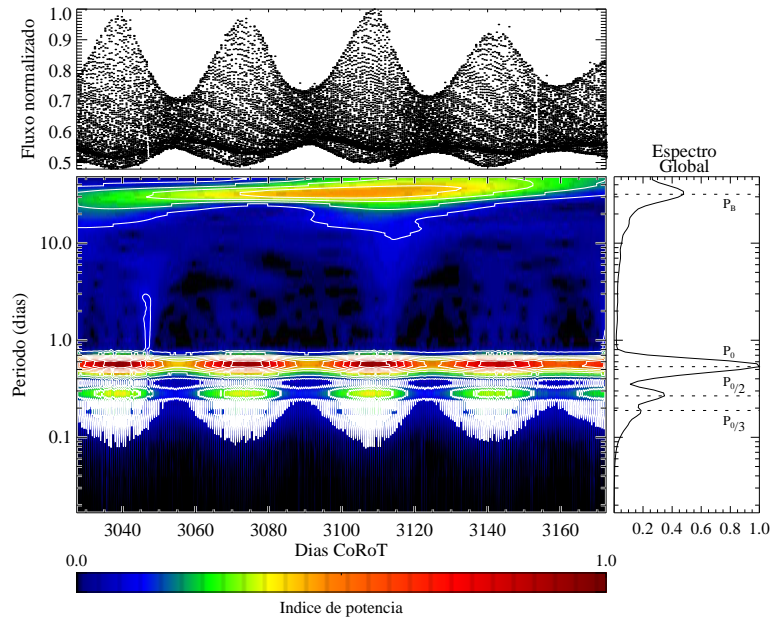


Figura 4.12: Curva de luz (topo) da estrela CoRoT 105288363, uma RR Lyrae de tipo RRab Blazhko, seu mapa local (centro) e seu espectro *wavelet* global (à direita). As periodicidades predominantes detectadas são  $P_0 = 0,56$  dias, associada ao período de pulsação radial fundamental,  $\frac{P_0}{2} = 0,28$  dias e  $\frac{P_0}{3} = 0,18$  dias, o segundo e o terceiro harmônicos, respectivamente, e  $P_B = 33,27$  dias, relacionada ao período Blazhko. Níveis de contorno são 90%, 80%, 70%,..., 20% e 10% do valor máximo do mapa. A *wavelet* Morlet de 6<sup>a</sup> ordem foi usada.

A estrela CoRoT 105288363 (2MASS J18393431+0726616), observada durante a segunda operação de longa duração na direção do centro galáctico (ou seja, campo LRc02), é uma estrela RR Lyrae de tipo RRab Blazhko (pulsação radial no modo fundamental) estudada por [Guggenberger et al. \(2011\)](#). Os resultados dos autores são considerados aqui como uma comparação com os resultados obtidos através do procedimento *wavelet*. A curva de luz, o mapa *wavelet* e o espectro *wavelet* global da referida estrela são mostrados na Figura 4.12. O mapa local ilustra o comportamento de pulsação a longo prazo e a sua estabilidade em escalas baixas (altas frequências) de menos de um dia, representada por um traço associado ao índice de potência mais elevado.

Alguns harmônicos são ilustrados por traços de energia mais suaves. Estas periodicidades são indicadas no espectro global:  $P_0 = 0,56$  dias (ou frequência  $f_0 = 1,785 \text{ d}^{-1}$ ) corresponde ao período de pulsação radial fundamental, o segundo e o terceiro harmônicos são respectivamente  $\frac{P_0}{2} = 0,28$  dias (ou  $2f_0 = 3,571 \text{ d}^{-1}$ ) e  $\frac{P_0}{3} = 0,18$  dias (ou  $3f_0 = 5,556 \text{ d}^{-1}$ ). Finalmente,  $P_B = 33,27$  dias (ou  $f_B = 0,03 \text{ d}^{-1}$ ) está associado com a modulação Blazhko. É importante destacar que o efeito Blazhko é uma variação no período e na amplitude de estrelas variáveis de tipo RR Lyrae (Szabó 2014). A estrela CoRoT 105288363 manifesta claramente variações de ciclo-em-ciclo na modulação Blazhko. Em um intervalo de tempo contínuo de 145 dias, 255 pulsações e mais de 4 ciclos completos de Blazhko foram observados e investigados por Guggenberger et al. (2011). Estes ciclos são claramente observáveis no mapa local, em forma circular, e também na escala de intensidade de cores como mostrado na Figura 4.12, formando assim um padrão de batimento representado por regiões de “dunas” circulares e regulares. Essas periodicidades estão em concordância com aquelas calculadas por Guggenberger et al. (2011) mediante uma análise de Fourier ( $f_0 = 1,7623 \text{ d}^{-1}$ ,  $f_1 = 2,984 \text{ d}^{-1}$ ,  $f_B = 0,028 \text{ d}^{-1}$ , com  $f_B$  a frequência de Blazhko). No entanto, o período  $f_1$  considerado pelos autores como um modo independente não é encontrado quando usamos o método *wavelet*, possivelmente devido ao fato de sua amplitude ser muito pequena.

Para assumir esta assinatura como típica para esse tipo de pulsação, aplicamos também o procedimento *wavelet* à curva de luz de outra estrela RR Lyrae, esta vez observada pela missão *Kepler* em um intervalo de tempo de aproximadamente 1420 dias. KIC 9697825 (2MASS J19015863+4626457) ou V360 Lyr é uma estrela designada como estrela variável no Catálogo GCVS (Samus et al. 2009). A Figura 4.13 mostra o seu mapa *wavelet* e seu respectivo espectro global. Os níveis de contorno não são traçados aqui para se observar mais claramente a assinatura de pulsação no mapa local. O padrão de batimento da anterior RR Lyrae ainda é evidente aqui, as “dunas” são circulares e regulares, compondo traços associados ao período fundamental e seus harmônicos. Este padrão de batimento caracteriza os ciclos de Blazhko (27 ciclos completos) cujas variações periódicas poderiam estar associadas com o período de 52,8 dias ( $P_B$  ou  $f_B = 0,019 \text{ d}^{-1}$ ) no espectro global. As outras periodicidades são  $P_0 = 0,54$  dias (ou  $f_0 = 1,852 \text{ d}^{-1}$ ), correspondendo ao período de pulsação radial fundamental, e seus harmônicos secundário e terciário  $\frac{P_0}{2} = 0,27$  dias (ou  $2f_0 = 3,704 \text{ d}^{-1}$ ) e  $\frac{P_0}{3} = 0,18$  dias (ou  $3f_0 = 5,556 \text{ d}^{-1}$ ), respectivamente. Além disso, também encontramos resultados semelhantes aos obtidos por Benkő et al.

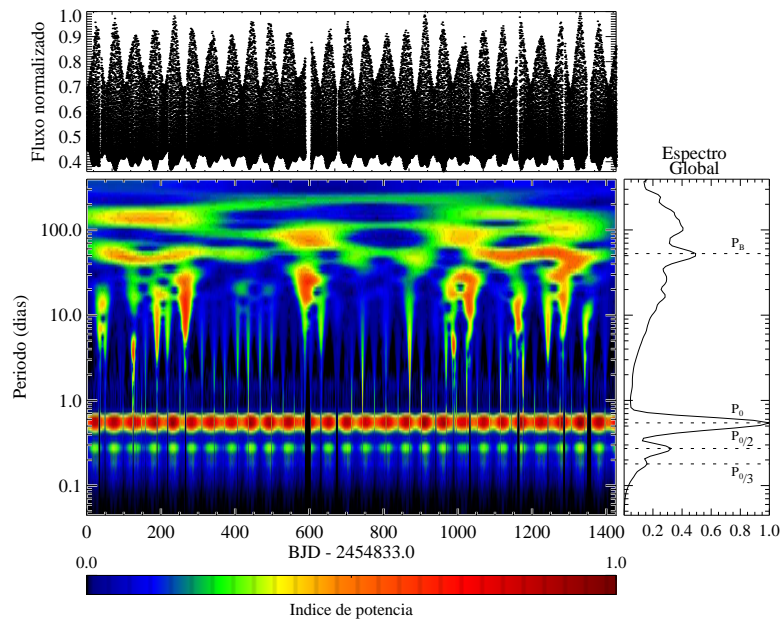


Figura 4.13: Curva de luz da estrela RR Lyrae KIC 9697825 ou V360 Lyr (topo), seu mapa local (centro) e seu espectro *wavelet* global (à direita). As periodicidades predominantes são  $P_0 = 0,54$  dias, associada ao período de pulsação radial fundamental,  $\frac{P_0}{2} = 0,27$  dias e  $\frac{P_0}{3} = 0,18$  dias, o segundo e o terceiro harmônicos, respectivamente, e  $P_B = 52,8$  dias, relacionada ao período Blazhko. Os níveis de contorno não são traçados para melhor visualização dos períodos. A *wavelet* Morlet de 6ª ordem foi usada.

(2010) usando o método de Fourier ( $f_0 = 1,79344 \text{ d}^{-1}$  ou  $P_0 = 0,55759$  dias e  $P_B = 51,4$  dias). Os autores também encontraram frequências adicionais ( $f_1 = 2,4875 \text{ d}^{-1}$  e  $f' = 2,6395 \text{ d}^{-1}$ ) que não foram encontradas usando o método *wavelet*, um fato possivelmente devido a suas amplitudes serem muito pequenas. É evidente que o padrão *wavelet* observado e as assinaturas bem definidas no caso da estrela RR Lyrae CoRoT 105288363, também são observados no caso desta estrela *Kepler*, KIC 9697825.

A estrela CoRoT 102918586, observada durante a primeira operação de curta duração na direção do anticentro galáctico (ou seja, IRa01), é uma binária eclipsante de magnitude 12,4 (2MASS J06485272-00531953), de tipo espectral F0 e considerada como uma variável pulsante de tipo  $\gamma$  Dor que mostra oscilações moduladas e eclipses finos. Para esta estrela, um período orbital de 8,78248 dias ( $F_{orb} = 0,1139 \text{ d}^{-1}$ ) é relatado por Maceroni et al. (2010, 2013). A Figura 4.14 mostra a análise *wavelet* de CoRoT 102918586, considerando os trânsitos binários (painel à esquerda) e aquela com os eclipses removidos (painel à direita). Não há diferenças significativas

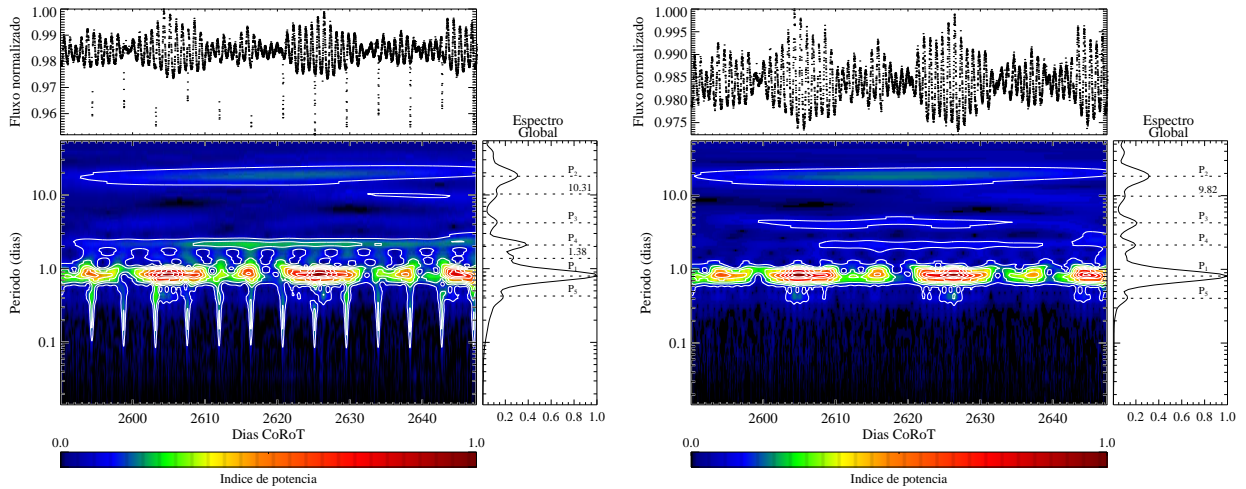


Figura 4.14: *Painel à esquerda:* curva de luz da estrela binária de tipo  $\gamma$  Doradus CoRoT 102918586 com os eclipses binários (topo), seu mapa *wavelet* (centro) e seu espectro global (direita). *Painel à direita:* curva de luz da estrela binária de tipo  $\gamma$  Doradus CoRoT 102918586 com os eclipses removidos (topo), seu mapa *wavelet* (centro) e seu espectro global (direita). As principais periodicidades detectadas e ilustradas no espectro global são  $P_1 = 0,82$  dias, correspondendo ao período de pulsação não radial fundamental,  $P_2 = 18,61$  dias, referente ao padrão de batimento,  $P_3 = 4,34$  dias e  $P_4 = 2,17$  dias, também relacionados com o padrão de batimento (embora não sejam exatamente iguais aos harmônicos de  $P_2$ ), e  $P_5 = 0,41$  dias, um harmônico de  $P_1$ . Níveis de contorno são 90%, 80%, 70%,..., 20% e 10% do valor máximo do mapa. A *wavelet* Morlet de 6ª ordem foi usada.

entre os dois mapas, havendo apenas pequenas variações na intensidade da escala causadas pelos eclipses. No entanto, a frequência de pulsação  $f_1 = 1,22 \text{ d}^{-1}$  ( $P_1 = 0,82$  dias) ainda é relevante em ambos os mapas *wavelet*. Como mostrado por Maceroni et al. (2010, 2013), a estrela primária pulsa com frequências típicas  $\gamma$  Dor, um resultado compatível com a nossa análise *wavelet*. As principais periodicidades ilustradas no espectro global do painel à direita são  $P_1 = 0,82$  dias (ou  $f_1 = 1,22 \text{ d}^{-1}$ ) com a maior amplitude, associada ao período de pulsação não radial, e  $P_2 = 18,61$  dias ( $f_2 = 0,05 \text{ d}^{-1}$ , correspondendo a  $\sim 0,5F_{orb}$ ) referente ao padrão de batimento. Também,  $P_3 = 4,34$  dias ( $f_3 = 0,23 \text{ d}^{-1}$ ) e  $P_4 = 2,17$  dias ( $f_4 = 0,46 \text{ d}^{-1}$ ) permanecem nos espectros local e global após a remoção dos eclipses, levando à conclusão de que eles devem estar relacionados com o padrão de batimento, embora não sejam exatamente iguais aos harmônicos de  $P_2$ . Finalmente,  $P_5 = 0,41$  dias ( $f_5 = 2,44 \text{ d}^{-1}$ ) é um dos harmônicos do período de pulsação. Todas estas periodicidades estão em conformidade com os resultados obtidos por Maceroni et al. (2010). O período de 1,38 dias no espectro global do painel à esquerda pode estar associado ao período

orbital, dado que ele não é identificado quando os eclipses são removidos, enquanto que o período de 10,31 dias com amplitude pequena aparece em ambos os mapas locais, levando-nos a supor que também ele está relacionado com o padrão de batimento de amplitude menor. A assinatura de pulsação que se observa aqui apresenta uma semiregularidade das “dunas” no mapa *wavelet*,

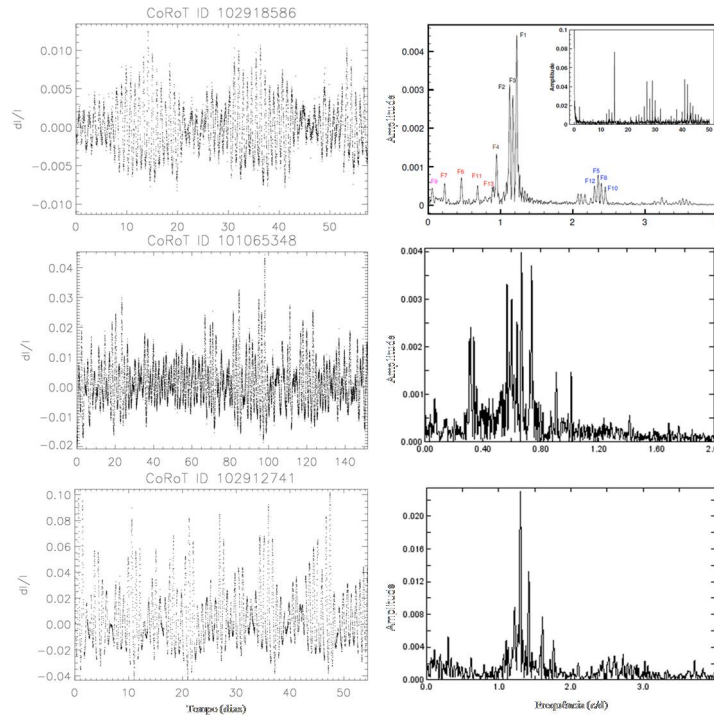


Figura 4.15: Curvas de luz das estrelas CoRoT 102918586, CoRoT 101065348 e CoRoT 102912741 e seus espectros de Fourier, de cima para baixo respectivamente. Os espectros de Fourier foram realizados usando o programa Period04, enquanto que o da estrela CoRoT 102918586, extraído de [Maceroni et al. \(2010\)](#).

colocando em dúvida se as variações da modulação são causadas por pulsações ou por rotação acompanhada pela presença de manchas. De fato, a semiregularidade observada pode ser o resultado da curva de luz de curto prazo, com uma janela de observação de 57 dias, limitando assim a identificação de assinaturas de pulsação visualmente evidentes no mapa *wavelet*. Esta semiregularidade também é observada em outros dois sistemas binários detectados pela missão CoRoT, CoRoT 101065348 (2MASS J19261166-00034556) observada em uma operação de 150 dias na direção do centro galáctico (campo LRc01) e classificada como binária eclipsante, e CoRoT 102912741 (2MASS J06485077-02544297) observada em uma operação de 55 dias na direção do anticentro galáctico (campo IRa01) candidata a binária eclipsante. No entanto, o comportamento da modula-

ção das oscilações destas estrelas é um pouco diferente daquelas apresentando uma modulação de rotação evidente; dois tipos de fenômenos são plausíveis: alterações intrínsecas das estrelas devido a pulsações, e/ou modulação rotacional devido à atividade fotosférica da estrela, mas desta vez com um padrão de manchas diferente. Na Figura 4.15 apresentamos na coluna da esquerda as curvas de luz destas três binárias eclipsantes e seus espectros de Fourier. O espectro de Fourier da estrela CoRoT 102918586 foi extraído de [Maceroni et al. \(2010\)](#), e os outros dois foram realizados usando o programa Period04 ([Lenz & Breger 2014](#)). Podemos notar que o perfil deles é muito semelhante a um perfil de pulsação, mostrando uma grande quantidade de frequências. Portanto, o objetivo em fazer uma comparação destes espectros entre si, bem como entre os mapas *wavelet* das três estrelas, é de estabelecer uma assinatura semelhante à da estrela CoRoT 102918586 já estudada e poder considerar as duas outras binárias não referenciadas como sendo variáveis pulsantes. Na Figura 4.16

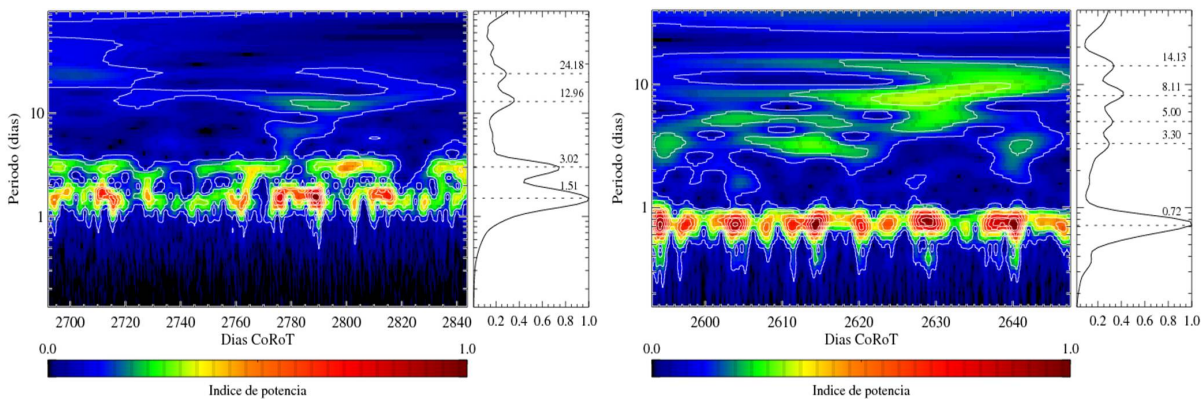


Figura 4.16: *Painel à esquerda*: Mapa *wavelet* e espectro global da estrela CoRoT 101065348 após remoção dos eclipses. As principais periodicidades detectadas e ilustradas no espectro global são  $P_1 = 1,51$  dias, correspondendo possivelmente ao período principal de pulsação,  $P_2 = 3,02$  dias, um harmônico de  $P_1$ ,  $P_3 = 12,96$  dias e  $P_4 = 24,18$  dias, referentes ao padrão de batimento. *Painel à direita*: Mapa *wavelet* e espectro global da estrela CoRoT 102912741 após remoção dos eclipses. O período principal de possível pulsação é  $P_1 = 0,72$  dias, os outros períodos estão possivelmente associados aos diferentes modos de pulsação. Níveis de contorno são 90%, 80%, 70%,..., 20% e 10% do valor máximo do mapa. A *wavelet* Morlet de 6ª ordem foi usada.

apresentamos os espectros *wavelet* de ambas as estrelas após a remoção dos eclipses para melhor identificação dos períodos associados à modulação observada em cada curva de luz. No caso da estrela CoRoT 101065348 (à esquerda), o mapa revela uma variação contínua do período de 1,51 dias (ou 0,662 c/d), considerado aqui como sendo o período de pulsação fundamental, e do seu harmônico de 3,02 dias. As irregularidades das cores ao longo do tempo de observação represen-

tando diferentes valores de período mostram um padrão de pulsação. As outras periodicidades de 12,96 dias e 24,18 dias no espectro global podem estar associadas ao padrão de batimento da curva de luz. A estrela CoRoT 102912741 (à direita) apresenta pelo contrário uma regularidade mais marcante das “dunas” formando agrupamentos circulares devido aos “pacotes de onda” que podem ser observados na sua curva de luz. De modo que, consideramos 0,72 dias (ou 1,389 c/d) como sendo o período principal de pulsação da estrela. Os outros períodos identificados no espectro global estão possivelmente associados aos diferentes modos de pulsação. As frequências obtidas nos espectros de Fourier estão em concordância com estes períodos, sendo 0,671 c/d a frequência principal de pulsação da estrela CoRoT 101065348 e 1,301 c/d aquela da estrela CoRoT 102912741. Note que ambas as estrelas apresentam um período em torno de 1 c/d, o que é característico das estrelas variáveis pulsantes de tipo  $\gamma$  Dor, pertencentes a tipos espectrais F ou A. A classificação espectral destas estrelas na base de dados do CoRoT é F6 e G0 para CoRoT 102912741 e CoRoT 101065348, respectivamente. Tendo em conta essa classificação espectral e os períodos obtidos, podemos nesta Tese considerar estas estrelas como possíveis estrelas Gamma Doradus.

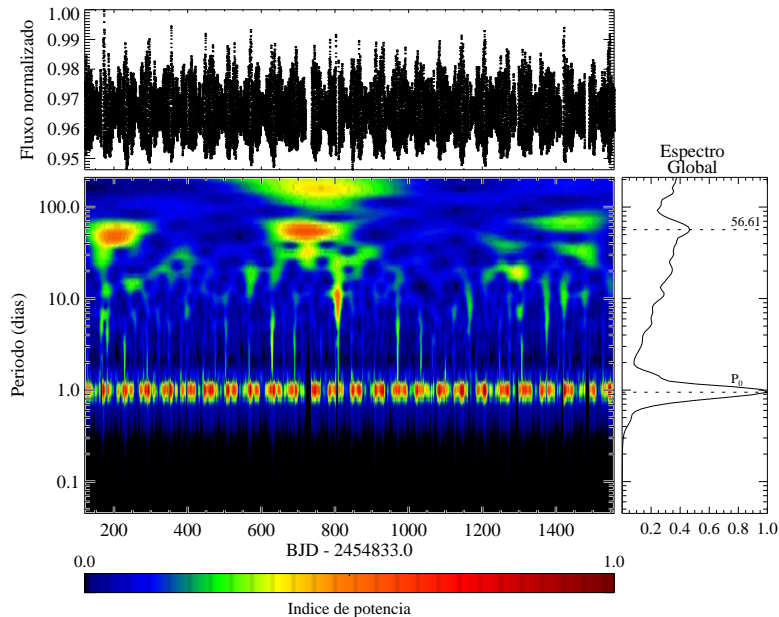


Figura 4.17: Curva de luz da estrela  $\gamma$  Dor KIC 3744571 (topo), seu mapa local (centro) e seu espectro *wavelet* global (à direita). As periodicidades predominantes detectadas são  $P_0 = 0,95$  dias, associada ao período de pulsação fundamental, e 56,61 dias, relacionada com o padrão de batimento. Os níveis de contorno não são traçados para melhor visualização dos períodos. A *wavelet* Morlet de 6<sup>a</sup> ordem foi usada.

Usamos também o procedimento *wavelet* para uma curva de luz de uma estrela *Kepler*, KIC 3744571 (2MASS J19230559+3848519), observada em um intervalo de tempo maior (aproximadamente 1430 dias) e classificada como uma estrela  $\gamma$  Dor por [Tkachenko et al. \(2013\)](#). A partir da análise *wavelet*, ilustrada por meio do mapa *wavelet* e do espectro global da estrela ilustrados na Figura 4.17, observa-se um traço evidente em torno de um período de 1 dia, contornando uma continuidade regular das “dunas” associada ao modo fundamental de pulsação. Notemos que as “dunas” diferem das analisadas nos casos anteriores das estrelas RR Lyrae devido à diferença no tipo de pulsações, no entanto, a regularidade observada em ambos os casos aponta para um padrão de pulsação clara. Os períodos predominantes são  $P_0 = 0,95$  dias, o período de pulsação fundamental e 56,61 dias, possivelmente associada ao padrão de batimento, como mostrado no espectro global. Os níveis de contorno não são traçados aqui a fim de realçar a assinatura de pulsação de tipo  $\gamma$  Dor.

Finalmente, para estabelecer a regularidade observada das “dunas” no mapa *wavelet* como um padrão de pulsação nas estrelas pulsantes referidas, estendemos nossa análise *wavelet* para as seguintes estrelas pulsantes adicionais: KIC 7257008, uma RR Lyrae, KIC 2710594, KIC 3448365, KIC 4547348, KIC 4749989, KIC 10080943, KIC 6462033,  $\gamma$  Doradus, KIC 9700322, uma RR- $\delta$  Scuti, e KIC 3324644, uma Cefeida. Todas estas estrelas são de natureza pulsante estudadas e reportadas na literatura ([Molnár et al. 2014](#); [Tkachenko et al. 2013](#); [Ulusoy et al. 2014](#); [Breger 2011](#)), à exceção da Cefeida. Esta é classificada como tal na base de dados astronômicos SIMBAD. Os mapas *wavelet* resultantes apresentados na Figura 4.18 confirmam que a regularidade das “dunas” nos mapas *wavelet* é um dos principais traços de um padrão de pulsação. Também, podemos distinguir diferentes assinaturas de pulsação para cada tipo de estrelas variáveis. As estrelas RR-Lyrae mostram uma assinatura de dunas circulares, como pacotes de ondas bem definidos; por outro lado, o mapa da Cefeida apresentada aqui mostra dunas mais compridas e de forma oval. As  $\gamma$  Dor pelo contrário se caracterizam por apresentarem pacotes de pulsação mais estreitos e com vários traços de dunas semelhantes, porém com intensidades diferentes. O período fundamental de pulsação de cada estrela, encontrado através do procedimento *wavelet*, está ilustrado em seu respectivo mapa por uma linha tracejada vermelha e apresentado na Tabela 4.2 para melhor visualização.

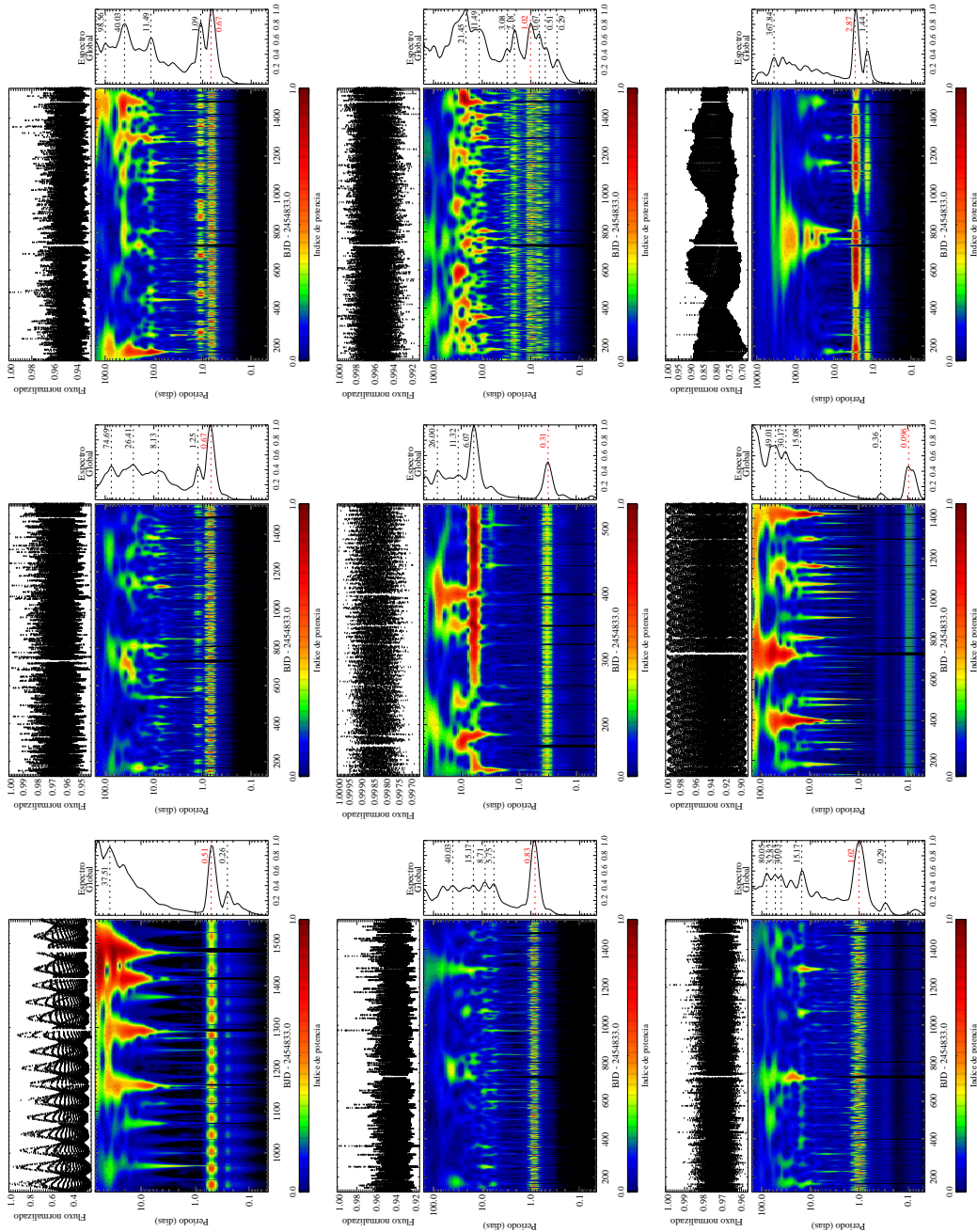


Figura 4.18: Mapa *wavelet* e espectro global de estrelas variáveis pulsantes das missões *Kepler* e *CoRoT* com distintos tipos de pulsação. De esquerda à direita, de cima para baixo: KIC 7257008, uma RR Lyrae, KIC 2710594, KIC 3448365, KIC 4547348, KIC 4749989, KIC 6462033, KIC 10080943,  $\gamma$  Doradus, KIC 9700322, uma RR- $\delta$  Scuti e KIC 3324644, uma Cefeida. O período fundamental de pulsação é ilustrado por uma linha tracejada vermelha no espectro global para cada uma destas estrelas. Os níveis de contorno não são traçados para melhor visualização da assinatura padrão de pulsação. A *wavelet* Morlet de 6<sup>a</sup> ordem foi usada.

Tabela 4.2: Períodos de rotação e pulsação obtidos através do procedimento *wavelet* para estrelas das missões *Kepler* e *CoRoT*.

ID	Classificação <sup>1</sup>	$P_{rot}$ (dias)	$P_{pul}$ (dias) <sup>2</sup>	Nome
Estrelas <i>CoRoT</i>				
101206560	EP	4,53	-	CoRoT-2
102912369	EP	9,07	-	CoRoT-4
106017681	EP	6,20	-	CoRoT-6
102708694	EP	21,11	-	CoRoT-7
101086161	EP	25,45	-	CoRoT-8
315211361	EP	5,10	-	CoRoT-18
101455904	IN	5,19	-	-
102715978	SB	2,89	-	-
101065348	SB/GD*	-	1,51	-
102912741	SB/GD*	-	0,72	-
102918586	SB/GD	-	0,82	-
105288363	RL	-	0,56	-
Estrelas <i>Kepler</i>				
11853905	EP	48,10	-	Kepler-4
10619192	EP	11,92	-	Kepler-17
3323887	EP	17,29	-	Kepler-9
3832474	EP	15,65	-	Kepler-30
6949607	EP	17,17	-	Kepler-28
1995351	IN	3,30	-	-
7021177	SB	6,40	-	-
7257008	RL	-	0,51	-
9697825	RL	-	0,54	V360 Lyr
9700322	DS	-	0,096	-
3324644	CF	-	2,87	-
2710594	GD	-	0,67	-
3448365	GD	-	0,67	-
3744571	GD	-	0,95	-
4547348	GD	-	0,83	-
4749989	GD	-	0,31	-
6462033	GD	-	1,02	-
10080943	GD	-	1,02	-

<sup>1</sup> EP: Estrela com planeta; SB: Sistema binário; CF: Cefeida; GD: Gamma Doradus; RL: RR Lyrae; DS: Delta Scuti; IN: Individual.

<sup>2</sup> Período fundamental de pulsação.

\* Estrelas binárias com possíveis períodos de pulsação de tipo  $\gamma$  Dor, sem confirmação na literatura.

### 4.3 Aplicação do modelo de manchas em estrelas das missões CoRoT e Kepler

As manchas estelares são traçadores observáveis da atividade dinâmica interna das estrelas, fornecendo assim informação sobre o seu campo magnético interno. Estas manchas, sendo mais escuras que a superfície estelar, causam variações periódicas na curva de luz de uma estrela quando elas cruzam o disco estelar devido à rotação, e portanto, modulam a luminosidade total da estrela com o seu período de rotação. No momento não é possível detectar, e muito menos acompanhar o comportamento das manchas de tipo solar em outras estrelas, devido as suas dimensões relativamente reduzidas. Um trânsito planetário, definido como a passagem de um planeta durante sua órbita exatamente entre a estrela e o observador, como ilustrado na Figura 4.19, pode ser usado na detecção e caracterização de tais manchas. Durante o eclipse da estrela pelo seu planeta, uma mancha (ou um grupo de manchas) na superfície da estrela pode ser ocultada, causando uma pequena variação na curva de luz do trânsito. Esta variação pode ser modelada utilizando o método desenvolvido por Silva (2003), apresentado no Capítulo 3, que fornece as propriedades físicas das manchas tais como o tamanho, a posição, a temperatura (ou intensidade) e o tempo de vida.

Analisando todas as manchas ocultadas pelo planeta, também é possível calcular o período de rotação da estrela, e se a estrela apresenta ou não rotação diferencial. O período de rotação médio da estrela é obtido a partir da modulação da curva de luz com o trânsito planetário removido, enquanto o período de rotação na latitude do trânsito é determinado a partir da identificação da mesma mancha em trânsitos sucessivos.

Nesta seção apresentamos os resultados preliminares das propriedades físicas das manchas identificadas na superfície das estrelas Kepler-17 e CoRoT-18, bem como a determinação do período de rotação destas estrelas. Estimamos também a rotação diferencial (quando existente), adotando um perfil de rotação solar como uma função da latitude. Alguns dos parâmetros básicos destas estrelas e dos seus planetas estão apresentados na Tabela 4.3.

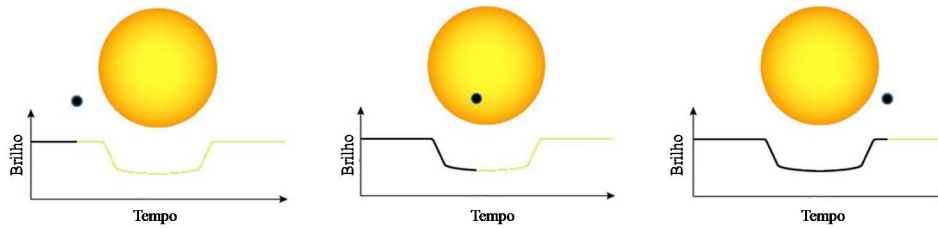


Figura 4.19: Curva de luz de uma estrela durante um trânsito planetário. Crédito: Caltech Astronomy.

Tabela 4.3: Parâmetros das estrelas Kepler-17 e CoRoT-18 e dos seus respectivos planetas.

Estrela	Kepler-17 <sup>1</sup>	CoRoT-18 <sup>2</sup>
ID	10619192	315211361
2MASS ID	19533486+4748540	06324137-0001537
Tipo espectral	G2V	G9V
Magnitude aparente V	14,0	14,99
Massa ( $M_{\odot}$ )	1,16	0,95
Raio ( $R_{\odot}$ )	1,05	1,0
$T_{ef}$ (K)	5781	5440
Massa ( $M_{jup}$ )	2,45	3,47
Raio ( $R_{jup}$ )	1,312	1,31
Período orbital (d)	1,4857	1,9001
Semieixo maior (UA)	0,02591	0,0295

<sup>1</sup>Désert et al. (2011); Bonomo et al. (2012), <sup>2</sup>Hébrard et al. (2011).

### 4.3.1 Kepler-17

Um dos planetas descobertos em 2011 pela missão *Kepler* foi Kepler-17b, um Júpiter quente, com uma massa de  $2,45 M_{jup}$  e um raio de  $1,312 R_{jup}$ . Este planeta orbita sua estrela hospedeira em apenas 1,486 dias (Désert et al. 2011). Kepler-17 é uma estrela de tipo G2V, com uma massa de  $1,16 M_{\odot}$  e um raio de  $1,05 R_{\odot}$ . Sua temperatura efetiva é de 5781 K e sua idade  $< 1,78$  Gyr (Bonomo et al. 2012). Na aplicação do modelo de manchas, usamos a curva de luz de Kepler-17 de curta cadência, ou seja, aquela onde os dados são obtidos a cada 1 minuto, cobrindo mais de quinze meses de dados fotométricos, entre 19 de dezembro de 2009 e 26 de maio de 2011. A razão desta escolha está no fato do modelo concentrar-se especificamente em cada trânsito. Por outro lado, usamos a curva de luz de Kepler-17 de longa cadência (29.42 minutos) para obter, através do procedimento de Lomb Scargle, um período de rotação médio a partir da modulação da curva de luz

com o trânsito removido, e também para comparação com os períodos encontrados através do procedimento *wavelet*. Na Figura 4.7 ilustramos previamente o mapa *wavelet* desta estrela, no entanto, apresentamos aqui uma análise mais detalhada para Kepler-17 e seus períodos. Observando esta curva de luz, é possível identificar variações significativas, com uma amplitude máxima de  $\sim 4\%$ , para uma análise com trânsito removido. Consequentemente, é razoável considerar que trata-se de uma estrela muito ativa. Estas variações são causadas por uma modulação rotacional das regiões ativas, as manchas e fáculas, no disco estelar. Desta forma, Kepler-17 é uma excelente candidata para o estudo da atividade magnética em uma estrela jovem em relação ao Sol. Fazendo uso das variações da curva de luz de longa cadência fora o trânsito, [Bonomo & Lanza \(2012\)](#) apresentam um estudo da rotação desta estrela e a evolução das regiões ativas fotosféricas através do método de Máxima Entropia. Os resultados obtidos pelos autores serão comparados com os obtidos nesta Tese através do procedimento *wavelet*, como também com aqueles encontrados pelo modelo de manchas apresentados nesta seção.

Tabela 4.4: Parâmetros usados na aplicação do modelo de manchas para a estrela Kepler-17 e seu planeta.

Kepler-17	Parâmetros iniciais	Parâmetros ajustados
Período orbital (d)	1,48571	1,48571
Inclinação da órbita ( $^\circ$ )	87,20	89,63
Raio ( $R_s$ )	0,1282	0,1383
Semieixo maior ( $R_s$ )	5,311	5,743
$u_1$	0,59	0,428
$u_2$	0,00	0,127

A curva de luz de Kepler-17 usada na aplicação do modelo de manchas cobre aproximadamente 521 dias, durante os quais foram observados 274 trânsitos de seu planeta com alta resolução temporal (1 min). Os parâmetros iniciais para a construção das curvas de luz do trânsito modeladas são apresentados na Tabela 4.4. Inicialmente temos: (i) uma órbita planetária circular de raio  $a = 5,311 R_s$ , onde  $R_s$  é o raio da estrela, e o período orbital de 1,486 dias. Com uma excentricidade  $< 0,011$ , a órbita pode ser considerada como circular, não afetando significativamente os resultados; (ii) o ângulo de inclinação é  $inc = 87^\circ, 20$ , resultando em uma projeção da passagem central do trânsito a uma latitude estelar de  $-15^\circ, 037$  (a latitude sul é arbitrariamente

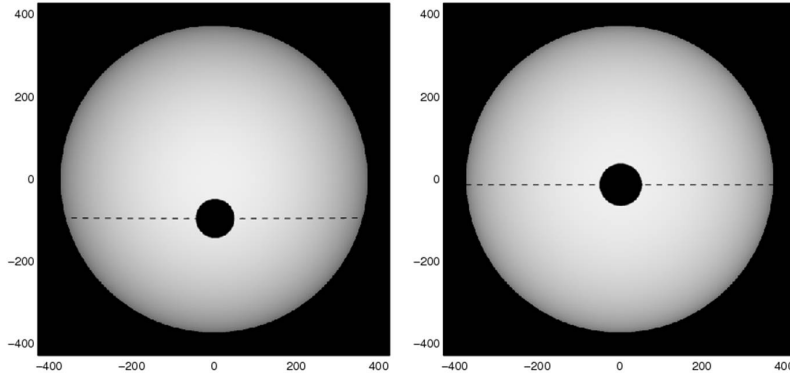


Figura 4.20: Estrela modelada com os parâmetros iniciais (à esquerda) e com os parâmetros ajustados (à direita).

selecionada). A órbita planetária é considerada no mesmo plano do equador estelar; (iii) o raio do planeta é  $R_p = 0,1282 R_s$ ; (iv) os coeficientes de escurecimento do limbo são inicialmente considerados lineares, ou seja,  $u_1 = 0,59$  e  $u_2 = 0$  (como no caso do Sol). As curvas de luz do trânsito foram modeladas a partir desses parâmetros iniciais. No entanto, vários trânsitos são profundos, impedindo um bom ajuste das manchas. Possivelmente, a presença de fáculas seja a causa dessa profundidade, já que por serem mais brilhantes o efeito na curva de luz do trânsito é contrário ao das manchas. Para resolvermos isso, selecionamos quatro trânsitos que não apresentem manchas (ou contenham o menor número de manchas possível), já que elas dificultam a determinação precisa dos parâmetros físicos e orbitais do planeta, tornando o trânsito na curva de luz menos profundo. Em seguida, realizamos uma média interpolada destes quatro trânsitos e aplicamos a rotina AMOEBA (Press et al. 1992) e obtemos um novo valor do raio do planeta, sendo este  $R_p = 0,1383 R_s$  (7,88% de aumento do raio do planeta). Os novos valores dos parâmetros orbitais e dos coeficientes do limbo são obtidos a partir de uma média de todos os trânsitos, portanto, temos: semieixo maior  $a = 5,743 R_s$ ,  $u_1 = 0,428$ ,  $u_2 = 0,127$ , e  $inc = 89^\circ, 63$ , resultando em uma latitude estelar de  $-2^\circ, 125$ , obtida através da Equação (3.2). Os parâmetros ajustados e apresentados na Tabela 4.4 são usados na modelagem das manchas para cada curva de luz do trânsito. A Figura 4.20 ilustra a estrela modelada a partir dos parâmetros iniciais (à esquerda) e aquela com os parâmetros ajustados com escurecimento do limbo quadrático (à direita). As curvas de luz dos primeiros 40 trânsitos são ilustradas na Figura 4.21. Também é traçada a curva de luz do trânsito modelada a partir dos parâmetros ajustados nesta mesma figura, considerando que nenhuma mancha está presente na superfície estelar (linha sólida vermelha).

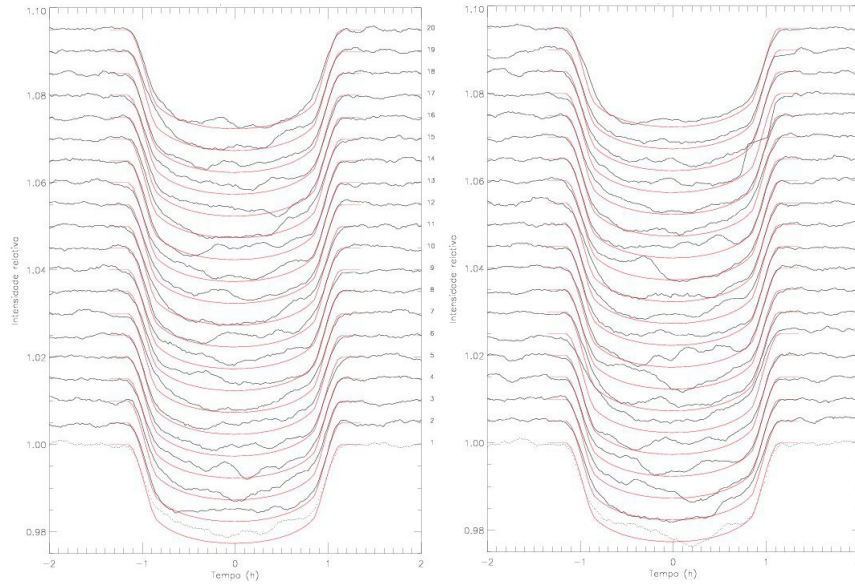


Figura 4.21: As 40 primeiras curvas de luz durante o trânsito de Kepler-17b em frente de sua estrela hospedeira. A linha sólida vermelha representa o modelo da estrela sem manchas.

Como mencionado no Capítulo 3, as manchas são modeladas por meio de três parâmetros: intensidade, raio, e longitude (a latitude é fixa em  $-2^\circ, 125$ ). Todos os ajustes são realizados com o uso da rotina AMOEBA (Press et al. 1992). A longitude da mancha é definida pelo tempo de variação de brilho no interior do trânsito e pode ser estimada pela Equação (3.3). O passo a seguir consiste em decidir o número máximo de manchas necessários para ajustar cada trânsito. No entanto, tendo em conta que vamos ajustar 274 trânsitos e o tempo de execução do modelo é ainda maior conforme o número de manchas aumenta para cada trânsito, consideramos neste caso apenas quatro manchas para todos os trânsitos. Os três parâmetros para cada mancha são buscados simultaneamente, minimizando o  $\chi^2$  entre o modelo e os dados. Um exemplo de ajuste é ilustrado na Figura 4.22 para o trânsito 17. À esquerda, a estrela sintetizada é representada com quatro manchas variando em intensidade (relativo à intensidade do centro do disco estelar  $I_c$ ) e em raio (em unidades de  $R_p$ ). À direita, apresentamos as curvas de luz do trânsito 17 modeladas com quatro manchas (linha sólida vermelha), e também na ausência de manchas (linha sólida azul).

Uma quantidade possível de ser estimada é o bloqueio da emissão estelar causado pela mancha, chamado déficit de fluxo relativo e definido como o produto do contraste da mancha e sua área, ou seja,  $F = (1 - f_i) R^2$ , onde  $f_i$  e  $R$  são a intensidade da mancha (em unidades de  $I_c$ ) e o raio, respectivamente. De fato, quando  $f_i = 1$  significa que não há nenhum contraste com respeito

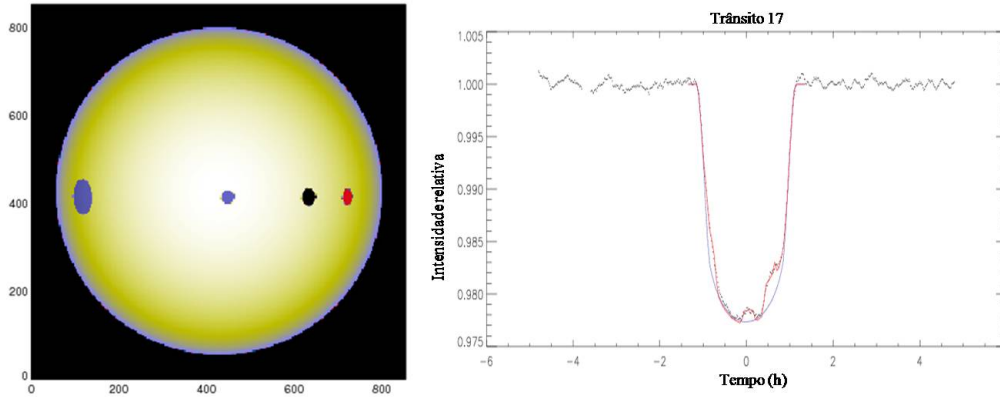


Figura 4.22: Exemplo de ajuste do trânsito 17. *Esquerda*: estrela com quatro manchas modeladas. *Direita*: curva de luz observável do trânsito (preta) com a curva de luz do modelo na ausência de manchas (azul) e aquela modelada com as quatro manchas (vermelha).

à fotosfera, ou seja, não há nenhuma mancha. A Figura 4.23 ilustra os resultados obtidos para o raio, a longitude, a intensidade das manchas, bem como o déficit de fluxo para as 1096 manchas detectadas durante todos os trânsitos.

A distribuição do raio das manchas mostra que estas possuem um raio que varia entre 0,1 e 0,9  $R_p$ , com um valor médio de 0,49  $R_p$ . Adotando um raio de 1,312  $R_{Jup}$ , o diâmetro das manchas varia aproximadamente entre 18 000 e 165 000 km, com um valor médio de 89 000 km. A distribuição da intensidade das manchas mostra uma variação entre 0,1 e 0,9  $I_c$ , com um valor médio de 0,55  $I_c$ . As manchas com valores de intensidade menores, ou com contraste de manchas elevado, são manchas mais frias do que aquelas com valores de intensidade próximos de  $I_c$ . Estas intensidades podem ser convertidas em temperaturas a partir da consideração de uma emissão de corpo negro para a fotosfera e as manchas. A temperatura é estimada como sendo

$$T_{mancha} = \frac{h\nu}{K_B} \left[ \ln \left( 1 + \frac{\exp\left(\frac{h\nu}{K_B T_{ef}}\right) - 1}{f_i} \right) \right]^{-1}, \quad (4.1)$$

onde  $K_B$  e  $h$  são as constantes de Boltzmann e Planck, respectivamente,  $\nu$  é a frequência associada a um comprimento de onda de 600 nm<sup>8</sup>,  $f_i$  é a fração da intensidade da mancha com respeito à intensidade central do disco  $I_c$ , e  $T_{ef}$  a temperatura efetiva da estrela. Considerando  $T_{ef} = 5781$  K

<sup>8</sup>Kepler fornece fotometria de alta precisão na banda passante 423-897 nm (Koch et al. 2010), portanto tomamos o valor médio para calcular as temperaturas das manchas.

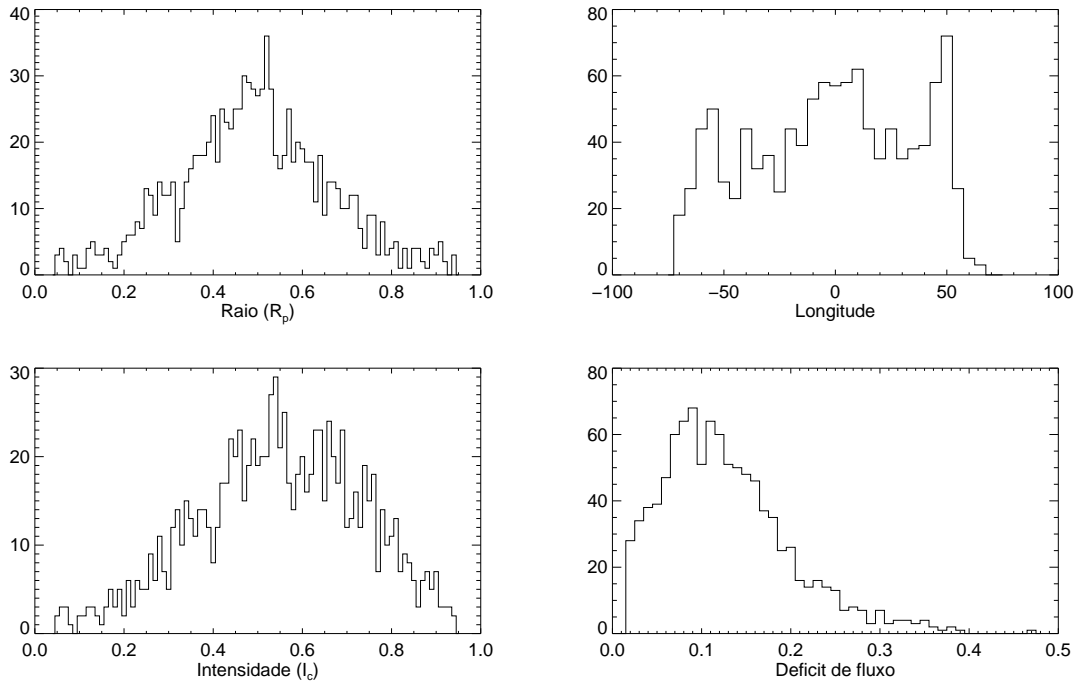


Figura 4.23: Histogramas dos parâmetros das manchas obtidos a partir dos ajustes nos 274 trânsitos. Da esquerda para direita, de cima para abaixo: raio (em unidades de  $R_p$ ), longitude ( $^\circ$ ), intensidade (em unidade de  $I_c$ ), e o déficit de fluxo causado pelas manchas.

([Bonomo et al. 2012](#)), as temperaturas das manchas variam entre 3700 e 5650 K com um valor médio de 5061 K, sendo aproximadamente 131 - 2080 K mais frias que o restante do disco. A distribuição da temperatura das manchas é representada na Figura 4.24.

A longitude da mancha obtida a partir do ajuste, e cuja distribuição está representada na Figura 4.23, é a longitude topocêntrica na estrela medida em um referencial fixo no observador. A longitude topocêntrica zero corresponde à direção da linha de visada com o observador, considerando-a como sendo o meridiano central do disco estelar. O modelo é limitado neste caso a manchas entre  $-70^\circ$  e  $+70^\circ$  do meridiano central. Para converter essa longitude em uma outra no referencial rotacional que gira com a estrela, ou seja, fixa na superfície estelar, é necessário o período de rotação da estrela. O período de rotação médio usado no modelo para a conversão das longitudes e estimativa do período de rotação na latitude do trânsito é calculado através de Lomb-Scargle com o uso do software Period04 ([Lenz & Breger 2014](#)), portanto,  $P_{rot} = 12,25$  dias. [Désert et al. \(2011\)](#) estima um período de rotação da estrela de  $11,89 \pm 0,15$  dias, enquanto [Bonomo & Lanza \(2012\)](#) consideram um valor de 12,01 dias. A longitude rotacional é obtida a partir da Equ-

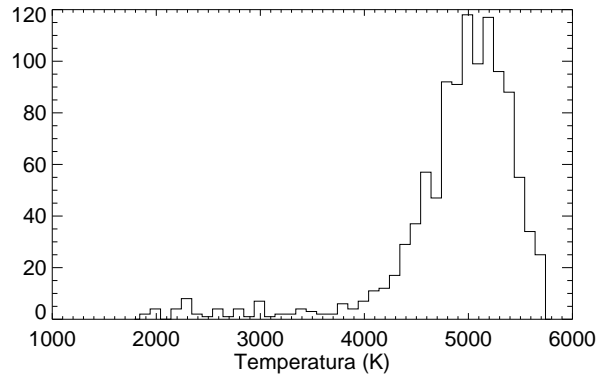


Figura 4.24: Distribuição da temperatura das manchas de Kepler-17.

ção (3.5) e é limitada ao intervalo  $\pm 180^\circ$ , coincidindo com a longitude topocêntrica no meio-tempo do primeiro trânsito.

Uma vez que a estrela pode apresentar rotação diferencial, o período de rotação na latitude do trânsito pode não ser igual ao período de rotação médio  $P_{rot}$  considerado nesta Tese. Para calcular esse período cobrindo a latitude  $-2^\circ, 125$ , mapas de manchas da superfície estelar no interior das latitudes do trânsito são contruídos. Cada mapa é construído pelo empilhamento de regiões sucessivas de superfície do trânsito com as manchas, iniciando com o primeiro trânsito na parte inferior e terminando com o último na parte superior do mapa. Estes mapas mostram o tamanho e o déficit de fluxo das manchas como uma função de sua longitude rotacional (eixo horizontal) e o tempo (eixo vertical). Períodos variando de 11,5 a 12,5 dias foram selecionados, com intervalos de 0,01 dia. A Figura 4.25 ilustra estes mapas para períodos entre 11,7 e 12,4 dias, com intervalo de 0,1 dia. Para melhor visualização, apenas as manchas detectadas nos primeiros 190 trânsitos, e com um déficit de fluxo superior a 0,1, são representadas nos mapas. As dimensões dos círculos são proporcionais ao raio da mancha, enquanto a cor refere-se ao déficit de fluxo da mancha.

À primeira vista, percebemos nestes painéis que as manchas seguem listras diagonais, dando a impressão de que elas são envolvidas em torno da estrela com muita rapidez ou contrariamente, deslocam-se de forma desacelerada, como no caso por exemplo de 12,4 dias e 11,7 dias, respectivamente. Ou seja, os períodos estelares utilizados não são adequados para a latitude da região ocultada durante os trânsitos.

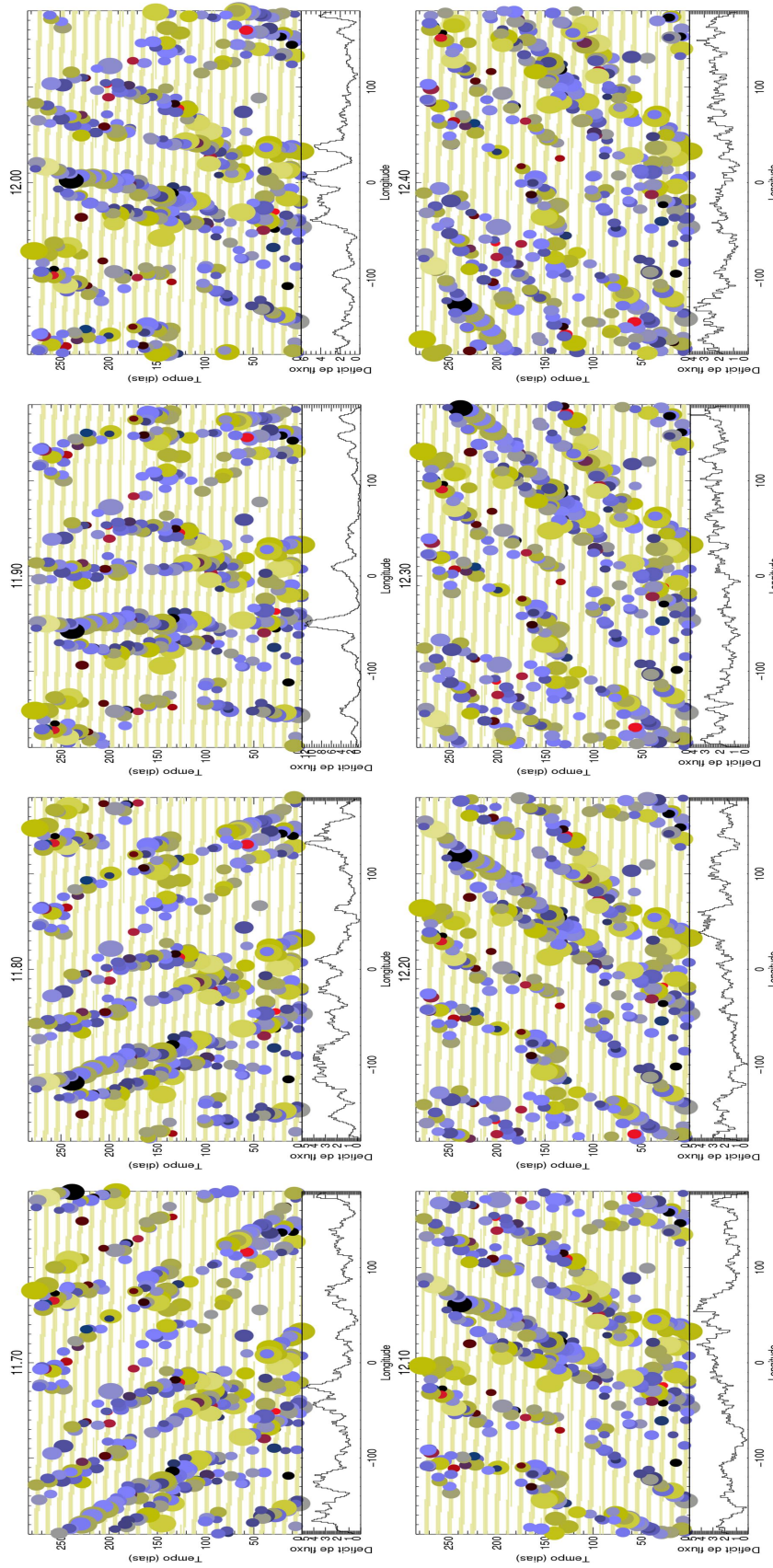


Figura 4.25: Longitudes rotacionais das manchas para oito períodos de rotação distintos (entre 11,7 e 12,4 dias com intervalos de 0,1 dia). Para melhor visualização apenas as manchas detectadas nos primeiros 190 trânsitos, e com um déficit de fluxo superior a 0,1, são representadas nos mapas. O tamanho dos círculos é proporcional ao raio da mancha e a cor refere-se ao déficit de fluxo da mancha. O déficit de fluxo integrado no tempo como uma função da longitude da mancha esta representado abaixo de cada mapa correspondente.

Visualmente, as manchas localizadas nas listras diagonais iniciais (inclinadas para a esquerda) parecem situar-se cada vez mais em uma mesma longitude rotacional conforme aumenta o período, formando listras verticais de manchas nos mapas de superfície estelar. Em seguida, a inclinação diagonal muda para o lado contrário (inclinando para a direita) para períodos superiores a 11,9 dias. Quando uma mesma mancha é detectada em uma mesma longitude rotacional durante vários trânsitos, aparecendo na forma de listras verticais, o período correspondente a essa configuração é considerado como sendo o período real de rotação na latitude do trânsito, ou seja, neste caso temos  $P(\alpha) = 11,9$  dias. Essa configuração é facilmente encontrada através da função do contraste de mancha integrado no tempo (ou déficit de fluxo) como uma função da longitude. Esta função é representada na parte inferior de cada mapa, para cada período. A evidente diferença entre  $P_{rot}$  e  $P(\alpha)$  indica a possibilidade da estrela apresentar rotação diferencial. Um critério quantitativo para se encontrar o melhor período de rotação consiste na observação da função de autocorrelação do déficit de fluxo integrado no tempo como uma função da longitude, para alguns períodos apropriados. A Figura 4.26 exibe as funções de autocorrelação para os períodos compreendidos entre 11,7 e 12,2 dias (com intervalos de 0,1 dia). O painel à direita revela a largura à meia altura do pico principal de função de autocorrelação versus o período de rotação em um intervalo de 11,6 a 12,4 dias. O período que gera a função de autocorrelação mais fina corresponde a 12,0 dias, indicado pela linha tracejada vertical. A linha sólida indica o período de rotação médio  $P_{rot} = 12,25$  dias, determinado a partir da modulação da curva de luz com o trânsito removido. Portanto, o período de rotação de Kepler-17 na região de latitude ocultada pelo planeta é de 12,0 dias. Note-se que este período de rotação é aproximadamente oito vezes o período orbital do planeta, isto possivelmente indica uma forte interação entre a estrela e o planeta, como sugerido por Désert et al. (2011); isto implicaria uma localização de manchas com longitudes bem definidas.

Note que, os períodos encontrados por Désert et al. (2011) e Bonomo & Lanza (2012) são muito próximos do  $P(\alpha)$  encontrado através do modelo de manchas discutido nessa seção. Este também é semelhante ao período de rotação da estrela identificado através do procedimento *wavelet*, cujo mapa está ilustrado na Figura 4.27. Neste caso, usamos a curva de luz sem o trânsito planetário com uma janela de observação de 1400 dias. Identificam-se as seguintes periodicidades: 11,92 dias, considerado como o período de rotação da estrela, e 5,96 dias, relacionado com a presença de regiões ativas na superfície da estrela. O valor de 67,45 dias é possivelmente um

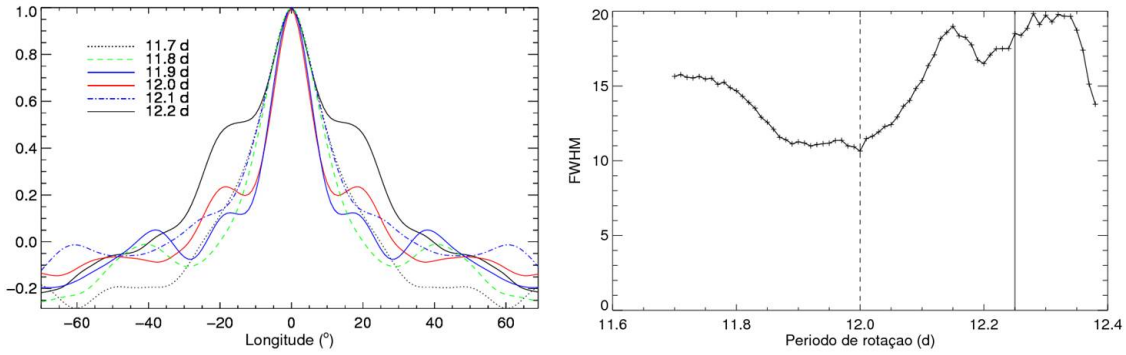


Figura 4.26: *Esquerda*: função de autocorrelação do déficit de fluxo versus longitude para seis períodos de rotação distintos. *Direita*: largura à meia altura da função de autocorrelação versus o período de rotação da estrela.

falso período causado pelos *gaps* presentes na curva de luz, conseqüentemente sobrepondo-se ao período de 41,52 dias. Este período, sendo aproximadamente 4 vezes o período de rotação, pode estar associado a uma oscilação regular da área total de manchas, como identificado por [Bonomo & Lanza \(2012\)](#) com valor  $47,1 \pm 4.5$  dias. Estas oscilações também são encontradas no caso do ciclo de 11 anos do Sol, cujo período de 158 dias é conhecido como período de Rieger ou ciclo de Rieger ([Rieger et al. 1984](#)). Um ciclo de tipo Rieger também é identificado na curva de luz de CoRoT-2, sendo este de 29,45 dias (obtido da análise *wavelet*). Este período de Rieger de Kepler-17 é realçado quando uma janela de observação menor dos dados é considerada. O período de 29,36 dias, também identificado no espectro global, pode ser o harmônico de algum período não especificado nos espectros local e global, não podendo nos oferecer maiores informações.

Para estimar a rotação diferencial da estrela, considera-se um perfil de rotação diferencial de tipo solar, ou seja,  $\Omega = A - B \sin^2 \alpha$ , onde  $\alpha$  é a latitude estelar e  $\Omega = \frac{2\pi}{P}$ . O período de rotação  $P$  médio, bem como aquele na latitude do trânsito, são usados para a determinação de  $A$  e  $B$  deste perfil. O modelo fornece os valores  $A = 30^\circ, 002 \text{ dia}^{-1}$ , e  $B = 1^\circ, 215 \text{ dia}^{-1}$ . Usando as Equações (3.8) e (3.9), o modelo estima uma rotação diferencial  $\Delta\Omega = 0,021 \text{ rad/d}$  e uma rotação diferencial relativa  $\frac{\Delta\Omega}{\Omega} = 4,13\%$ . A rotação diferencial de Kepler-17 representada na Figura 4.28 como uma função da latitude é dada pela equação,

$$P_{Kepler17} = \frac{360^\circ}{A - B \cos^2 \theta} \quad \text{dias}, \quad (4.2)$$

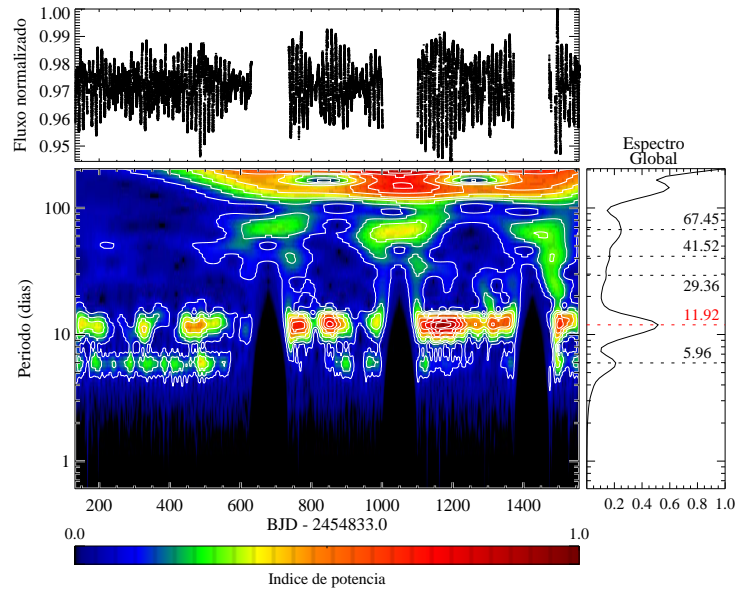


Figura 4.27: Curva de luz de Kepler-17 sem o trânsito planetário (topo), seu mapa *wavelet* (centro) e seu espectro global (direita). Níveis de contorno são 90%, 80%, 70%,..., 20% e 10% do valor máximo do mapa. A *wavelet* Morlet de 6ª ordem foi usada.

onde  $\theta = 90^\circ - \alpha$  é a co-latidade. Substituindo  $A$  e  $B$  por seus respectivos valores, com  $\alpha_{eq} = 0^\circ$  e  $\alpha_{polo} = 90^\circ$  na Equação (4.2), obtemos

$$P_{K17eq} = \frac{360^\circ}{30,002 - 1,215 \cos^2(90^\circ - \alpha_{eq})} = 11,99 \text{ dias}, \quad (4.3)$$

e

$$P_{K17polo} = \frac{360^\circ}{30,002 - 1,215 \cos^2(90^\circ - \alpha_{polo})} = 12,51 \text{ dias}. \quad (4.4)$$

A rotação diferencial do Sol também é representada na forma de linha tracejada na Figura 4.28 para uma comparação. Os períodos de rotação do Sol aparecem no eixo vertical à direita do gráfico, e os de Kepler-17 no eixo vertical esquerdo. O período de rotação para as regiões próximas ao equador solar é de 25 dias, enquanto que o período nas regiões polares é de 32 dias. No caso de Kepler-17, as regiões próximas do equador giram em aproximadamente 12 dias e as regiões próximas do pólo em 12,5 dias. O símbolo diamante marca o período de rotação da latitude do trânsito, ou seja,  $P(\alpha) = 12,0$  dias na latitude  $\alpha = -2^\circ$ , 125, praticamente considerada como uma latitude equatorial.

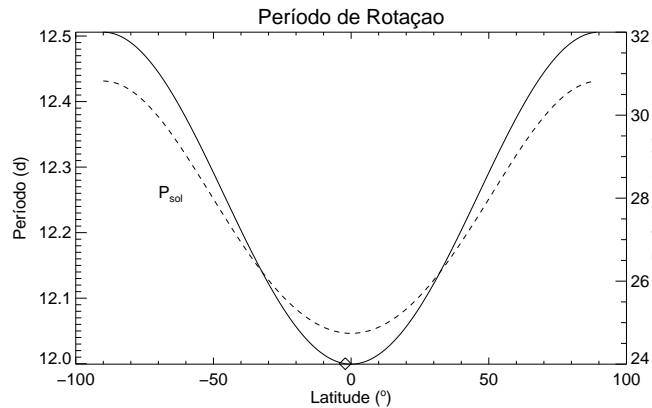


Figura 4.28: Curva da rotação diferencial versus a latitude para a estrela Kepler-17 (linha sólida) e o Sol (linha tracejada). O símbolo diamante marca o período de rotação da latitude do trânsito ( $P(\alpha) = 12,0$  dias).

### 4.3.2 CoRoT-18

A segunda estrela com planeta estudada é CoRoT-18, uma estrela de tipo G tardio, com uma massa de  $0,95 M_{\odot}$ , e um raio de  $1,0 R_{\odot}$ . Sua temperatura efetiva é 5440 K e sua idade é ainda incerta, variando de 0,6 a vários Gyr (Hébrard et al. 2011). Descoberto em 2011, o planeta CoRoT-18b, com um raio de  $1,31 R_{Jup}$  e uma massa de  $3,47 M_{Jup}$ , orbita sua estrela hospedeira em 1,9001 dias. CoRoT-18 foi uma das 4161 estrelas observadas pelo satélite entre os dias 5 e 29 de março de 2010, fazendo parte do terceiro intervalo de observação de curta duração na direção do anticentro galáctico (ou seja, do campo SRa03). A sua curva de luz original é de cadência curta, ou seja, os dados são tomados a cada 32 segundos. Esta curva de luz é usada na aplicação do modelo de manchas. Por outro lado, os dados são reduzidos para 512 segundos (cadência normal de observação do satélite CoRoT) no procedimento *wavelet*, já que o nosso interesse nesse caso é de estimar o período de rotação a partir da modulação da curva de luz com o trânsito removido. CoRoT-18 parece ser uma estrela semelhante a CoRoT-2, com temperaturas efetivas (5440 vs 5450 K), metalicidades (-0,1 vs 0,0), e  $v \sin i$  ( $8,0$  vs  $12,0 \text{ km.s}^{-1}$ ) similares (Hébrard et al. 2011). Ambas são ativas, com variações fotométricas de  $\sim 2\%$  e  $\sim 4\%$  para CoRoT-18 e CoRoT-2, respectivamente.

A curva de luz de CoRoT-18 cobre aproximadamente 24 dias, durante os quais foram observados 13 trânsitos de seu planeta com alta resolução temporal (32 seg). Os parâmetros iniciais para a construção das curvas de luz do trânsito modeladas são apresentados na Tabela 4.5. Inicial-

Tabela 4.5: Parâmetros usados na aplicação do modelo de manchas para a estrela CoRoT-18 e seu planeta.

CoRoT-18	Parâmetros iniciais	Parâmetros ajustados
Período orbital (d)	1,9001	1,9001
Inclinação da órbita ( $^{\circ}$ )	86,500	86,502
Raio ( $R_s$ )	0,1316	0,1369
Semieixo maior ( $R_s$ )	6,3426	6,3899
$u_1$	0,59	0,582
$u_2$	0,00	0,059

mente temos: (i) uma órbita planetária circular de raio  $a = 6,3426 R_s$  e o período orbital de 1,9001 dias. Com uma excentricidade  $< 0,08$ , a órbita pode ser considerada como circular; (ii) o ângulo de inclinação é  $inc = 86^{\circ}, 500$ , resultando em uma projeção da passagem central do trânsito a uma latitude estelar de  $-22^{\circ}, 781$  (a latitude sul é arbitrariamente selecionada); (iii) o raio do planeta é  $R_p = 0,1316 R_s$ ; (iv) os coeficientes de escurecimento do limbo são inicialmente considerados lineares (ou seja,  $u_1 = 0,59$  e  $u_2 = 0$ ). As curvas de luz do trânsito foram modeladas a partir desses parâmetros iniciais. No entanto, seguimos o mesmo procedimento que no caso anterior a fim de ajustar os coeficientes de escurecimento do limbo da estrela e os parâmetros orbitais do planeta. Dessa vez o raio do planeta é selecionado através da rotina AMOEBA aplicada no trânsito 7, um dos mais profundos, contendo um menor número de manchas e possivelmente sem fáculas (decaimento de fluxo perceptível em algumas curvas do trânsito). O novo valor obtido para o raio do planeta é  $R_p = 0,1369 R_s$  (4% de aumento do raio do planeta). Os novos valores dos parâmetros orbitais e dos coeficientes do limbo são obtidos a partir de uma média de todos os trânsitos, portanto, temos: semieixo maior  $a = 6,3899 R_s$ ,  $u_1 = 0,582$ ,  $u_2 = 0,059$ , e  $inc = 89^{\circ}, 502$ , resultando em uma latitude estelar de  $-22^{\circ}, 948$ , obtida através da Equação (3.2). Os parâmetros ajustados e apresentados na Tabela 4.5 são usados na modelagem das manchas para cada curva de luz do trânsito. As curvas de luz dos 13 trânsitos de CoRoT-18 são ilustradas na Figura 4.29. Também é traçada a curva de luz do trânsito modelada a partir dos parâmetros ajustados nesta mesma figura, considerando que nenhuma mancha está presente na superfície estelar (linha sólida vermelha).

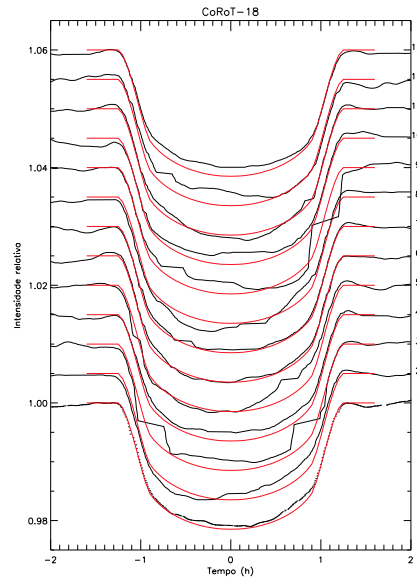


Figura 4.29: As 13 curvas de luz durante o trânsito de CoRoT-18b em frente de sua estrela hospedeira. A linha sólida vermelha representa o modelo da estrela sem manchas.

Da mesma forma que para Kepler-17, as manchas são modeladas por meio de três parâmetros: intensidade, raio, e longitude (a latitude é fixa em  $-22^\circ$ , 948). Todos os ajustes são realizados com o uso da rotina AMOEBA (Press et al. 1992). A longitude da mancha é definida pelo tempo de variação de brilho no interior do trânsito, podendo ser estimada pela Equação (3.3). Três simulações foram realizadas para CoRoT-18, considerando 3, 4 e 6 manchas. Finalmente, 6 manchas foi o número selecionado para ajustar cada trânsito, sendo possível aumentar este valor em alguns casos, no entanto, resultando em um tempo computacional maior. Os três parâmetros para cada mancha são buscados simultaneamente, minimizando o  $\chi^2$  entre o modelo e os dados. Um exemplo de ajuste é ilustrado na Figura 4.30 para o trânsito 1 de CoRoT-18. À esquerda, ilustramos a estrela modelada a partir dos parâmetros selecionados com o trânsito planetário, a estrela sintetizada com seis manchas variando em intensidade (relativo à intensidade do centro do disco estelar  $I_c$ ) e em raio (em unidades de  $R_p$ ) no centro, e à direita, as curvas de luz do trânsito 1 modeladas com seis manchas (linha sólida vermelha), e também na ausência de manchas (linha sólida azul).

A partir do ajuste das manchas para cada trânsito, obtemos os parâmetros raio, intensidade e longitude para cada uma delas. Também o déficit de fluxo relativo (produto do contraste da mancha e sua área) é calculado para as 78 manchas detectadas durante todos os trânsitos. Estes resultados são representados na Figura 4.31 sob a forma de histogramas.

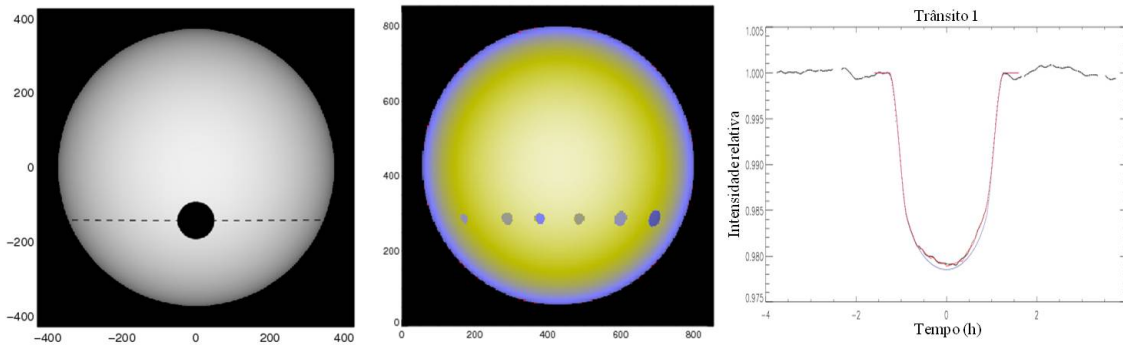


Figura 4.30: Exemplo de ajuste do trânsito 1. *Esquerda*: estrela modelada a partir dos parâmetros ajustados com o trânsito planetário. *Centro*: estrela com seis manchas modeladas. *Direita*: curva de luz observável do trânsito (preta) com a curva de luz do modelo na ausência de manchas (azul) e aquela modelada com as seis manchas (vermelha).

A distribuição do raio das manchas mostra que estas possuem um raio que varia entre aproximadamente  $0,1$  e  $0,7 R_p$ , com um valor médio de  $0,40 R_p$ . Adotando um raio de  $1,31 R_{Jup}$ , o diâmetro das manchas varia aproximadamente entre  $18\ 000$  e  $128\ 000$  km, com um valor médio de  $73\ 000$  km. A distribuição da intensidade das manchas mostra uma variação entre  $0,2$  e  $0,8 I_c$ , com um valor médio de  $0,57 I_c$ . As manchas com valores de intensidade menores, ou com contraste de manchas elevado, são manchas mais frias do que aquelas com valores de intensidade próximos de  $I_c$ . Levando em consideração uma emissão de corpo negro para a fotosfera e as manchas, as intensidades obtidas a partir do ajuste das manchas podem ser convertidas em temperaturas, determinadas pela Equação (4.1). Como o satélite CoRoT forneceu fotometria de alta precisão na banda passante  $370\text{-}900$  nm (Drummond 2007), a frequência usada na equação está associada a um comprimento de onda médio de  $600$  nm. Considerando  $T_{ef} = 5440$  K (Hébrard et al. 2011), as temperaturas das manchas variam aproximadamente entre  $3900$  e  $5200$  K com um valor médio de  $4800$  K, sendo aproximadamente  $240 - 1540$  K mais frias que o restante do disco. A distribuição da temperatura das manchas é representada na Figura 4.32.

A longitude da mancha obtida a partir do ajuste, e cuja distribuição está representada na Figura 4.31, é a longitude topocêntrica na estrela medida em um referencial fixo no observador. O modelo é limitado neste caso a manchas entre  $-70^\circ$  e  $+70^\circ$  do meridiano central. Para converter essa longitude em longitude rotacional, é necessário o período de rotação da estrela como no caso de Kepler-17. A longitude rotacional é obtida a partir da Equação (3.5) e é limitada ao

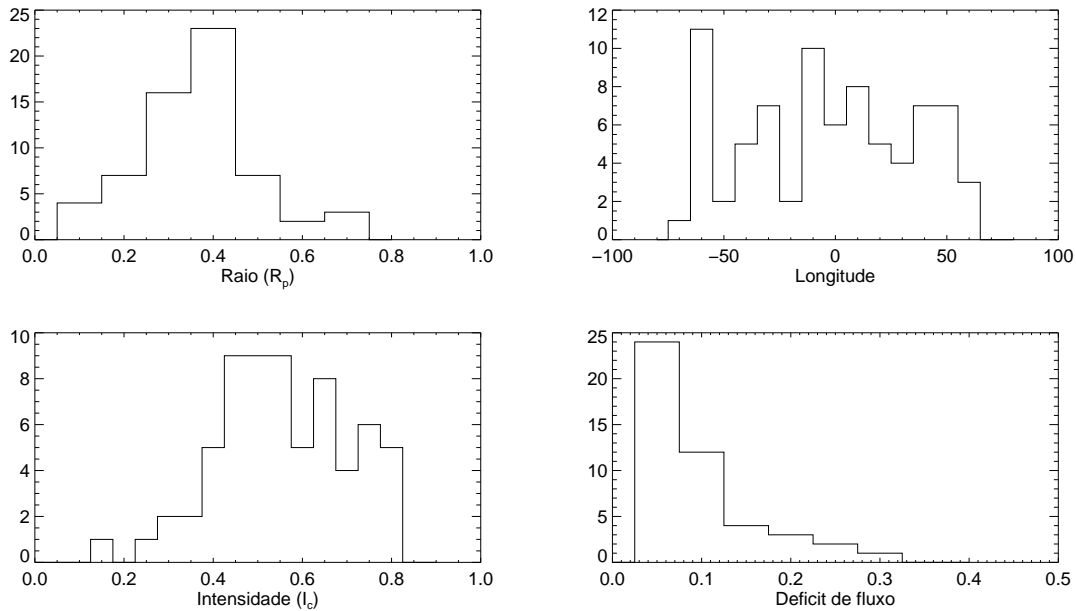


Figura 4.31: Histogramas dos parâmetros das manchas obtidos a partir dos ajustes nos 13 trânsitos. Da esquerda para direita, de cima para abaixo: raio (em unidades de  $R_p$ ), longitude ( $^\circ$ ), intensidade (em unidade de  $I_c$ ), e o déficit de fluxo causado pelas manchas.

intervalo  $\pm 180^\circ$ , coincidindo com a longitude topocêntrica no meio-tempo do primeiro trânsito. O período de rotação médio estimado através de Lomb Scargle, e usado no modelo para a conversão das longitudes e estimativa do período de rotação na latitude do trânsito, é  $P_{rot} = 5,33$  dias. Hébrard et al. (2011) estima um período de rotação da estrela de  $5,4 \pm 0,4$  dias, uma característica adicional de similaridade com a estrela CoRoT-2, cujo período de rotação é de 4,54 dias. Estes períodos diferem ligeiramente daquele encontrado através do procedimento *wavelet*, estando o valor de 5,10 dias dentro do erro estimado por Hébrard et al. (2011). O mapa *wavelet* e seu espectro global é ilustrado na Figura 4.33. A segunda periodicidade identificada é de 2,74 dias, associada possivelmente à presença de manchas. Note que a curva de luz apresenta um declive menor e outro maior, correspondendo a uma modulação típica de atividade magnética. Se multiplicamos por dois o valor do segundo período identificado, obtemos um período de rotação de 5,48 dias, próximo daquele encontrado por Hébrard et al. (2011). O período principal talvez esteja afetado por alguma descontinuidade pouco evidenciada nos últimos cinco dias de observação.

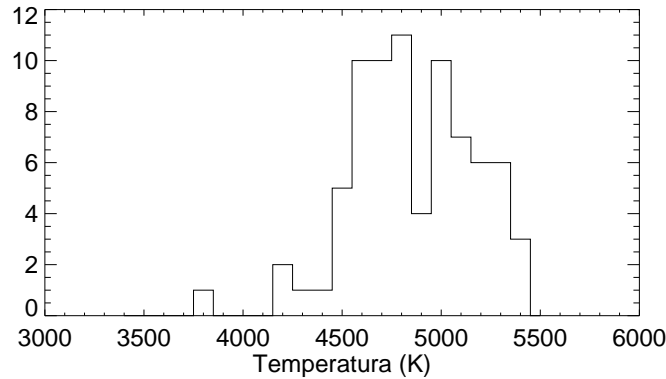


Figura 4.32: Distribuição da temperatura das manchas de CoRoT-18.

O nosso interesse é calcular o período de rotação  $P(\alpha)$  na latitude do trânsito, isto é, na latitude  $\alpha = -22^\circ, 948$ , e compará-lo com o período  $P_{rot}$ . Para isso, mapas de manchas da superfície estelar na latitude do trânsito são construídos. Estes mapas mostram o tamanho e o déficit de fluxo das manchas como uma função de sua longitude rotacional (eixo horizontal) e o tempo (eixo vertical). Períodos variando de 4,5 a 6,5 dias foram selecionados, com intervalos de 0,01 dia. A Figura 4.34 ilustra estes mapas para períodos entre 5,10 e 5,40 dias. Sendo poucos os trânsitos, as 78 manchas são ilustradas nos mapas. As dimensões dos círculos são proporcionais ao raio da mancha, enquanto a cor refere-se ao déficit de fluxo da mancha. No caso desta estrela, não identificamos facilmente as listras diagonais e verticais nos mapas como aquelas observadas no caso da estrela Kepler-17. Baseando-nos no déficit de fluxo como uma função da longitude rotacional, procuramos uma configuração em que possivelmente uma mesma mancha seja detectada em uma mesma longitude durante vários trânsitos. Devido ao grau de incerteza intrínseco a esta inspeção visual, decidimos passar ao critério quantitativo para a estimativa do período de rotação  $P(\alpha)$  que consiste na observação da função de autocorrelação do déficit de fluxo integrado no tempo para os mesmos períodos usados na construção dos mapas. Estes períodos foram selecionados por alguns apresentarem possivelmente a configuração procurada, e outros mais próximos do  $P_{rot}$  para comparação, sendo que se a configuração fosse encontrada no mesmo período  $P_{rot}$ , a estrela não apresentaria rotação diferencial. A Figura 4.35 exibe as funções de autocorrelação para os períodos selecionados, compreendidos entre 5,10 e 5,40 dias. O painel à direita revela a largura à meia altura do pico principal de função de autocorrelação versus o período de rotação em um intervalo de 4,8 a 6,0 dias. O período que gera a função de autocorrelação mais fina corresponde a 5,19 dias,

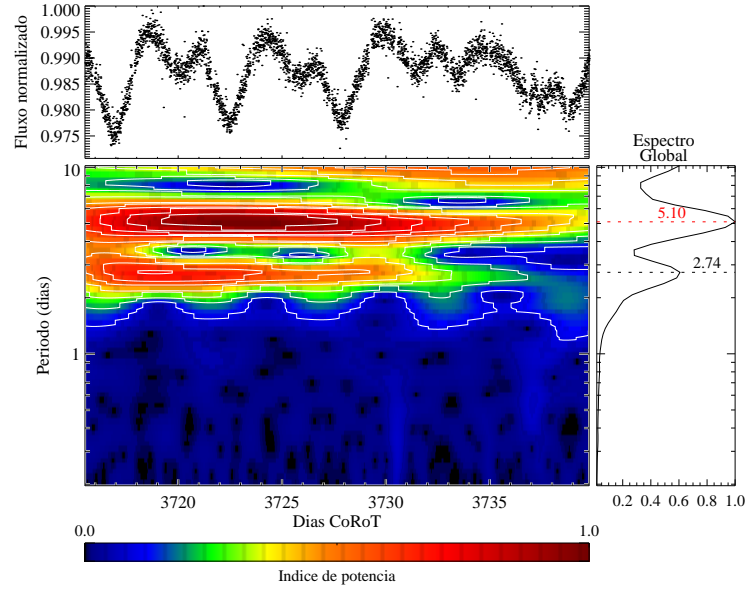


Figura 4.33: Curva de luz de CoRoT-18 sem o trânsito planetário (topo), seu mapa *wavelet* (centro) e seu espectro global (direita). Níveis de contorno são 90%, 80%, 70%,..., 20% e 10% do valor máximo do mapa. A *wavelet* Morlet de 6<sup>a</sup> ordem foi usada.

indicado pela linha tracejada vertical. A linha sólida indica o período de rotação médio  $P_{rot} = 5,33$  dias, determinado a partir da modulação da curva de luz com o trânsito removido. Portanto, o período de rotação de CoRoT-18 na latitude do trânsito planetário é de 5,19 dias. Estes períodos não sendo iguais, sugere-se que a estrela apresenta rotação diferencial.

Como realizado para a estrela Kepler-17, considera-se um perfil de rotação diferencial de tipo solar para a estimativa da rotação diferencial da estrela, ou seja,  $\Omega = A - B \sin^2 \alpha$ , onde  $\alpha$  é a latitude estelar. O modelo fornece os valores  $A = 70,058 \text{ dia}^{-1}$ , e  $B = 5,086 \text{ dia}^{-1}$  para a estrela CoRoT-18. Usando as Equações (3.8) e (3.9), o modelo estima uma rotação diferencial  $\Delta\Omega = 0,089 \text{ rad/d}$  e uma rotação diferencial relativa  $\frac{\Delta\Omega}{\Omega} = 7,53\%$ . A rotação diferencial de CoRoT-18 representada na Figura 4.36 como uma função da latitude é dada pela Equação (4.2). Substituindo  $A$  e  $B$  por seus respectivos valores, com  $\alpha_{eq} = 0^\circ$  e  $\alpha_{polo} = 90^\circ$  na Equação (4.2), obtemos

$$P_{C18eq} = \frac{360^\circ}{70,058 - 5,086 \cos^2 (90^\circ - \alpha_{eq})} = 5,14 \text{ dias}, \quad (4.5)$$

e

$$P_{C18polo} = \frac{360^\circ}{70,058 - 5,086 \cos^2 (90^\circ - \alpha_{polo})} = 5,54 \text{ dias}. \quad (4.6)$$

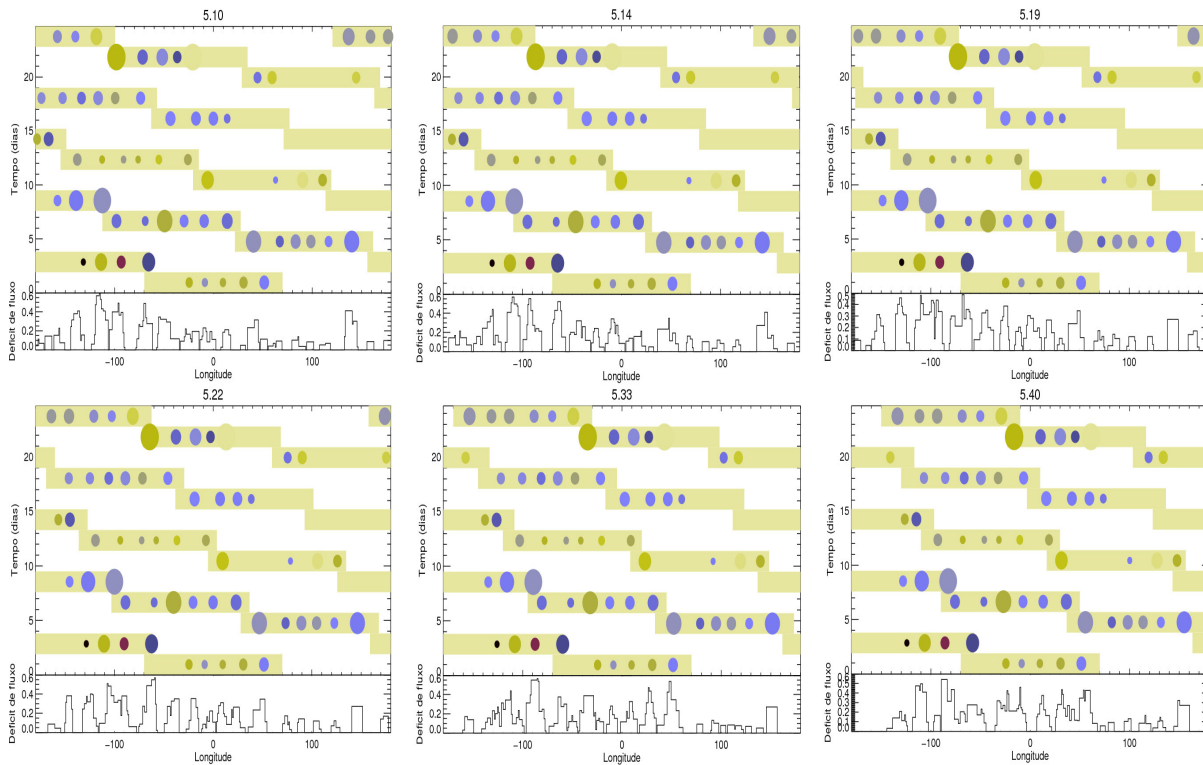


Figura 4.34: Longitudes rotacionais das manchas para seis períodos de rotação distintos (entre 5,10 e 5,40 dias). As 78 manchas detectadas nos trânsitos são ilustradas em cada mapa. O tamanho dos círculos é proporcional ao raio da mancha e a cor refere-se ao déficit de fluxo da mancha. O déficit de fluxo integrado no tempo como uma função da longitude da mancha esta representado abaixo de cada mapa correspondente.

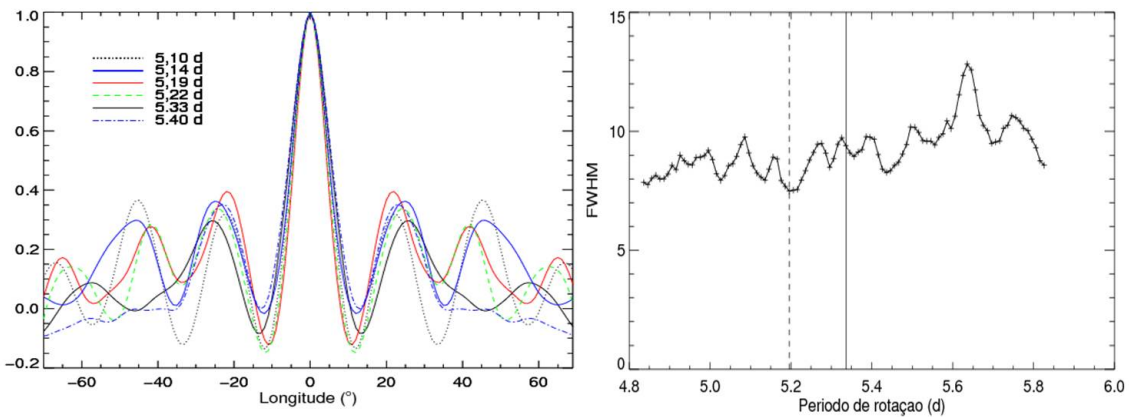


Figura 4.35: *Esquerda:* função de autocorrelação do déficit de fluxo versus longitude para seis períodos de rotação distintos. *Direita:* largura à meia altura da função de autocorrelação versus o período de rotação da estrela.

A rotação diferencial do Sol também é representada na forma de linha tracejada na Figura 4.36 para uma comparação. Os períodos de rotação do Sol aparecem no eixo vertical à direita do gráfico, e os de CoRoT-18 no eixo vertical esquerdo. No caso de CoRoT-18, as regiões próximas do equador giram em aproximadamente 5,14 dias e as regiões próximas do pólo em 5,54 dias. O símbolo diamante marca o período de rotação da latitude do trânsito, ou seja,  $P(\alpha) = 5,19$  dias na latitude  $\alpha = -22^\circ,948$ .

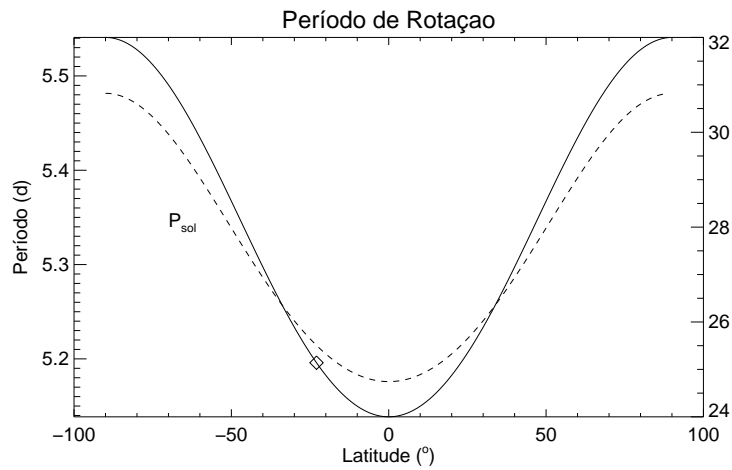


Figura 4.36: Curva da rotação diferencial versus a latitude para a estrela CoRoT-18 (linha sólida) e o Sol (linha tracejada). O símbolo diamante marca o período de rotação da latitude do trânsito ( $P(\alpha) = 5,19$  dias).

Tabela 4.6: Parâmetros da rotação estelar e da rotação diferencial das estrelas Kepler-17 e CoRoT-18.

Estrela	Kepler-17	CoRoT-18	Sol
ID	10619192	315211361	-
Latitude do trânsito ( $^\circ$ )	-2,125	-22,948	0
$P_{rot}$ (d)	12,25	5,33	27,6
$P(\alpha)$ (d)	12,00	5,19	24,7
$\Delta\Omega$ (rd/d)	0,021	0,089	0,050
$\frac{\Delta\Omega}{\Omega}$ (%)	4,13	7,53	22,1
$P_{eq}$ (d)	11,99	5,14	-
$P_{eq} : P_{orb}$	1:8	2:5	-

Os resultados de ambas estrelas estudadas nesta seção através do modelo de manchas são apresentados na Tabela 4.6, com os valores para o Sol também listados para comparação. Observa-se que a rotação diferencial de CoRoT-18 é ligeiramente maior do que a solar, porém, a sua rotação diferencial relativa é menor. Contudo, Kepler-17 sendo mais jovem do que o Sol, apresenta uma rotação diferencial menor do que a rotação diferencial do Sol. Uma das características marcantes desta estrela é o fato dela ter uma interação forte com o seu planeta, possivelmente devido à interação de campos magnéticos. Estudos de estrelas como CoRoT-2, CoRoT-4, CoRoT-5, CoRoT-6, CoRoT-8, HD 209458, e o Sol, usando este modelo de manchas, são descritos em [Silva \(2003\)](#); [Silva-Valio \(2008\)](#); [Silva-Valio et al. \(2010\)](#); [Silva-Valio & Lanza \(2011\)](#); [Valio \(2013\)](#).

## CAPITULO 5

### CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

A Transformada de Fourier é amplamente utilizada no processamento e análise de sinais gerando resultados satisfatórios nos casos em que estes sinais são periódicos e suficientemente regulares. Por outro lado, a taxa de sucesso é reduzida consideravelmente quando a análise é necessária em sinais cujo espectro varia com o tempo (sinais não estacionários). Considerando o caso em que a função  $f$  a ser decomposta é um sinal dependente do tempo, pode-se dizer que as funções da base de Fourier são de duração infinita no tempo, mas locais em frequência. A Transformada de Fourier detecta a presença de certa frequência, mas não proporciona informação sobre a evolução no tempo das características espectrais do sinal. Muitos aspectos temporais do sinal, tais como o início e o fim de um sinal finito e o instante de ocorrência de uma singularidade em um sinal transiente, não podem ser devidamente estudados através da análise de Fourier. Na Seção 2.2 mostramos que dois sinais distintos que apresentam componentes espectrais idênticas podem apresentar uma Transformada de Fourier semelhante. Consequentemente, não é possível identificar através da Transformada de Fourier qual sinal contém as componentes de frequência em todo tempo, e qual as contém em intervalos de tempo distintos. Neste contexto, a Transformada *wavelet* mostra-se como uma ferramenta poderosa para a análise de sinais não estacionários e transitórios.

Nesta Tese, realizamos uma análise tempo-frequência usando a Transformada *wavelet* de diferentes tipos de curvas de luz estelares obtidos no âmbito das missões espaciais CoRoT e Ke-

*pler*. O procedimento foi aplicado para CoRoT-2 e Kepler-4, duas estrelas conhecidas da sequência principal com trânsitos planetários, e também de forma sucinta, usado para outras estrelas CoRoT e *Kepler* com planeta (CoRoT-4, CoRoT-6, CoRoT-7, CoRoT-8, CoRoT-18, Kepler-17, Kepler-9, e Kepler-30). Além destas, foram analisadas duas estrelas aparentemente individuais, KIC 1995351 e CoRoT 101455904, dominadas pela atividade magnética, duas binárias eclipsantes, KIC 7021177 e CoRoT 102715978, bem como quatro estrelas variáveis pulsantes reportadas na literatura, dois RR Lyrae, CoRoT 105288363 e KIC 9697825, e dois  $\gamma$  Dor, CoRoT 102918586 e KIC 3744571, duas não reportadas CoRoT 101065348 e CoRoT 102912741, como também, outras variáveis pulsantes já registradas. Tratam-se de KIC 7257008, uma RR-Lyrae, KIC 2710594, KIC 3448365, KIC 4547348, KIC 4749989, KIC 6462033, KIC 10080943,  $\gamma$  Doradus, KIC 9700322, uma RR- $\delta$  Scuti, e KIC 3324644, uma Cefeida. O procedimento permitiu a obtenção da distribuição da energia do sinal no espaço tempo-escala, a partir da qual foi possível identificar a evolução temporal de fenômenos distintos afetando as curvas de luz (tal como regiões ativas e possíveis batimentos relacionados com pulsações ou rotação diferencial superficial).

No caso do Sol, a análise *wavelet* fornece os primeiros indicativos sobre o que pode-se esperar da aplicação deste método em outras estrelas ativas. Como características dominantes, bem descritas em estudos da literatura (Howe et al. 2000; Krivova & Solanki 2002; Donnelly & Puga 1990; Willson & Mordvinov 1999), identificamos a periodicidade de 364 dias, provavelmente relacionada a uma característica solar anual causada por fluxos magnéticos gerados no interior solar, o período de rotação solar de cerca de 30 dias, o período de tipo Rieger de 158 dias, e a periodicidade de 14 dias associada às regiões ativas localizadas em lados opostos da superfície solar. O ciclo de 11 anos também é detectado nos espectros local e global quando consideramos as contribuições de longa escala de tempo.

A partir da análise *wavelet* da curva de luz da estrela CoRoT-2, além do período orbital, também foram identificadas periodicidades adicionais: um período principal de 4,53 dias correspondente ao período de rotação, e uma outra de 2,27 dias (cerca da metade do período predominante), associada às regiões ativas em diferentes longitudes evoluindo ao longo do tempo. De fato, em vez de ser considerada como um harmônico do período de rotação, esta segunda periodicidade está associada a um possível efeito causado pela passagem das regiões ativas para o lado oposto da

estrela, mais provavelmente devido à rotação diferencial, como no caso do Sol (Donnelly & Puga 1990). Nos mapas *wavelet*, também distinguimos duas regiões de dunas semi-regulares e contínuas ao longo de todo o intervalo de tempo. Esse perfil é considerado como um forte indicador da dinâmica de manchas estelares, adotando-se assim estas características como uma assinatura típica de rotação e atividade magnética. Além disso um terceiro período com um valor de 29,45 dias é evidenciado, podendo estar relacionado com ciclos de longo prazo da atividade estelar. No entanto, podemos notar que, em alguns casos, tal período pode ser oculto por outras contribuições no mapa local devido aos *gaps* na curva de luz. Em contraste com a estrela CoRoT-2, a análise *wavelet* de Kepler-4 não mostra assinaturas evidentes de rotação e atividade magnética, refletindo o seu comportamento calmo de atividade, que é responsável pela baixa variação da amplitude observada na sua curva de luz. Para realçar a hipótese de uma assinatura típica de rotação e atividade magnética, aplicamos a análise *wavelet* a outras estrelas com planetas de ambas as missões, cujas curvas de luz são relativamente limpas e cuja variabilidade foi estudada por outros autores. Essa assinatura é realçada particularmente nas estrelas da missão *Kepler*, uma vez que o tempo de observação é maior, permitindo uma observação mais clara da persistência dos períodos. Paz-Chinchón et al. (2014) (em preparação) apresentam um estudo mais detalhado sob o comportamento rotacional das estrelas *Kepler* com planeta por meio de Lomb-Scargle e a Transformada *wavelet*.

Analisamos KIC 1995351 e CoRoT 101455904, duas estrelas aparentemente individuais (sendo apenas a primeira reportada na literatura) a fim de comparar as assinaturas *wavelet* identificadas com as da estrela CoRoT-2 sem o trânsito planetário. Além do período de rotação, a análise revela também a presença de duas ou mais regiões ativas, que aponta para uma dinâmica clara de manchas estelares como em CoRoT-2. Em ambos os casos, com a ajuda dos mapas *wavelet* podemos acompanhar o tempo de evolução da segunda região ativa, a ausência da mesma, ou quando ambas regiões estão sobrepostas, revelando assim uma única potência de energia.

A análise *wavelet* para os sistemas binários KIC 7021177 e CoRoT 102715978 revela que assinaturas periódicas distintas são melhor definidas após a remoção dos trânsitos ou eclipses. Ao comparar a análise *wavelet* das curvas de luz com trânsitos e com trânsitos removidos, para estrelas com trânsitos planetários e binários, torna-se evidente que a presença de assinaturas periódicas nas curvas de luz é melhor caracterizada após o trânsito ser removido, especialmente quando a sua

profundidade em termo de fluxo é maior do que a amplitude da modulação de rotação.

No caso das estrelas pulsantes CoRoT 105288363, V360 Lyr, CoRoT 102918586, e KIC 3744571, há semelhanças sólidas entre seus mapas *wavelet*: ambas estrelas RR Lyrae e  $\gamma$  Dor mostram claramente o período de pulsação com seus harmônicos, ao mesmo tempo que um padrão de batimento ilustrado pelas regiões de dunas contínuas e regulares é evidente. O padrão de pulsação é distinto entre os dois tipos de estrelas pulsantes. O padrão de batimento para as estrelas RR Lyrae é representado por regiões de dunas mais circulares e regulares, enquanto que as estrelas  $\gamma$  Dor são caracterizadas por regiões de dunas mais compactas e muito regulares. Notamos também que, para um intervalo de tempo de observação curto, a assinatura de pulsação das  $\gamma$  Dor poderia ser confundida pela modulação rotacional. Essa semi-regularidade também é observada em outros dois sistemas binários, CoRoT 101065348 e CoRoT 102912741, no entanto, o comportamento da modulação das oscilações dessas estrelas é um pouco diferente daquelas apresentando uma modulação de rotação evidente. Comparando os espectros de Fourier dessas duas estrelas com a estrela CoRoT 102918586 estudada por [Maceroni et al. \(2010, 2013\)](#), notamos que o perfil deles é muito semelhante a um perfil de pulsação. Os mapas *wavelet* dessas estrelas também se assemelham e as periodicidades obtidas permitem considerar a possibilidade que estas estrelas, não reportadas na literatura, sejam variáveis pulsantes de tipo  $\gamma$  Dor. Finalmente, para estabelecer a regularidade observada das dunas como um padrão de pulsação nas estrelas pulsantes referidas, estendemos nossa análise *wavelet* para as seguintes estrelas variáveis pulsantes adicionais: KIC 7257008, uma estrela RR Lyrae, KIC 2710594, KIC 3448365, KIC 4547348, KIC 4749989, KIC 10080943, KIC 6462033, estrelas  $\gamma$  Doradus, KIC 9700322, uma estrela RR- $\delta$  Scuti e KIC 3324644, uma Cefeida. Todas estas estrelas são de natureza pulsante estudadas e reportadas na literatura ([Molnár et al. 2014](#); [Tkachenko et al. 2013](#); [Ulusoy et al. 2014](#); [Breger 2011](#)), à exceção da Cefeida. Os mapas *wavelet* resultantes confirmam que a regularidade das dunas nos mapas é um dos principais traços associados a um padrão de pulsação.

O estudo destas estrelas mostrou que a técnica *wavelet* oferece uma interpretação detalhada das curvas de luz estelares, fornecendo informações adicionais sobre diferentes fenômenos físicos presentes no sinal. Padrões semi-regulares representam mudanças das regiões ativas devido ao crescimento ou a decadência de manchas e/ou a rotação diferencial, enquanto que padrões re-

gulares indicam eventos que são mais estáveis no tempo, como pulsações. Este método tem uma vantagem em relação à técnica de Fourier (Lomb-Scargle utilizado), porque, além de identificar o trânsito ou o eclipse, é possível identificar a assinatura da dinâmica das diferentes características da estrela associadas às curvas de luz observadas. Esses resultados estão publicados em [Bravo et al. \(2014\)](#).

Nesta Tese propomos também a aplicação do modelo de manchas nas estrelas Kepler-17 e CoRoT-18. Sendo de tipo G2, e apresentando variações significativas na modulação da sua curva de luz, Kepler-17 é definida como uma estrela jovem e ativa, podendo ser uma boa candidata para uma melhor compreensão da atividade magnética do Sol jovem. A CoRoT-18 por sua vez é de tipo G9, muito semelhante a CoRoT-2, estrela amplamente estudada por possuir parâmetros similares aos do Sol, o que a torna em um laboratório para o estudo do comportamento do Sol jovem em se tratando também de atividade magnética. As manchas na superfície da estrela podem influenciar a determinação dos parâmetros orbitais do planeta distorcendo a curva de luz de duas formas. A presença de manchas no limbo da estrela causa uma duração menor do trânsito. Por outro lado, a presença de diversas manchas na superfície estelar implica em uma distorção da curva de luz, tornando o trânsito pouco profundo. Na estrela Kepler-17, várias manchas estão presentes na sua superfície, incluindo provavelmente a existência de fáculas, resultando em trânsitos muito profundos. O resultado final é uma estimativa maior para o raio do planeta em comparação ao valor real. O modelo de manchas aplicado nesta Tese, fornece um raio de  $0,1383R_s$ , ligeiramente diferente daquele obtido por ([Désert et al. 2011](#)), cujo valor é  $0,1282R_s$ . A estrela Kepler-17 é modelada com apenas quatro manchas devido ao tempo computacional crescer com o número de manchas. Essas manchas estão localizadas em uma latitude fixa igual à latitude do trânsito, neste caso  $\sim -2^\circ$ . Para cada trânsito, as longitudes das manchas são obtidas a partir do ajuste do modelo, que é limitado nestes casos a manchas entre  $\pm 70^\circ$ . Desse mesmo ajuste, também são obtidos os outros dois parâmetros livres: o raio e a intensidade das manchas. O raio das manchas varia aproximadamente entre 0,1 e 0,9  $R_p$ , com um valor médio de 0,49  $R_p$ . A maioria das manchas de Kepler-17 modeladas possuem um diâmetro médio de aproximadamente 89 000 km, sendo assim maior que as manchas solares. A intensidade varia entre 0,1 e 0,9  $I_c$ , com um valor médio de 0,55  $I_c$ . A partir dessas intensidades, podemos deduzir as temperaturas das manchas considerando uma emissão de corpo negro para a fotosfera e as manchas em si. Elas variam aproximadamente entre

3700 e 5650 K, com um valor médio de 5061 K. Estas manchas são em média 720 K mais frias que o restante da fotosfera ( $T_{ef} = 5781K$ ).

No caso da estrela CoRoT-18, o modelo de manchas fornece um raio de  $0,1369R_s$ , similar ao valor de  $0,1316R_s$ , obtido por (Hébrard et al. 2011). A estrela é modelada com as seis manchas que se ajustaram melhor a cada curva de luz do trânsito. Um ajuste possível devido a um número menor de trânsitos (13 trânsitos) observados em comparação aos observados na estrela Kepler-17 (274 trânsitos). A latitude do trânsito é calculada em  $\sim -22^\circ$ . A partir do ajuste do modelo de manchas, estimam-se o raio e a intensidade das manchas na superfície da estrela CoRoT-18. O raio varia aproximadamente entre 0,1 e  $0,7 R_p$ , com um valor médio de  $0,40 R_p$ . Em termos de diâmetro, as manchas possuem valores variando entre 18 000 e 128 000 km, com uma média de 73 000 km. A intensidade delas varia aproximadamente entre 0,2 e  $0,8 I_c$ , com um valor médio de  $0,57 I_c$ . As manchas com valores de intensidade menores, ou com contraste de manchas elevado, são manchas mais frias do que aquelas com valores de intensidade próximos de  $I_c$ . As suas temperaturas são estimadas entre 3900 e 5200 K, com um valor médio de 4800 K. As manchas destas estrelas são em média 640 K mais frias que o restante da fotosfera ( $T_{ef} = 5440K$ ).

O período de rotação para ambas as estrelas na latitude do trânsito, a partir dos mapas de longitude das manchas, também foi obtido. Para o caso de Kepler-17, constatamos por inspeção visual que as manchas seguem listras diagonais de acordo com o período utilizado, indicando que as manchas são envolvidas em torno da estrela com muita rapidez ou contrariamente deslocam-se de forma desacelerada. Quando uma mancha em particular é detectada em uma mesma longitude rotacional durante vários trânsitos, aparecendo na forma de listras verticais, o período correspondente a essa configuração é considerado como sendo o período real de rotação na latitude do trânsito, ou seja, neste caso, possivelmente o período de 11,9 dias. Ao mesmo tempo, esse período é confirmado através da função de autocorrelação do déficit de fluxo da mancha integrado no tempo versus a longitude. De acordo com esse critério, o melhor período de rotação encontrado na latitude do trânsito é de  $P(\alpha) = 12,0$  dias. Este período é diferente do período  $P_{rot} = 12,25$  dias obtido via Fourier, indicando a possibilidade de rotação diferencial na estrela Kepler-17. Usando  $P(\alpha)$  para esta estrela, o perfil de rotação diferencial é definido e ilustrado na Figura 4.28. O perfil mostra que as regiões próximas do equador giram mais rapidamente, com um período de 11,99 dias, enquanto

que um período maior de 12,51 dias é encontrado nos pólos, como obtido nas Equações (4.3) e (4.4). Usando esses períodos no equador e nos pólos e o  $P_{rot}$  considerado, obtemos uma rotação diferencial relativa  $(P_{polo} - P_{eq})/P_{rot} \approx 4\%$  e a rotação diferencial  $\Delta\Omega = \Omega_{eq} - \Omega_{polo} = 0,021$  rad/d. Fazendo uso do procedimento *wavelet*, confirmamos o período de rotação da estrela (11,92 dias), bem como identificamos o período de 5,96 dias associado possivelmente às regiões ativas presentes na superfície de Kepler-17, e um outro de 41,52 dias relacionado com a oscilação regular da área total de manchas, como identificado por [Bonomo & Lanza \(2012\)](#) com um valor de  $47,1 \pm 4,5$  dias.

A partir dos mapas de longitude das manchas, não conseguimos definir com certeza o período de rotação da estrela CoRoT-18 na latitude do trânsito. Sendo assim, consideramos o critério da função de autocorrelação do déficit de fluxo integrado no tempo versus a longitude, e obtemos um valor de 5,19 dias como sendo  $P(\alpha)$ . Este período é diferente do período de rotação  $P_{rot} = 5,33$  dias obtido via Fourier, porém próximo do valor de 5,10 dias encontrado através do procedimento *wavelet*. O perfil de rotação diferencial é ilustrado na Figura 4.36. Este mostra que próximo do equador a estrela gira mais rapidamente, com um período de 5,14 dias, enquanto que próximo dos pólos, ela gira com um período de 5,54 dias. Este cálculo é realizado através das Equações (4.5) e (4.6). A rotação diferencial relativa de CoRoT-18 é  $(P_{polo} - P_{eq})/P_{rot} \approx 7,5\%$  e  $\Delta\Omega = \Omega_{eq} - \Omega_{polo} = 0,089$  rad/d.

A rotina computacional usada na análise *wavelet* está sendo automatizada e melhorada considerando o cálculo de erro e o nível de significância. Outras *wavelet*-mães serão testadas a fim de adicionar informações relevantes ao nosso estudo e levantar indícios para a implementação destas face ao uso da *wavelet*-mãe Morlet. Em princípio, devido às oscilações da *wavelet* Morlet, a consideramos como a mais adequada para o estudo de rotação das estrelas. No caso do modelo de manchas, aperfeiçoaremos os ajustes dos parâmetros da estrela e do seu planeta, e também o ajuste das manchas, evitando qualquer artefato causador de possíveis erros nas análises. Como trabalho futuro, aplicaremos esse modelo a outras estrelas da missão *Kepler*, em particular considerando o efeito da presença de fáculas, como por exemplo, no caso da estrela Kepler-17.

## APENDICE A

### A MISSÃO COROT

CoRoT<sup>1</sup> (Convecção, Rotação e Trânsitos planetários), lançado em 27 de dezembro de 2006, foi um satélite espacial com dois objetivos principais: (i) estudar a rotação e a convecção nas estrelas através da sismologia estelar (ou asterosismologia) e (ii) contribuir para a pesquisa de planetas extrasolares a partir da detecção de trânsitos planetários (Baglin et al. 2009). O projeto da missão CoRoT, foi proposto em dezembro de 1996 pela Agência Espacial Francesa (CNES, *Centre National d'Études Spatiales*) e aceito em março de 2000. Trata-se de uma missão internacional sob a supervisão do CNES e em cooperação com a Agência Espacial Europeia (ESA), Alemanha, Áustria, Bélgica, Espanha e Brasil.

O satélite foi lançado por um foguete Soyuz em órbita circular polar em torno da Terra a uma altitude de 896 km, com um período orbital de 1 hora e 49 minutos. O campo de visão deste satélite no céu esteve na direção equatorial para evitar a poluição luminosa terrestre. Ele observou estrelas com magnitudes entre 4,5 e 15,5 em uma região do



Figura A.1: Visão artística do satélite CoRoT. Crédito: ESA.

<sup>1</sup>Para informações adicionais, ver <http://smc.cnes.fr/COROT/index.htm> ou <http://sci.esa.int/corot/>

céu na direção do centro da galáxia durante seis meses. Após este período, o satélite girou  $180^\circ$  e apontou na direção oposta, no anticentro da galáxia durante os seis meses seguintes. Portanto foram dois períodos de observação: o verão e o inverno, conhecidos como os dois olhos do satélite (Fig. A.2), nos quais foram realizados dois programas longos de 150 dias por ano para a sismologia estelar e a pesquisa de exoplanetas, e dois programas curtos de 20 dias por ano para a sismologia e programas adicionais.

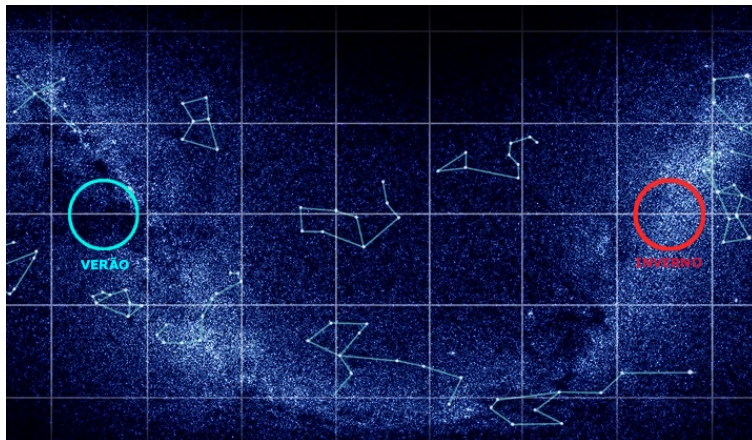


Figura A.2: Os dois olhos do satélite CoRoT. Crédito: ESA.

Os programas adicionais do satélite CoRoT estiveram relacionados ao serviço de áreas específicas nas quais as curvas de luz apresentam características diferentes às do programa principal (sismologia e pesquisa de exoplanetas). Vários aspectos foram identificados: magnetismo superficial, sistemas binários, estrelas pulsantes, aqueles relacionados a pesquisa de objetos do Cinturão de Kuiper (KBO: “Kuiper Belts Objects”), etc. Estes programas tiveram prioridade menor em relação ao programa principal, mas complementaram as informações recolhidas pelo satélite. A duração da missão CoRoT foi estimada para cerca de 2,5 anos, mas em Outubro de 2009, o CNES junto com seus parceiros nacionais e internacionais decidiram prolongar as operações da missão CoRoT por mais três anos, até 31 de março de 2013.

A sigla CoRoT descreve os objetivos científicos da missão, ambos baseados em fotometria estelar de alta precisão:

“CONVECÇÃO E ROTAÇÃO” referem-se à capacidade do satélite CoRoT em detectar ondas acústicas no interior da estrela que enviam ondulações através da superfície estelar,

causando uma alteração na sua luminosidade. Isto torna possível determinar, com precisão, características como massa, composição química, estrutura, rotação e temperatura interna do astro. Esta técnica é conhecida como asterosismologia. Ela foi desenvolvida durante vários anos para estudar o Sol (estudo chamado como heliosismologia) permitindo assim determinar diferentes parâmetros da física solar e aprofundar a teoria de neutrinos. Os dados do CoRoT têm sido essenciais na comparação entre os dados das estrelas observadas e aqueles do Sol. Especificamente, o objetivo da sismologia estelar é analisar os modos de vibração de estrelas que, sujeitas a forças gravitacionais, forças de Coriolis e de pressão, se comportam como osciladores com diversos modos específicos. A frequência, a amplitude e o tempo de vida destes modos permitem determinar alguns parâmetros importantes da física estelar, tais como tamanho e composição do núcleo, os limites entre as zonas radiativa e convectiva, e o perfil interno da rotação. As informações mais recentes sobre o interior das estrelas adquiridas por esta técnica de sismologia aplicada a qualquer tipo de estrela, incluindo estrelas variáveis, representam uma nova abordagem para a formação, evolução e morte das estrelas.

Ao medir as frequências e amplitudes das vibrações estelares com uma precisão sem precedentes, o CoRoT abriu literalmente um novo campo de estudo: a análise temporal da microvariabilidade das estrelas. As frequências de vibração das estrelas são uma assinatura única que nos diz mais sobre a sua estrutura, funcionamento e idade. Entre os ricos resultados do CoRoT, a descoberta de vibrações comparáveis às do Sol em estrelas muito diferentes, é um achado fundamental que irá ajudar os cientistas a compreender melhor o funcionamento interno das estrelas, onde todos os ingredientes dos planetas e da vida são fabricados. As diversas observações mostraram também comportamentos distintos entre as estrelas observadas: atividade sobre uma ampla faixa de frequências, oscilações multimodos ligadas a movimentos superficiais aleatórios e rotações diferenciais, como evidenciado pelos diferentes períodos da passagem das manchas solares em latitudes distintas. A nossa Galáxia está repleta de gigantes vermelhas, estrelas que estão perto do final da sua vida. O CoRoT mostrou que as propriedades de oscilação são um indicador da sua massa, raio e idade exata, e conseguiu medi-las nos confins da Galáxia.

“TRÂNSITO” refere-se à técnica utilizada para detectar um planeta a partir de uma diminuição periódica no brilho da estrela que orbita ao redor. Com este método, é possível determinar o período orbital e o tamanho (raio) do planeta descoberto. Pequenas variações de fluxo puderam ser observadas pelo CoRoT em uma ampla variedade de estrelas com magnitude entre 12 e 15,5. O programa de pesquisa de exoplanetas foi executado durante longos períodos, para um máximo de 180 dias cada. A detecção de um planeta é garantida quando a fase (devida à variação de fluxo) permanece consistente por pelo menos três trânsitos periódicos observados. Assim, deduzimos que os planetas detectados pelo satélite têm um período de menos de 60 dias (critério simples de periodicidade). Para fazer esta distinção, o canal de exoplanetas coletou um sinal de três cores que diferenciou os trânsitos planetários (eventos acromáticos) e a atividade estelar (eventos altamente cromáticos devido a variações da temperatura na superfície da estrela). Estudos mostraram que o uso desta informação em cores melhorou a detecção dos trânsitos em estrelas mais ativas que o Sol. Com esta capacidade em detectar planetas menores do que os planetas descobertos por observatórios terrestres, e em determinar a frequência desses objetos, o CoRoT permitiu um conhecimento mais abrangente sobre a formação de sistemas planetários e em que condições de contorno essa formação ocorre.

Na sua busca por exoplanetas, o CoRoT foi pioneiro na exploração de pequenos planetas descobrindo o primeiro exoplaneta tipo-Terra confirmado em órbita de uma estrela semelhante ao nosso Sol, provando, assim, o valor da observação espacial. Ao todo, revelou desde então 33 planetas e mais de 100 aguardam confirmação. Apoiados por uma vasta rede de telescópios complementares no solo, os cientistas obtiveram informações preciosas sobre os planetas descobertos pelo CoRoT, como o raio, massa e densidade (informações que revelam a sua estrutura interna e composição) e a inclinação e excentricidade da órbita. Alguns dos planetas descobertos, como CoRoT-7b, orbitam a sua estrela em menos de 24 horas. CoRoT-9b, por outro lado, tem um período orbital de 95 dias, sendo um dos poucos exoplanetas de trânsito conhecidos que é “ameno” (com temperatura superficial entre 250 K e 430 K). As densidades planetárias também variam surpreendentemente: CoRoT-20b, por exemplo, é quase duas vezes mais denso que a Terra, sugerindo que o seu interior é muito rico em elementos pesados cuja origem é difícil de explicar com os modelos atuais de formação planetária, enquanto outros, como CoRoT-26b, são ainda menos densos que Saturno e revelam-se anormalmente grandes. Uma visão superficial sobre os planetas detectados

é dada por [Deeg \(2013\)](#); mais detalhes sobre os resultados dos exoplanetas da missão CoRoT são descritos por [Lammer et al. \(2010\)](#) e [Moutou et al. \(2013\)](#).

Para atingir esses dois objetivos científicos o CoRoT observou cerca de 230 000 estrelas, adquirindo medições ultra-precisas (de 1/10 000) da intensidade da luz destas por longos períodos e quase continuamente. A completa conclusão dos estudos está ainda longe de terminar, já que as equipes científicas ainda estão analisando os dados.

## APENDICE B

### A MISSÃO KEPLER

*Kepler*<sup>1</sup> (Borucki et al. 2010) é um telescópio espacial desenvolvido pela Agência Espacial Americana (NASA) para detectar exoplanetas e lançado em 6 de março de 2009 por um foguete modelo Delta II. O satélite foi colocado em uma órbita heliocêntrica. Isto permite-lhe observar uma região fixa do céu sem ser interrompido pela Terra e também para evitar a luz parásita. O nome deste satélite é um epônimo em dedicação ao astrônomo e matemático Johannes Kepler (1571-1630), descobridor das três leis de Kepler que descrevem as características das órbitas planetárias. *Kepler* é a décima missão do programa Discovery da NASA; um programa de custo relativamente baixo, com foco em missões científicas específicas. A construção do telescópio e sua execução foi gerida pelo Jet Propulsion Laboratory (JPL) da NASA, com Ball Aerospace responsável pelo desenvolvimento do sistema de vôo, e o Centro de Pesquisa Ames responsável tanto pelo desenvolvimento do sistema de aterramento quanto pelas operações desde dezembro de 2009, e também pela análise dos dados científicos. O desafio da missão é encontrar planetas terrestres (aqueles de metade a duas vezes o tamanho da Terra) dentro ou perto da

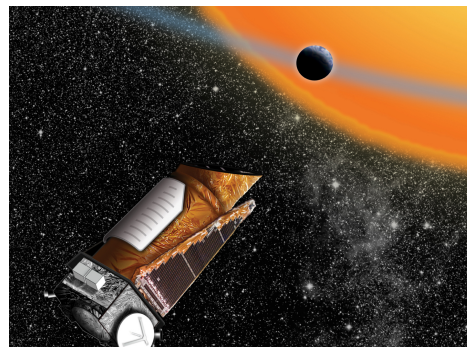


Figura B.1: Visão artística do satélite *Kepler*. Crédito: NASA.

<sup>1</sup>Para informações adicionais, ver <http://kepler.nasa.gov/>

zona habitável de suas estrelas, onde pode existir água líquida na superfície do planeta, e determinar a fração das centenas de bilhões de estrelas em nossa galáxia que podem ter tais planetas.

A duração prevista era de 3,5 anos. A expectativa era de que ao término de sua missão, inicialmente no final de 2012 e posteriormente estendido para 2016, o satélite descobrisse vários planetas semelhantes em tamanho à Terra, orbitando sua estrela a uma distância comparável à do nosso planeta. Antes desta data, a sonda poderia não obstante identificar planetas maiores ou que orbitassem mais perto da estrela. No entanto, a existência de mais ruído do que estava previsto exigiu mais tempo para cumprir todos os objetivos da missão. Assim, em 2012, a missão foi prorrogada até 30 de setembro de 2016. Infelizmente a sonda apresentou problemas no ano seguinte. Para o bom funcionamento do equipamento é necessário que pelo menos três dos quatro giroscópios usados para guiar o satélite permaneçam em bom estado, mas em 15 de maio de 2013 o segundo dentre eles apresentou uma falha. Durante os meses seguintes, tentou-se recuperar pelo menos um dos dois giroscópios danificados, mas, finalmente, em 15 de agosto, a NASA informou que os esforços de reparação teriam cessado e que estavam considerando possíveis novas missões nas condições atuais do telescópio.

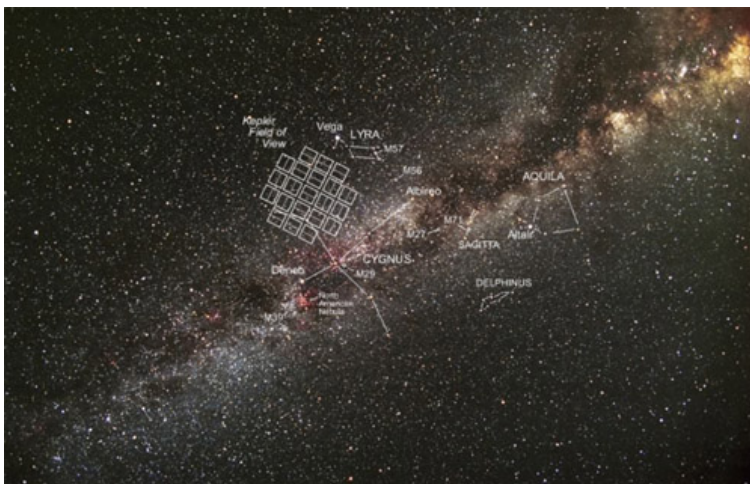


Figura B.2: Campo de visão da missão *Kepler* entre as constelações de Cygnus e Lyra (vemos as projeções dos 42 captadores CCDs de 2200x1024 pixels). Crédito: NASA.

O satélite, que pesa pouco mais de uma tonelada, utiliza o método de *trânsito* observando as estrelas com a ajuda do seu telescópio de 0,95 metros de diâmetro. Durante a sua missão, *Kepler* mantém uma direção fixa no céu entre as constelações de Cygnus e Lyra (Fig. B.2). Seu campo

permite a observação de cerca de 150 mil estrelas de forma contínua, analisando o seu brilho a cada 30 minutos para detectar possíveis trânsitos planetários. Essas estrelas estão localizadas em uma região da Via Láctea semelhante à nossa e longe do plano da eclíptica para evitar interferência do Sol ou outros objetos no Sistema Solar. Com essa direção fixa, *Kepler* detectaria exoplanetas com períodos de rotação de mais de um ano terrestre (ao contrário do CoRoT que podia observar apenas períodos inferiores a três meses).

O objetivo científico de *Kepler* é explorar a estrutura e diversidade de sistemas planetários. Isto é conseguido através do levantamento de uma grande amostra de estrelas para:

- Determinar a abundância de planetas terrestres e maiores dentro ou perto da zona habitável de uma ampla variedade de estrelas;
- Determinar a distribuição de tamanhos e formas das órbitas desses planetas;
- Estimar quantos planetas existem em sistemas múltiplos de estrelas;
- Determinar a extensão da órbita, brilho, tamanho, massa e densidade dos planetas gigantes de período orbital curto.
- Identificar membros adicionais de cada sistema planetário descoberto através de técnicas adicionais;
- Determinar as propriedades das estrelas que abrigam sistemas planetários.

*Kepler* revelou um novo lado da nossa Galáxia. Hoje sabemos que a maioria das estrelas tem planetas, planetas do tamanho da Terra são comuns, e existem planetas muito diferentes daqueles em nosso Sistema Solar. Ao analisar os dados de *Kepler*, os cientistas identificaram mais de 4, 000 candidatos que se acredita serem planetas, e verificou-se que 978 desses candidatos são planetas confirmados, muitos tão pequenos quanto a Terra. Descobertas feitas usando *Kepler* agora respondem por mais da metade de todos os exoplanetas conhecidos. Durante os últimos cinco anos o *Kepler* obteve resultados necessários para dar o próximo grande passo na busca de vida em nossa Galáxia, fornecendo informações necessárias para futuras missões que determinarão finalmente a

composição da atmosfera de exoplanetas do tamanho da Terra para descobrir se eles seriam habitáveis. As descobertas de *Kepler* incluem planetas que orbitam na zona habitável, um exemplo de planeta encontrado pela missão nessa zona é conhecido como Kepler-22b. Com 2,5 vezes o tamanho da Terra, ele é grande demais para ser rochoso e sustentar vida. Acredita-se que outros planetas encontrados na zona habitável sejam rochosos como por exemplo, Kepler-62f, 40% maior em tamanho do que a Terra. Em 17 de abril de 2014 a sonda *Kepler* descobriu o primeiro planeta de tamanho semelhante ao da Terra na zona habitável de uma estrela. Trata-se de Kepler-186f, um exoplaneta que orbita a anã vermelha Kepler-186 a 500 anos-luz da Terra na constelação de Cygnus (Quintana et al. 2014). O tamanho de Kepler-186f é conhecido por ser menos do que dez por cento maior do que a Terra, mas a sua massa, a composição e densidade não são conhecidos. Pesquisas anteriores sugerem que um planeta do tamanho de Kepler-186f é provável que seja rochoso. Kepler-186f orbita sua estrela uma vez a cada 130 dias e recebe um terço da energia que a Terra recebe do Sol, colocando-o perto da borda externa da zona habitável. O sistema também é o lar de quatro planetas interiores, vistos alinhados em órbita em torno de uma estrela-mãe que possui a metade do tamanho e da massa do Sol. Outras descobertas de *Kepler* incluem centenas de sistemas estelares hospedando vários planetas, estabelecendo continuamente uma nova classe de sistemas planetários onde os planetas orbitam mais de um Sol.

Apesar da missão ter apresentado falhas em agosto do ano passado, afetando a capacidade do telescópio para apontar de forma precisa, ela é confiável para operar em um modo diferente, e continua a fazer ciência. Esta proposta de missão de próxima geração, chamada K2 (também chamada “Second Light” em inglês), foi considerada em 18 de novembro de 2013, incluindo a utilização de *Kepler* de forma a detectar planetas habitáveis em torno de pequenas anãs vermelhas. Em 16 de maio de 2014, a NASA anunciou a aprovação com respeito a estender a missão *Kepler* para a missão K2.

## REFERÊNCIAS

- Alonso, R., Auvergne, M., Baglin, A., et al. 2008, *A&A*, 482, L21
- Baglin, A., Auvergne, M., Barge, P., et al. 2009, in *IAU Symposium*, Vol. 253, *IAU Symposium*, ed. F. Pont, D. Sasselov, & M. J. Holman, 71–81
- Balthasar, H., Vazquez, M., & Woehl, H. 1986, *A&Ap*, 155, 87
- Barnes, J. R., Collier Cameron, A., Donati, J.-F., et al. 2005, *MNRAS*, 357, L1
- Baudin, F., Baglin, A., Orcesi, J.-L., et al. 2006, in *ESA Special Publication*, Vol. 1306, *ESA Special Publication*, ed. M. Fridlund, A. Baglin, J. Lochard, & L. Conroy, 145
- Benkő, J. M., Kolenberg, K., Szabó, R., et al. 2010, *MNRAS*, 409, 1585
- Boashash, B. 1988, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 36, 1518
- Bochner, S. & Chandrasekharan, K. 1949, *Fourier Transforms* (Princeton University Press)
- Bonomo, A. S., Hébrard, G., Santerne, A., et al. 2012, *A&A*, 538, A96
- Bonomo, A. S. & Lanza, A. F. 2012, *A&A*, 547, A37
- Bordé, P., Bouchy, F., Deleuil, M., et al. 2010, *A&A*, 520, A66
- Borucki, W. J., Koch, D., Basri, G., et al. 2010, *Science*, 327, 977
- Borucki, W. J., Koch, D. G., Basri, G., et al. 2011, *ApJ*, 736, 19
- Bouchy, F., Queloz, D., Deleuil, M., et al. 2008, *A&A*, 482, L25
- Bravo, J. P., Roque, S., Estrela, R., Leão, I. C., & De Medeiros, J. R. 2014, *A&A*, 568, A34

- Breger, M. 2010, in *Variable Stars, the Galactic halo and Galaxy Formation*, ed. C. Sterken, N. Samus, & L. Szabados, 95
- Breger, M. 2011, in *RR Lyrae Stars, Metal-Poor Stars, and the Galaxy*, ed. A. McWilliam, 66
- Brun, A. S., Browning, M. K., & Toomre, J. 2005, *The Astrophysical Journal*, 629, 461
- Burnicki, A., Gawenda, L., Gertner, J., et al. 1981a, *Soobshcheniya Spetsial'noj Astrofizicheskoy Observatorii*, 32, 40
- Burnicki, A., Jasinski, M., Muciek, M., & Woszczyk, A. 1981b, *Soobshcheniya Spetsial'noj Astrofizicheskoy Observatorii*, 32, 41
- Burrus, C. S., Gopinath, R., & Guo, H. 1998, *Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms* (Prentice-Hall)
- Carrington, R. 1863, *Observations of the spots on the sun: from November 9, 1853, to March 24, 1861, made at Redhill*, University of Chicago Digital Preservation Collection (Williams and Norgate)
- Charbonneau, P. 1995, *ApJS*, 101, 309
- Christensen, O. & Christensen, K. 2004, *Approximation Theory: From Taylor Polynomials to Wavelets*, Applied and Numerical Harmonic Analysis (Birkhäuser Boston)
- Christensen-Dalsgaard, J. 1997, *Lecture Notes on Stellar Oscillations*
- Cowling, T. G. 1941, *MNRAS*, 101, 367
- Cox, J. P. 1960, *ApJ*, 132, 594
- Cox, J. P. 1980, *Theory of Stellar Pulsation* (Princeton University Press)
- Daubechies, I. 1990, *Information Theory*, IEEE Transactions on, 36, 961
- Daubechies, I. 1992, *Ten Lectures on Wavelets* (Philadelphia, PA, USA: Society for Industrial and Applied Mathematics)
- de Fátima Oliveira Saraiva, M. 2004, *Astronomia & Astrofísica* (LIVRARIA DA FISICA)
- Deeg, H. J. 2013, in *European Physical Journal Web of Conferences*, Vol. 47, European Physical Journal Web of Conferences, 10001
- Désert, J.-M., Charbonneau, D., Demory, B.-O., et al. 2011, *ApJS*, 197, 14

- Dimitrov, D., Kyurkchieva, D., & Radeva, V. 2012, *Bulgarian Astronomical Journal*, 18, 030000
- Donati, J., Collier Cameron, A., & Petit, P. 2003, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 345, 1187
- Donnelly, R. F. & Puga, L. C. 1990, *Solar Physics*, 130, 369
- Drake, A. J. 2003, *ApJ*, 589, 1020
- Drummond, R. 2007, PhD thesis, Institute of Astronomy, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium
- Eddy, J. A. 1976, *Science*, 192, 1189
- Fröhlich, C. & Lean, J. 1998, *Geophysical Research Letters*, 25, 4377
- Fröhlich, C. & Lean, J. 2004, *A&ARv*, 12, 273
- Galilei, G. & Drake, S. 1957, *Discoveries and Opinions of Galileo: Including The Starry Messenger (1610), Letter to the Grand Duchess Christina (1615), and Excerpts from Letters on Sunspots (1613), The Assayer (1623), 1610 LETTER TO THE GRAND DUCHESS CHRISTINA (Anchor Books)*
- García, R. A., Régulo, C., Samadi, R., et al. 2009, *A&A*, 506, 41
- Gomes, J. & Velho, L. 2000, *From Fourier Analysis to Wavelets, First Latin American Congress of Mathematicians (IMPA)*
- Gröchenig, K. 2000, *Foundations of Time-Frequency (Birkhäuser)*
- Grossmann, A. & Morlet, J. 1984, *SIAM Journal Mathematical Analysis*, 15, 723
- Guggenberger, E., Kolenberg, K., Chapellier, E., et al. 2011, *MNRAS*, 415, 1577
- Hale, G., Ellerman, F., Nicholson, S., & Joy, A. 1919, *The Magnetic Polarity of Sun-spots, Contributions from the Mount Wilson solar observatory*
- Hale, G. E. 1908, *PASP*, 20, 287
- Hansen, C. J. & Kawaler, S. D. 1994, *Stella Interiors (Spring-Verlag)*
- Haywood, R. D., Collier Cameron, A., Queloz, D., et al. 2014, *MNRAS*, 443, 2517
- Hébrard, G., Evans, T. M., Alonso, R., et al. 2011, *A&A*, 533, A130
- Hernández, E. & Weiss, G. 1996, *A First Course on Wavelets (CRC Press LLC)*

- Holman, M. J., Fabrycky, D. C., Ragozzine, D., et al. 2010, *Science*, 330, 51
- Howard, R. F. 1992, *Sol Phys*, 142, 233
- Howe, R., Christensen-Dalsgaard, J., Hill, F., et al. 2000, *Science*, 287, 2456
- Hoyt, D. V. & Schatten, K. H. 1998, *Solar Physics*, 179, 189
- Hubbard, B. 1996, *The world according to wavelets. The Story of a Mathematical Technique in the Making* (A. K. Peters Ltd, Wellesley, Massachusetts)
- Iguchi, K. 2010, *Desenvolvimento de um algoritmo híbrido de fotometria estelar a partir de imagens do espaço*
- Jurcsik, J., Sódor, Á., Szeidl, B., et al. 2009, *MNRAS*, 400, 1006
- Jury, E. 1964, *Theory and application of the z-transform method* (Robert E. Krieger Publishing)
- Kazarovets, E. V., Samus, N. N., Durlevich, O. V., Kireeva, N. N., & Pastukhova, E. N. 2013, *Information Bulletin on Variable Stars*, 6052, 1
- Koch, D. G., Borucki, W. J., Basri, G., et al. 2010, *ApJ*, 713, L79
- Kopal, Z. 1955, *Annales d'Astrophysique*, 18, 379
- Krivova, N. A. & Solanki, S. K. 2002, *A&A*, 394, 701
- Lammer, H., Dvorak, R., Deleuil, M., et al. 2010, *Solar System Research*, 44, 520
- Lampton, M., Margon, B., & Bowyer, S. 1976, *ApJ*, 208, 177
- Lanza, A. F., Bonomo, A. S., Moutou, C., et al. 2010, *A&A*, 520, A53
- Lanza, A. F., Bonomo, A. S., Pagano, I., et al. 2011, *A&A*, 525, A14
- Lanza, A. F., Catalano, S., Cutispoto, G., Pagano, I., & Rodono, M. 1998, *A&Ap*, 332, 541
- Lanza, A. F., Das Chagas, M. L., & De Medeiros, J. R. 2014, *A&A*, 564, A50
- Lanza, A. F., Pagano, I., Leto, G., et al. 2009, *A&A*, 493, 193
- Leavitt, H. S. 1908, *Annals of Harvard College Observatory*, 60, 87
- Leavitt, H. S. & Luyten, W. J. 1924, *Harvard College Observatory Circular*, 261, 1
- Leighton, R. B., Noyes, R. W., & Simon, G. W. 1962, *ApJ*, 135, 474

- Lenz, P. & Breger, M. 2014, *Period04: Statistical analysis of large astronomical time series*, Astrophysics Source Code Library
- Maceroni, C., Cardini, D., Damiani, C., et al. 2010, ArXiv e-prints
- Maceroni, C., Montalbán, J., Gandolfi, D., Pavlovski, K., & Rainer, M. 2013, *A&A*, 552, A60
- Mallat, S. 2008, *A Wavelet Tour of Signal Processing, Third Edition: The Sparse Way*, 3rd edn. (Academic Press)
- Mallat, S. G. 1989, *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 11, 674
- Mathur, S., García, R. A., Ballot, J., et al. 2014, *A&A*, 562, A124
- Maunder, E. W. 1904, *MNRAS*, 64, 747
- Meyer, Y. 1990, *Ondelettes et Opérateurs*, Vol. I-III (Hermann)
- Molnár, L., Benkő, J. M., Szabó, R., & Kolláth, Z. 2014, in *IAU Symposium*, Vol. 301, IAU Symposium, ed. J. A. Guzik, W. J. Chaplin, G. Handler, & A. Pigulski, 459–460
- Morettin, P. A. 1999, *Ondas e Ondeletas: da análise de Fourier à análise de ondeletas* (EdUSP)
- Moutou, C., Deleuil, M., Guillot, T., et al. 2013, *Icarus* in print, 226, 1625
- Osorio, Y. F. M. 2009, PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Norte
- Paz-Chinchón, F., Bravo, J. P., Leão, I. C., et al. 2014, *ApJ*
- Pop, A. & Turcu, V. 2007, *AIP Conference Proceedings*, 895, 241
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. 1992, *Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing*
- Prša, A., Batalha, N., Slawson, R. W., et al. 2011, *The Astronomical Journal*, 141, 83
- Quintana, E. V., Barclay, T., Raymond, S. N., et al. 2014, *Science*, 344, 277
- Radunovic, D. 2009, *Wavelets from math to practice*, 3rd edn. (Editorial Springer, Academic Mind. Illustrated Edition)
- Reinhold, T., Reiners, A., & Basri, G. 2013, ArXiv e-prints
- Rieger, E., Kanbach, G., Reppin, C., et al. 1984, *Nature*, 312, 623
- Samus, N. N., Durlevich, O. V., & et al. 2009, *VizieR Online Data Catalog*, 1, 2025

- Scheiner, C. 1630, Rosa Ursina
- Sheng, Y. 1996, The transforms and applications handbook, 747
- Silva, A. 2006, Nossa Estrela O Sol, Temas atuais de física (LIVRARIA DA FISICA)
- Silva, A. V. R. 2003, ApJ, 585, L147
- Silva-Valio, A. 2008, ApJ, 683, L179
- Silva-Válio, A. 2009, in Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series, Vol. 35, Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series, 13–18
- Silva-Valio, A. & Lanza, A. F. 2011, A&A, 529, A36
- Silva-Valio, A., Lanza, A. F., Alonso, R., & Barge, P. 2010, A&A, 510, A25
- Sterken, C. & Jaschek, C. 1996, Light curves of variable stars (Cambridge University Press)
- Strassmeier, K. G., Hall, D. S., Fekel, F. C., & Scheck, M. 1993, A&AS, 100, 173
- Szabó, R. 2014, in IAU Symposium, Vol. 301, IAU Symposium, ed. J. A. Guzik, W. J. Chaplin, G. Handler, & A. Pigulski, 241–248
- Taylor, R. J. 1994, The Stars: their structure and evolution (Second edition, Cambridge University Press)
- Tenenbaum, P., Bryson, S. T., Chandrasekaran, H., et al. 2010, in Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, Vol. 7740, Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series
- Thomas, J. H. & Weiss, N. O. 2008, Sunspots and Starspots (Cambridge University Press)
- Thomas J.H., W. N. 2008, Sunspots & Starspots (Cambridge University Press)
- Tkachenko, A., Aerts, C., Yakushechkin, A., et al. 2013, A&A, 556, A52
- Torrence, C. & Compo, G. P. 1998, Bulletin of the American Meteorological Society, 79, 61
- Twicken, J. D., Chandrasekaran, H., Jenkins, J. M., et al. 2010, in Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, Vol. 7740, Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series
- Ulusoy, C., Stateva, I., Iliev, I. K., & Ulaş, B. 2014, New Astronomy, 30, 28

- Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., & Shibahashi, H. 1989, *Nonradial Oscillations of Stars* (University of Tokyo Press)
- Valio, A. 2013, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 472, *New Quests in Stellar Astrophysics III: A Panchromatic View of Solar-Like Stars, With and Without Planets*, ed. M. Chavez, E. Bertone, O. Vega, & V. De la Luz, 239
- Vetterli, M. & Kovačević, J. 1995, *Wavelets and Subband Coding* (Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc.)
- Vilela, C., Southworth, J., & del Burgo, C. 2014, in *IAU Symposium*, Vol. 302, *IAU Symposium*, 247–250
- Widder, D. V. 1945, *The American Mathematical Monthly*, 52, 419
- Willson, R. C. 1997, *Science*, 277, 1963
- Willson, R. C. & Mordvinov, A. V. 1999, *Geophysical Research Letters*, 26, 3613
- Zahn, J. 1977, *A&Ap*, 57, 383