



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA E MATEMÁTICA APLICADA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM SISTEMAS E COMPUTAÇÃO
DOUTORADO ACADÊMICO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO



**Investigação de Modelos e Algoritmos para o
Problema do Caixeiro Viajante com Múltiplos Passageiros e Lotação**

Ranmsés Emanuel Martins Bastos

Natal-RN
Março de 2023

Ranmsés Emanuel Martins Bastos

**Investigação de Modelos e Algoritmos para o
Problema do Caixeiro Viajante com Múltiplos Passageiros e Lotação**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Sistemas e Computação do Departamento de Informática e Matemática Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Norte como requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor em Ciência da Computação.

Linha de Pesquisa:
Algoritmos Experimentais

Orientadora

Prof. Dr^a. Elizabeth Ferreira Gouvêa Goldberg

Coorientador

Prof. Dr. Matheus da Silva Menezes

PPGSC - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM SISTEMAS E COMPUTAÇÃO
DIMAP - DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA E MATEMÁTICA APLICADA
CCET - CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
UFRN - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE

Natal-RN
Março de 2023

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
Sistema de Bibliotecas - SISBI
Catalogação de Publicação na Fonte. UFRN - Biblioteca Setorial Prof. Ronaldo Xavier de Arruda - CCET

Bastos, Ranmsés Emanuel Martins.

Investigação de modelos e algoritmos para o problema do caixeiro viajante com múltiplos passageiros e lotação / Ranmsés Emanuel Martins Bastos. - 2023.

285f.: il.

Tese (doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-Graduação em Sistemas e Computação. Natal, RN, 2023.

Orientação: Profa. Dra. Elizabeth Ferreira Gouvêa Goldberg.

Coorientação: Prof. Dr. Matheus da Silva Menezes.

1. Computação - Tese. 2. Problema do caixeiro viajante - Tese. 3. Problema Ridesharing - Tese. 4. Meta-heurísticas - Tese. 5. Aprendizado por reforço - Tese. 6. Pedágios High-Occupancy - Tese. 7. Restrições Lazy - Tese. 8. Funções Piecewise - Tese. I. Goldberg, Elizabeth Ferreira Gouvêa. II. Menezes, Matheus da Silva. III. Título.

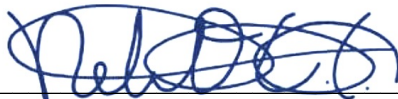
RN/UF/CCET

CDU 004

RANMSÉS EMANUEL MARTINS BASTOS


“Investigação de Modelos e Algoritmos para o Problema do Caixeiro Viajante com Múltiplos Passageiros e Lotação”

Esta Tese foi julgada adequada para a obtenção do título de Doutor(a) em Ciência da Computação e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Sistemas e Computação do Departamento de Informática e Matemática Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.



Prof. Dr. NÉLIO ALESSANDRO AZEVEDO CACHO
Coordenador do PPgSC

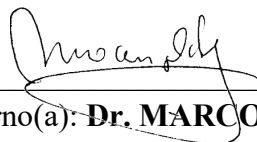
Banca Examinadora



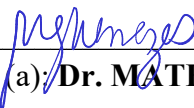
Presidente: **Dr.^a ELIZABETH FERREIRA GOUVÊA GOLDBARG**



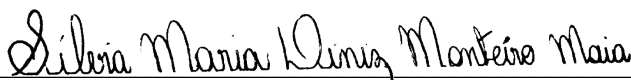
Examinador(a) Externo(a): **Dr. LUCÍDIO DOS ANJOS FORMIGA CABRAL**



Examinador(a) Externo(a): **Dr. MARCO CÉSAR GOLDBARG**



Examinador(a) Externo(a): **Dr. MATHEUS DA SILVA MENEZES**



Examinador(a) Interno(a): **Dr.^a SILVIA MARIA DINIZ MONTEIRO MAIA**



Discente: **RANMSÉS EMANUEL MARTINS BASTOS**

Natal, 27 de março de 2023

Agradecimentos

Agradeço profundamente a todos que contribuíram de alguma forma para a realização deste trabalho. Em primeiro lugar está o nosso Senhor Jesus Cristo, sempre presente em nossas vidas e responsável por todas as bênçãos recebidas.

À minha esposa Carolina, pelos quinze anos de amor e companheirismo. Nossas batalhas não são fáceis, mas estão à nossa altura. Obrigado por me incentivar desde os anos de namoro (“*meu pokémon dourado*”) e por trazer o Tico para nossas vidas. Juntos somos felizes.

À minha Mãe Eugênia, pelo amor incondicional, referência de perseverança, luta e perfeccionismo. Seu exemplo de Mãe vencedora foi fundamental para a formação do meu caráter e me dá a motivação para chegar sempre mais longe.

À minha irmã e segunda Mãe Eliane, a primeira Doutora da família. Sua dedicação pessoal e profissional é incrível. Sua ajuda nos últimos anos foi extremamente importante para que eu chegasse até aqui. Obrigado por tudo.

Aos meus irmãos Claudio, Luiz e Júlio César, pela acolhida de um irmão caçula como se filho fosse. Agradeço por todo o suporte, amor e carinho em cada fase da minha vida.

Aos Professores Elizabeth e Marco Goldbarg, pela orientação, conhecimentos e incentivo ao longo deste percurso acadêmico. Suas valiosas contribuições e orientações foram essenciais para o desenvolvimento deste trabalho e para o meu crescimento como pesquisador. Agradeço também pelo apoio, compreensão e confiança ao longo desses anos.

Ao Professor Matheus Menezes, um grande parceiro e incentivador ao longo desta jornada. Suas ideias, sugestões e discussões foram fundamentais para o sucesso deste trabalho. Agradeço pela sua amizade, confiança e por sempre estar disponível para ajudar.

Aos caros companheiros Lunguinho, Kleber e Jefferson, por terem me acolhido na equipe há dez anos e me mostrado, por meio de suas atitudes cotidianas, os melhores exemplos de liderança, comportamento interpessoal e conhecimento técnico. Devo muito a vocês pelo profissional que sou hoje.

Por fim, agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Sistemas e Computação da UFRN, pela oportunidade única de colaborar com a ciência por meio deste doutorado acadêmico. Espero ter alcançado as expectativas com a minha pesquisa.

We are always and simultaneously at a point “a” (which is less desirable than it could be), moving towards point “b” (which we deem better, in accordance with our explicit and implicit values). We always encounter the world in a state of insufficiency and seek its correction. We can imagine new ways that things could be set right, and improved, even if we have everything we thought we needed. Even when satisfied, temporarily, we remain curious. We live within a framework that defines the present as eternally lacking and the future as eternally better.

Jordan B. Peterson

Investigação de Modelos e Algoritmos para o Problema do Caixeiro Viajante com Múltiplos Passageiros e Lotação

Autor: Ranmsés Emanuel Martins Bastos
Orientadora: Prof. Dr^a. Elizabeth Ferreira Gouvêa Goldberg
Coorientador: Prof. Dr. Matheus da Silva Menezes

RESUMO

O Problema do Caixeiro Viajante com Múltiplos Passageiros e Lotação constitui uma generalização do Problema do Caixeiro Viajante que lhe adiciona características do mundo real, transformando-o em um problema de *ridesharing* com restrições de roteamento. Nessa modalidade, o caixeiro oferece caronas a terceiros ao longo da rota visando compartilhar os custos da viagem. As ligações entre cidades podem conter pedágios do tipo *High-Occupancy*, no qual há isenção da tarifa caso o veículo esteja com todos os assentos ocupados. Quando cobradas, as despesas de pedágio são inteiramente pagas pelo caixeiro. Os demais custos são divididos igualmente entre o caixeiro e todos os passageiros que ocupam assentos em seus respectivos percursos. O objetivo do PCV-MPL é encontrar o ciclo Hamiltoniano com o menor custo, calculado pela soma das despesas arcadas pelo caixeiro. Tais características promovem a eficiência no uso do espaço urbano e a redução das emissões de gases de efeito estufa, dado o incentivo para compartilhamento do meio de transporte com um número maior de pessoas. Esta tese apresenta o estudo deste novo problema de otimização combinatória, iniciando pela análise da relação existente com outros modelos na literatura. Em seguida, é abordada a formulação matemática do problema com diversas variantes para representação de suas restrições. Por fim, são criados algoritmos para encontrar soluções de boa qualidade em curto espaço de tempo. Com o intuito de realizar experimentos computacionais, é realizada a geração de um banco de instâncias artificiais e a implementação dos métodos de solução. Dez modelos matemáticos são implementados no *solver* Gurobi para estabelecer um padrão de referência, determinando soluções ótimas para as instâncias e comparando diferentes técnicas de formulação, incluindo restrições *lazy* e funções lineares *piecewise*. São propostos também procedimentos para manipular soluções e dez algoritmos heurísticos desenvolvidos com base nas meta-heurísticas Algoritmo Genético, Memético e Transgenética Computacional e na técnica de aprendizado por reforço *Q-learning*. Três experimentos computacionais são conduzidos: o primeiro controlado pelos parâmetros de iteração máxima, o segundo com limite absoluto de avaliações da função objetivo e o terceiro com limite de avaliações da função objetivo relativo à descoberta da última melhor solução. O ajuste de parâmetros é executado de modo automático pela ferramenta *irace*. Uma análise estatística baseada no teste Friedman *Aligned Ranks* indicou um desempenho superior do algoritmo híbrido unindo a Transgenética Computacional, o Algoritmo Memético e a técnica *Q-learning*.

Palavras-chave: Problema do Caixeiro Viajante, Problema *Ridesharing*, Meta-Heurísticas, Aprendizado Por Reforço, Pedágios *High-Occupancy*, Restrições *Lazy*, Funções *Piecewise*.

Investigation of Models and Algorithms for the Traveling Salesman with Multiple Passengers and High Occupancy Problem

Author: Ranmsés Emanuel Martins Bastos

Supervisor: Prof. D. Sc. Elizabeth Ferreira Gouvêa Goldberg

Co-supervisor: Prof. D. Sc. Matheus da Silva Menezes

ABSTRACT

The Traveling Salesman with Multiple Passengers and High Occupancy Problem is a generalization of the Traveling Salesman Problem that incorporates real-world features, transforming it into a ridesharing problem with routing constraints. In this modality, the salesman offers rides to third parties along the route to share the cost of the trip. Links between cities may contain High-Occupancy tolls, in which the toll is waived if the vehicle is fully occupied. When tolls are charged, those expenses are entirely paid by the salesman. All other costs are shared equally between the salesman and all passengers occupying seats on their respective routes. The objective of the TSMPHOP is to find the Hamiltonian cycle with the lowest cost, calculated by the sum of expenses carried by the salesman. Such features promote efficiency in the use of urban space and the reduction of greenhouse gas emissions, given the incentive for sharing transportation with a larger number of people. This thesis presents the study of this new combinatorial optimization problem, beginning with an analysis of its relationship to other models in the literature. Subsequently, the mathematical formulation of the problem is addressed, with multiple variants for representing its constraints. Finally, algorithms are created to find good-quality solutions in a short amount of time. In order to conduct computational experiments, an artificial instance database is generated, and solution methods are implemented. Ten mathematical models are implemented in the Gurobi solver to establish a benchmark, determining optimal solutions for the instances, and comparing different formulation techniques, including lazy constraints and piecewise-linear functions. Procedures for manipulating solutions and ten heuristic algorithms are also proposed. The algorithms are developed based on the metaheuristics Genetic Algorithm, Memetic Algorithm, Transgenetic Algorithm, and Q-learning reinforcement learning technique. Three computational experiments are conducted: the first controlled by the maximum iteration parameter, the second with an absolute maximum count of objective function evaluations, and the third with a maximum count of objective function evaluations relative to the discovery of the last best solution. The parameter tuning is performed automatically by the irace tool. A statistical analysis based on the Friedman Aligned Ranks test indicated superior performance of the hybrid algorithm combining the Transgenetic Algorithm, Memetic Algorithm, and the Q-learning technique.

Keywords: Traveling Salesman Problem, Ridesharing Problem, Metaheuristics, High-Occupancy Toll, Reinforcement Learning, Lazy Constraints, Piecewise Functions.

Lista de Figuras

Figura 1 – Instâncias 10-03_02 (à esquerda) e 10-08_02 (à direita).....	39
Figura 2 – Exemplo de formato da solução para o problema 10-08_02.	40
Figura 3 – Montagem da solução do problema 10-08_02.....	41
Figura 4 – Cronologia de desenvolvimento dos modelos.	86
Figura 5 – Operadores de vizinhança.	91
Figura 6 – Estrutura de vizinhança gerada pelo operador <i>troca</i>	94
Figura 7 – Conversão da representação decimal para ordinal.....	101
Figura 8 – Conversão da representação ordinal para decimal.....	102
Figura 9 – Cruzamento de rotas.	103
Figura 10 – Funcionamento do método <i>plasmideo</i> no modo <i>parcial</i>	109
Figura 11 – Fragmentos considerados pelo método <i>plasmideo</i> no modo <i>total</i>	109
Figura 12 – Grafo de invocações de funções do Algoritmo MA.	133
Figura 13 – Grafo de invocações de funções do Algoritmo QMA.	133
Figura 14 – Grafo de invocações de funções do Algoritmo TMA.....	135
Figura 15 – Grafo de invocações de funções do Algoritmo QTMA.....	135
Figura 16 – Grafo de invocações de funções do Algoritmo HMA.	137
Figura 17 – Grafo de invocações de funções do Algoritmo QHMA.	137

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Atributos da Geração de Instâncias.....	37
Tabela 2 – Grupos de Instâncias.	38
Tabela 3 – Quadro-Resumo de Características dos Algoritmos Heurísticos.....	117
Tabela 4 – Configurações do Ambiente de Testes.....	118
Tabela 5 – Resultados dos Modelos Matemáticos – 10, 20 e 30 cidades.....	120
Tabela 6 – Resultados dos Modelos Matemáticos – 50 cidades.....	121
Tabela 7 – Parâmetros dos Algoritmos Experimentais.....	124
Tabela 8 – Resultados Gerais – Experimento A.	127
Tabela 9 – Resultados Gerais – Experimento B.	127
Tabela 10 – Resultados Gerais – Experimento C.	127
Tabela 11 – Análise Estatística para o Afastamento – Experimento A.	128
Tabela 12 – Análise Estatística para o Tempo – Experimento A.	129
Tabela 13 – Análise Estatística para o Afastamento – Experimento B.	129
Tabela 14 – Análise Estatística para o Tempo – Experimento B.	130
Tabela 15 – Análise Estatística para o Afastamento – Experimento C.	130
Tabela 16 – Análise Estatística para o Tempo – Experimento C.	131

Lista de Abreviaturas e Siglas

CaRS – Traveling Car Renter Problem (Problema do Caixeiro Alugador)

GLPK – GNU Linear Programming Kit

GMPL – GNU Mathematical Programming Language

GRASP – Greedy Randomized Search Procedure

ILS – Iterated Local Search

PCV – Problema do Caixeiro Viajante

PCV-MPL – Problema do Caixeiro Viajante com Múltiplos Passageiros e Lotação

PCV-P – Problema do Caixeiro Viajante com Passageiros

TSMPHOP – Traveling Salesman with Multiple Passengers and High-Occupancy Problem

TSP – Traveling Salesman Problem

VNDP – Variable Neighborhood Descending with Perturbation

VNS – Variable Neighborhood Search

Lista de Algoritmos

Algoritmo 1 – Determinação do menor subciclo.....	45
Algoritmo 2 – Busca Local com Operadores.....	93
Algoritmo 3 – Escolha de Ações via <i>Q-learning</i>	97
Algoritmo 4 – Alocação de Passageiros PL.....	99
Algoritmo 5 – Geração da População Inicial.....	101
Algoritmo 6 – GA.....	104
Algoritmo 7 – QGA.....	105
Algoritmo 8 – MA.....	106
Algoritmo 9 – QMA.....	107
Algoritmo 10 – TA.....	110
Algoritmo 11 – QTA.....	112
Algoritmo 12 – TMA.....	113
Algoritmo 13 – QTMA.....	114
Algoritmo 14 – HMA.....	115
Algoritmo 15 – QHMA.....	116

Sumário

1	Introdução.....	17
1.1	Objetivos.....	18
1.2	Metodologia.....	18
1.3	Contribuições.....	20
1.4	Organização.....	21
2	O problema	22
2.1	Revisão Bibliográfica	22
2.1.1	Problema do Caixeiro Viajante com Passageiros	22
2.1.2	Problema do Caixeiro Viajante com Passageiros e Lotação.....	24
2.1.3	Problema do Caixeiro Viajante com Passageiros e Quota.....	24
2.1.4	Problema do Caixeiro Viajante com Múltiplos Passageiros e Quota	25
2.1.5	Problema do Caixeiro Viajante Alugador com Passageiros	26
2.1.6	Problema do Caixeiro Viajante com Cota, Múltiplos Passageiros, Transporte Incompleto e Tempo de Coleta.....	27
2.2	Definição	28
2.2.1	Formulação Não Linear – Modelo NON	31
2.3	Banco de Instâncias	36
2.3.1	Atributos	36
2.3.2	Representação	38
2.3.3	Formato das Soluções	40
3	Formulações Alternativas.....	43
3.1	Elementos Básicos.....	43
3.1.1	Linearizações	43

3.1.2	LZY – Restrições <i>Lazy</i>	44
3.1.3	PWL – Funções Lineares <i>Piecewise</i>	46
3.1.4	DES – Desagregação.....	48
3.1.5	RM6 – Remoção	49
3.1.6	JMP – Injeção PCV.....	49
3.1.7	ST1 – Injeção PCV com Pedágios e Alocação Ótima	50
3.2	Modelos Matemáticos.....	51
3.2.1	Modelo LIN	51
3.2.2	Modelo LIN-LZY	58
3.2.3	Modelo NON-PWL.....	62
3.2.4	Modelo NON-LZY-PWL.....	64
3.2.5	Modelo NON-LZY-PWL-LIN.....	66
3.2.6	Modelo NON-LZY-PWL-JMP	70
3.2.7	Modelo NON-LZY-PWL-DES.....	70
3.2.8	Modelo NON-LZY-PWL-DES-RM6.....	72
3.2.9	Modelo NON-LZY-PWL-DES-ST1.....	75
3.2.10	Modelo ZIN	75
3.3	Modelos Matemáticos para Rota Fixa	79
3.3.1	Modelo eLIN	79
3.3.2	Modelo eOPT	83
3.4	Implementação.....	85
3.5	Diagrama Cronológico	86
4	Algoritmos.....	87
4.1	Fundamentação Teórica.....	87
4.1.1	Algoritmo Genético	87
4.1.2	Algoritmo Memético.....	88

4.1.3	Transgenética Computacional.....	89
4.1.4	Algoritmo <i>Q-learning</i>	89
4.2	Implementações	91
4.2.1	Estruturas de Vizinhaça	91
4.2.2	Buscas Locais.....	93
4.2.3	Buscas em Profundidade.....	94
4.2.4	Seleção de Operadores via <i>Q-learning</i>	95
4.2.5	Limite Inferior para Rotas Fixas	97
4.2.6	Alocação de Passageiros PL	98
4.2.7	Alocação Ótima de Passageiros	100
4.2.8	Geração da População Inicial.....	100
4.2.9	Representação Ordinal de Rotas	101
4.2.10	Algoritmo GA	103
4.2.11	Algoritmo QGA	105
4.2.12	Algoritmo MA	106
4.2.13	Algoritmo QMA.....	107
4.2.14	Algoritmo TA.....	108
4.2.15	Algoritmo QTA.....	112
4.2.16	Algoritmo TMA	113
4.2.17	Algoritmo QTMA	114
4.2.18	Algoritmo HMA.....	115
4.2.19	Algoritmo QHMA.....	116
4.2.20	Resumo de Características	117
5	Experimentos Computacionais	118
5.1	Execução dos Modelos Matemáticos	119
5.1.1	Metodologia de Testes	119

5.1.2	Discussão de Resultados	120
5.2	Execução dos Algoritmos	122
5.2.1	Metodologia de Testes	122
5.2.2	Ajuste de parâmetros.....	123
5.2.3	Discussão de Resultados	126
5.2.4	Análise Dinâmica	131
6	Conclusões.....	139
6.1	Considerações Finais	139
6.2	Estudos Futuros	141
	Referências.....	144
	Apêndices	150

1 Introdução

A presente tese de doutorado versa sobre a pesquisa realizada sobre o Problema do Caixeiro Viajante com Múltiplos Passageiros e Lotação (PCV-MPL) ou *Traveling Salesman with Multiple Passengers and High Occupancy Problem* (TSMPHOP). Este é um problema de roteamento que toma por base o clássico Problema do Caixeiro Viajante (PCV) e o generaliza por meio da adição do transporte incentivado de passageiros sujeito à ocorrência de pedágios do tipo *High-Occupancy*. Este tipo de pedágio isenta veículos que estejam com todos os assentos ocupados, definindo, assim, um cenário que colabora para a ocupação eficiente das vias públicas através do preenchimento de espaços vagos em meios de locomoção.

Trata-se de um problema complexo, com soluções ótimas difíceis de serem obtidas. Além dos aspectos intrínsecos ao PCV, dois pontos se destacam como desafios para sua formulação matemática: a modelagem do rateio de despesas, o que compreende a divisão entre variáveis de decisão, e a descontinuidade decorrente da cobrança de pedágios condicionada à ocupação do veículo. Este trabalho apresenta formulações matemáticas para o problema, tomando como base a formulação MTZ para o PCV, e desenvolve diferentes métodos para lidar com os pontos supracitados. Tais métodos contemplam: ideias matemáticas, características do problema, linearizações, restrições *lazy* e funções lineares *piecewise*, dentre outros.

Em consonância com a linha de pesquisa, foram elaboradas também estratégias heurísticas de solução. As meta-heurísticas Algoritmo Genético, Algoritmo Memético e Transgenética Computacional foram estudadas e forneceram o arcabouço para os algoritmos elaborados, os quais incluem também hibridizações. E, para conferir inteligência à exploração do espaço solução, são propostas versões dos algoritmos contando com a técnica de aprendizado por reforço *Q-learning*.

No total, foram dez os modelos matemáticos e dez os algoritmos heurísticos implementados como estratégias de solução para o PCV-MPL.

1.1 Objetivos

A pesquisa tem como objetivo geral o de apresentar o PCV-MPL à comunidade científica, abordando desde a sua formulação via modelos matemáticos até a concepção de estratégias para a sua solução por meio de algoritmos experimentais.

São objetivos específicos desse trabalho os abaixo listados:

1. Definir o problema matematicamente, comparando diferentes formulações.
2. Apresentar problemas correlatos, abordando o respectivo estado da arte.
3. Elaborar um conjunto artificial de instâncias para o problema.
4. Desenvolver estratégias de solução por meio da aplicação das meta-heurísticas Algoritmo Genético, Memético e Transgenética Computacional e da técnica de aprendizado por reforço *Q-learning*.
5. Validar as formulações matemáticas e os algoritmos propostos, submetendo o conjunto de instâncias a estes por meio de experimentos computacionais.

1.2 Metodologia

A primeira atividade realizada contemplou o levantamento de problemas fortemente relacionados, os quais foram estudados de modo a compor uma revisão bibliográfica do estado da arte em torno do PCV-MPL.

A etapa seguinte abordou a elaboração de um modelo matemático formal para o problema, visando abranger os aspectos de rota e transporte de passageiros. Foi possível conceber um conjunto de expressões que contempla todas as restrições do problema e sua função objetivo. Adicionalmente, foram exploradas variantes da modelagem matemática inicial, obtendo formulações alternativas adicionais.

De posse da modelagem do problema e das informações coletadas durante a revisão, iniciou-se a etapa de investigação de estratégias de solução, definindo como métodos experimentais as meta-heurísticas Algoritmo Genético, Algoritmo Memético e Transgenética Computacional. Como método exato, o *solver* Gurobi foi a ferramenta escolhida para resolver os modelos matemáticos em busca da solução ótima.

Sendo este um estudo algorítmico, antes da codificação dos métodos de solução fez-se necessário gerar um conjunto de instâncias artificiais do PCV-MPL para serem posteriormente submetidos aos mesmos. Estes casos de teste foram criados com base em regras pré-estabelecidas relevantes ao estudo de problemas de roteamento e agendamento de passageiros.

Após a geração das instâncias, foi executada a etapa de codificação dos métodos de solução. Como métodos de obtenção de soluções exatas, foram estudados parâmetros de configuração do *solver* e optou-se por aplicar diversas técnicas de otimização às expressões matemáticas com o objetivo de reduzir o tempo de processamento e aumentar a probabilidade de encontrar os ótimos. Além de linearizações, mecanismos de implementação de modelos matemáticos foram investigados e implementados, gerando formulações matemáticas adicionais, variantes da modelagem inicialmente elaborada.

Para os métodos experimentais, foi elaborada uma estrutura para representar uma solução padrão do PCV-MPL abrangendo rota e agendamento de passageiros, considerando a necessidade de manipulação de tais informações em populações de soluções. Adicionalmente, dois modelos matemáticos para rotas fixas foram criados. Um deles foi implementado e empregado para executar, através de uma chamada interna dos algoritmos ao *solver*, a alocação ótima de passageiros para rotas com maior potencial de fornecer soluções de boa qualidade.

Posteriormente, com os métodos implementados por completo, o conjunto de instâncias foi objeto de experimentos computacionais. Os modelos matemáticos foram executados com limite de tempo, enquanto os heurísticos foram testados em três experimentos. O conjunto de instâncias foi segmentado, sendo uma parte empregada para realizar o ajuste automatizado de parâmetros dos algoritmos e a outra submetida aos métodos. O experimento A se deu sem critério de parada adicional além dos valores dos parâmetros de iteração máxima ou número máximo de gerações presente em cada algoritmo. Já o experimento B ocorreu com critério de parada por quantidade absoluta de avaliações da função objetivo. Por fim, o experimento C foi executado também limitando a quantidade de avaliações da função objetivo, nesse caso com a contagem sendo zerada sempre que um novo melhor indivíduo global fosse encontrado.

Após coletar os dados dos métodos, foram calculadas e comparadas métricas como tempo de processamento e custos das soluções. Em seguida, realizou-se uma análise estatística para identificar diferenças significativas. Por fim, apresentou-se uma análise dinâmica dos algoritmos, detalhando seu desempenho através de grafos de invocações de funções com o número de chamadas e o processamento percentual.

1.3 Contribuições

Visando apresentar o PCV-MPL à comunidade científica, incluindo este novo problema na literatura de Pesquisa Operacional e Otimização Combinatória, diversos foram os elementos desenvolvidos para o problema:

- Análise do estado da arte, revisando problemas fortemente relacionados.
- Formulações matemáticas da função objetivo e das restrições, num total de: dez modelos formais implementados, um modelo conceitual, e dois modelos específicos para o cenário de rota conhecida *a priori*.
- Estudo e aplicação de técnicas presentes na literatura para simplificação das expressões matemáticas de maior complexidade, como: linearizações, restrições *lazy* e funções lineares *piecewise*.
- Criação de um banco de instâncias artificiais.
- Implementação de procedimentos e operadores para manipulação de soluções.
- Elaboração de algoritmos baseados em meta-heurísticas evolucionárias.
- Uso da técnica de aprendizado por reforço *Q-learning* na seleção de vizinhanças.

A seguinte publicação é resultado da pesquisa científica apresentada nesta tese: BASTOS, R. E. M.; GOLDBARG, M. C.; GOLDBARG, E. F. G.; MENEZES, M. S. Evolutionary algorithms for the traveling salesman with multiple passengers and high occupancy problem. In: IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC), 2020, Glasgow, Reino Unido. Proceedings of the 2020 IEEE Congress on Evolutionary Computation, pp. 1-8, 2020. DOI: 10.1109/CEC48606.2020.9185562.

1.4 Organização

O trabalho encontra-se organizado em seis capítulos, estruturados como se segue.

A definição do PCV-MPL é tratada no Capítulo 2, detalhando suas características e o seu relacionamento com outros problemas na literatura. Uma formulação matemática não linear é apresentada e explanada em detalhes. Aqui também é exposto o banco de instâncias artificiais que servem como instrumento para a realização de simulações e comparações entre estratégias de solução, bem como o formato adotado para representar uma solução do PCV-MPL.

Formulações matemáticas alternativas são abordadas no Capítulo 3, obtidas a partir do modelo não linear apresentado anteriormente. Diversas transformações matemáticas são desenvolvidas com o intuito de reduzir a complexidade do modelo, sendo consolidadas em novos modelos matemáticos adicionais. Neste capítulo também são concebidas modelagens para o cenário do PCV-MPL em que a rota do caixeiro é previamente conhecida.

O Capítulo 4 descreve os algoritmos experimentais desenvolvidos para solucionar o PCV-MPL, contemplando tanto aspectos teóricos quanto os pseudocódigos em si. São abordadas as meta-heurísticas escolhidas como base para o desenvolvimento das estratégias de solução, bem como os procedimentos para geração e manipulação de soluções.

Em seguida, o Capítulo 5 versa sobre a etapa de validação computacional. Nela, experimentos computacionais foram realizados com o objetivo de investigar o desempenho das estratégias de solução do problema quando aplicadas para resolver o banco de instâncias artificiais. Para a obtenção de soluções de referência, os modelos matemáticos foram implementados em um *solver* matemático e aplicados ao banco. Em seguida, os algoritmos experimentais foram submetidos a um processo automatizado de calibração de parâmetros com um subconjunto das instâncias. Por fim, os algoritmos foram aplicados às demais instâncias em três experimentos: um sem critério adicional de parada além dos parâmetros de iteração máxima, outro com um limite absoluto de avaliações da função objetivo e um terceiro com um limite de avaliações da função objetivo ocorridas desde a descoberta da última melhor solução. Testes estatísticos e métricas para análise dos dados obtidos também são abordados.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho, incluindo a discussão dos resultados da pesquisa e considerações acerca de trabalhos futuros relacionados ao PCV-MPL.

2 O problema

Este capítulo aborda as características e nuances do problema, iniciando pela relação deste trabalho com outros presentes na literatura. Em seguida, é apresentada a sua definição formal incluindo um modelo matemático não linear. Ao final, consta a descrição do banco de instâncias artificiais, elemento crucial para o desenvolvimento e comparação das estratégias de solução que serão expostas nos capítulos seguintes.

2.1 Revisão Bibliográfica

Será apresentada aqui uma visão geral sobre estudos relacionados a problemas que, como o PCV-MPL, tomam por base o cenário do PCV e a este adicionam aspectos relacionados ao transporte de passageiros, aumentando consideravelmente a complexidade de solução. Tratam-se, portanto, de variantes que de fato configuram-se como generalizações do PCV, dado que este fornece um caso particular a todos eles. No presente contexto, estes são os problemas classificados como fortemente correlatos ao PCV-MPL.

Outras classes de problemas possuem similaridades com o PCV-MPL, como por exemplo os problemas *Ridesharing*. Na literatura, a classe é abordada sob pontos de vista (AMEY; ATTANUCCI; MISHALANI, 2011), podendo ser genericamente definida como o problema de reunir duas ou mais pessoas para partilhar uma única viagem em um veículo sem considerar acordo prévio ou histórico de cooperação (DAILEY; LOSE; MEYERS, 1999). Em (FURUHATA; DESSOUKY; ORDONEZ; BRUNET; WANG; KOENIG, 2013) é apresentada uma visão estruturada sobre a classe. No entanto, como não temos preservadas as características do PCV, entende-se que a correlação com o PCV-MPL não é tão significativa. Os problemas de *Carpooling* e problemas de *Pickup & Delivery* podem ser classificados da mesma forma.

2.1.1 Problema do Caixeiro Viajante com Passageiros

Descrito por (CALHEIROS, 2017), trata-se do problema que aborda a versão mais simples dentro da classificação de interesse. Passageiros são considerados para reduzir o custo do caixeiro, que continua com o objetivo de percorrer um ciclo Hamiltoniano.

O estudo é realizado considerando uma versão do problema que possui um único passageiro por vértice, mas com a exposição de um raciocínio que permite a adaptação da

formulação para casos mais gerais. A ideia central é que a versão em que exista mais de um passageiro para embarque em cada cidade pode ser convertida como uma versão do caso mais simples adotando uma abstração: para cada passageiro embarcando na mesma cidade c_i seria considerada uma nova cidade c_j tal que a aresta (i, j) tenha custo nulo. Desse modo, haveria apenas um passageiro para embarque em cada cidade. Apesar de interessante, o argumento da conversão não aborda o aumento do custo computacional decorrente do aumento do número de passageiros nem a ordem em que estes seriam considerados para embarque, aspectos importantes para solução do problema. A formulação para o caso mais geral não é apresentada.

É exposto um modelo matemático com função objetivo que representa o somatório das parcelas de responsabilidade do caixeiro, representando simplesmente a divisão de custos de cada aresta percorrida no ciclo pela ocupação do veículo naquela aresta. É exposta também uma versão linear do modelo baseada na eliminação de quocientes.

O trabalho também apresenta três variantes para o subproblema de atribuição de passageiros baseadas no relaxamento da restrição de tarifa, na substituição da função objetivo pela maximização da quantidade de passageiros transportados, e na redução do problema ao problema do fluxo máximo com custo mínimo. Um modelo matemático para a atribuição de passageiros a uma rota fixa pré-definida é apresentado e linearizado utilizando ideias similares às apresentadas para a linearização do problema original.

Como algoritmos experimentais, foram desenvolvidas propostas baseadas nas meta-heurísticas Genética, Memética, GRASP, *Path Relinking*, e Colônia de Formigas, além de uma heurística customizada integrando o algoritmo de (LIN; KERNIGHAN, 1973) ao modelo matemático para a atribuição de passageiros a uma rota fixa. As abordagens evolucionárias foram implementadas em duas versões, uma puramente heurística e outra incorporando o modelo matemático para atribuição de passageiros a uma rota fixa.

Um experimento computacional foi conduzido fazendo uso de um banco de instâncias que mesclou problemas puramente artificiais e problemas da biblioteca TSPLIB modificados para incluir passageiros. Em termos de resultados, a conclusão foi que o algoritmo baseado em Colônia de Formigas apresentou desempenho superior às outras abordagens no geral, mas que especificamente para instâncias simétricas a heurística customizada mostrou-se melhor.

2.1.2 Problema do Caixeiro Viajante com Passageiros e Lotação

Descrito em (BASTOS, 2017), trata-se do problema mais próximo do PCV-MPL. Nele, o caixeiro enfrenta um cenário em que deve percorrer o ciclo Hamiltoniano levando em consideração a atuação de pedágios do tipo *High-Occupancy*, que podem influenciar o custo para ir de uma cidade a outra caso existam assentos vagos no veículo. No entanto, há no máximo um único passageiro disponível para embarque em cada cidade.

Um modelo matemático não linear é apresentado e implementado em um *solver* de programação matemática em sua forma original, sem linearizações. Uma formulação alternativa baseada em programação por restrições também é apresentada e implementada em um *solver* específico. Além disso, vários limites inferiores para o problema são desenvolvidos e matematicamente provados no texto. Estes são posteriormente utilizados para melhorar o desempenho das formulações e para compor um terceiro método de determinação de ótimos, um algoritmo *branch-and-bound* especificamente desenvolvido para o problema.

Algoritmos heurísticos são propostos tomando por base as meta-heurísticas Genética, *Simulated Annealing*, VNS e Colônia de Abelhas. Um experimento computacional é conduzido utilizando um banco de instâncias artificiais, sendo o algoritmo que encontrou soluções de melhor qualidade o que implementou mecanismos de busca local com o arcabouço do *Simulated Annealing*.

2.1.3 Problema do Caixeiro Viajante com Passageiros e Quota

Estudado por (SILVA, 2017), este problema trata os aspectos relacionados ao transporte de passageiros ao mesmo tempo em que altera o requisito de visita a todas as cidades. Aqui, uma solução pode ser válida independentemente de quais cidades sejam percorridas, desde que a soma mínima de cotas coletadas seja atingida.

É considerado um único passageiro por cidade, o qual deve ter suas restrições de tarifa máxima e cidades de origem e destino obrigatoriamente respeitadas. O objetivo permanece sendo a minimização do custo total do caixeiro.

Uma formulação matemática não linear é apresentada, com função objetivo representando o simples somatório das parcelas devidas por cada um dos ocupantes do veículo nas arestas transpassadas. O modelo é implementado sem linearizações.

São propostos algoritmos experimentais baseados nas meta-heurísticas GRASP, Genética e Memética, que são comparados em um experimento computacional baseado em um banco de instâncias artificiais. Os resultados apontaram que tiveram o melhor desempenho os algoritmos MEM-SPLIT e MEM-SCX, baseados na Memética, e a proposta baseada em GRASP, sem que fossem encontradas significativas diferenças estatísticas entre as soluções por eles reportadas. O algoritmo GRASP, no entanto, mostrou-se superior aos demais com relação ao tempo de processamento.

2.1.4 Problema do Caixeiro Viajante com Múltiplos Passageiros e Quota

Apresentado por (CARVALHO, 2018), este difere do problema apresentado na seção anterior pela consideração de múltiplos passageiros disponíveis para compartilhamento de custos em cada cidade, o que o torna substancialmente mais complexo e mais próximo de cenários reais.

O modelo matemático não linear do trabalho prévio é reutilizado, uma vez que abrange todas as características da nova versão do problema. Uma linearização é apresentada, sendo a formulação linearizada a escolhida para determinação de soluções ótimas.

O subproblema da busca por uma configuração ótima de passageiros de embarque para uma dada rota é também abordado, sendo resolvido via métodos heurísticos e via programação matemática por meio da aplicação do modelo apresentado por (CALHEIROS, 2017).

São propostos algoritmos inspirados nas meta-heurísticas GRASP, *Path Relinking*, Colônia de Formigas, Colônia de Abelhas e VNDP, uma variante do VNS proposta por (GOLDBARG; GOLDBARG, 2012) que implementa movimentos com o objetivo de mudar a direção da busca e promover diversificação.

Um banco de instâncias artificiais foi criado para o problema, servindo como referência para a realização do experimento computacional. Os resultados reportados indicaram que o melhor desempenho ocorreu para heurísticas baseadas em Colônia de Formigas que adotaram uma fórmula especificamente desenvolvida para modelar a transição das formigas no espaço de soluções considerando o bônus e os passageiros das localidades.

2.1.5 Problema do Caixeiro Viajante Alugador com Passageiros

Abordado de modo pioneiro por (SABRY, 2020), que o descreve como uma nova variante do PCV que une as características do CaRS (GOLDBARG; ASCONAVIETA; GOLDBARG, 2012) e do PCV-P (CALHEIROS, 2017), trata-se de um problema que considera a possibilidade de o ciclo Hamiltoniano ser percorrido com diferentes veículos alugados, os quais possuem assentos disponíveis para compartilhamento com passageiros dispostos a dividir custos de transporte.

O trabalho descreve três modelos matemáticos com características não lineares baseados em formulações apresentadas anteriormente em outros trabalhos. As inconsistências originalmente contidas nos modelos são corrigidas, e várias linearizações são expostas. São geradas então seis formulações diferentes, todas sendo implementadas e validadas via *solver* com um banco de instâncias artificiais especialmente gerado para o problema.

O subproblema de atribuição de passageiros também é abordado, sendo propostas uma estratégia exata com uma etapa de pré-processamento e uma versão corrigida da formulação apresentada por (CALHEIROS, 2017) e uma heurística para solucioná-lo.

Algoritmos baseados nas meta-heurísticas Memética, GRASP, VNS, *Path Relinking* e Colônia de Formigas são propostos e submetidos a um experimento computacional. Os resultados apresentados mostraram, em geral, superioridade do algoritmo que uniu GRASP, VNS e *Path Relinking*. Tal estratégia apresentou, em contrapartida, um tempo de execução maior que as outras abordagens.

Ainda no contexto do experimento computacional, o trabalho apresentou um detalhado levantamento sobre o desempenho das chamadas internas aos procedimentos nos métodos experimentais. Tal nível de informação permitiu análises aprofundadas sobre o efeito de cada procedimento no desempenho das heurísticas.

2.1.6 Problema do Caixeiro Viajante com Cota, Múltiplos

Passageiros, Transporte Incompleto e Tempo de Coleta

Esta é uma das variantes mais complexas dentro do contexto de problemas correlatos. Tendo sido apresentada por (SILVA, 2020), que o define como uma variante do PCV com Cotas. Às restrições relativas ao transporte de passageiros somam-se diversos outros aspectos do mundo real.

Em cada cidade existem múltiplos passageiros, os quais possuem restrições de tarifa máxima e tempo máximo de transporte, além de ser prevista a possibilidade de serem desembarcados em cidades de desembarque alternativas mediante a aplicação de penalidades. Além disso, ocorre o relaxamento do requisito de visita a todas as cidades, o qual é substituído pela cota de bônus que pode ser alcançada sem que todas as cidades sejam visitadas.

É apresentada uma análise sobre o tamanho do espaço solução do problema, que mostra a preponderância do impacto do número de solicitações de transporte na quantidade de decisões possíveis para o problema.

Um modelo matemático com função objetivo e restrições não lineares é exposto, sendo utilizado para a determinação de ótimos em sua forma original, sem linearizações.

As meta-heurísticas ILS, GRASP, Genética, Memética e Colônia de Formigas são empregadas como arcabouço para a elaboração de estratégias de solução, sendo aplicadas a um banco de instâncias artificiais criado como entregável da pesquisa.

Os experimentos computacionais são executados em etapas, primeiramente comparando em separado os algoritmos propostos baseados em Colônias de Formigas, depois abordagens evolucionárias. Em seguida, os dois algoritmos com melhor desempenho nas etapas anteriores são comparados com GRASP e ILS. Uma etapa final de comparação de algoritmos híbridos finaliza a validação computacional. Os resultados apresentados indicaram os algoritmos MS-ACS, baseado em Colônia de Formigas, e sua versão híbrida com ILS, MS-ACS-ILS, tiveram um desempenho superior aos demais.

2.2 Definição

Conhecido por ser um dos problemas de roteamento mais estudados na Otimização Combinatória (MELAMED; SERGEEV; SIGAL, 1990) e Pesquisa Operacional, o PCV fornece o contexto base para o PCV-MPL. Classificado como intratável por (GAREY; JONHSON, 1979) e *NP-difícil* em (KARP, 1975), o PCV apresenta relação significativa com outros modelos (LAPORTE; ASEF-VAZIR; SRISKANDARAJAH, 1996). Sua relevância abrange tanto sua aplicabilidade no mundo real quanto seu estudo teórico. Note-se que a maior parte das variantes do PCV admite o próprio como um caso particular, o que indica um grau de complexidade de solução no mínimo similar ao do PCV.

O PCV-MPL pode então ser entendido como uma extensão do PCV em que o compartilhamento de assentos do veículo com passageiros disponíveis ao longo da rota é financeiramente incentivado por meio de dois mecanismos distintos: o simples rateio de despesas entre os ocupantes e a cobrança de tarifas de pedágios condicionada ao número de assentos vagos no veículo.

A necessidade de o caixeiro visitar todas as cidades continua presente, mas a este requisito são adicionadas as consequências deste novo cenário envolvendo compartilhamento de custos e o estímulo econômico presente na busca por manter todos os assentos do veículo ocupados. Em cada cidade podem existir múltiplos passageiros desejando transporte, mas não há obrigatoriedade em transportá-los: o caixeiro o faz conforme seus interesses, assim como ocorre para a definição da ordem em que as cidades serão visitadas. Há, no entanto, um duplo incentivo financeiro para que o compartilhamento do meio de transporte ocorra. O primeiro é consequência direta do rateio de custos, dado que o caixeiro divide parte dos gastos com eventuais companheiros de viagem de maneira igualitária, como se passageiro fosse. Observe-se, no entanto, que não há a possibilidade de lucro. O segundo incentivo se deve ao funcionamento dos pedágios previstos. Todos os pedágios são do tipo *High-Occupancy*. Esse modelo tarifário isenta veículos do pagamento do custo relacionado caso todos os assentos estejam ocupados por passageiros quando a aresta for transpassada.

Seja $G = (N, M)$ um grafo ponderado em arestas onde $N = \{1, \dots, n\}$ representa o conjunto de vértices de G ou cidades, e $M = \{1, \dots, m\}$ o conjunto de arestas de G , indicando ligações rodoviárias. O objetivo do PCV é obter o caminho Hamiltoniano de custo mínimo, onde o custo é calculado pela soma dos pesos das arestas do ciclo. Seja d_{ij} o peso da aresta (i, j) do grafo G .

Considere o grafo $W = (N, M')$ onde $M' \subset M$ é o conjunto de ligações rodoviárias com ocorrência de pedágio. Os pesos das arestas de M' , distintos daqueles de M , representam o custo tarifário adicional que é cobrado caso o veículo esteja com assentos vagos conforme o critério *High-Occupancy*. Seja w_{ij} o peso da aresta (i, j) do grafo W . Quando não há existência de pedágio em (i, j) , o valor de w_{ij} é 0.

Por simplicidade, denote-se por custo de deslocamento o peso d_{ij} e por custo de pedágio o peso w_{ij} . Sob o ponto de vista do caixeiro, G e W se sobrepõem: caso uma aresta $c \in M'$ seja percorrida, devem ser computados tanto o custo de deslocamento quanto o custo de pedágio.

Seja L o conjunto de pessoas demandando transporte entre duas cidades, origem e destino, ao longo do ciclo. Para os passageiros contemplados com embarque, é cobrado um rateio calculado pela divisão entre d_{ij} e o total de pessoas presentes no veículo na aresta, incluindo o caixeiro.

A rota do caixeiro é iniciada e finalizada na localidade de número 1 e a capacidade do veículo é definida por C , definindo a quantidade máxima de passageiros que podem ser transportados. O caixeiro não é considerado passageiro, mas é parte integrante do rateio. Desse modo, o número máximo de ocupantes do veículo é $C + 1$, sendo este valor referenciado como limiar de lotação máxima.

O objetivo do PCV-MPL consiste em encontrar um ciclo Hamiltoniano na sobreposição dos grafos G e W . O cômputo do custo total do caixeiro, função objetivo do problema, se dá pelo somatório dos custos d_{ij} divididos entre todos os ocupantes do veículo e os custos w_{ij} , os quais são cobrados somente caso o número de ocupantes do veículo em (i, j) seja menor que $C + 1$. Os pesos w_{ij} , quando cobrados, são inteiramente arcados pelo caixeiro.

Dessa forma, uma solução válida do PCV-MPL é representada pela ordem seguida pelo caixeiro ao percorrer todas as cidades e um esquema de alocação de pessoas, ou seja, o conjunto de indivíduos contemplados em suas solicitações de transporte durante o ciclo. Observe-se que o esquema de alocação de pessoas pode não conter nenhum dos passageiros em potencial, tornando unitário o denominador do rateio. Nesse contexto, os pesos das arestas de G e W percorridas pelo caixeiro são cobradas integralmente, caracterizando o caso particular em que a solução do PCV-MPL é idêntica à solução do PCV.

Não há cobrança de valor fixo relacionado ao transporte aos passageiros, mas sim um rateio uniforme dos custos d_{ij} entre todos os ocupantes do veículo (incluindo o caixeiro),

havendo um limite máximo do custo total devido por cada passageiro $l \in L$. Tal despesa não pode ultrapassar, no somatório total das parcelas do rateio entre os ocupantes, t_l unidades monetárias, sendo este um valor definido previamente que se mantém fixo ao longo da viagem, mas que pode variar entre os indivíduos.

A parte da despesa devida por cada passageiro ao percorrer (i, j) é obtida pela divisão entre d_{ij} e o número total de ocupantes do veículo incluindo o caixeiro. Um passageiro l deseja iniciar seu trajeto na localidade P_l e o encerrá-lo na cidade Q_l . Desse modo, cada passageiro é responsável somente pelas parcelas de rateio ocorridas entre P_l e Q_l .

Não há indivíduos demandando embarque na origem 1, ou seja, $P_l \neq 1, \forall l$. É permitido, porém, que pessoas possuam a cidade 1 como destino. É possível que existam pessoas k com valor limite t_k insuficiente para uma dada rota, o que ocorre se o somatório das parcelas do rateio é maior que t_k mesmo se todas as arestas entre P_k e Q_k possuíam $C + 1$ ocupantes. Nesse caso, a pessoa é considerada inviável para embarque. O mesmo ocorre se Q_k é visitada antes de P_k no ciclo. Tais condições serão detalhadas mais adiante através das definições de passageiro compatível e passageiro viável.

Quando uma aresta de W é percorrida, há duas possibilidades para o custo global a ser suportado pelo caixeiro. Se a ocupação estiver abaixo da lotação máxima, então o veículo não faz jus à isenção do custo de pedágio. Isto faz com que w_{ij} seja adicionado ao somatório global, tornando o ciclo mais custoso para o caixeiro. Já se o veículo estiver com lotação máxima, w_{ij} não é cobrado e somente o rateio relacionado ao custo de deslocamento d_{ij} é por ele devido.

Como os passageiros, em seus respectivos percursos, dividem apenas custos d_{ij} , a responsabilidade por buscar a ocupação máxima do veículo é exclusiva do caixeiro. Caso o veículo não esteja pleno em sua lotação ao percorrer uma aresta com incidência de pedágio, ele é penalizado por meio do custeio integral de w_{ij} .

Em outras palavras, os passageiros não sofrem influência dos custos de W . Caso contrário, o caixeiro poderia optar por circular em arestas com incidência de pedágio (mais custosas para ele e para os passageiros, portanto) visando obter benefícios que compensassem o custo adicional por ele pago. Como exemplos, podem ser citados: menores custos de manutenção do veículo decorrente de estradas com melhor conservação, redução no custo do licenciamento anual etc. Estes benefícios são irrelevantes sob o ponto de vista dos indivíduos que demandam transporte, de modo que o cenário do problema previne tal comportamento. Ao

tornar o custo de pedágio uma parcela devida somente pelo caixeiro, fica garantido o real incentivo para que ele busque, de fato, compartilhar os assentos e alcançar a lotação máxima, necessária para obter a vantagem proveniente do transporte solidário.

Para simplificar futuras explicações, dois conceitos devem ser previamente definidos:

- Um indivíduo l é dito **compatível** com relação a uma rota fixa r se a sua cidade de origem P_l é visitada pelo caixeiro antes do seu ponto de destino Q_l .
- Um indivíduo l é considerado **viável** com relação a uma rota fixa r se, além de compatível, sua tarifa máxima t_l permite o seu deslocamento entre P_l e Q_l sem que ocorra estouro do custo total por ele devido.

Observe-se que, dada uma rota fixa conhecida *a priori* sem passageiros alocados, é possível excluir os indivíduos eventualmente não compatíveis do conjunto L . Da mesma forma, é possível analisar os custos de deslocamento e calcular, com base na lotação máxima $C + 1$, qual seria o mínimo do custo total devido por cada indivíduo caso fosse transportado. Se este mínimo for maior que a tarifa máxima t_l , o indivíduo l é não viável, sendo excluído de L .

2.2.1 Formulação Não Linear – Modelo NON

O modelo deve garantir que somente passageiros viáveis com relação ao ciclo tenham suas solicitações atendidas, ou seja, a cidade de embarque deve ser visitada antes da cidade de desembarque e o rateio devido por cada passageiro deve estar dentro da sua respectiva tarifa limite. Além disso, a capacidade máxima do veículo deve ser sempre respeitada, não permitindo transportar passageiros além do limite de assentos.

Considera-se também que múltiplos passageiros podem estar aguardando embarque em uma dada cidade, e que eles não são sensíveis ao tempo do trajeto, ao número de localidades visitadas entre a cidade de embarque e de desembarque, às condições de ocupação do veículo, ou ao custo por ele devido quando transportado desde que seja menor ou igual à tarifa máxima pré-acordada t_l . O limiar do incentivo para isenção da cobrança de pedágios é definido pela ocupação de todos os assentos do veículo, configurando máxima lotação.

Desse modo, a formulação NON é definida pelos componentes a seguir.

PARÂMETROS

- n Número de vértices ou cidades do grafo $G = (N, M)$
- C Capacidade do veículo indicando o total de assentos disponíveis para passageiros
- L Conjunto de indivíduos demandando transporte entre as cidades
- d_{ij} Custo de deslocamento associado à aresta (i, j) do grafo G
- w_{ij} Custo de pedágio associado à aresta (i, j) do grafo W
- P_l Cidade origem do indivíduo l
- Q_l Cidade destino do indivíduo l
- t_l Tarifa máxima total que o indivíduo l aceita pagar para ir de P_l a Q_l

VARIÁVEIS

- x_{ij} Variável binária que indica se a aresta (i, j) faz parte do ciclo Hamiltoniano
- v_{ij}^k Variável binária que indica se o indivíduo k é ocupante do veículo na aresta (i, j)
- φ_{ij} Variável binária que indica se a cobrança de pedágio está ativada na aresta (i, j)
- u_j Variável inteira que representa a ordem da cidade j no ciclo Hamiltoniano

FUNÇÃO OBJETIVO

$$\text{Minimizar } \sum_{i,j \in N} \left(\frac{d_{ij}x_{ij}}{\sum_{k \in L} v_{ij}^k + 1} + \varphi_{ij}w_{ij}x_{ij} \right) \quad (1)$$

RESTRICÇÕES

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ji} = 1 \quad \forall i \in N \quad (3)$$

$$u_1 = 1 \quad (4)$$

$$u_i - u_j + 1 \leq (n - 1)(1 - x_{ij}) \quad \forall i, j \in N \setminus \{1\} \quad (5)$$

$$\sum_{k \in L} v_{ij}^k - C x_{ij} \leq 0 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{v_{ij}^l d_{ij}}{\sum_{k \in L} v_{ij}^k + 1} - t_l \leq 0 \quad \forall l \in L \quad (7)$$

$$\varphi_{ij} = 1 - \left\lfloor \frac{\sum_{k \in L} v_{ij}^k + 1}{C + 1} \right\rfloor \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (8)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (v_{ij}^l - v_{ji}^l) = 0 \quad i \neq P_l, Q_l \quad \forall i \in N \quad \forall l \in L \quad (9)$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq P_l}}^n v_{iP_l}^l + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq Q_l}}^n v_{Q_l i}^l = 0 \quad \forall l \in L \quad (10)$$

$$\sum_{i=2}^n v_{1i}^l = 0 \quad \forall l \in L \quad (11)$$

$$v_{ij}^l \leq x_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (12)$$

A função objetivo, denotando o custo total do caixeiro, é definida por (1). A constante d_{ij} representa o peso da aresta (i, j) do grafo G ; x_{ij} é uma variável binária com valor igual a 1 se a aresta (i, j) faz parte do ciclo Hamiltoniano percorrido pelo caixeiro, sendo 0 caso contrário; a variável φ_{ij} é binária, possuindo valor 0 se o veículo transpassa (i, j) com lotação máxima e valor 1 caso existam assentos vagos; a constante w_{ij} indica o peso da aresta (i, j) do grafo W , representando o custo do pedágio associado à aresta (i, j) . Quando não há existência de pedágio em (i, j) , o valor de w_{ij} é 0. L denota o conjunto de pessoas em busca de transporte,

sendo v_{ij}^l uma variável binária que assume valor 1 se o passageiro l está embarcado quando o veículo circula por (i, j) , ou valor 0 caso contrário. O passageiro l tem P_l como cidade de embarque e deseja deslocar-se até a cidade de desembarque Q_l .

O primeiro termo da função objetivo realiza o compartilhamento de despesas entre o caixeiro e os passageiros que foram transportados. Note-se que o caixeiro participa da divisão de modo igualitário com relação aos passageiros, reduzindo sua parcela sempre que o veículo possui assentos ocupados. O segundo termo aumenta ainda mais o incentivo para que o caixeiro compartilhe seu meio de locomoção, dado que os custos provenientes de pedágios não são divididos com os passageiros, mas podem ser nulos caso o veículo esteja com lotação máxima.

As expressões (2) e (3) garantem cada uma das cidades seja visitada exatamente uma vez no ciclo. As restrições (4) e (5) correspondem à formulação MTZ para o PCV (MILLER; TUCKER; ZEMLIN, 1960), prevenindo a formação de subciclos por meio da definição da ordem em que as cidades são visitadas, visto que $u_z = Y$ representa que a cidade Z será a Y -ésima a ser percorrida no ciclo. Dessa forma, a expressão (4) define que o ciclo seja iniciado na cidade 1, enquanto (5) garante que cada uma das demais cidades possuam uma única ordem de visita associada.

A lotação máxima do veículo é controlada pela expressão (6), a qual garante que no máximo C passageiros estejam sendo transportados em qualquer das arestas (i, j) que façam parte do ciclo. A restrição (7) representa, em seu primeiro termo, a parte do rateio devida pelo passageiro l , o qual deve ser no máximo t_l conforme previamente definido. A cobrança ou isenção de pedágio é controlada pela expressão (8). A função piso de seu último termo retorna 0 sempre que menos de C passageiros estejam sendo transportados em (i, j) , fazendo com que φ_{ij} assumam valor 1 e torne o segundo termo de (1) não nulo caso x_{ij} e w_{ij} sejam também não nulos. Se, ao contrário, a máxima lotação ocorre em (i, j) , a função piso retorna 1 e φ_{ij} assume valor 0, zerando o segundo termo da função objetivo independentemente de x_{ij} e w_{ij} .

A expressão (9) garante que a situação do passageiro l (embarcado ou desembarcado) seja a mesma tanto ao chegar quanto ao sair de uma cidade i que não seja sua cidade origem ou cidade destino, ou seja, previne a ocorrência de embarque ou desembarque de l em arestas que não possuam como vértices P_l ou Q_l . A restrição (10) proíbe que passageiros estejam embarcados nas arestas que chegam à sua cidade origem ou que saiam de sua cidade destino.

A restrição (11) previne que um passageiro que chegue embarcado na cidade 1, origem da rota do caixeiro, permaneça embarcado na aresta seguinte. Já a expressão (12) garante que só possa haver passageiros no veículo em arestas percorridas pelo caixeiro.

Em se tratando de uma generalização do PCV, a dificuldade de solução do PCV-MPL é, no mínimo, igual à dificuldade de solução daquele. No entanto, há que se notar o fato de que o número de decisões possíveis no PCV-MPL é maior que no PCV, dado que o custo do caixeiro não pode ser obtido através da simples soma do peso das arestas por depender da lotação do veículo em cada aresta. Por outro lado, tal lotação depende da ordem em que as cidades são visitadas, da decisão por qual passageiro deve ser embarcado em cada cidade, já que existem múltiplos, e da capacidade do veículo.

A estratégia de se calcular o esquema ótimo de carregamento de passageiros para o ciclo Hamiltoniano de menor custo, solução ótima para o PCV, mostra-se ingenuamente distante de conferir garantia de uma solução de boa qualidade para o PCV-MPL, dado que simplesmente pode não haver número suficiente de passageiros compatíveis com tal rota que resulte em um bom rateio ou que incorra na desejada isenção de cobrança dos pedágios por meio da ocupação de assentos. Faz-se necessário encontrar uma rota de baixo custo que permita um esquema de carregamento que mantenha o veículo o mais próximo da lotação máxima.

A complexidade em solucionar o PCV-MPL é indicada no próprio modelo matemático, uma vez que é preciso buscar a solução de um problema de programação inteira com função objetivo e restrições não lineares.

2.3 Banco de Instâncias

Dada a natureza do presente estudo, além de conceber algoritmos para solucionar o problema, estes precisam ser implementados e computacionalmente validados. Logo, casos de teste artificiais precisaram ser criados para serem alvo das estratégias de solução, suportando análises de desempenho e comparações delas entre si.

No contexto desta seção, os vetores são iniciados no índice 0 por conta do padrão da linguagem C++. Nos demais capítulos desta tese, por questões didáticas, a rota do caixeiro é iniciada e finalizada na cidade 1.

2.3.1 Atributos

Um programa gerador automático de instâncias foi elaborado para a criação do banco de instâncias, sendo uma útil ferramenta para suportar estudos futuros do PCV-MPL. A ideia por trás do gerador automático foi permitir o controle e a replicação dos atributos dos cenários construídos, os quais foram cuidadosamente definidos visando obter casos de teste suficientemente complexos de serem solucionados.

O gerador foi projetado para construir cenários artificiais adotando condições razoavelmente similares ao mundo real, procurando conferir um grau de aplicabilidade dos algoritmos desenvolvidos a eventuais cenários reais. Adicionalmente, cuidados especiais foram tomados na etapa de concepção do gerador para evitar que o ciclo Hamiltoniano de menor custo unido ao esquema ótimo de carregamento de passageiros seja a solução ótima do PCV-MPL, o que configuraria o indesejável cenário em que a estratégia de obtenção do ótimo é conhecida previamente.

Após a geração das instâncias, uma validação foi executada para os problemas de tamanho 10 comparando a solução ótima do PCV-MPL com a solução composta pelo acoplamento da rota ótima do PCV com a alocação ótima de passageiros. Em média, os custos das soluções acopladas foram 196% maiores que as soluções ótimas do PCV-MPL, com o mínimo em 49% e o máximo em 408%. É suposto que o banco gerado no contexto deste trabalho apresente este mesmo comportamento para as instâncias de tamanhos maiores.

Todas as instâncias geram um grafo G completo. A Tabela 1 exhibe a lista de atributos dos cenários possíveis para o gerador, bem como a lista ou intervalo de valores possíveis.

Tabela 1 – Atributos da Geração de Instâncias.

Atributo	Valores
Capacidade C do veículo	{3, 4, 5, 6}
Quantidade de cidades n	{10, 20, 30, 50, 100, 500}
Custo d_{ij} das arestas	[100; 250]
Quantidade de arestas de W (%)	[15; 50]
Percentual para o custo w_{ij} dos pedágios (%)	[70; 200]
Probabilidade de existência de pedágio (%)	{0, [30; 50], [50; 70], [70; 90]}
Tarifa máxima de passageiro t_l (%)	{[10; 25], [10; 20]}
Quantidade de passageiros por cidade	{[0; C], [0; $2C$], [0; $3C$]}
Simetria do grafo G	{sim, não}
Quantidade de tipos de instâncias	8
Quantidade de instâncias por grupo e valor de n	5

Segue abaixo o detalhamento dos atributos:

- A quantidade máxima de pedágios é dada por um valor sorteado correspondente a um percentual aplicado ao total de arestas no intervalo de 15% a 50%;
- O custo de cada pedágio, quando existir, é definido por sorteio, correspondendo a um percentual entre 70% e 200% do custo da aresta associada;
- A probabilidade de existência de pedágio varia conforme o custo da aresta associado como se segue: (1) custo de 100 a 125: probabilidade de 70% a 90%, (2) custo de 125 a 150: probabilidade de 50% a 70%, (3) custo de 150 a 175: probabilidade de 30% a 50%, e (4) custo de 175 a 250: probabilidade nula;
- Tarifa máxima de cada passageiro: cálculo em função de um percentual da árvore geradora mínima do grafo G relacionado à capacidade do veículo. Para uma instância com veículo de capacidade 3, intervalo percentual foi de 10% a 25%. Para as demais capacidades, o percentual foi de 10% a 20%;
- A quantidade de passageiros em cada cidade é definida por um sorteio em duas etapas, primeiro escolhe-se um dos intervalos {[0; C], [0; $2C$], [0; $3C$]}, e em seguida define-se um valor aleatório dentro do intervalo sorteado.
- Todos os valores de d_{ij} , w_{ij} e t_l são inteiros, sendo arredondados quando necessário.

O gerador cria quantidades iguais de casos de teste simétricos e assimétricos com relação ao grafo G . Já o grafo W , que representa os pedágios, é sempre simétrico. Isso porque

a ocorrência e a cobrança do pedágio são consideradas as mesmas, independente do sentido em que a ligação entre as cidades é percorrida.

Para fins de organização, o banco de instâncias adotado neste trabalho foi dividido em 8 tipos para cada valor de n . Um tipo é definido pela capacidade C do veículo, pela simetria ou assimetria de G , enquanto um grupo é definido pelo tamanho da instância e seu tipo. Como em cada grupo existem 5 instâncias, o banco possui 40 instâncias para cada valor de n . A lista de grupos do banco com $n = 10$ encontra-se na Tabela 2.

Tabela 2 – Grupos de Instâncias.

Grupo	C	Tipo
10-01	3	Assimétrica
10-02	4	Assimétrica
10-03	5	Assimétrica
10-04	6	Assimétrica
10-05	3	Simétrica
10-06	4	Simétrica
10-07	5	Simétrica
10-08	6	Simétrica

2.3.2 Representação

Para conferir compatibilidade a estudos futuros e viabilizar a utilização de outras ferramentas, o gerador grava as instâncias em três formatos diferentes:

- TXT – Formato texto padrão utilizado pelas implementações em C++ realizadas neste estudo, válido para os métodos expostos nesta pesquisa.
- DAT – Formato de dados GMPL, específico para uso com o *solver* GLPK.
- DZN – Formato de dados para utilização com a linguagem MiniZinc.

A nomenclatura de cada instância é composta pela quantidade de cidades, o tipo e o identificador numérico. Por exemplo, “30-07_04” é o nome da instância do grupo “30-07” (30 cidades, tipo 07) com identificador “04”. Encontram-se expostas na Figura 1 duas instâncias ilustrando o formato TXT.

A primeira linha do formato define, respectivamente: o número de cidades n , a capacidade do veículo C , o número de arestas com incidência de pedágio, e a quantidade de indivíduos demandando transporte.

Na terceira linha encontra-se a representação matricial do grafo G , exibindo os custos de locomoção entre as cidades d_{ij} por n linhas, seguida de uma linha em branco. Em seguida consta a representação matricial do grafo W com os custos de pedágio w_{ij} ao longo de n linhas, seguida de nova linha em branco como separação.

10 5 12 28	10 6 17 30
0 190 225 213 107 189 215 141 137 192	0 132 172 122 209 247 105 241 128 206
205 0 187 138 193 194 145 157 169 244	132 0 108 119 192 192 207 150 102 185
242 162 0 158 214 103 151 132 159 217	172 108 0 151 120 158 233 128 233 217
169 147 149 0 180 173 206 243 155 183	122 119 151 0 193 240 206 145 157 102
244 222 246 165 0 235 129 164 209 195	209 192 120 193 0 129 150 136 150 181
223 204 196 121 182 0 206 172 140 190	247 192 158 240 129 0 163 117 169 236
219 208 240 248 193 106 0 214 103 187	105 207 233 206 150 163 0 186 191 177
177 197 177 169 181 123 224 0 150 172	241 150 128 145 136 117 186 0 198 246
222 102 113 151 170 246 195 190 0 114	128 102 233 157 150 169 191 198 0 104
100 118 235 113 145 242 160 126 170 0	206 185 217 102 181 236 177 246 104 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 282	0 224 247 240 0 0 189 0 0 0
0 0 215 229 0 0 0 0 251 0	224 0 0 191 0 0 0 192 196 0
0 215 0 191 0 0 0 0 276 0	247 0 0 0 188 0 0 0 0 0
0 229 191 0 225 179 0 235 0 0	240 191 0 0 0 0 0 0 260 182
0 0 0 225 0 0 0 0 215 308	0 0 188 0 0 196 178 0 228 0
0 0 0 179 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 196 0 233 183 253 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	189 0 0 0 178 233 0 0 0 0
0 0 0 235 0 0 0 0 0 0	0 192 0 0 0 183 0 0 0 0
0 251 276 0 215 0 0 0 0 232	0 196 0 260 228 253 0 0 0 192
282 0 0 0 308 0 0 0 232 0	0 0 0 182 0 0 0 0 192 0
111 1 5	148 1 3
128 1 4	125 1 8
98 1 2	147 1 8
110 1 3	122 2 5
122 3 8	118 2 7
120 3 8	146 2 8
128 3 2	132 2 4
117 3 5	143 2 7
144 4 7	135 2 1
108 4 1	124 3 7
119 5 1	118 3 4
119 8 6	107 3 7
121 8 0	127 3 4
127 8 1	128 3 2
135 8 2	101 4 8
137 8 2	133 4 2
115 8 4	113 4 3
139 8 5	102 4 3
144 8 2	104 4 1
114 8 4	148 5 2
103 9 8	100 5 8
140 9 4	146 5 0
127 9 1	110 7 1
131 9 1	149 7 2
128 9 6	119 7 8
118 9 5	131 7 8
129 9 4	140 7 5
125 9 0	139 8 1
	119 8 5
	133 8 7

Figura 1 – Instâncias 10-03_02 (à esquerda) e 10-08_02 (à direita).

Ao final está a lista de indivíduos do conjunto L . Cada linha representa um passageiro em potencial l definindo três informações: a tarifa máxima t_l , sua cidade de origem P_l e sua cidade de destino Q_l . Como exemplo, no caso do problema 10-03_02, primeiro indivíduo possui tarifa máxima 111 e deseja ir da cidade 1 até a cidade 5, enquanto o último passageiro em potencial possui tarifa máxima 125 e demanda ser transportado da cidade 9 até a cidade 0.

2.3.3 Formato das Soluções

Uma solução do PCV-MPL é construída a partir de uma rota, uma vez que esta é fator determinante da viabilidade do transporte de cada passageiro considerando as restrições de sentido e tarifa máxima. A rota é armazenada em um vetor com conteúdo decimal. Em termos de consumo de recursos computacionais, o construtor de solução precisa ser leve o bastante e executar a menor quantidade possível de passos, e por isso não realiza a alocação de passageiros de modo automático.

Além da rota, a solução contém um vetor booleano com um elemento para cada indivíduo, indicando se este foi contemplado com transporte. Quando uma solução é criada, este vetor é inicializado com zero em todas as posições, indicando que nenhum indivíduo está sendo transportado. Quando algum dos procedimentos de alocação de passageiros é invocado o vetor é modificado para sinalizar quais passageiros são transportados naquela solução.

Exemplificando o formato, a Figura 2 contém uma solução para a instância 10-08_02 (exposta na Figura 1). O primeiro vetor representa as $n = 10$ cidades que devem ser visitadas, com a primeira linha indicando a ordem de visita por meio dos índices e a segunda linha com as cidades em si. O segundo vetor ilustra o esquema de alocação de passageiros, sendo uma posição para cada um dos 30 indivíduos. Os índices significam a ordem em que são listados na instância. O conteúdo 1 no vetor significa que o indivíduo foi atendido e 0 caso contrário.

<i>representação da rota</i>									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	4	3	2	1	7	5	6	9	8

<i>representação da alocação de passageiros</i>																														
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0

Figura 2 – Exemplo de formato da solução para o problema 10-08_02.

A Figura 3 exibe como exemplo a montagem da solução mostrada na Figura 2, obtida como resultado de um dos métodos de solução. A segunda linha contém o ciclo do caixeiro: $0 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 8 \rightarrow 0$. Na terceira linha se inicia a representação dos indivíduos que foram atendidos em suas solicitações de transporte. Para cada passageiro, a linha indica em quais arestas do ciclo ele esteve como ocupante do veículo (sendo 1 usado para indicar a presença e 0 caso contrário), origem e destino, e o seu índice obtido na leitura da instância. Como exemplo, o segundo passageiro da lista esteve embarcado no caminho $2 \rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow 5$, suas cidades de origem e destino são $2 \rightarrow 5$ e seu índice é 3. Da mesma forma, o último passageiro listado esteve embarcado somente no trecho $7 \rightarrow 5$ (exatamente suas cidades de origem e destino), sendo seu índice 26.

```

Solution:
0 4 3 2 1 7 5 6 9 8 0
0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 1->8 : 1
0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 2->5 : 3
0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 2->8 : 5
0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 2->7 : 7
0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 3->7 : 9
0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 3->7 : 11
0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 3->2 : 13
0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 4->2 : 15
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 4->3 : 16
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 4->3 : 17
0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 4->1 : 18
0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 5->8 : 20
0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 5->0 : 21
0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 7->8 : 24
0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 7->8 : 25
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 7->5 : 26
0 4 5 6 6 6 6 6 6 1 #seats
1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 toll activated - sum: 0
209 38.6 25.1667 15.4286 21.4286 16.7143 23.2857 25.2857 14.8571 64 rate
0 4 3 2 1 7 5 6 9 8 0

Cost pcvmpl: 453.767

```

Figura 3 – Montagem da solução do problema 10-08_02.

Após a listagem de passageiros há a linha que indica o total de assentos ocupados por aresta, sem contar o caixeiro. Assim, pode-se observar que o veículo não transportou passageiros em $0 \rightarrow 4$, já que não há indivíduos demandando embarque na primeira aresta. Na aresta $4 \rightarrow 3$ o número de passageiros foi 4 e na aresta $3 \rightarrow 2$ havia 5 passageiros no veículo. No caminho $2 \rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 8$ todos os 6 assentos disponíveis estavam ocupados, enquanto na última aresta $8 \rightarrow 0$ somente um passageiro esteve embarcado.

Em seguida há a linha que indica os trechos em que, caso houvesse cobrança de pedágios, eles seriam cobrados. Isto ocorre em todas as arestas não presentes no caminho $2 \rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 8$. Ao fim da linha há a soma total dos pedágios, que é zero neste caso.

Após a linha de ativação dos pedágios vem a linha que contém o valor do rateio devido pelos ocupantes do veículo em cada aresta. Como exemplo, a segunda aresta $4 \rightarrow 3$ possui custo d_{43} igual a 193, com o rateio devido por cada um dos cinco ocupantes do veículo é 38,6.

Ao final há novamente a linha que representa o ciclo do caixeiro e em seguida vem a última linha com o custo final da solução com arredondamento até a terceira casa decimal.

3 Formulações Alternativas

Este capítulo versa sobre as diferentes técnicas utilizadas para reduzir a complexidade computacional de solução matemática do problema. Todos os raciocínios apresentados visam, em geral, permitir que o *solver* seja capaz de determinar a solução ótima utilizando menos recurso computacional. Ou, quando não possível obter o ótimo, que o *gap* calculado entre o melhor limite inferior e a melhor solução obtida seja o mais próximo de zero.

O conteúdo está organizado da seguinte forma: primeiro são apresentados os recursos matemáticos desenvolvidos como elementos básicos para a construção dos modelos. Em seguida, são descritos os modelos em si. Ao final, são exibidas considerações sobre a implementação das formulações e o *solver* escolhido.

3.1 Elementos Básicos

Nesta seção são enunciados os raciocínios elaborados para otimizar os modelos, como linearizações, restrições *lazy* e funções lineares *piecewise*. Ideias baseadas no rearranjo das restrições também são tratadas, como a desagregação ou remoção de expressões e a injeção da solução de modelos de menor complexidade, como o PCV e a Alocação Ótima de Passageiros, como ponto de partida para o processamento do PCV-MPL.

3.1.1 Linearizações

Em geral, a não linearidade é fator de aumento da complexidade de solução de um modelo. Por isso, buscou-se a transformação de termos não lineares presentes no modelo NON. Este desenvolvimento empregou linearizações genéricas presentes na literatura.

- I. LPB – Produto c entre variáveis binárias a e b (GLOVER; WOOLSEY, 1974).

$$c \leq a \tag{13}$$

$$c \leq b \tag{14}$$

$$c \geq a + b - 1 \tag{15}$$

- II. LBR – Produto c entre variável binária a e variável positiva b com limite superior constante B (CHEN; BATSON; DANG, 2010).

$$c \leq aB \qquad 0 < b \leq B \qquad (16)$$

$$c \leq b \qquad (17)$$

$$c \geq b - (1 - a)B \qquad (18)$$

$$c \geq 0 \qquad (19)$$

- III. LFP – Definição da descontinuidade da função piso $a = \lfloor b \rfloor$ (KNUTH, 1997).

$$0 \leq b - a \qquad b > 0 \qquad (20)$$

$$b - a \leq \varepsilon \qquad \varepsilon = 0.999 \qquad (21)$$

3.1.2 LZY – Restrições *Lazy*

O emprego de restrições *lazy* refere-se à redução da complexidade inicial do modelo por meio da adição de restrições sob demanda e em tempo de execução.

Em linhas gerais, a estratégia tende a se mostrar mais efetiva quando uma restrição de maior complexidade é substituída por uma chamada a uma rotina de verificação de não conformidade de soluções relaxadas que possua baixo custo computacional. Caso seja comprovada a não conformidade, uma nova restrição, idealmente de menor complexidade que a original, é adicionada ao modelo para excluir a solução relaxada do conjunto viável.

Tomando como exemplo o modelo NON, tem-se a restrição (5) referente à formulação MTZ para eliminação de subciclos. Esta é uma boa candidata a ser eliminada, pois envolve duas variáveis distintas e dois índices $O(n)$.

Ao removê-la do modelo, temos um relaxamento do problema: passamos a permitir que soluções relaxadas contendo subciclos sejam consideradas viáveis. Para excluí-las, é necessário executar uma rotina de verificação de rota para cada solução encontrada. Como as restrições (2) e (3) permanecem no modelo, temos que o grau de cada vértice é dois, ou seja, cada cidade

faz parte de exatamente duas arestas. Nesse cenário, os algoritmos de busca em largura e busca em profundidade possuem a mesma complexidade quando utilizados para determinar o menor subciclo na rota a ser verificada. No contexto deste trabalho, a rotina de verificação adotada é uma busca em profundidade modificada implementada pelo Algoritmo 1.

Procedimento *shortest_sub*

```

1   $|S| \leftarrow n + 1$ ;  $visited \leftarrow [0]_n$ ;  $unvisited \leftarrow N$ ;  $X = [x_{ij}]_{n \times n}$ 
2   $neighbor \leftarrow find\_neighbors(X)$ 
3  Enquanto  $|unvisited| > 0$  faça
4       $S' \leftarrow \emptyset$ ;  $city \leftarrow unvisited.first()$ 
5      Enquanto  $city \neq -1$  faça
6           $S' \leftarrow S' \cup \{city\}$ 
7           $visited[city] \leftarrow 1$ 
8           $unvisited.remove(city)$ 
9           $city \leftarrow neighbor[city]$ 
10         Se  $visited[city] = 1$  então  $city \leftarrow -1$ 
11         Se  $|S| > |S'|$  então  $S \leftarrow S'$ 
12 Retorne  $S$ 

```

Algoritmo 1 – Determinação do menor subciclo.

A linha 1 do pseudocódigo do procedimento *shortest_sub* inicializa as estruturas de dados utilizadas pelo algoritmo. A lista S armazena o menor subciclo encontrado, com sua cardinalidade $|S|$ inicializada com $n + 1$ onde n é o número de nós do grafo $G = (N, M)$. A lista $visited$ é definida como um vetor nulo de tamanho n , utilizada para controle dos nós que já foram visitados. A lista $unvisited$ guarda os nós que ainda não foram visitados, inicializada com as cidades do conjunto N . A matriz X contém a representação matricial da rota que está sendo verificada, sendo x_{ij} as variáveis de decisão descritas no modelo NON. Na linha 2, a lista $neighbor$ é inicializada de modo que, se $x_{ij} = 1$ então $neighbor[i] = j$. A partir da linha 3 se inicia o laço principal, executado até que todos os nós tenham sido visitados. Na linha 4, a lista S' , utilizada para armazenar o caminho corrente, é definida como um conjunto vazio e a variável $city$ é definida como o primeiro nó da lista $unvisited$. A partir da linha 5, começa o laço interno, que é executado até que o nó atual seja o último nó do caminho ou até que não haja mais nós para serem visitados. Nas linhas 6 a 8, o nó atual $city$ é adicionado à lista S' , é marcado em $visited$ e removido de $unvisited$. A linha 9 define o próximo nó a ser visitado, representado por $neighbor[city]$. A linha 10 verifica se esse nó já foi visitado antes, interrompendo o laço interno caso positivo. A linha 11 compara a cardinalidade de S e S' ,

atualizando S caso o subciclo corrente S' possua menos cidades. A linha 12 encerra o algoritmo retornando o menor subciclo S .

O próximo passo então é comparar $|S|$ com o total de cidades n . Caso sejam iguais, então todas as cidades foram visitadas uma vez e não há subciclos, e a rota é, de fato, viável.

Caso contrário, temos $|S| < n$ e esta é uma solução não conforme. É preciso removê-la do conjunto de soluções viáveis, o que é feito adicionando a seguinte restrição ao modelo:

$$\sum_{(i,j) \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad (22)$$

Esta restrição garante que pelo menos uma aresta de S seja removida da rota representada por $X = [x_{ij}]_{n \times n}$, sendo, então, a restrição *lazy* para eliminação de subciclos que substitui (5). Somente soluções classificadas como não conformes pela rotina de verificação irão ocasionar a adição da restrição. Em outras palavras, se $S = \text{shortest_sub}(X)$ então a restrição *lazy* é inclusa no modelo somente se $|S| < n$.

3.1.3 PWL – Funções Lineares *Piecewise*

A ocupação do veículo é representada por um valor inteiro no intervalo $[1, C + 1]$. Este simples fato constitui informação de qualidade do problema, sendo bastante útil quando são analisadas diferentes formas de modelar o rateio de custos presente na restrição de tarifa máxima e na função objetivo.

Uma possibilidade é a utilização de funções *piecewise*, também conhecidas como funções definidas por partes (CHEN; BATSON; DANG, 2010). Já que temos valores discretos, constantes e conhecidos *a priori* para representar a ocupação do veículo a partir da capacidade C , pode-se criar uma função f que simplifique o cômputo do rateio no modelo NON.

O intuito é calcular previamente os valores possíveis para o inverso da ocupação, realizando um mapeamento entre as variáveis v_{ij}^k , que controlam se o indivíduo k está no veículo na aresta (i, j) , e o quociente relativo ao compartilhamento de custos. Assim, evita-se que o *solver* trabalhe com termos em que ocorra a divisão entre variáveis de decisão.

Seja a função linear *piecewise* $f: \{0, 1, \dots, C\} \rightarrow \{1, 1/2, \dots, 1/(C + 1)\}$ definida pela expressão (23), onde C é o total de assentos disponíveis para passageiros.

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x = 0 \\ 1/2, & x = 1 \\ 1/3, & x = 2 \\ \dots & \\ 1/C, & x = C - 1 \\ 1/(C + 1), & x = C \end{cases} \quad (23)$$

Considerando $x = \sum_{k \in L} v_{ij}^k$, indicando o número de passageiros presentes no veículo na aresta (i, j) , temos que a função f pode ser empregada para modelar o inverso da ocupação total do veículo (incluindo o caixeiro) a partir de x .

Como exemplo, para $C = 4$ o mapeamento que representa a função f fica:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{bmatrix}$$

Ou seja, se temos 0 passageiros na aresta, o inverso da ocupação é 1; se temos 1 passageiros, o inverso da ocupação é 2; e assim por diante até o caso em que há $C = 4$ assentos do veículo ocupados por passageiros, fazendo com que o inverso da ocupação total seja 1/5.

Introduzindo a variável ψ_{ij} ao modelo NON, temos:

$$\psi_{ij} = f\left(\sum_{k \in L} v_{ij}^k\right) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (24)$$

Dessa forma, a restrição (7) e a função objetivo (1) podem ser expressas de uma nova forma. A expressão (7) pode ser reescrita como:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \psi_{ij} v_{ij}^l d_{ij} - t_l \leq 0 \quad \forall l \in L \quad (25)$$

Com a função objetivo (1) sendo expressa do seguinte modo:

$$\text{Minimizar} \sum_{i, j \in N} (\psi_{ij} d_{ij} x_{ij} + \varphi_{ij} w_{ij} x_{ij}) \quad (26)$$

Um raciocínio similar pode ser adotado para modelar a ativação dos pedágios. É possível substituir a função piso, utilizada na definição da variável φ_{ij} , pela função linear *piecewise* $g: \{0, 1, \dots, C\} \rightarrow \{0, 1\}$ tal que:

$$g(x) = \begin{cases} 1, & x < C \\ 0, & x = C \end{cases} \quad (27)$$

Aplicando g ao modelo NON e considerando $x = \sum_{k \in L} v_{ij}^k$, a expressão (8) pode ser substituída por:

$$\varphi_{ij} = g\left(\sum_{k \in L} v_{ij}^k\right) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (28)$$

É importante ressaltar que as funções *piecewise* f e g são implementadas de maneira estática através de um mapeamento entre vetores constantes, o que ocorre em um passo preliminar executado antes da solução do modelo matemático.

3.1.4 DES – Desagregação

Por vezes, a escrita das restrições de um modelo matemático é realizada da maneira mais concisa possível. Isso ocorre por conta da busca por expressões mais inteligíveis e elegantes, o que, sem dúvida, torna o modelo mais inteligível e facilita a disseminação do conhecimento.

No entanto, a união de restrições pode ocasionar perda de desempenho no modelo. Isso porque o *solver* relaxa certas características da formulação na busca por satisfazer numericamente as expressões, como por exemplo a integralidade no caso de variáveis de decisão inteiras. Se as restrições são unidas, o conjunto de possível de soluções relaxadas aumenta, dado que mais combinações precisam ser analisadas pelo *solver*.

Exemplificando, considere as duas restrições $x \leq z$ e $y \leq z$ tais que $x, y, z \in \{0,1\}$. Se decidimos por agregá-las, ficamos com uma única restrição: $x + y \leq 2z$. Considerando o relaxamento da integralidade, a solução $x = 1/3$, $y = 2/3$, $z = 1/2$ é válida e satisfaz o formato agregado, pois $x + y \leq 2z \therefore 1 \leq 1$. Porém, tendo em vista o formato desagregado com duas restrições iniciais, a restrição $y \leq z \therefore 2/3 \leq 1/2$ não é satisfeita.

Considerando o modelo NON, as restrições (10) e (11) podem ser desagregadas pois são somatórios de variáveis binárias com valor nulo. Para os modelos que utilizam o

componente DES, tais expressões foram substituídas por restrições no formato desagregado, sendo uma restrição igual a zero para cada variável.

3.1.5 RM6 – Remoção

Eventualmente, um modelo matemático pode conter restrições redundantes. Isso pode ser visto como um desperdício de recursos, dado que será mais um passo a ser analisado e computado pelo *solver*.

Apesar disso, a redundância das restrições, quando utilizada corretamente, pode ajudar na determinação de limites inferiores mais fortes através de cortes no espaço de busca, colaborando para a redução do tempo computacional.

Desse modo, a decisão sobre se uma restrição redundante possui influência positiva ou negativa no modelo é uma questão experimental: há casos em que o corte promovido pela restrição adicional não compensa o aumento do tempo necessário para o seu processamento.

Na formulação NON, a expressão (6) garante que a lotação máxima do veículo seja respeitada ao coibir que mais de C passageiros estejam embarcados nas arestas percorridas pelo caixeiro. Este controle, porém, já está presente na formulação PWL apresentada em 3.1.3 através da definição do domínio para a função f .

Assim, nos modelos PWL, a expressão (6) se torna redundante. Cabe, então, a análise sobre o impacto da sua remoção da formulação com relação à utilização de recursos computacionais e à determinação de soluções ótimas.

3.1.6 JMP – Injeção PCV

Uma das dificuldades que o *solver* enfrenta é a descoberta de soluções válidas, sejam viáveis ou não. Nesse contexto, injetar uma solução válida no início do processamento do modelo pode ser uma estratégia efetiva.

Nas formulações do PCV-MPL há restrições que tratam somente de aspectos do ciclo do caixeiro que foram herdados do PCV. No caso do modelo NON, por exemplo, é adotada a formulação MTZ, o que se dá através das restrições (2) a (5).

Dito isso, a estratégia JMP foi implementada fazendo com que o *solver* realize uma etapa de pré-processamento em tempo de execução, antes de tratar as restrições do PCV-MPL. Esta etapa é a solução de um modelo PCV que possui a seguinte função objetivo:

$$\text{Minimizar } \sum_{i,j \in N} d_{ij} x_{ij}^p \quad (29)$$

Terminada esta etapa, tem-se um ciclo definido como pelos valores ótimos de x_{ij}^p , que agora são constantes. Tais valores são então utilizados pelo *solver* para montar uma solução inicial válida para o PCV-MPL e assim iniciar o processamento do modelo completo já tendo um ponto de partida.

3.1.7 ST1 – Injeção PCV com Pedágios e Alocação Ótima

De forma similar à estratégia JMP, o recurso ST1 visa gerar uma solução válida para o PCV-MPL através da resolução de modelos de menor complexidade. A diferença é que, no ST1, são dois os modelos resolvidos na etapa de prévia ao processamento principal.

O primeiro é uma versão modificada do PCV que considera os custos dos pedágios. Sua função objetivo é:

$$\text{Minimizar } \sum_{i,j \in N} (d_{ij} x_{ij}^o + w_{ij} x_{ij}^o) \quad (30)$$

O segundo modelo é o *eOPT*, que determina a alocação ótima de passageiros para rotas conhecidas *a priori*. Ele faz uso da saída do primeiro modelo, dado pelos valores constantes de x_{ij}^o que definem a rota fixa a ser carregada. O modelo *eOPT* será detalhado na seção 3.3.2.

Com isso, a solução obtida na etapa de pré-processamento de ST1 é mais completa que a obtida por JMP, pois é composta pela rota proveniente do primeiro modelo e pela alocação ótima de passageiros resultante da aplicação de *eOPT*.

3.2 Modelos Matemáticos

Combinando os elementos discutidos na seção 3.1, foram concebidos os modelos matemáticos que constituem as formulações alternativas para o PCV-MPL.

3.2.1 Modelo LIN

No modelo matemático NON, apresentado em 2.2.1, existem termos não lineares. A primeira abordagem para elaboração de um modelo computacionalmente mais eficiente foi transformar tais restrições em expressões lineares.

A restrição não linear (8), que modela o controle de cobrança da tarifa de pedágio, pode ser expressa de modo linear por meio da aplicação de LFP, obtendo as expressões:

$$0 \leq \frac{\sum_{k \in L} v_{ij}^k + 1}{C + 1} - (1 - \varphi_{ij}) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (31)$$

$$\frac{\sum_{k \in L} v_{ij}^k + 1}{C + 1} - (1 - \varphi_{ij}) \leq \varepsilon \quad \varepsilon = 0.999 \quad (32)$$

Ao analisar a restrição (7), restrição de tarifa máxima do passageiro, tem-se uma não linearidade no primeiro termo. Para tratá-lo, inicialmente é preciso lidar com a ocupação total do veículo ao transpassar a aresta (i, j) , incluindo o caixeiro. Por simplicidade, denotemos $\theta_{ij} = \sum_{k \in L} v_{ij}^k + 1$ como a representação de tal ocupação a partir deste ponto. Esta expressão, por definição, deve sempre assumir um valor inteiro no intervalo $[1, C + 1]$. Valendo-se de tal fato é possível decompor o inverso de θ_{ij} em um somatório. Introduzindo a variável binária λ_{ij}^m , as expressões (33) e (34) mostram como fazê-lo.

$$\frac{1}{\sum_{k \in L} v_{ij}^k + 1} = \frac{1}{\theta_{ij}} = \sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) \quad \lambda_{ij}^m \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C + 1\} \quad (33)$$

$$\sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m = 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (34)$$

A expressão (33) é não linear, então é preciso encontrar uma forma de expressá-la em formato linear. Inicialmente, reorganizando os termos obtém-se um somatório de produtos:

$$\sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m \theta_{ij} \left(\frac{1}{m}\right) = 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (35)$$

Para linearizar os novos produtos, a variável σ_{ij}^m é introduzida na expressão (36), o que viabiliza reescrever (35) obtendo a expressão (37).

$$\sigma_{ij}^m = \lambda_{ij}^m \theta_{ij} \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C + 1\} \quad (36)$$

$$\sum_{m=1}^{C+1} \sigma_{ij}^m \left(\frac{1}{m}\right) = 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (37)$$

Lembrando que a lotação máxima do veículo implica em $\theta_{ij} \leq C + 1$, é possível considerar este um limite superior para θ_{ij} e aplicar LBR. Desse modo, os produtos de (36) podem ser expressos pelas expressões lineares (38) a (41):

$$\sigma_{ij}^m \leq \lambda_{ij}^m (C + 1) \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C + 1\} \quad (38)$$

$$\sigma_{ij}^m \leq \theta_{ij} \quad (39)$$

$$\sigma_{ij}^m \geq \theta_{ij} - (1 - \lambda_{ij}^m)(C + 1) \quad (40)$$

$$\sigma_{ij}^m \geq 0 \quad (41)$$

A lotação mínima do veículo, representada pelo caixeiro, implica em $\theta_{ij} \geq 1$. Ao aplicar este fato a (36), a expressão (42) é obtida e pode ser utilizada para substituir (41) por representar uma restrição mais forte.

$$\sigma_{ij}^m \geq \lambda_{ij}^m \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C + 1\} \quad (42)$$

Até este ponto tem-se que $1/\theta_{ij}$, o inverso da ocupação do veículo, pode ser expresso por $\sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m (1/m)$. Para a linearização completa de (7), porém, é necessário tratar o termo

$v_{ij}^l / (\sum_{k \in L} v_{ij}^k + 1) = v_{ij}^l (1/\theta_{ij}) = v_{ij}^l (\sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m (1/m))$. A variável γ_{ij}^l é introduzida para tal:

$$\gamma_{ij}^l = v_{ij}^l \left(\sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) \right) \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (43)$$

Relembrando a lotação mínima do veículo, representada pelo caixeiro, observa-se que esta implica em $1 \geq 1/\theta_{ij} = \sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m (1/m)$. Tratando tal observação como limite superior para $\sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m (1/m)$, é possível aplicar LBR a (43) e chegar às expressões lineares:

$$\gamma_{ij}^l \leq v_{ij}^l \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (44)$$

$$\gamma_{ij}^l \leq \sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) \quad (45)$$

$$\gamma_{ij}^l \geq \left(\sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) \right) - (1 - v_{ij}^l) \quad (46)$$

$$\gamma_{ij}^l \geq 0 \quad (47)$$

Reorganizando a expressão que define a lotação máxima do veículo, é possível obter $1/(C+1) \leq 1/\theta_{ij} = \sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m (1/m)$. Ao aplicar este fato a (43) obtém-se (48), que pode ser empregada para substituir (47) por representar uma restrição mais forte.

$$\gamma_{ij}^l \geq \frac{v_{ij}^l}{C+1} \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (48)$$

Assim, a restrição (7) pode ser expressa por:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \gamma_{ij}^l d_{ij} - t_l \leq 0 \quad \forall l \in L \quad (49)$$

Com relação à função objetivo expressa por (1), a variável α_{ij} é introduzida para tratar o seu primeiro termo. Considerando o exposto em (33) para θ_{ij} , obtém-se a expressão (50):

$$\alpha_{ij} = x_{ij} \frac{1}{\theta_{ij}} = x_{ij} \sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) \quad \forall i, j \in N \quad (50)$$

Aplicando o mesmo raciocínio utilizado para γ_{ij}^l , é possível obter a linearização de α_{ij} por meio das expressões (51) a (54).

$$\alpha_{ij} \leq x_{ij} \quad \forall i, j \in N \quad (51)$$

$$\alpha_{ij} \leq \sum_{m=1}^{c+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) \quad (52)$$

$$\alpha_{ij} \geq \left(\sum_{m=1}^{c+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) \right) - (1 - x_{ij}) \quad (53)$$

$$\alpha_{ij} \geq 0 \quad (54)$$

E utilizando raciocínio análogo ao utilizado para obter (48), a restrição (54) pode ser substituída por:

$$\alpha_{ij} \geq \frac{x_{ij}}{c+1} \quad \forall i, j \in N \quad (55)$$

Para tratar o segundo termo de (1), é introduzida a variável $\beta_{ij} = x_{ij}\varphi_{ij}$. Aplicando LPB, é possível obter sua linearização conforme expressões (56) a (58).

$$\beta_{ij} \leq x_{ij} \quad \forall i, j \in N \quad (56)$$

$$\beta_{ij} \leq \varphi_{ij} \quad (57)$$

$$\beta_{ij} \geq x_{ij} + \varphi_{ij} - 1 \quad (58)$$

Assim, conclui-se o raciocínio necessário para linearizar a função objetivo (1).

Os elementos a seguir representam a consolidação do modelo LIN, que pode ser definido como a versão linear do modelo NON.

PARÂMETROS

n	Número de vértices ou cidades do grafo $G = (N, M)$
C	Capacidade do veículo indicando o total de assentos disponíveis para passageiros
L	Conjunto de indivíduos demandando transporte entre as cidades
d_{ij}	Custo de deslocamento associado à aresta (i, j) do grafo G
w_{ij}	Custo de pedágio associado à aresta (i, j) do grafo W
P_l	Cidade origem do indivíduo l
Q_l	Cidade destino do indivíduo l
t_l	Tarifa máxima total que o indivíduo l aceita pagar para ir de P_l a Q_l

VARIÁVEIS

x_{ij}	Variável binária que indica se a aresta (i, j) faz parte do ciclo Hamiltoniano
v_{ij}^k	Variável binária que indica se o indivíduo k é ocupante do veículo na aresta (i, j)
θ_{ij}	Variável inteira que representa o total de ocupantes do veículo na aresta (i, j)
φ_{ij}	Variável binária que indica se a cobrança de pedágio está ativada na aresta (i, j)
u_j	Variável inteira que representa a ordem da cidade j no ciclo Hamiltoniano
λ_{ij}^m	Variável binária utilizada para transformar $1/\theta_{ij}$ em um somatório
σ_{ij}^m	Variável inteira com os possíveis valores para θ_{ij} e zero: $\{0, 1, \dots, C + 1\}$
γ_{ij}^l	Variável racional com os possíveis valores para $1/\theta_{ij}$ e zero: $\{0, \frac{1}{C+1}, \frac{1}{C}, \dots, \frac{1}{2}, 1\}$
α_{ij}	Variável racional utilizada para linearizar o termo x_{ij}/θ_{ij}
β_{ij}	Variável binária utilizada para linearizar o termo $x_{ij}\varphi_{ij}$

FUNÇÃO OBJETIVO

$$\text{Minimizar } \sum_{i,j \in N} (\alpha_{ij}d_{ij} + \beta_{ij}w_{ij}) \quad (59)$$

RESTRICES

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (60)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ji} = 1 \quad \forall i \in N \quad (61)$$

$$u_1 = 1 \quad (62)$$

$$u_i - u_j + 1 \leq (n - 1)(1 - x_{ij}) \quad \forall i, j \in N \setminus \{1\} \quad (63)$$

$$\theta_{ij} = \sum_{k \in L} v_{ij}^k + 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (64)$$

$$\theta_{ij} - Cx_{ij} \leq 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (65)$$

$$0 \leq \frac{\theta_{ij}}{C + 1} - (1 - \varphi_{ij}) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (66)$$

$$\frac{\theta_{ij}}{C + 1} - (1 - \varphi_{ij}) \leq \varepsilon \quad \varepsilon = 0.999 \quad (67)$$

$$\sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m = 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (68)$$

$$\sum_{m=1}^{C+1} \sigma_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) = 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (69)$$

$$\sigma_{ij}^m \leq \lambda_{ij}^m (C + 1) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C + 1\} \quad (70)$$

$$\sigma_{ij}^m \leq \theta_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C+1\} \quad (71)$$

$$\sigma_{ij}^m \geq \theta_{ij} - (1 - \lambda_{ij}^m)(C+1) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C+1\} \quad (72)$$

$$\sigma_{ij}^m \geq \lambda_{ij}^m \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C+1\} \quad (73)$$

$$\gamma_{ij}^l \leq v_{ij}^l \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (74)$$

$$\gamma_{ij}^l \leq \sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (75)$$

$$\gamma_{ij}^l \geq \left(\sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) \right) - (1 - v_{ij}^l) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (76)$$

$$\gamma_{ij}^l \geq \frac{v_{ij}^l}{C+1} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (77)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \gamma_{ij}^l d_{ij} - t_l \leq 0 \quad \forall l \in L \quad (78)$$

$$\alpha_{ij} \leq x_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (79)$$

$$\alpha_{ij} \leq \sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C+1\} \quad (80)$$

$$\alpha_{ij} \geq \left(\sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) \right) - (1 - x_{ij}) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C+1\} \quad (81)$$

$$\alpha_{ij} \geq \frac{x_{ij}}{C+1} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (82)$$

$$\beta_{ij} \leq x_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (83)$$

$$\beta_{ij} \leq \varphi_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (84)$$

$$\beta_{ij} \geq x_{ij} + \varphi_{ij} - 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (85)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (v_{ij}^l - v_{ji}^l) = 0 \quad i \neq P_l, Q_l \quad \forall i \in N \quad \forall l \in L \quad (86)$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq P_l}}^n v_{iP_l}^l + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq Q_l}}^n v_{Q_l i}^l = 0 \quad \forall l \in L \quad (87)$$

$$\sum_{i=2}^n v_{1i}^l = 0 \quad \forall l \in L \quad (88)$$

$$v_{ij}^l \leq x_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (89)$$

3.2.2 Modelo LIN-LZY

A formulação LIN-LZY adota como método para a eliminação de subciclos o raciocínio apresentado na seção 3.1.2. Desse modo, com relação ao modelo LIN, há a substituição das restrições (62) e (63) e a remoção da variável u_j .

Em cada solução encontrada pelo *solver*, a rota representada pela matriz de variáveis binárias x_{ij} é verificada através de uma chamada tipo *callback* do Algoritmo 1. Se um subciclo de comprimento menor que n for identificado, a restrição (93) é adicionada ao modelo para impedir a ocorrência desse subciclo em soluções viáveis.

O modelo LIN-LZY é composto pelos elementos a seguir, sendo também linear.

PARÂMETROS

n	Número de vértices ou cidades do grafo $G = (N, M)$
C	Capacidade do veículo indicando o total de assentos disponíveis para passageiros
L	Conjunto de indivíduos demandando transporte entre as cidades
d_{ij}	Custo de deslocamento associado à aresta (i, j) do grafo G
w_{ij}	Custo de pedágio associado à aresta (i, j) do grafo W
P_l	Cidade origem do indivíduo l
Q_l	Cidade destino do indivíduo l
t_l	Tarifa máxima total que o indivíduo l aceita pagar para ir de P_l a Q_l

VARIÁVEIS

x_{ij}	Variável binária que indica se a aresta (i, j) faz parte do ciclo Hamiltoniano
v_{ij}^k	Variável binária que indica se o indivíduo k é ocupante do veículo na aresta (i, j)
θ_{ij}	Variável inteira que representa o total de ocupantes do veículo na aresta (i, j)
φ_{ij}	Variável binária que indica se a cobrança de pedágio está ativada na aresta (i, j)
λ_{ij}^m	Variável binária utilizada para transformar $1/\theta_{ij}$ em um somatório
σ_{ij}^m	Variável inteira com os possíveis valores para θ_{ij} e zero: $\{0, 1, \dots, C + 1\}$
γ_{ij}^l	Variável racional com os possíveis valores para $1/\theta_{ij}$ e zero: $\{0, \frac{1}{C+1}, \frac{1}{C}, \dots, \frac{1}{2}, 1\}$
α_{ij}	Variável racional utilizada para linearizar o termo x_{ij}/θ_{ij}
β_{ij}	Variável binária utilizada para linearizar o termo $x_{ij}\varphi_{ij}$
S_x	Conjunto de arestas tais que $S_x = \text{shortest_sub}([x_{ij}]_{n \times n})$

FUNÇÃO OBJETIVO

$$\text{Minimizar } \sum_{i,j \in N} (\alpha_{ij}d_{ij} + \beta_{ij}w_{ij}) \quad (90)$$

RESTRICÇÕES

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (91)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ji} = 1 \quad \forall i \in N \quad (92)$$

$$\sum_{(i,j) \in S} x_{ij} \leq |S_x| - 1 \quad \begin{array}{l} i \neq j \quad \forall i, j \in N \\ |S_x| < n \end{array} \quad (93)$$

$$\theta_{ij} = \sum_{k \in L} v_{ij}^k + 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (94)$$

$$\theta_{ij} - Cx_{ij} \leq 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (95)$$

$$0 \leq \frac{\theta_{ij}}{C+1} - (1 - \varphi_{ij}) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (96)$$

$$\frac{\theta_{ij}}{C+1} - (1 - \varphi_{ij}) \leq \varepsilon \quad \varepsilon = 0.999 \quad (97)$$

$$\sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m = 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (98)$$

$$\sum_{m=1}^{C+1} \sigma_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) = 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (99)$$

$$\sigma_{ij}^m \leq \lambda_{ij}^m (C+1) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C+1\} \quad (100)$$

$$\sigma_{ij}^m \leq \theta_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C+1\} \quad (101)$$

$$\sigma_{ij}^m \geq \theta_{ij} - (1 - \lambda_{ij}^m)(C + 1) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C + 1\} \quad (102)$$

$$\sigma_{ij}^m \geq \lambda_{ij}^m \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C + 1\} \quad (103)$$

$$\gamma_{ij}^l \leq v_{ij}^l \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (104)$$

$$\gamma_{ij}^l \leq \sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (105)$$

$$\gamma_{ij}^l \geq \left(\sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) \right) - (1 - v_{ij}^l) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (106)$$

$$\gamma_{ij}^l \geq \frac{v_{ij}^l}{C + 1} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (107)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \gamma_{ij}^l d_{ij} - t_l \leq 0 \quad \forall l \in L \quad (108)$$

$$\alpha_{ij} \leq x_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (109)$$

$$\alpha_{ij} \leq \sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C + 1\} \quad (110)$$

$$\alpha_{ij} \geq \left(\sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) \right) - (1 - x_{ij}) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C + 1\} \quad (111)$$

$$\alpha_{ij} \geq \frac{x_{ij}}{C + 1} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (112)$$

$$\beta_{ij} \leq x_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (113)$$

$$\beta_{ij} \leq \varphi_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (114)$$

$$\beta_{ij} \geq x_{ij} + \varphi_{ij} - 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (115)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (v_{ij}^l - v_{ji}^l) = 0 \quad i \neq P_l, Q_l \quad \forall i \in N \quad \forall l \in L \quad (116)$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq P_l}}^n v_{iP_l}^l + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq Q_l}}^n v_{Q_l i}^l = 0 \quad \forall l \in L \quad (117)$$

$$\sum_{i=2}^n v_{1i}^l = 0 \quad \forall l \in L \quad (118)$$

$$v_{ij}^l \leq x_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (119)$$

3.2.3 Modelo NON-PWL

Esta formulação aplica o recurso PWL ao modelo NON, obtendo assim uma modelagem que promove simplificações através do uso das funções lineares *piecewise f* e *g*. Seus parâmetros, variáveis, restrições e função objetivo podem ser consultados a seguir.

A diferença entre as formulações NON e NON-PWL reside no emprego da variável ψ_{ij} , na função objetivo (120) e nas restrições (126), (127) e (128).

Assim como NON, o modelo NON-PWL é não linear. Seus componentes podem ser consultados a seguir.

PARÂMETROS

- n Número de vértices ou cidades do grafo $G = (N, M)$
- C Capacidade do veículo indicando o total de assentos disponíveis para passageiros
- L Conjunto de indivíduos demandando transporte entre as cidades

d_{ij}	Custo de deslocamento associado à aresta (i, j) do grafo G
w_{ij}	Custo de pedágio associado à aresta (i, j) do grafo W
P_l	Cidade origem do indivíduo l
Q_l	Cidade destino do indivíduo l
t_l	Tarifa máxima total que o indivíduo l aceita pagar para ir de P_l a Q_l

VARIÁVEIS

x_{ij}	Variável binária que indica se a aresta (i, j) faz parte do ciclo Hamiltoniano
v_{ij}^k	Variável binária que indica se o indivíduo k é ocupante do veículo na aresta (i, j)
ψ_{ij}	Variável racional indicando o inverso da ocupação total do veículo na aresta (i, j)
φ_{ij}	Variável binária que indica se a cobrança de pedágio está ativada na aresta (i, j)
u_j	Variável inteira que representa a ordem da cidade j no ciclo Hamiltoniano

FUNÇÃO OBJETIVO

$$\text{Minimizar } \sum_{i,j \in N} (\psi_{ij}d_{ij}x_{ij} + \varphi_{ij}w_{ij}x_{ij}) \quad (120)$$

RESTRICÇÕES

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (121)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ji} = 1 \quad \forall i \in N \quad (122)$$

$$u_1 = 1 \quad (123)$$

$$u_i - u_j + 1 \leq (n - 1)(1 - x_{ij}) \quad \forall i, j \in N \setminus \{1\} \quad (124)$$

$$\sum_{k \in L} v_{ij}^k - Cx_{ij} \leq 0 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (125)$$

$$\psi_{ij} = f\left(\sum_{k \in L} v_{ij}^k\right) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (126)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \psi_{ij} v_{ij}^l d_{ij} - t_l \leq 0 \quad \forall l \in L \quad (127)$$

$$\varphi_{ij} = g\left(\sum_{k \in L} v_{ij}^k\right) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (128)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (v_{ij}^l - v_{ji}^l) = 0 \quad i \neq P_l, Q_l \quad \forall i \in N \quad \forall l \in L \quad (129)$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq P_l}}^n v_{iP_l}^l + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq Q_l}}^n v_{Q_l i}^l = 0 \quad \forall l \in L \quad (130)$$

$$\sum_{i=2}^n v_{1i}^l = 0 \quad \forall l \in L \quad (131)$$

$$v_{ij}^l \leq x_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (132)$$

3.2.4 Modelo NON-LZY-PWL

O modelo NON-LZY-PWL faz uso do elemento LZY conforme descrito em 3.1.2, simplificando a formulação NON-PWL através da adição da restrição *lazy* para a eliminação de subciclos. Assim, a variável u_j e as restrições (123) e (124) são removidas da formulação.

Para garantir que a rota do caixeiro cumpra os requisitos de um ciclo Hamiltoniano, cada rota em potencial encontrada pelo *solver* é submetida ao procedimento *shortest_sub* exposto no Algoritmo 1. Somente caso um subciclo de cardinalidade menor que n seja encontrado é que a restrição (136) é adicionada ao modelo em tempo de execução.

O modelo NON-LZY-PWL é não linear, sendo definido através dos componentes expostos a seguir.

PARÂMETROS

- n Número de vértices ou cidades do grafo $G = (N, M)$
- C Capacidade do veículo indicando o total de assentos disponíveis para passageiros
- L Conjunto de indivíduos demandando transporte entre as cidades
- d_{ij} Custo de deslocamento associado à aresta (i, j) do grafo G
- w_{ij} Custo de pedágio associado à aresta (i, j) do grafo W
- P_l Cidade origem do indivíduo l
- Q_l Cidade destino do indivíduo l
- t_l Tarifa máxima total que o indivíduo l aceita pagar para ir de P_l a Q_l

VARIÁVEIS

- x_{ij} Variável binária que indica se a aresta (i, j) faz parte do ciclo Hamiltoniano
- v_{ij}^k Variável binária que indica se o indivíduo k é ocupante do veículo na aresta (i, j)
- ψ_{ij} Variável racional indicando o inverso da ocupação total do veículo na aresta (i, j)
- φ_{ij} Variável binária que indica se a cobrança de pedágio está ativada na aresta (i, j)
- S_x Conjunto de arestas tais que $S_x = \text{shortest_sub}([x_{ij}]_{n \times n})$

FUNÇÃO OBJETIVO

$$\text{Minimizar } \sum_{i,j \in N} (\psi_{ij} d_{ij} x_{ij} + \varphi_{ij} w_{ij} x_{ij}) \quad (133)$$

RESTRICÇÕES

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (134)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ji} = 1 \quad \forall i \in N \quad (135)$$

$$\sum_{(i,j) \in S} x_{ij} \leq |S_x| - 1 \quad \begin{array}{l} i \neq j \quad \forall i, j \in N \\ |S_x| < n \end{array} \quad (136)$$

$$\sum_{k \in L} v_{ij}^k - C x_{ij} \leq 0 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (137)$$

$$\psi_{ij} = f \left(\sum_{k \in L} v_{ij}^k \right) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (138)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \psi_{ij} v_{ij}^l d_{ij} - t_l \leq 0 \quad \forall l \in L \quad (139)$$

$$\varphi_{ij} = g \left(\sum_{k \in L} v_{ij}^k \right) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (140)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (v_{ij}^l - v_{ji}^l) = 0 \quad i \neq P_l, Q_l \quad \forall i \in N \quad \forall l \in L \quad (141)$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq P_l}}^n v_{iP_l}^l + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq Q_l}}^n v_{Q_l i}^l = 0 \quad \forall l \in L \quad (142)$$

$$\sum_{i=2}^n v_{1i}^l = 0 \quad \forall l \in L \quad (143)$$

$$v_{ij}^l \leq x_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (144)$$

3.2.5 Modelo NON-LZY-PWL-LIN

A formulação NON-LZY-PWL possui termos não lineares na restrição (139) e na função objetivo (133). Visando obter uma versão linear da formulação exposta em 3.2.4, é possível aplicar os elementos desenvolvidos na seção 3.1.1.

O segundo termo de (103) já foi linearizado na elaboração do modelo LIN através da variável $\beta_{ij} = x_{ij}\varphi_{ij}$, definida pelas expressões (56) a (58). Para o primeiro termo, há que se

linearizar o produto $\psi_{ij}x_{ij}$. A variável ψ_{ij} indica o inverso da ocupação total do veículo. Logo, temos que $0 \leq \psi_{ij} \leq 1$ e está definido um limite superior. Podemos, então, introduzir a variável $\zeta_{ij} = \psi_{ij}x_{ij}$ e aplicar LBR:

$$\zeta_{ij} \leq x_{ij} \quad (145)$$

$$\zeta_{ij} \leq \psi_{ij} \quad (146)$$

$$\zeta_{ij} \geq \psi_{ij} - (1 - x_{ij}) \quad (147)$$

$$\zeta_{ij} \geq 0 \quad (148)$$

Para a expressão (109), o objeto da linearização é o termo $\psi_{ij}v_{ij}^l$. Introduzindo a variável $\rho_{ij}^l = \psi_{ij}v_{ij}^l$ e aplicando LBR, tem-se:

$$\rho_{ij}^l \leq v_{ij}^l \quad (149)$$

$$\rho_{ij}^l \leq \psi_{ij} \quad (150)$$

$$\rho_{ij}^l \geq \psi_{ij} - (1 - v_{ij}^l) \quad (151)$$

$$\rho_{ij}^l \geq 0 \quad (152)$$

Com efeito, os componentes do modelo linear NON-LZY-PWL-LIN constam a seguir.

PARÂMETROS

- n Número de vértices ou cidades do grafo $G = (N, M)$
- C Capacidade do veículo indicando o total de assentos disponíveis para passageiros
- L Conjunto de indivíduos demandando transporte entre as cidades
- d_{ij} Custo de deslocamento associado à aresta (i, j) do grafo G
- w_{ij} Custo de pedágio associado à aresta (i, j) do grafo W
- P_l Cidade origem do indivíduo l

- Q_l Cidade destino do indivíduo l
- t_l Tarifa máxima total que o indivíduo l aceita pagar para ir de P_l a Q_l

VARIÁVEIS

- x_{ij} Variável binária que indica se a aresta (i, j) faz parte do ciclo Hamiltoniano
- v_{ij}^k Variável binária que indica se o indivíduo k é ocupante do veículo na aresta (i, j)
- ψ_{ij} Variável racional indicando o inverso da ocupação total do veículo na aresta (i, j)
- φ_{ij} Variável binária que indica se a cobrança de pedágio está ativada na aresta (i, j)
- S_x Conjunto de arestas tais que $S_x = \text{shortest_sub}([x_{ij}]_{n \times n})$
- ρ_{ij}^l Variável racional utilizada para linearizar o termo $\psi_{ij}v_{ij}^l$
- ζ_{ij} Variável racional utilizada para linearizar o termo $\psi_{ij}x_{ij}$
- β_{ij} Variável binária utilizada para linearizar o termo $x_{ij}\varphi_{ij}$

FUNÇÃO OBJETIVO

$$\text{Minimizar } \sum_{i,j \in N} (\zeta_{ij}d_{ij} + \beta_{ij}w_{ij}) \quad (153)$$

RESTRICÇÕES

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (154)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ji} = 1 \quad \forall i \in N \quad (155)$$

$$\sum_{(i,j) \in S} x_{ij} \leq |S_x| - 1 \quad \begin{array}{l} i \neq j \quad \forall i, j \in N \\ |S_x| < n \end{array} \quad (156)$$

$$\sum_{k \in L} v_{ij}^k - Cx_{ij} \leq 0 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (157)$$

$$\psi_{ij} = f\left(\sum_{k \in L} v_{ij}^k\right) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (158)$$

$$\rho_{ij}^l \leq v_{ij}^l \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (159)$$

$$\rho_{ij}^l \leq \psi_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (160)$$

$$\rho_{ij}^l \geq \psi_{ij} - (1 - v_{ij}^l) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (161)$$

$$\rho_{ij}^l \geq 0 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (162)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \rho_{ij}^l d_{ij} - t_l \leq 0 \quad \forall l \in L \quad (163)$$

$$\varphi_{ij} = g\left(\sum_{k \in L} v_{ij}^k\right) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (164)$$

$$\zeta_{ij} \leq x_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (165)$$

$$\zeta_{ij} \leq \psi_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (166)$$

$$\zeta_{ij} \geq \psi_{ij} - (1 - x_{ij}) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (167)$$

$$\zeta_{ij} \geq 0 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (168)$$

$$\beta_{ij} \leq x_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (169)$$

$$\beta_{ij} \leq \varphi_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (170)$$

$$\beta_{ij} \geq x_{ij} + \varphi_{ij} - 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (171)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (v_{ij}^l - v_{ji}^l) = 0 \quad i \neq P_l, Q_l \quad \forall i \in N \quad \forall l \in L \quad (172)$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq P_l}}^n v_{iP_l}^l + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq Q_l}}^n v_{Q_l i}^l = 0 \quad \forall l \in L \quad (173)$$

$$\sum_{i=2}^n v_{1i}^l = 0 \quad \forall l \in L \quad (174)$$

$$v_{ij}^l \leq x_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (175)$$

3.2.6 Modelo NON-LZY-PWL-JMP

Esta modelagem possui os mesmos elementos do modelo NON-LZY-PWL abordado em 3.2.4. A diferença está na implementação de um passo preliminar que resolve o PCV associado através de um subconjunto das restrições com uma função objetivo modificada.

Tal subconjunto é formado pelas restrições (134), (135) e (136). A função objetivo é definida pela expressão (29).

Espera-se, assim, que o *solver* inicie a busca por soluções viáveis a partir de um ponto específico no espaço de soluções que reduza o tempo necessário para obter soluções melhores.

3.2.7 Modelo NON-LZY-PWL-DES

Esta modelagem modifica a formulação NON-LZY-PWL, descrita em 3.2.4, através do recurso DES apresentado em 3.1.4. São desmembrados os somatórios das expressões (142) e (143), sendo substituídos pelas restrições (185), (186) e (187).

Os elementos da formulação não linear NON-LZY-PWL-DES constam a seguir.

PARÂMETROS

- n Número de vértices ou cidades do grafo $G = (N, M)$
- C Capacidade do veículo indicando o total de assentos disponíveis para passageiros
- L Conjunto de indivíduos demandando transporte entre as cidades
- d_{ij} Custo de deslocamento associado à aresta (i, j) do grafo G
- w_{ij} Custo de pedágio associado à aresta (i, j) do grafo W
- P_l Cidade origem do indivíduo l
- Q_l Cidade destino do indivíduo l
- t_l Tarifa máxima total que o indivíduo l aceita pagar para ir de P_l a Q_l

VARIÁVEIS

- x_{ij} Variável binária que indica se a aresta (i, j) faz parte do ciclo Hamiltoniano
- v_{ij}^k Variável binária que indica se o indivíduo k é ocupante do veículo na aresta (i, j)
- ψ_{ij} Variável racional indicando o inverso da ocupação total do veículo na aresta (i, j)
- φ_{ij} Variável binária que indica se a cobrança de pedágio está ativada na aresta (i, j)
- S_x Conjunto de arestas tais que $S_x = \text{shortest_sub}([x_{ij}]_{n \times n})$

FUNÇÃO OBJETIVO

$$\text{Minimizar } \sum_{i,j \in N} (\psi_{ij}d_{ij}x_{ij} + \varphi_{ij}w_{ij}x_{ij}) \quad (176)$$

RESTRICÇÕES

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (177)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ji} = 1 \quad \forall i \in N \quad (178)$$

$$\sum_{(i,j) \in S} x_{ij} \leq |S_x| - 1 \quad \begin{array}{l} i \neq j \quad \forall i, j \in N \\ |S_x| < n \end{array} \quad (179)$$

$$\sum_{k \in L} v_{ij}^k - C x_{ij} \leq 0 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (180)$$

$$\psi_{ij} = f \left(\sum_{k \in L} v_{ij}^k \right) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (181)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \psi_{ij} v_{ij}^l d_{ij} - t_l \leq 0 \quad \forall l \in L \quad (182)$$

$$\varphi_{ij} = g \left(\sum_{k \in L} v_{ij}^k \right) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (183)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (v_{ij}^l - v_{ji}^l) = 0 \quad i \neq P_l, Q_l \quad \forall i \in N \quad \forall l \in L \quad (184)$$

$$v_{iP_l}^l = 0 \quad i \neq P_l \quad \forall i \in N \quad \forall l \in L \quad (185)$$

$$v_{Q_l i}^l = 0 \quad i \neq Q_l \quad \forall i \in N \quad \forall l \in L \quad (186)$$

$$v_{1i}^l = 0 \quad i \neq 1 \quad \forall i \in N \quad \forall l \in L \quad (187)$$

$$v_{ij}^l \leq x_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (188)$$

3.2.8 Modelo NON-LZY-PWL-DES-RM6

A restrição de capacidade, que impede que mais de C passageiros estejam presentes no veículo, é modelada pela restrição (6) no modelo NON.

Durante o raciocínio desenvolvido na seção 3.1.3, o domínio da função f é definido por $\{0, 1, \dots, C\}$. Nos modelos PWL, a aplicação de f é executada sobre $x = \sum_{k \in L} v_{ij}^k$ e, como consequência, temos que $\sum_{k \in L} v_{ij}^k \leq C$. Ademais, a restrição (12) garante que passageiros só

possam estar no veículo em arestas que façam parte do ciclo caixeiro. Tais considerações tornam desnecessária a restrição (180) do modelo NON-LZY-PWL-DES (equivalente à restrição (6) do modelo NON).

Assim, a formulação não linear NON-LZY-PWL-DES-RM6 é apresentada a seguir.

PARÂMETROS

- n Número de vértices ou cidades do grafo $G = (N, M)$
- C Capacidade do veículo indicando o total de assentos disponíveis para passageiros
- L Conjunto de indivíduos demandando transporte entre as cidades
- d_{ij} Custo de deslocamento associado à aresta (i, j) do grafo G
- w_{ij} Custo de pedágio associado à aresta (i, j) do grafo W
- P_l Cidade origem do indivíduo l
- Q_l Cidade destino do indivíduo l
- t_l Tarifa máxima total que o indivíduo l aceita pagar para ir de P_l a Q_l

VARIÁVEIS

- x_{ij} Variável binária que indica se a aresta (i, j) faz parte do ciclo Hamiltoniano
- v_{ij}^k Variável binária que indica se o indivíduo k é ocupante do veículo na aresta (i, j)
- ψ_{ij} Variável racional indicando o inverso da ocupação total do veículo na aresta (i, j)
- φ_{ij} Variável binária que indica se a cobrança de pedágio está ativada na aresta (i, j)
- S_x Conjunto de arestas tais que $S_x = \text{shortest_sub}([x_{ij}]_{n \times n})$

FUNÇÃO OBJETIVO

$$\text{Minimizar } \sum_{i,j \in N} (\psi_{ij} d_{ij} x_{ij} + \varphi_{ij} w_{ij} x_{ij}) \quad (189)$$

RESTRICOES

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (190)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ji} = 1 \quad \forall i \in N \quad (191)$$

$$\sum_{(i,j) \in S} x_{ij} \leq |S_x| - 1 \quad \begin{array}{l} i \neq j \quad \forall i, j \in N \\ |S_x| < n \end{array} \quad (192)$$

$$\psi_{ij} = f\left(\sum_{k \in L} v_{ij}^k\right) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (193)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \psi_{ij} v_{ij}^l d_{ij} - t_l \leq 0 \quad \forall l \in L \quad (194)$$

$$\varphi_{ij} = g\left(\sum_{k \in L} v_{ij}^k\right) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (195)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (v_{ij}^l - v_{ji}^l) = 0 \quad i \neq P_l, Q_l \quad \forall i \in N \quad \forall l \in L \quad (196)$$

$$v_{iP_l}^l = 0 \quad i \neq P_l \quad \forall i \in N \quad \forall l \in L \quad (197)$$

$$v_{Q_l i}^l = 0 \quad i \neq Q_l \quad \forall i \in N \quad \forall l \in L \quad (198)$$

$$v_{1i}^l = 0 \quad i \neq 1 \quad \forall i \in N \quad \forall l \in L \quad (199)$$

$$v_{ij}^l \leq x_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (200)$$

3.2.9 Modelo NON-LZY-PWL-DES-ST1

De maneira similar ao raciocínio exposto na seção 3.2.5, esta formulação atua buscando encontrar soluções viáveis que funcionem como um bom ponto de partida para o *solver*. O modelo NON-LZY-PWL-DES-ST1 emprega os mesmos componentes do modelo NON-LZY-PWL-DES, mas realiza um passo prévio para a injeção de soluções. Tal passo soluciona dois modelos de menor complexidade.

O primeiro deles é uma variante do PCV que considera os custos de pedágios. É composto pela função objetivo (30) sujeito às restrições (177), (178) e (179). Então, a rota resultante recebe a alocação ótima de passageiros através da chamada do modelo *eOPT* (abordado na seção 3.3.2), sendo este o segundo modelo. A solução obtida por meio do passo preliminar é empregada pelo *solver* como ponto inicial para a busca pela solução ótima.

3.2.10 Modelo ZIN

A formulação ZIN difere das demais por considerar os índices das variáveis do modelo também como variáveis, sendo possível submetê-los a restrições sem transformações intermediárias. Esta característica impede a sua implementação direta através das interfaces de programação oferecidas por *solvers* convencionais.

Assim, no contexto deste trabalho, este é um modelo puramente conceitual. É esperado que suas restrições sejam modeláveis através da linguagem de modelagem de programação por restrições MiniZinc (NETHERCOTE; STUCKEY; BECKET; BRAND; DUCK; TACK, 2007). Sua implementação, bem como a eventual aplicação parcial de suas formulações aos outros modelos, é sugerida como possível objeto de estudos futuros.

Os modelos elaborados até o momento definem o problema por completo a partir das arestas (i, j) , onde i e j são cidades do conjunto N . No modelo ZIN, a modelagem dos passageiros é baseada na ordem em que as cidades são visitadas. Nesse sentido, é introduzida a variável inteira o_i relacionada à variável u_j de maneira que $o_{u_i} = i$. Enquanto u_j representa a ordem em que a cidade j é visitada, o_i indica qual é a i -ésima cidade do ciclo.

Uma simplificação dessa abordagem é a eliminação de um índice da variável de controle do transporte dos indivíduos v_{ij}^k , que passa a ser denotada por v_i^k . Nas modelagens anteriores os índices ij de v_{ij}^k representam as cidades em si, enquanto aqui a formulação ocorre

por meio do índice de ordem $i \in \mathbb{N}$, onde \mathbb{N} é o conjunto dos Números Naturais. Assim, a variável v_i^k define se o indivíduo k está embarcado na i -ésima aresta, assumindo valor unitário caso positivo e valor nulo caso contrário.

É importante lembrar que o indivíduo l deseja deslocar-se da cidade P_l , que possui ordem u_{P_l} , até a cidade Q_l , que possui ordem u_{Q_l} . A i -ésima aresta possui origem na cidade de ordem i e destino na cidade de ordem $i + 1$. Logo, temos que um passageiro l transportado pelo caixeiro permanece embarcado no veículo da aresta de ordem u_{P_l} até a aresta que possui como destino a cidade u_{Q_l} . Logo, sua última aresta é aquela que possui ordem $u_{Q_l} - 1$.

Os componentes do modelo ZIN, que também faz uso de PWL, constam a seguir.

PARÂMETROS

- n Número de vértices ou cidades do grafo $G = (N, M)$
- C Capacidade do veículo indicando o total de assentos disponíveis para passageiros
- L Conjunto de indivíduos demandando transporte entre as cidades
- $d_{o_i o_{i+1}}$ Custo de deslocamento associado à i -ésima aresta do ciclo
- $w_{o_i o_{i+1}}$ Custo de pedágio associado à i -ésima aresta do ciclo

VARIÁVEIS

- x_{ab} Variável binária que indica se a aresta (a, b) faz parte do ciclo Hamiltoniano
- v_i^k Variável binária que indica se o indivíduo k é ocupante do veículo na i -ésima cidade
- ψ_i Variável racional indicando o inverso da ocupação total do veículo na i -ésima cidade
- φ_i Variável binária que indica se a cobrança de pedágio está ativada na i -ésima cidade
- u_a Variável inteira que representa a ordem da cidade a no ciclo Hamiltoniano
- o_i Variável inteira que representa a cidade de ordem i no ciclo Hamiltoniano

FUNÇÃO OBJETIVO

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n (\psi_i d_{o_i o_{i+1}} + \varphi_i w_{o_i o_{i+1}}) \quad (201)$$

RESTRICÇÕES

$$\sum_{b=1}^n x_{ab} = 1 \quad \forall a \in N \quad (202)$$

$$\sum_{b=1}^n x_{ba} = 1 \quad \forall a \in N \quad (203)$$

$$u_1 = 1 \quad (204)$$

$$u_a - u_b + 1 \leq (n - 1)(1 - x_{ab}) \quad \forall a, b \in N \setminus \{1\} \quad (205)$$

$$o_i = 1 \quad i \in \mathbb{N} \mid i = 1, n + 1 \quad (206)$$

$$o_{u_a} = a \quad \forall a \in N \setminus \{1\} \quad (207)$$

$$\sum_{k \in L} v_i^k - C \leq 0 \quad i \in \mathbb{N} \mid 1 \leq i \leq n \quad (208)$$

$$\psi_i = f\left(\sum_{k \in L} v_i^k\right) \quad i \in \mathbb{N} \mid 1 \leq i \leq n \quad (209)$$

$$\sum_{i=1}^n \psi_i v_i^l d_{o_i o_{i+1}} - t_l \leq 0 \quad l \in L \quad (210)$$

$$\varphi_i = g\left(\sum_{k \in L} v_i^k\right) \quad i \in \mathbb{N} \mid 1 \leq i \leq n \quad (211)$$

$$v_i^l \leq \left\lfloor \frac{(u_{Q_i} - u_{P_i})}{n} \right\rfloor \quad i \in \mathbb{N} \mid 1 \leq i \leq n \quad (212)$$

$$l \in L$$

$$v_i^l \leq \left\lceil \frac{(i - u_{P_l} + \varepsilon)}{n} \right\rceil \quad \begin{array}{l} i \in \mathbb{N} \mid 1 \leq i \leq n \\ l \in L \quad \varepsilon = 0.001 \end{array} \quad (213)$$

$$v_i^l \leq \left\lceil \frac{(u_{Q_l} - i)}{n} \right\rceil \quad \begin{array}{l} i \in \mathbb{N} \mid 1 \leq i \leq n \\ l \in L \end{array} \quad (214)$$

$$\sum_{i=1}^n v_i^l = v_{u_{P_l}}^l (u_{Q_l} - u_{P_l}) \quad \forall l \in L \quad (215)$$

A função objetivo é expressa por (201). As expressões (202) a (205) compõem a formulação MTZ para o ciclo Hamiltoniano. Em (206) e (207) a variável o_i , que representa a i -ésima cidade do ciclo, é definida. Como a rota é iniciada e finalizada na cidade 1, temos que $o_1 = o_{n+1} = 1$. Caso o indivíduo l esteja presente no veículo na i -ésima aresta, então v_i^l possui valor unitário (sendo zero, caso contrário). A restrição de capacidade do veículo consta em (208). O inverso da ocupação total do veículo na i -ésima aresta, ψ_i , é definido em (209) através da função *piecewise* f . A expressão (210) garante que os indivíduos que tiveram suas solicitações de transporte atendidas paguem, no máximo, t_l unidades monetárias. O controle de ativação da cobrança de pedágios é realizado em (211), que define a variável φ_i a partir da função *piecewise* g .

As expressões (212) a (215) controlam o deslocamento dos passageiros fazendo uso da função teto, que retorna o maior inteiro mais próximo do argumento, e de diferenças de ordens de visita de cidades, as quais são sempre menores que o total de cidades n . Nesse contexto, como não há passageiros embarcando na cidade 1, tem-se que $u_{P_l} \neq 1$ e $u_{Q_l} = n + 1$ quando $Q_l = 1$. Em (212), indivíduos incompatíveis são proibidos de embarcar no veículo. Isto porque, nestes casos, $-1 < (u_{Q_l} - u_{P_l})/n < 0$ e assim a função teto retorna zero, fazendo com que $v_i^l \leq 0$. A expressão (213) impede que indivíduos estejam presentes no veículo antes da cidade P_l , pois neste cenário temos $-1 < (i - u_{P_l} + \varepsilon)/n < 0$, tornando v_i^l nulo. De modo semelhante, em (214) ocorre o impedimento de que indivíduos estejam embarcados após a cidade Q_l , uma vez que teríamos $-1 < (u_{Q_l} - i)/n < 0$, ocasionando $v_i^l \leq 0$. A expressão (215) garante que, se o indivíduo estiver embarcado na primeira aresta do trecho de P_l até Q_l , ele permaneça embarcado no veículo durante o caminho completo.

3.3 Modelos Matemáticos para Rota Fixa

No caso particular em que o ciclo Hamiltoniano já esteja definido *a priori*, para obter a solução exata do PCV-MPL resta definir a alocação ótima de passageiros. Serão expostas formulações para esta configuração com o objetivo de determinar quais indivíduos devem ser atendidos de modo que o caixeiro tenha custo mínimo para percorrer uma rota fixa.

3.3.1 Modelo *eLIN*

Partindo do modelo NON, apresentado em 2.2.1, quando a rota do caixeiro é conhecida previamente obtém-se uma versão simplificada do mesmo em que a variável x_{ij} pode ser substituída pelo parâmetro x'_{ij} , restando v_{ij}^l e φ_{ij} como variáveis de decisão.

Tal cenário faz com que possam ser eliminadas as expressões (2) a (5) e a variável u_x por completo, visto que os aspectos controlados por estas restrições já estão garantidos pelo ciclo Hamiltoniano.

A função objetivo (1), então, fica:

$$\text{Minimizar} \sum_{i,j \in N} \left(\frac{d_{ij} x'_{ij}}{\sum_{k \in L} v_{ij}^k + 1} + \varphi_{ij} w_{ij} x'_{ij} \right) \quad (216)$$

Além disso, permanecem válidas as linearizações para as restrições (7) e (8) desenvolvidas na elaboração do modelo LIN, descrito em 3.2.1.

Já com relação à função objetivo, o segundo termo de (1) passou a ser linear em (216), ainda restando o primeiro termo com característica não linear a ser tratada. Para obter sua linearização basta tratar o termo $1/(\sum_{k \in L} v_{ij}^k + 1) = 1/\theta_{ij}$, o que já foi feito anteriormente para a já considerada linearização da restrição (7). Então, reutilizando parte do desenvolvimento prévio, a função objetivo pode ser linearizada pelas expressões que regem a transformação do inverso da lotação do veículo na aresta (i, j) .

Adotando como ponto de partida o modelo NON e empregando parte dos resultados obtidos no desenvolvimento de LIN, é possível obter uma formulação linear para o cenário de rota fixa. O modelo *eLIN* pode ser consultado a seguir.

PARÂMETROS

- n Número de vértices ou cidades do grafo $G = (N, M)$
- C Capacidade do veículo indicando o total de assentos disponíveis para passageiros
- L Conjunto de indivíduos demandando transporte entre as cidades
- d_{ij} Custo de deslocamento associado à aresta (i, j) do grafo G
- w_{ij} Custo de pedágio associado à aresta (i, j) do grafo W
- x'_{ij} Binário que indica se a aresta (i, j) faz parte da rota fixa
- P_l Cidade origem do indivíduo l
- Q_l Cidade destino do indivíduo l
- t_l Tarifa máxima total que o indivíduo l aceita pagar para ir de P_l a Q_l

VARIÁVEIS

- v_{ij}^k Variável binária que indica se o indivíduo k é ocupante do veículo na aresta (i, j)
- θ_{ij} Variável inteira que representa o total de ocupantes do veículo na aresta (i, j)
- φ_{ij} Variável binária que indica se a cobrança de pedágio está ativada na aresta (i, j)
- λ_{ij}^m Variável binária utilizada para transformar $1/\theta_{ij}$ em um somatório
- σ_{ij}^m Variável inteira com os possíveis valores para θ_{ij} e zero: $\{0, 1, \dots, C + 1\}$
- γ_{ij}^l Variável racional com os possíveis valores para $1/\theta_{ij}$ e zero: $\left\{0, \frac{1}{C+1}, \frac{1}{C}, \dots, \frac{1}{2}, 1\right\}$

FUNÇÃO OBJETIVO

$$\text{Minimizar } \sum_{i,j \in N} \left(\sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m} \right) d_{ij} x'_{ij} + \varphi_{ij} w_{ij} x'_{ij} \right) \quad (217)$$

RESTRICÇÕES

$$\theta_{ij} = \sum_{k \in L} v_{ij}^k + 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (218)$$

$$\theta_{ij} - Cx'_{ij} \leq 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (219)$$

$$0 \leq \frac{\theta_{ij}}{C+1} - (1 - \varphi_{ij}) \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (220)$$

$$\frac{\theta_{ij}}{C+1} - (1 - \varphi_{ij}) \leq \varepsilon \quad \varepsilon = 0.999 \quad (221)$$

$$\sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m = 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (222)$$

$$\sum_{m=1}^{C+1} \sigma_{ij}^m \left(\frac{1}{m}\right) = 1 \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad (223)$$

$$\sigma_{ij}^m \leq \lambda_{ij}^m (C+1) \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C+1\} \quad (224)$$

$$\sigma_{ij}^m \leq \theta_{ij} \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C+1\} \quad (225)$$

$$\sigma_{ij}^m \geq \theta_{ij} - (1 - \lambda_{ij}^m)(C+1) \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C+1\} \quad (226)$$

$$\sigma_{ij}^m \geq \lambda_{ij}^m \quad \forall i, j \in N \quad \forall m \in \{1, \dots, C+1\} \quad (227)$$

$$\gamma_{ij}^l \leq v_{ij}^l \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (228)$$

$$\gamma_{ij}^l \leq \sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m}\right) \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (229)$$

$$\gamma_{ij}^l \geq \left(\sum_{m=1}^{C+1} \lambda_{ij}^m \left(\frac{1}{m}\right) \right) - (1 - v_{ij}^l) \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (230)$$

$$\gamma_{ij}^l \geq \frac{v_{ij}^l}{C+1} \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (231)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \gamma_{ij}^l d_{ij} - t_l \leq 0 \quad \forall l \in L \quad (232)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (v_{ij}^l - v_{ji}^l) = 0 \quad i \neq P_l, Q_l \quad \forall i \in N \quad \forall l \in L \quad (233)$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq P_l}}^n v_{iP_l}^l + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq Q_l}}^n v_{Q_l i}^l = 0 \quad \forall l \in L \quad (234)$$

$$\sum_{i=2}^n v_{1i}^l = 0 \quad \forall l \in L \quad (235)$$

$$v_{ij}^l \leq x'_{ij} \quad i \neq j \quad \forall i, j \in N \quad \forall l \in L \quad (236)$$

3.3.2 Modelo *eOPT*

A presente formulação apresenta uma abordagem diferente da adotada no modelo *eLIN*, similar àquela adotada para o modelo ZIN para controle do transporte dos indivíduos. A modelagem se dá a partir da ordem das cidades na rota fixa, eliminando um índice da variável de controle do transporte dos indivíduos v_{ij}^k , substituída por v_i^k .

Esta mudança de índices é refletida em todos os parâmetros e variáveis do modelo, promovendo uma redução significativa da complexidade de solução. Além disso, o modelo aplica os conceitos PWL, abordado em 3.1.3, e DES, apresentado em 3.1.4.

Dessa maneira, a formulação *eOPT* é definida como se segue.

PARÂMETROS

- n Número de vértices ou cidades do grafo $G = (N, M)$
- C Capacidade do veículo indicando o total de assentos disponíveis para passageiros
- L Conjunto de indivíduos demandando transporte entre as cidades
- d_i Custo de deslocamento associado à i -ésima aresta do ciclo
- w_i Custo de pedágio associado à i -ésima aresta do ciclo
- u_j Inteiro que representa a ordem da cidade j na rota fixa

VARIÁVEIS

- v_i^k Variável binária que indica se o indivíduo k é ocupante do veículo na i -ésima cidade
- ψ_i Variável racional indicando o inverso da ocupação total do veículo na i -ésima cidade
- φ_i Variável binária que indica se a cobrança de pedágio está ativada na i -ésima cidade

FUNÇÃO OBJETIVO

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n (\psi_i d_i + \varphi_i w_i) \quad (237)$$

RESTRICÇÕES

$$\sum_{k \in L} v_i^k - C \leq 0 \quad i \in \mathbb{N} \mid 1 \leq i \leq n \quad (238)$$

$$\psi_i = f\left(\sum_{k \in L} v_i^k\right) \quad i \in \mathbb{N} \mid 1 \leq i \leq n \quad (239)$$

$$\sum_{i=u_{P_l}}^{u_{Q_l}-1} \psi_i v_i^l d_i - t_l \leq 0 \quad l \in L \mid u_{P_l} < u_{Q_l} \quad (240)$$

$$\varphi_i = g\left(\sum_{k \in L} v_i^k\right) \quad i \in \mathbb{N} \mid 1 \leq i \leq n \quad (241)$$

$$v_i^l = 0 \quad \begin{array}{l} i \in \mathbb{N} \mid 1 \leq i \leq n \\ l \in L \mid u_{P_l} > u_{Q_l} \end{array} \quad (242)$$

$$v_i^l - v_{u_{P_l}}^l = 0 \quad \begin{array}{l} i \in \mathbb{N} \mid u_{P_l} \leq i < u_{Q_l} \\ l \in L \mid u_{P_l} < u_{Q_l} \end{array} \quad (243)$$

$$v_i^l = 0 \quad \begin{array}{l} i \in \mathbb{N} \mid 1 \leq i < u_{P_l}, u_{Q_l} \leq i \leq n \\ l \in L \mid u_{P_l} < u_{Q_l} \end{array} \quad (244)$$

A função objetivo é descrita por (237). Se indivíduo l está embarcado no veículo na i -ésima aresta, então v_i^l possui valor unitário ou valor nulo caso contrário. A expressão (238) garante que no máximo C passageiros estejam presentes no veículo. A função f é utilizada em (239) para definir o inverso da ocupação total do veículo ψ_i , que inclui o caixeiro. A restrição (240) realiza o controle da tarifa máxima t_l dos passageiros viáveis, definidos por $u_{P_l} < u_{Q_l}$. A função g é utilizada em (241) na definição da variável φ_i , que possui valor unitário caso a cobrança de pedágio esteja ativada na i -ésima aresta da rota ou valor nulo caso contrário. A restrição (242) impede que indivíduos incompatíveis, definidos por $u_{P_l} > u_{Q_l}$, estejam embarcados em quaisquer arestas. A expressão (243) garante que indivíduos compatíveis permaneçam com o mesmo *status* (embarcado ou desembarcado) nas arestas compreendidas entre as P_l e Q_l . Por fim, a formulação (244) impede que indivíduos compatíveis estejam presentes no veículo em arestas localizadas antes da cidade P_l ou após a cidade Q_l .

3.4 Implementação

A Programação Matemática (*Mathematical Programming*) inclui a Programação Linear, a Programação Não Linear, Programação Inteira, Programação Dinâmica, Programação Geométrica e a Programação Estocástica (MARINS, 2011).

Esta consiste no método de preferência para determinação de soluções exatas para problemas de otimização combinatória de considerável complexidade computacional. Requer o desenvolvimento prévio de um modelo matemático que siga diretrizes da programação linear, embora aceite, com limitações, restrições ou objetivos com característica não linear. Em linhas gerais, a programação matemática pode ser vista como uma extensão da programação linear.

É possível afirmar que todo problema de programação linear é um problema de otimização uma vez que procura a solução de melhor qualidade segundo um critério pré-estabelecido. Segundo (BRONSON; NAADIMUTHU, 1997), enquadram-se nessa categoria os problemas com as seguintes características:

1. Existe um conjunto de variáveis manipuláveis no procedimento de solução: são as variáveis de decisão do problema.
2. O critério de qualidade é composto pela função objetivo, que é descrita em função das variáveis de decisão. Tal função é combinação linear das variáveis, podendo ser maximizada ou minimizada.
3. As variáveis de decisão submetem-se, ainda, a critérios restritivos ou conjuntos de restrições, as quais compõem a região de soluções viáveis do problema. Tais variáveis podem também estar submetidas a regras que limitem os valores a subdomínios específicos dos números reais.

À exceção dos modelos ZIN e *eLIN*, as formulações apresentadas neste capítulo foram implementadas na versão 9.5.2 do *solver* Gurobi (GUROBI OPTIMIZATION, 2023) através de sua interface em C++. As expressões são traduzidas para o programa seguindo as diretrizes do seu manual, e então executadas no intuito de obter, supondo um tempo de processamento suficiente, a solução ótima para o problema. As otimizações buscaram reduzir tal tempo, dado que este é um fator limitante em estudos práticos de problemas complexos como o PCV-MPL.

3.5 Diagrama Cronológico

A Figura 4 ilustra a ordem em que os modelos foram desenvolvidos ao longo da pesquisa e como eles estão interconectados. Através dele, é possível visualizar a evolução das formulações matemáticas e entender a sequência em que foram criadas.

As setas direcionais ligam cada modelo ao seu precursor, mostrando sua relação de origem. O modelo NON, tratado em 2.2.1, representa a formulação primária do problema. A modelagem de ambos os aspectos de rota e passageiros se dá através dos índices das arestas, característica que é herdada pelas formulações seguintes. Como exceção a esta regra constam os modelos ZIN e *eOPT*, abordados em 3.2.10 e 3.3.2, os quais formulam o percurso dos passageiros através da sequência de visita das cidades no ciclo do caixeiro.

Ao todo, constam 13 modelos matemáticos, sendo 11 formulações para o PCV-MPL completo e 2 formulações específicas para a versão do PCV-MPL com rota fixa. Do total, 4 modelos são lineares e 9 são não lineares.

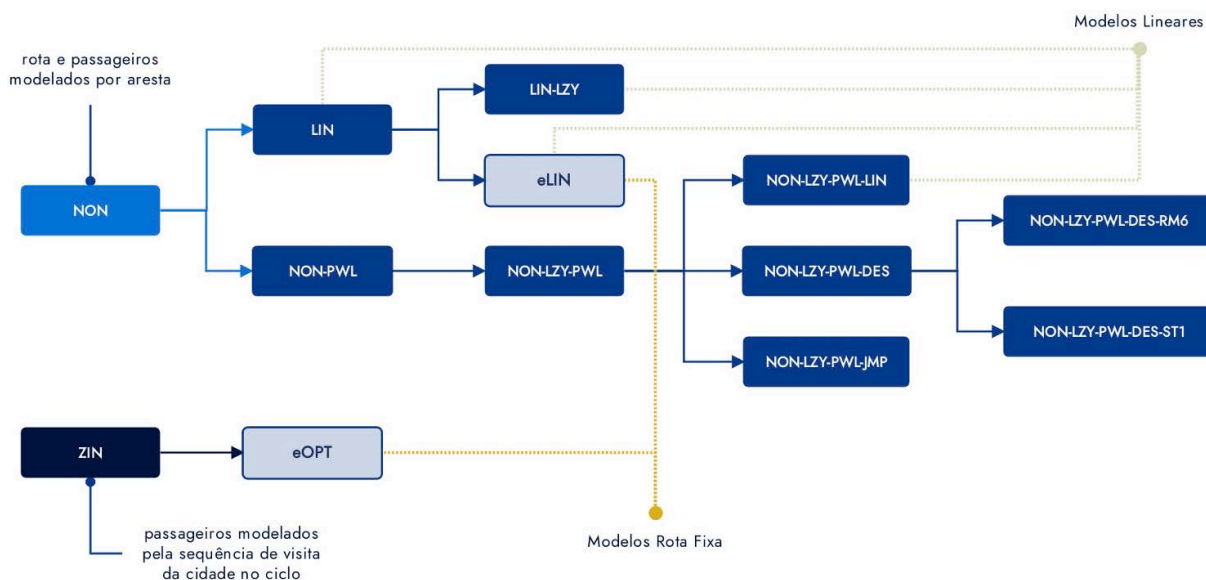


Figura 4 – Diagrama da cronologia de desenvolvimento dos modelos.

4 Algoritmos

São expostos neste capítulo os algoritmos heurísticos elaborados para a solução do PCV-MPL. A primeira seção trata sobre aspectos teóricos que embasaram as estratégias. Em seguida há a exposição dos procedimentos e componentes básicos a serem empregados nas heurísticas. Por fim, os algoritmos em si são apresentados.

4.1 Fundamentação Teórica

Esta seção versa sobre os conceitos que embasaram o desenvolvimento dos algoritmos heurísticos, a saber: meta-heurísticas Algoritmo Genético, Memético, Transgenético e técnica de aprendizado por reforço *Q-learning*.

4.1.1 Algoritmo Genético

Tendo como inspiração a Teoria da Evolução de Darwin, esta meta-heurística procura mimetizar o mecanismo observado na natureza em que indivíduos mais adaptados ao seu *habitat* (podendo esta adaptabilidade ser representada por um grau de *fitness*) sobrevivem e se reproduzem, transmitindo suas informações genéticas para as próximas gerações.

É definida por (GOLDBERG, 1989) como técnicas de otimização para encontrar soluções aproximativas usando princípios da biologia evolutiva, como: seleção natural, recombinação e mutação.

O cerne da aplicação de tais conceitos à solução de problemas complexos é buscar estabelecer um processo evolutivo entre soluções viáveis do problema com base nos processos naturais da evolução e seleção natural dos seres vivos.

Em termos de otimização, o *fitness* pode ser avaliado pela função objetivo do problema e as soluções podem representar os indivíduos que constituem as populações. A evolução, portanto, passa a ser representada pela melhoria do *fitness* representada por um maior ou menor valor da função objetivo, conforme este seja um problema de maximização ou minimização. O algoritmo parte de uma população inicial como gênese, e a cada iteração cria a geração seguinte de indivíduos como produto de interações entre os indivíduos da população anterior entre si. Observe-se, portanto, que não há interações ou troca direta de informações genéticas entre

indivíduos distintos da mesma geração, configurando, de tal forma, um processo exclusivo de transmissão vertical de genes.

Desse modo, a meta-heurística considera que o genótipo é suficiente para determinar o *fitness* do indivíduo, desconsiderando outras influências na sua evolução. Na elaboração de um algoritmo baseado nesta meta-heurística é necessário decidir quais processos naturais ou etapas da evolução serão considerados para a geração de novas populações. No contexto deste trabalho foram adotados os processos de Seleção, Reprodução, Mutação e Elitismo.

4.1.2 Algoritmo Memético

Proposta por (MOSCATO, 1989), esta técnica de otimização procurou incrementar o Algoritmo Genético por meio da inclusão do conceito de evolução cultural, que permite que o *fitness* como medida de adaptabilidade do indivíduo possa sofrer alterações durante seu período de vida. Tal evolução cultural pode ser entendida como a influência do meio na existência do indivíduo. Desse modo, tanto o genótipo quanto o fenótipo do indivíduo são considerados na mimetização do processo evolutivo.

Um Algoritmo Memético pode representar a evolução cultural como buscas locais realizadas pelos indivíduos em suas vizinhanças, incrementando o *fitness* destes que já estão sendo submetidos aos processos evolutivos descritos na seção 4.1.1. Embora a transferência de genes ainda permaneça, nesta abordagem, como puramente vertical, trata-se de um primeiro passo na direção de uma representação mais próxima do mundo real. Um indivíduo aumenta ou diminui seu grau de sucesso com base em suas próprias decisões e na influência do meio em que vive, refletindo um certo grau de subjetividade em sua evolução que não pode ser reduzido a uma mera consequência de seus genes de maneira isolada do meio.

No âmbito deste trabalho, a diferença de processos evolutivos entre o Algoritmo Memético e o Genético reside na substituição da Mutação pela Evolução Cultural, também denominado passo Memético. A implementação desta etapa é definida pela execução de procedimentos de busca local.

4.1.3 Transgenética Computacional

Meta-heurística proposta por (GOLDBARG; GOLDBARG, 2009), a Transgenética mimetiza o processo de evolução a partir da transmissão horizontal de genes. Em comparação com Algoritmos Genéticos e Meméticos, o grau de adaptabilidade dos indivíduos é melhorado por meio da troca de informações genéticas entre indivíduos de uma mesma geração.

A metáfora explora a endossimbiose e as propriedades do fluxo intracelular. A estratégia é aplicar a transferência de material genético entre endossimbiontes e hospedeiros através de um banco de informações genéticas BIG e dos vetores transgenéticos Plasmídeo e Transposon.

Os métodos Transposon e Plasmídeo promovem a exploração do espaço de soluções e atuam de forma mutuamente exclusiva, de modo que somente um deles seja executado a cada iteração do algoritmo.

A variante de Algoritmo Transgenético adotada nesta pesquisa implementou o Plasmídeo como um procedimento de manipulação dos indivíduos da população que realiza troca de informações entre soluções. O banco de informações genéticas BIG é formado por um subconjunto de soluções de boa qualidade, funcionando como repositório fornecedor dos fragmentos que serão inseridos nos indivíduos manipulados.

O Transposon também manipula soluções, porém o faz sem utilizar informações provenientes do meio. Trata-se de um método que apenas reorganiza o material genético do indivíduo, promovendo rearranjos na solução em si.

4.1.4 Algoritmo *Q-learning*

Aprendizado por Reforço é uma abordagem de Aprendizado de Máquina inspirada na ideia de que o comportamento de um agente possa ser guiado por uma recompensa ou punição associadas a ações específicas. Esse conceito é amplamente utilizado em áreas como robótica, inteligência artificial e neurociência, em que o objetivo é ensinar ao agente a maximizar uma recompensa através da escolha de ações ótimas (SUTTON; BARTO, 2018).

Nesse contexto, a política é a estratégia utilizada pelo agente para escolher ações a partir de um dado estado, ou seja, é definida pela função que determina a ação a ser tomada pelo agente a partir do estado atual do sistema. Esta política pode ser estática ou dinâmica, dependendo de seu método de determinação. Na política estática, a estratégia de escolha de

ações é determinada antes de começar a interação com o ambiente, não sendo atualizada ao longo do tempo. Um exemplo seria o treinamento offline, em que o modelo é treinado antes de ser utilizado na aplicação real. Já na política dinâmica, a escolha das ações varia à medida que o agente interage com o ambiente e aprende a partir da experiência.

O algoritmo *Q-learning* é uma técnica de Aprendizado por Reforço que tem em seu cerne a atualização de uma tabela de valores $Q(s, a)$, os quais representam a qualidade da escolha de uma determinada ação a em um estado s . Aqui, a política é dinâmica, com a matriz sendo atualizada a partir da seguinte equação:

$$Q_{t+1}(s, a) = Q_t(s, a) + \alpha \cdot (R_t + \gamma \cdot \max_{a'} Q_t(s', a') - Q_t(s, a)) \quad (245)$$

Onde:

- $Q_t(s, a)$ indica o valor para o par estado-ação na iteração t e $Q_{t+1}(s, a)$ o seu valor em $t + 1$. Já $\max_{a'} Q_t(s', a')$ representa o maior valor presente na matriz, independente do estado-ação.
- A taxa de aprendizado α controla a velocidade com que os valores são modificados. Caso nula, indicaria que os valores nunca seriam atualizados e nada seria aprendido. Quanto mais próximo da unidade, maior é a relevância da mais recente ação tomada e menor é a influência das experiências adquiridas.
- R_t é a recompensa proveniente da ação a tomada na iteração t , podendo ser definido como a mudança de qualidade obtida como consequência da ação.
- O fator de desconto γ determina a importância que o agente confere às recompensas futuras. Quando unitário, é máxima a influência das ações futuras, o que é ideal em situações de longo prazo. À medida que se aproxima de zero, maior é a concentração nas recompensas imediatas.

A expressão promove a modificação tomando por base o valor observado em ações anteriores. Este mecanismo tem o objetivo de aproximar a estimativa da recompensa real e, a cada passo, o agente tem disponível a informação de qual ação possuía atualmente a maior estimativa de recompensa. O objetivo do algoritmo é favorecer o surgimento de uma política ótima (WATKINS; DAYAN, 1992).

Uma das vantagens do *Q-learning* é a sua capacidade de lidar com problemas em que o ambiente é dinâmico, o que o torna adequado para resolver o problema da escolha de estruturas de vizinhança nos casos em que uma meta-heurística emprega vários operadores de busca. Adicionalmente, trata-se de um método computacionalmente eficiente por armazenar valores Q apenas para cada par estado-ação (e não para cada estado-ação-estado posterior, como outras técnicas de Aprendizado por Reforço).

Neste trabalho, a taxa de aprendizado α é representada pelo termo *qLearn* e o fator de desconto γ é referenciado pelo termo *qDisco*.

4.2 Implementações

As implementações dos algoritmos encontram-se expostas nesta seção, bem como o detalhamento sobre as vizinhanças utilizadas para explorar o espaço solução e outros aspectos práticos. Os algoritmos estão apresentados em pseudocódigo, explicados linha a linha.

4.2.1 Estruturas de Vizinhança

No contexto deste trabalho, foram escolhidas como promissoras as regiões do espaço solução que podem ser definidas pelos operadores sistemáticos de manipulação de soluções ilustrados na Figura 5.



Figura 5 – Operadores de vizinhança.

Um operador, quando aplicado atonicamente a uma solução, consiste em um sorteio de uma cidade da rota e uma modificação na ordem da cidade sorteada com base no mecanismo do operador, avaliando uma única outra solução além da original. Quando o operador é utilizado para uma busca local, são avaliadas $O(n)$ soluções obtidas por meio da aplicação do operador às diferentes cidades da rota da solução original. A cidade 1, origem e destino do caixeiro, foi omitida.

O operador *troca* modifica a posição de duas cidades na rota, como ilustrado no exemplo pela troca de posições entre as cidades 3 e 5. Seja $S = (c_1, \dots, c_{N-1})$ uma permutação de cidades que representa uma rota e $S' = (c_i, \dots, c_j)$ o trecho de S tal que $1 < i < j \leq N - 1$. O operador *inserção* promove uma rotação, substituindo o trecho S' por $S'' = (c_{i+1}, \dots, c_j, c_i)$, conforme exemplificado na Figura 5 pela substituição de $(5, 10, 2, 4, 6, 3)$ por $(10, 2, 4, 6, 3, 5)$. O operador *reversão* inverte a ordem de S' , como mostrado no exemplo através da substituição de $(5, 10, 2, 4, 6, 3)$ por $(3, 6, 4, 2, 10, 5)$. Estes operadores promovem rearranjos randômicos, sem considerar informações de qualidade.

Os outros três operadores visam reduzir o custo total da solução a partir de informações de qualidade do problema. O operador *proximidade* busca reduzir o custo do ciclo considerando apenas informações da rota. Já os operadores *embarques* e *desembarques* modificam a rota a partir de informações dos indivíduos que demandam transporte, de modo a obter uma nova rota que possa atender um número maior de passageiros.

Seja c_i uma cidade em S tal que $1 < i < n - 1$, o operador *proximidade* considera a cidade mais próxima de c_i , digamos c_j , e realiza a inserção de c_j na posição $i + 1$. No exemplo, a cidade mais próxima de 5 é 3, então a inserção ocorre de modo que 3 seja visitada imediatamente após 5.

O operador *embarques* visa realocar cidades que sejam o ponto de origem do maior número de passageiros, colocando-as no início da rota. Inicialmente, uma cidade é sorteada e a quantidade de passageiros disponíveis para embarque nela é verificada. No exemplo, esta seria a cidade 3, que possui quatro passageiros buscando transporte (indicado por 4e). Então, partindo do início da rota, buscou-se a primeira cidade que possuía menos que quatro passageiros. Esta seria a cidade 5, já que possui três passageiros disponíveis para embarque. Uma vez que as duas cidades estejam determinadas, ocorre a troca de posição entre elas. Caso não seja possível encontrar uma cidade antes da cidade sorteada que tenha menos passageiros solicitando embarque para viabilizar a troca, ocorre uma nova busca a partir do fim da rota. O

objetivo, então, passa a ser encontrar uma cidade ao final que tenha mais passageiros disponíveis para embarque do que a sorteada, de modo que aquela seja visitada mais cedo.

De modo similar, o operador *desembarques* tem como objetivo o reposicionamento de cidades que sejam o destino do maior número de passageiros, realocando-as para o final da rota. A única diferença aqui é que, após sorteada uma cidade, busca-se, a partir do início da rota, uma outra que possua mais passageiros desembarcando que a primeira. No exemplo da Figura 5, a cidade 7 é sorteada e possui dois passageiros desembarcando (indicado por $2d$). A busca partindo do início encerra-se na cidade 10, que possui cinco desembarques, e então é executada a troca de posições entre as duas. No cenário em que não seja possível encontrar uma cidade com a característica desejada por meio da busca partindo do início, é iniciada uma nova busca a partir do final, da mesma maneira que ocorre no operador *embarques*. O intuito se tornaria encontrar uma cidade que seja destino de menos passageiros que a sorteada, de modo que esta pudesse ser realocada para uma posição mais próxima do fim do ciclo.

Nas seções seguintes, a aplicação de um dos operadores apresentados nesta seção também é referenciada como um procedimento denominado *oper*.

4.2.2 Buscas Locais

Os operadores também são utilizados para a execução de buscas locais obtidas por repetidas execuções do mesmo operador a uma dada solução, avaliando soluções formadas pelas novas rotas. Apesar de continuar sendo necessário o sorteio da primeira cidade, a diferença é que a todas as possibilidades são consideradas para a segunda cidade. Este procedimento é denominado *oper_busca* e seu pseudocódigo está no Algoritmo 2.

Procedimento *oper_busca* (s)

```

1   $s^* \leftarrow null$ 
2   $j \leftarrow random(2, \dots, n)$ 
3   $oper \leftarrow random(op_1, op_2, op_3, op_4, op_5, op_6)$ 
4  Para  $i \leftarrow 2$  até  $n, i \neq j$ 
5       $r' \leftarrow oper(r, j, i)$  onde  $r$  é a rota de  $s$ 
6       $v \leftarrow PL(r')$ 
7      Se  $s^* = null$  ou  $v$  é melhor que  $s^*$  então  $s^* \leftarrow v$ 
8  Retorne  $s^*$ 

```

Algoritmo 2 – Busca Local com Operadores.

O procedimento *oper_busca* recebe a solução *s* como entrada, em torno da qual a busca será realizada. Um índice de cidade *j* diferente da origem e um operador de rota *oper* são selecionados em sorteio equiprovável aleatório. O operador é então aplicado sistematicamente a cada um dos vértices da rota da solução original, mantendo fixa a primeira cidade e variando a segunda. Para cada rota gerada, ocorre a alocação de passageiros por meio do procedimento PL que será detalhado em 4.2.6. Ao final, é retornada a melhor solução dentre as geradas.

A Figura 6 exibe a vizinhança gerada supondo que a cidade 10 e o operador *troca* tenham sido sorteados.

8	5	10	2	4	6	3	7	9
<i>cidade sorteada: 10</i>								
10	8	5	2	4	6	3	7	9
8	10	5	2	4	6	3	7	9
8	5	2	10	4	6	3	7	9
8	5	2	4	10	6	3	7	9
8	5	2	4	6	10	3	7	9
8	5	2	4	6	3	10	7	9
8	5	2	4	6	3	7	10	9
8	5	2	4	6	3	7	9	10

Figura 6 – Estrutura de vizinhança gerada pelo operador *troca*.

Observe-se que *oper_busca* sempre realiza movimentos a partir de uma rota inicial fixa, não permitindo que a rota gerada em um dado movimento sirva como entrada para o movimento seguinte. São, portanto, buscas locais que exploram o entorno de um ponto fixo espaço solução de acordo com as definições das estruturas de vizinhança.

4.2.3 Buscas em Profundidade

De modo a complementar os movimentos expostos em 4.2.1 e 4.2.2 foram elaborados procedimentos de exploração das vizinhanças em profundidade. Aqui, a rota ou solução obtidas em um movimento funciona como entrada para o movimento seguinte, permitindo que novas regiões do espaço solução sejam exploradas.

Estes procedimentos, intitulados *multi_oper* e *multi_oper_busca*, foram projetados para aplicar todos os operadores ou todas as buscas locais consecutivamente. Estas execuções se dão em ordem aleatória, com todas as possibilidades sendo executadas uma única vez e com

o passo atual sempre recebendo como entrada a solução ou rota resultante do passo anterior. Dado o alto número de soluções analisadas, tais mecanismos foram empregados como um método para encontrar indivíduos de boa qualidade considerando somente o entorno do indivíduo com melhor *fitness* de cada geração. Aqui, é adotada alocação ótima *eOPT* como método padrão de alocação de passageiros (a ser detalhado em 4.2.7).

Os procedimentos recebem a melhor solução p_{min} da população corrente e a melhor solução global até o momento s^* . A alocação ótima de passageiros é dada a p_{min} e o resultado é submetido à atuação das estruturas de vizinhança. A cada vizinhança, a solução resultante recebe a alocação ótima. Ao final, caso a nova solução seja melhor que s^* , esta é atualizada.

4.2.4 Seleção de Operadores via *Q-learning*

Até aqui, o emprego dos operadores segue um mecanismo aleatório equiprovável para escolha de que operador será utilizado em uma dada etapa. Apesar de prática comum no projeto de algoritmos heurísticos, a aleatoriedade desconsidera se uma dada estrutura de vizinhança está conseguindo encontrar soluções de boa qualidade com seus movimentos. Em termos práticos, abre-se a possibilidade de dispêndio de recurso computacional explorando vizinhanças que não estão apresentando um bom desempenho durante o processo de otimização.

Com o intuito de promover uma exploração guiada das vizinhanças, a técnica de aprendizado por reforço *Q-learning* consta como um possível caminho para a escolha de operadores (KARIMI-MAMAGHAN; MOHAMMADI; PASDELOUP; MEYER, 2023).

No contexto desta tese, a técnica foi implementada em versões dos algoritmos heurísticos de modo global. Dependendo se algoritmo executa buscas locais ou não, as execuções de *oper* ou *oper_busca* são rastreadas através da atualização da tabela Q conforme exposto na seção 4.1.4. As estruturas de vizinhança são, nesse contexto, as ações do método.

Adicionalmente, foram criadas versões dos procedimentos de busca em profundidade utilizando a técnica: *qmulti_oper* e *qmulti_oper_busca*. Estas versões são retroalimentadas com os valores da tabela Q para definição da ordem de exploração das estruturas de vizinhança, adotando o critério do menor para o maior. Desse modo, sempre que todas as vizinhanças precisam ser exploradas em sequência, as de maior potencial são exploradas após aquelas com menor potencial.

O critério para os estados da técnica *Q-learning* é dependente do contexto da de sua aplicação, sendo definido na etapa de projeto do algoritmo. Idealmente, deve ser adotado um mecanismo que mapeie adequadamente o contexto da execução e permita a escolha de uma ação diferente quando o ambiente sofre mudanças.

Neste trabalho, o critério é baseado na quantidade de iterações $qSol$ ocorridas desde que a última melhor solução foi encontrada. Esta foi uma definição empírica, sendo a investigação de outros critérios um possível objeto de estudos posteriores.

O número máximo de iterações $qSize$ é uma das entradas do algoritmo e varia conforme a meta-heurística. Assim, foram adotados três estados:

- Estado $s = 1$, se $0 \leq qSol \leq 0,05 * qSize$;
- Estado $s = 2$, se $0,05 * qSize \leq qSol \leq 0,10 * qSize$;
- Estado $s = 3$, se $qSol \geq 0,10 * qSize$.

Estes estados classificam o estágio em que a execução do algoritmo se encontra: caso estejamos no primeiro estado, uma melhor solução foi recentemente encontrada e devem ser priorizadas as vizinhanças que irão intensificar a busca na região atual. Se estivermos no terceiro estado, ocorre o inverso e novas regiões devem ser exploradas. Por fim, o segundo estado representa uma transição entre os dois outros e a priorização se dá favorecendo um equilíbrio entre o aprofundamento da busca e a exploração de novas regiões do espaço solução. A atualização de $qSol$ é feita por $qmulti_oper$ e $qmulti_oper_busca$.

É importante observar que a ação de maior Q-valor para o estado corrente nem sempre é a escolhida, havendo sempre uma probabilidade de escolha aleatória. Uma prática comum no projeto de algoritmos *Q-learning* é a utilização de um mecanismo adicional de controle de convergência conhecido como $\epsilon - greedy$. Ele faz com que a escolha aleatória ocorra com mais frequência nas primeiras iterações e se torne gradualmente menos frequente.

Este mecanismo é necessário para reajuste da relação entre exploração e exploração quando da falta de informações de melhor qualidade para guiar este equilíbrio. Na presente implementação, os estados já mapeiam de modo satisfatório a relação e o mecanismo gradual não empregado, exatamente para evitar possíveis conflitos com as definições dos estados. Para evitar a convergência prematura é adotado um critério equiprovável entre a escolha aleatória e a escolha de maior Q-valor.

Assim, a tabela Q utilizada possui como dimensões 3 estados e 6 vizinhanças, totalizando dezoito elementos. A atualização acontece sempre que uma estrutura de vizinhança é aplicada, sendo um único valor modificado por vez.

O pseudocódigo do procedimento *qlearning* encontra-se no Algoritmo 3.

Procedimento *qlearning*

```

1  $s \leftarrow \text{define\_estado}(qSol, qSize)$ 
2  $a \leftarrow \text{define\_acao}(s, Q)$ 
3  $v^* \leftarrow \text{aplica\_acao}(a, v)$ 
4 Se  $v > v^*$  então  $R \leftarrow (v.custo/v^*.custo) - 1$ 
5 Senão  $R \leftarrow 0$ 
6  $Q(s, a) \leftarrow Q(s, a) + qLearn * (R + qDisco * \max Q(s', a') - Q(s, a))$ 
7 Retorne  $v^*$ 

```

Algoritmo 3 – Escolha de Ações via *Q-learning*.

Na primeira e segunda linhas ocorre a definição do estado s e da ação a . A linha seguinte aplica a ação à solução de entrada v , armazenando o resultado em v^* . Esta etapa é implementada por meio de uma função cujo nome é passado como parâmetro para o procedimento, o que se trata de uma abstração: em termos práticos, a ação representa uma das estruturas de vizinhanças e a sua aplicação é uma chamada a *oper* ou *oper_busca*, dependendo da meta-heurística inspiradora. As linhas 4 e 5 definem a recompensa R : quando v^* é melhor que v , assume como valor a taxa de redução do custo; e valor nulo caso contrário. A linha 6 atualiza o valor correspondente na tabela Q e a linha 7 retorna a nova solução.

4.2.5 Limite Inferior para Rotas Fixas

Dado que, por definição, o PCV-MPL não possui passageiros demandando embarque na origem, temos que a ocupação máxima da primeira aresta do ciclo do caixeiro é 1. Isso significa que, caso esta seja uma aresta com incidência de pedágio, este será cobrado. Tais custos são inteiramente arcados pelo caixeiro. A partir da segunda aresta do ciclo é possível que até C passageiros estejam embarcados.

Para rotas fixas, a ordem de visita das cidades é conhecida. Por conta disso, o cenário ideal para minimização do custo é simples de ser determinado. Basta que exista um número suficiente de passageiros viáveis de modo que a ocupação máxima $C + 1$ seja mantida da segunda até a última aresta, sendo este também o máximo denominador do rateio devido por todos os ocupantes do veículo.

Tal raciocínio foi empregado para cálculo de um limite inferior simples nos procedimentos de alocação de passageiros abordados nas seções 4.2.6 e 4.2.7. Sempre que um deles é executado, o valor desse limite para a rota fixa é previamente consultado e comparado com o valor da melhor solução global. Caso o limite inferior supere a melhor solução corrente, a rota é incapaz de produzir uma nova melhor solução e a alocação de passageiros não ocorre.

O cálculo deste limite é computacionalmente simples, sendo possível fazê-lo durante a obtenção do custo inicial da solução por meio dos custos das arestas e pedágios. Por esta razão, é um dos poucos procedimentos executados pelo construtor da solução.

4.2.6 Alocação de Passageiros PL

O procedimento padrão empregado em todas as heurísticas para a alocação de passageiros em uma rota fixa completa e previamente definida é PL. Trata-se de um algoritmo semiguloso, construtivo e com baixo custo computacional. Nele, a rota é percorrida por completo e ocorrem embarques sempre que há assentos disponíveis.

Como não existem passageiros demandando embarque na cidade de origem do caixeiro, a rota é analisada a partir da segunda cidade do ciclo e prossegue até o fim ou até que seja encontrada uma condição de parada implementada via verificação de restrição da tarifa máxima. Em cada cidade, busca-se preencher o veículo com passageiros enquanto existirem assentos vagos. Para otimizar a alocação dos embarques, somente são considerados passageiros compatíveis com a rota, isto é, aqueles cuja cidade de origem seja visitada pelo caixeiro antes da cidade de destino. Esse mecanismo de pré-seleção previne a situação indesejável de permitir o embarque de indivíduos sem a possibilidade de transportá-los até o destino desejado.

Como existem múltiplos passageiros demandando embarque em uma dada cidade, é necessário definir um critério para a ordem em que eles serão considerados. Para este fim, um dos três mecanismos é aleatoriamente escolhido no início de PL: m_1 – todos os passageiros possuem a mesma probabilidade de embarque, sendo definida uma ordem randômica; m_2 – quanto maior a tarifa máxima, maior a probabilidade de embarque; ou m_3 – quanto maior a quantidade de cidades entre a origem e o destino do passageiro, maior a probabilidade de embarque. O termo $ordem(L_v, m, c_i)$ representa a lista ordenada resultante da aplicação do critério m aos passageiros de L_v que estejam disponíveis para embarque na cidade c_i .

Uma vez que todos os assentos estejam ocupados ou não haja mais pessoas demandando embarque em uma dada cidade, a restrição de tarifa máxima é avaliada para cada um dos

passageiros no veículo. Se um algum deles estiver pagando mais do que seu limite, o passageiro é marcado como proibido e está configurada uma condição de parada. Nesse caso, o procedimento é reiniciado a partir do início da rota (segunda cidade), mas agora excluindo todos os passageiros previamente marcados. O esquema de alocação é aceito quando o fim da rota é alcançado satisfazendo todas as restrições relacionadas aos passageiros.

Procedimento *PL*

```

1   $L^* \leftarrow \emptyset; S \leftarrow (c_1, \dots, c_n); L_v \leftarrow \text{compatíveis}(S)$ 
2   $m \leftarrow \text{random}(m_1, m_2, m_3); \text{valido} \leftarrow \text{falso}$ 
3  Enquanto  $\text{valido} = \text{falso}$  faça
4       $i \leftarrow 2; l^* \leftarrow \text{null}$ 
5       $L_v \leftarrow L_v \setminus L^*; \text{valido} \leftarrow \text{verdadeiro}$ 
6      Enquanto  $i \leq n$  faça
7          Se (existem passageiros para desembarcar em  $c_i$ ) então
8               $\text{desembarca}()$ 
9          Para  $l \in \text{ordem}(L_v, m, c_i)$  faça
10             Se (existem assentos vagos) então  $\text{embarca}(l)$ 
11              $l^* \leftarrow \text{checatarifa}()$ 
12             Se  $l^* = \text{null}$  então  $i \leftarrow i + 1$ 
13             Senão
14                  $i \leftarrow n + 1; L^* \leftarrow L^* \cup \{l^*\}$ 
15                  $\text{descarta}(); \text{valido} \leftarrow \text{falso}$ 

```

Algoritmo 4 – Alocação de Passageiros PL.

O Algoritmo 4 contém o pseudocódigo da heurística PL, onde L^* denota o conjunto de passageiros cujo embarque não é permitido; S é a rota composta pelas cidades c_1, \dots, c_n ; L_v é o conjunto de passageiros compatíveis com relação a S ; m é o mecanismo que define a ordem em que os passageiros são analisados quanto ao embarque; e valido é uma variável booleana. O laço externo é executado enquanto existir não conformidade relacionada à restrição de tarifa máxima dos passageiros. Em cada iteração do laço, L_v vai excluindo passageiros marcados e atribui valor *verdadeiro* à variável de controle conforme linha 5. O algoritmo embarca passageiros no veículo no laço interno (linha 6), indo cidade por cidade. Nas linhas 7 e 8, os que desembarcam na i -ésima cidade são removidos do veículo. Se existirem assentos desocupados, os passageiros são embarcados seguindo a prioridade definida por $\text{ordem}(L_v, m_i, c_i)$ (linhas 9 e 10). A rotina $\text{checatarifa}()$ avalia se há algum passageiro pagando mais do que a sua respectiva tarifa máxima, marcando-o por meio da atualização de l^* (linha 11). Caso exista mais de um passageiro nessa condição, é marcado o passageiro que

possuir a maior diferença entre sua tarifa limite e a atual, garantindo que no máximo um passageiro seja marcado por iteração. As linhas 12 a 15 verificam se o laço prossegue para a próxima cidade (no caso de não existirem passageiros pagando acima do limite) ou se é interrompido, descartando o esquema de carregamento e retornando ao início da rota para uma nova tentativa. Se toda a rota for percorrida sem que ocorram violações da restrição de tarifa, o esquema de carregamento é aceito para a rota S e o algoritmo é encerrado.

4.2.7 Alocação Ótima de Passageiros

O modelo matemático *eOPT* apresentado em 3.3.2 foi empregado nos algoritmos experimentais com o objetivo de melhorar a qualidade das soluções. Na prática, os procedimentos de busca em profundidade expostos em 4.2.3 executam chamadas *solver* para que este determine, matematicamente, a alocação ótima de passageiros para uma rota fixa.

Vale a pena pontuar que o procedimento descrito é aplicado somente às soluções de melhor qualidade, visando intensificar a busca no espaço de soluções de maneira complementar ao já executado. Isto porque *eOPT* é computacionalmente mais custoso que PL, o método padrão de alocação de passageiros. Assim, apenas um pequeno número de indivíduos dentre os gerados pelos algoritmos é submetido ao procedimento descrito.

4.2.8 Geração da População Inicial

Os algoritmos experimentais desenvolvidos requerem a geração de uma população inicial. No contexto deste trabalho, isto é realizado pelo procedimento *gera_pop*.

Inicialmente, ocorre a geração da primeira solução utilizando uma rota gerada por meio da aplicação da heurística Lin-Kernighan (LIN; KERNIGHAN, 1973), referenciada por LKH, a uma rota criada aleatoriamente. A solução então recebe um esquema de alocação de passageiros com o procedimento PL. As demais soluções são obtidas por meio da aplicação dos operadores de vizinhança aplicados à rota inicial gerada por LKH, também recebendo passageiros pela aplicação de PL. Isso ocorre até que o tamanho desejado seja alcançado.

O pseudocódigo de *gera_pop* encontra-se exposto no Algoritmo 5.

Procedimento *gera_pop(q)*

- 1 **Crie** aleatoriamente a rota r e **faça**
 - 2 $r' \leftarrow LKH(r)$
 - 3 $s \leftarrow PL(r')$
 - 4 **Faça** $S \leftarrow \{s\}$ e **execute** $q - 1$ iterações
 - 5 $i, j \leftarrow random(2, \dots, n)$
 - 6 $oper \leftarrow random(op_1, op_2, op_3, op_4, op_5, op_6)$
 - 7 $r'' \leftarrow oper(r, j, i)$ onde r é a rota de s
 - 8 $v \leftarrow PL(r'')$
 - 9 $S \leftarrow S \cup \{v\}$
 - 10 **Retorne** S
-

Algoritmo 5 – Geração da População Inicial.

4.2.9 Representação Ordinal de Rotas

Visando otimizar o uso de recursos computacionais, a representação *ordinal* proposta por (MICHALEWICZ, 1995) foi adotada para viabilizar o cruzamento de soluções. Esta codificação permite a mescla de rotas em representação decimal de modo que a viabilidade da prole seja garantida sem necessidade de reparação.

		<i>representação decimal</i>								<i>ordens</i>							
		1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
A		1	8	7	2	6	4	3	5	1	2	3	4	5	6	7	8
		1	8	7	2	6	4	3	5	2	3	4	5	6	7	8	
		1	8	7	2	6	4	3	5	2	3	4	5	6	7		
		1	8	7	2	6	4	3	5	2	3	4	5	6			
		1	8	7	2	6	4	3	5	3	4	5	6				
		1	8	7	2	6	4	3	5	3	4	5					
		1	8	7	2	6	4	3	5	3	5						
		1	8	7	2	6	4	3	5	5							
			<i>representação ordinal</i>														
		1	2	3	4	5	6	7	8								
A'		1	7	6	1	4	2	1	1								

Figura 7 – Conversão da representação decimal para ordinal.

A Figura 7 demonstra como se dá a conversão da representação decimal de uma rota A para a sua representação ordinal A' . A ideia é que no lugar de armazenar as próprias cidades como conteúdo, as respectivas ordens de visita sejam guardadas. Iniciamos pela primeira cidade de A , 1, e consultamos a sua ordem no vetor de ordens, que também é 1, e preenchemos este número na primeira posição de A' . Em seguida, removemos a cidade 1 do vetor de ordens e tomamos a próxima cidade de A , cidade 8. Esta tem a posição 7 no vetor de ordens, então preenchemos a segunda posição de A' com este número. Removemos a cidade 8 do vetor de ordens e seguimos para a cidade seguinte de A , cidade 7. Esta cidade possui índice 6 no vetor de ordens, sendo este o número preenchido para a terceira posição de A' . O processo é repetido até que o vetor de ordens tenha apenas um único número representado pela última cidade de A , cidade 5. Esta necessariamente possui a ordem 1, dado que o vetor de ordens tem somente uma posição, sendo este número o valor preenchido na última posição de A' .

		representação ordinal								ordens							
		1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
B'		1	3	2	1	1	1	2	1	1	2	3	4	5	6	7	8
		1	3	2	1	1	1	2	1	2	3	4	5	6	7	8	
		1	3	2	1	1	1	2	1	2	3	5	6	7	8		
		1	3	2	1	1	1	2	1	2	5	6	7	8			
		1	3	2	1	1	1	2	1	5	6	7	8				
		1	3	2	1	1	1	2	1	6	7	8					
		1	3	2	1	1	1	2	1	7	8						
		1	3	2	1	1	1	2	1	7							
		representação decimal															
		1	2	3	4	5	6	7	8								
B		1	4	3	2	5	6	8	7								

Figura 8 – Conversão da representação ordinal para decimal.

A conversão da representação ordinal para o formato decimal encontra-se na Figura 8. De maneira inversa ao exposto na Figura 7, o intuito agora é partir da rota B' , ordinal, e preencher a rota B no formato decimal. A primeira posição de B é sempre 1, pois a primeira posição de B' possui este valor e é esta a primeira cidade do vetor de ordens. Removemos 1 do vetor de ordens e seguimos para a segunda posição de B' , 3. No índice 3 do vetor de ordens está a cidade 4, sendo esta a segunda cidade de B . Removemos 4 do vetor de ordens e passamos para a posição seguinte de B' , 2. A segunda cidade do vetor de ordens é 3, sendo esta a terceira cidade de B . O processo segue até que o vetor de ordens contenha a cidade 7, a última de B .

4.2.10 Algoritmo GA

O Algoritmo GA é baseado na meta-heurística Algoritmo Genético. Em sua implementação, foram codificados os processos evolutivos de Seleção, realizada por torneio binário, Cruzamento, Mutação e Elitismo.

O Cruzamento simula o processo reprodutivo, aqui considerado garantindo que cada uma das soluções genitoras contribua com metade do material genético da rota para a geração de duas proles, sendo tomada a melhor dentre elas. O processo ocorre de acordo com a probabilidade pCr . As rotas das soluções são convertidas para a representação ordinal abordada em 4.2.9 e o processo é executado tomando como ponto médio das rotas como ponto de corte.

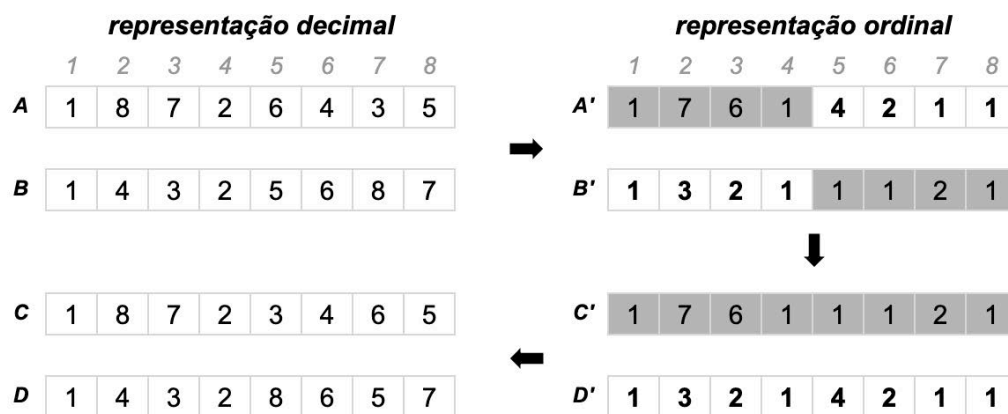


Figura 9 – Cruzamento de rotas.

A Figura 9 exemplifica o processo com as rotas A e B , que possui formato decimal. A seta da direita para a esquerda faz a conversão para a representação ordinal, obtendo A' e B' . Então, o cruzamento ocorre no ponto médio, indicado pela seta de cima para baixo, gerando novas rotas C' e D' em formato ordinal. Por fim, a seta da direita para a esquerda indica a conversão da representação ordinal para o formato decimal padrão, gerando as rotas C e D . Ambas recebem uma alocação de passageiros por meio da aplicação do Algoritmo PL e são em seguida avaliadas quanto ao *fitness*, sendo escolhida a melhor delas.

A Mutação ocorre com a probabilidade pré-definida $pMut$, materializada por meio da aplicação de um dos operadores da Figura 5 à prole (procedimento *oper*). A escolha se dá via sorteio equiprovável. O Elitismo garante que um percentual das melhores soluções de uma dada geração permaneça na geração seguinte. O pseudocódigo de GA consta no Algoritmo 6.

Algoritmo GA

```

1   $P \leftarrow \text{gera\_pop}(tPop); s^* \leftarrow p_{min}$ 
2  Para  $i \leftarrow 1$  até  $gMax$  faça
3       $P' \leftarrow \text{elitismo}(P, rElite)$ 
4      Enquanto  $|P'| < tPop$  faça
5           $p_1, p_2 \leftarrow \text{selecao}(P)$ 
6           $p_3 \leftarrow \text{cruzamento}(p_1, p_2, pCr)$ 
7           $p_4 \leftarrow \text{mutacao}(p_3, pMut)$ 
8           $P' \leftarrow P' \cup \{p_4\}$ 
9       $P \leftarrow P'$ 
10      $P' \leftarrow \emptyset$ 
11      $\text{multi\_oper}(p_{min}, s^*)$ 
12 Retorne  $s^*$ 

```

Algoritmo 6 – GA.

Na linha 1, a população inicial P é gerada e s^* é inicializada com a melhor solução encontrada até o momento, p_{min} . As linhas 2 a 12 compreendem o laço externo, o qual controla o número das gerações. Na linha 3, a próxima população P' é inicializada com um percentual dos melhores indivíduos da população corrente P . As linhas 4 a 8 contém o laço interno, que gera novos indivíduos em P' até que seja alcançado o número desejado de soluções. A linha 5 seleciona um par de indivíduos p_1 e p_2 para servirem como pais na linha 6, que implementa o mecanismo de cruzamento para obter a prole p_3 . A linha 7 executa o processo de mutação, criando a solução p_4 , a qual é incluída em P' na linha 8. Nas linhas 9 e 10 a população recém-criada torna-se população corrente em preparação para o início de uma nova geração. A linha 11 procura melhorar a qualidade da melhor solução na população corrente através da invocação de multi_oper , atualizando o melhor indivíduo global se preciso. Por último, a linha 12 retorna como saída do algoritmo a solução s^* .

Como consequência desta implementação, a seguinte lista de parâmetros modula o funcionamento dos processos evolutivos:

- pCr – Probabilidade de Reprodução;
- $pMut$ – Probabilidade de Mutação;
- $tPop$ – Quantidade de indivíduos da população;
- $gMax$ – Número máximo de gerações;
- $rElite$ – Percentual para aplicação do elitismo.

4.2.11 Algoritmo QGA

O Algoritmo QGA segue os mesmos passos de GA, mas inclui a inteligência do método *Q-learning* em sua lógica. Seu pseudocódigo encontra-se no Algoritmo 7.

Algoritmo QGA

```

1   $P \leftarrow \text{gera\_pop}(tPop); \quad s^* \leftarrow p_{min}$ 
2  Para  $i \leftarrow 1$  até  $gMax$  faça
3       $P' \leftarrow \text{elitismo}(P, rElite)$ 
4      Enquanto  $|P'| < tPop$  faça
5           $p_1, p_2 \leftarrow \text{selecao}(P)$ 
6           $p_3 \leftarrow \text{cruzamento}(p_1, p_2, pCr)$ 
7           $p_4 \leftarrow \text{qlearning}(p_3, gMax, \text{mutacao}(pMut))$ 
8           $P' \leftarrow P' \cup \{p_4\}$ 
9       $P \leftarrow P'$ 
10      $P' \leftarrow \emptyset$ 
11      $qmulti\_oper(p_{min}, s^*)$ 
12 Retorne  $s^*$ 

```

Algoritmo 7 – QGA.

Comparando com o Algoritmo GA, são duas as linhas modificadas. A linha 7 faz a chamada ao procedimento *qlearning* que recebe como entrada a solução a ser manipulada, o valor de $qSize = gMax$ para definição dos estados e o nome da função a ser invocada como aplicação da ação indicada, nesse caso a *mutacao* com probabilidade $pMut$. A linha 11 implementa o aprofundamento da otimização em torno do melhor indivíduo da população corrente p_{min} por meio do procedimento *qmulti_oper*, o que se dá com a aplicação dos operadores da Figura 5 conforme a ordem definida pela tabela Q, do menor para o maior valor.

Os parâmetros do algoritmo QGA controlam, além dos processos evolutivos, o funcionamento do procedimento *qlearning*:

- pCr – Probabilidade de Reprodução;
- $pMut$ – Probabilidade de Mutação;
- $tPop$ – Quantidade de indivíduos da população;
- $gMax$ – Número máximo de gerações;
- $rElite$ – Percentual para aplicação do elitismo;

- $qLearn$ – Taxa de aprendizado;
- $qDisco$ – Fator de desconto.

4.2.12 Algoritmo MA

O pseudocódigo do algoritmo MA é similar ao do algoritmo GA, mas ocorre a substituição do processo de mutação pela manifestação fenotípica e o procedimento é substituído *multi_oper* por *multi_oper_busca*. A manifestação é a busca local implementada por *oper_busca*, que sorteia e aplica uma das estruturas de vizinhança conforme exemplificado na Figura 6. A busca abrange várias soluções obtidas a partir da que está sendo manipulada, materializando, assim, a influência do meio através da exploração da vizinhança.

Algoritmo MA

```

1   $P \leftarrow gera\_pop(tPop); s^* \leftarrow p_{min}$ 
2  Para  $i \leftarrow 1$  até  $gMax$  faça
3       $P' \leftarrow elitismo(P, rElite)$ 
4      Enquanto  $|P'| < tPop$  faça
5           $p_1, p_2 \leftarrow selecao(P)$ 
6           $p_3 \leftarrow cruzamento(p_1, p_2, pCr)$ 
7           $p_4 \leftarrow oper\_busca(p_3)$ 
8           $P' \leftarrow P' \cup \{p_4\}$ 
9       $P \leftarrow P'$ 
10      $P' \leftarrow \emptyset$ 
11      $multi\_oper\_busca(p_{min}, s^*)$ 
12 Retorne  $s^*$ 

```

Algoritmo 8 – MA.

Deste ponto em diante, a utilização das buscas locais também poderá ser referenciada como passo Memético. O pseudocódigo do algoritmo MA encontra-se no Algoritmo 8. À exceção de $pMut$, referente ao processo de mutação, todos os parâmetros listados para o algoritmo GA são também utilizados algoritmo MA:

- pCr – Probabilidade de Reprodução;
- $tPop$ – Quantidade de indivíduos da população;
- $gMax$ – Número máximo de gerações;
- $rElite$ – Percentual para aplicação do elitismo.

4.2.13 Algoritmo QMA

O Algoritmo QMA agrega a MA os recursos do *Q-learning*. Seu pseudocódigo consta no Algoritmo 9. De modo similar ao que ocorre na comparação entre QGA e GA, as linhas 7 e 11 são modificadas para, respectivamente, executar: o procedimento *oper* encapsulado pelo procedimento *qlearning*, que define qual estrutura de vizinhança é utilizada a cada iteração, e o procedimento *qmulti_oper_busca*, que roda *oper_busca* para todas as seis vizinhanças seguindo a ordem definida pela tabela Q.

Algoritmo QMA

```

1   $P \leftarrow gera\_pop(tPop); s^* \leftarrow p_{min}$ 
2  Para  $i \leftarrow 1$  até  $gMax$  faça
3       $P' \leftarrow elitismo(P, rElite)$ 
4      Enquanto  $|P'| < tPop$  faça
5           $p_1, p_2 \leftarrow selecao(P)$ 
6           $p_3 \leftarrow cruzamento(p_1, p_2, pCr)$ 
7           $p_4 \leftarrow qlearning(p_3, gMax, oper\_busca)$ 
8           $P' \leftarrow P' \cup \{p_4\}$ 
9       $P \leftarrow P'$ 
10      $P' \leftarrow \emptyset$ 
11      $qmulti\_oper\_busca(p_{min}, s^*)$ 
12 Retorne  $s^*$ 

```

Algoritmo 9 – QMA.

Aos parâmetros descritos para o algoritmo MA, para o algoritmo QMA são adicionados os parâmetros relativos ao procedimento *qlearning*.

- pCr – Probabilidade de Reprodução;
- $tPop$ – Quantidade de indivíduos da população;
- $gMax$ – Número máximo de gerações;
- $rElite$ – Percentual para aplicação do elitismo;
- $qLearn$ – Taxa de aprendizado;
- $qDisco$ – Fator de desconto.

4.2.14 Algoritmo TA

O Algoritmo TA apresentado possui inspiração no Algoritmo TA1, concebido para o Problema do Caixeiro Alugador com Coleta de Prêmios por (MENEZES, 2014).

Nesta versão, a informação do procedimento *plasmideo* é proveniente de uma solução doadora armazenada no repositório *BIG*, que é formado por um subconjunto da população corrente contendo os indivíduos com melhor *fitness*. O procedimento pode ser executado em dois modos equiprováveis: *parcial* ou *total*.

Seja p uma solução da população P tendo como rota $V = (v_1, \dots, v_{n-1})$, omitindo a cidade origem do ciclo $v_0 = 1$ por simplicidade. Se um plasmídeo no modo *parcial* é invocado para manipular p , então uma solução d doadora de *BIG* é aleatoriamente escolhida em sorteio equiprovável, assim como um tamanho t no intervalo $[2; 0,4N]$ para o fragmento *info*. É também escolhida aleatoriamente a posição inicial k do fragmento tal que $1 \leq k < n - t$. Seja $F = (f_1, \dots, f_{N-1})$ a rota da solução d .

Nesse cenário, p é o hospedeiro, d é o endossimbionte e o fragmento de solução *info* é definido por $(f_{k+1}, \dots, f_{k+t})$. O procedimento se inicia excluindo de V todas as cidades que estejam presentes em *info*, obtendo desta forma $V' = (v'_1, \dots, v'_{n-t-1})$ onde $v'_i \neq f_j$, $1 \leq i < n - t$ e $k < j \leq k + t$. Então, são avaliadas todas as possíveis posições para inserção de *info* como um fragmento indivisível em V' com relação ao custo da nova rota considerando os pedágios ativados. Por exemplo, a inserção de *info* na segunda posição geraria a nova rota $R = (v'_1, v'_2, f_{k+1}, \dots, f_{k+t}, v'_3, \dots, v'_{n-t-1})$. Em seguida, a rota R recém-criada é carregada com passageiros por meio da invocação do procedimento PL. A solução com melhor *fitness* é retornada como saída do método.

Um exemplo do mecanismo de manipulação de rota promovido pelo método *plasmideo* encontra-se na Figura 10. Levando em conta que a cidade 1 na primeira posição está omitida, *info* é extraído de F na posição $k = 5$ e possui tamanho $t = 4$. As cidades constantes no fragmento são excluídas de V , gerando V' . O método então considera todas as possíveis posições para inserção de *info* em V' , avaliando as rotas R resultantes.

	info								
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8
V	9	5	2	8	10	6	3	7	4
V'	9	8	10	7	4				

	info								
R	3	5	2	6	9	8	10	7	4
R	9	3	5	2	6	8	10	7	4
R	9	8	3	5	2	6	10	7	4
R	9	8	10	3	5	2	6	7	4
R	9	8	10	7	3	5	2	6	4
R	9	8	10	7	4	3	5	2	6

	info								
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8

Figura 10 – Funcionamento do método *plasmideo* no modo *parcial*.

Já no modo *total*, ilustrado na Figura 11, a diferença reside no fato de que são considerados todos os possíveis valores para a posição inicial k do fragmento, ao invés de sortear um valor aleatoriamente. No exemplo, o fragmento *info* de tamanho $t = 2$ é extraído de F em todas as possíveis posições, e para cada configuração distinta é realizada análise mostrada na Figura 10, resultando em uma maior quantidade de soluções avaliadas.

	info								
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8
F	7	4	9	10	3	5	2	6	8

Figura 11 – Fragmentos considerados pelo método *plasmideo* no modo *total*.

O procedimento *transposon* é implementado por meio da aplicação de um dos operadores de vizinhança expostos em 4.2.1, escolhidos em sorteio aleatório equiprovável, à solução que está sendo manipulada (procedimento *oper*). Note-se que esta versão não implementa buscas locais, executando um movimento único de modificação da rota da solução, que em seguida é submetida ao procedimento PL para que receba passageiros.

O pseudocódigo do algoritmo TA pode ser consultado no Algoritmo 10.

Algoritmo TA

```

1   $P \leftarrow \text{gera\_pop}(tPop); s^* \leftarrow p_{min}$ 
2  Para  $i \leftarrow 1$  até  $itMax$  faça
3       $sTrend \leftarrow i * estMax$ 
4      Para  $j \leftarrow 1$  até  $estMax$  faça
5           $BIG \leftarrow best(P, tBIG)$ 
6          Para  $p \in P$  faça
7               $rTrend \leftarrow random(1, itMax * estMax)$ 
8              Se  $rTrend > sTrend$ 
9                   $p \leftarrow plasmideo(selecao(BIG), p)$ 
10             Senão
11                  $p \leftarrow transposon(p)$ 
12      $multi\_oper(p_{min}, s^*)$ 
13 Retorne  $s^*$ 

```

Algoritmo 10 – TA.

Quando o algoritmo TA é inicializado, há uma tendência programada para favorecer a execução do procedimento *plasmideo* com relação a *transposon* visando enriquecer a população com informações de qualidade. À medida que o algoritmo prossegue, esta tendência vai sendo gradualmente revertida em favor da execução do procedimento *transposon*. Isto é implementado por meio da atualização das variáveis auxiliares inteiras *sTrend* e *rTrend* em cada estágio evolucionário. O valor de *sTrend* é, no mínimo, $1 * estMax$ e vai sendo incrementado através do contador de iteração *i* até $itMax * estMax$, enquanto *rTrend* é um número escolhido aleatoriamente no intervalo $[1; itMax * estMax]$. O método *plasmideo* é executado caso $rTrend > sTrend$ e o método *transposon* executado caso contrário. Dessa forma, a probabilidade de escolha do *transposon* é dada por $i/itMax$.

A linha 1 inicializa a população P e a melhor solução global s^* . As linhas 2 a 12 compreendem o laço externo que executa as iterações. A linha 3 atualiza $sTrend$, a primeira das variáveis que realiza o controle da tendência entre os vetores transgenéticos. O laço do meio é formado pelas linhas 4 a 11, o qual implementa os estágios evolucionários. A linha 5 atualiza o repositório BIG com as melhores $tBIG$ soluções de P . O laço interno é composto pelas linhas 6 a 11, que modificam cada indivíduo da população corrente, gerando dessa forma uma nova população inteiramente diferente. A segunda variável de controle da tendência entre os vetores, $rTrend$, é atualizada na linha 7 e comparada com $sTrend$ na linha seguinte. As linhas 8 a 11 decidem, de acordo com o mecanismo da tendência, qual dos procedimentos *plasmideo* ou *transposon* irá manipular o indivíduo em questão. A linha 9 executa a aplicação do procedimento *plasmideo* à solução p , utilizando para isso a solução doadora representada por $selecao(BIG)$, onde *selecao* é o procedimento de seleção por torneio binário detalhado na seção 4.2.10. A linha 12 aplica o procedimento *multi_operador* à melhor solução p_{min} da população vigente, atualizando a melhor solução global s^* se necessário. O algoritmo se conclui na linha 13, retornando como saída o melhor indivíduo global representado pela solução s^* .

A implementação executada para o algoritmo TA considerou os parâmetros a seguir:

- $tPop$ – Quantidade de indivíduos da população;
- $tBIG$ – Percentual da população que define a quantidade de indivíduos de BIG;
- $itMax$ – Quantidade máxima de iterações;
- $estMax$ – Quantidade máxima de estágios evolucionários.

4.2.15 Algoritmo QTA

O Algoritmo QTA reflete a utilização do *Q-learning* no algoritmo TA e as diferenças entre eles são as mesmas que as observadas entre GA e QGA, apresentadas na seção 4.2.11.

O pseudocódigo de QTA está exposto no Algoritmo 11. Observe-se que, como em TA há dois controles de iterações, a linha 11 invoca *qlearning* com $qSize = itMax * estMax$.

Algoritmo QTA

```

1   $P \leftarrow gera\_pop(tPop); s^* \leftarrow p_{min}$ 
2  Para  $i \leftarrow 1$  até  $itMax$  faça
3       $sTrend \leftarrow i * estMax$ 
4      Para  $j \leftarrow 1$  até  $estMax$  faça
5           $BIG \leftarrow best(P, tBIG)$ 
6          Para  $p \in P$  faça
7               $rTrend \leftarrow random(1, itMax * estMax)$ 
8              Se  $rTrend > sTrend$ 
9                   $p \leftarrow plasmideo(selecao(BIG), p)$ 
10             Senão
11                  $p \leftarrow qlearning(p, itMax * estMax, transposon)$ 
12          $qmulti\_oper(p_{min}, s^*)$ 
13 Retorne  $s^*$ 

```

Algoritmo 11 – QTA.

A lista de parâmetros do algoritmo QTA é a mesma de TA com a adição dos parâmetros de controle da técnica *Q-learning*.

- $tPop$ – Quantidade de indivíduos da população;
- $tBIG$ – Percentual da população que define a quantidade de indivíduos de BIG;
- $itMax$ – Quantidade máxima de iterações;
- $estMax$ – Quantidade máxima de estágios evolucionários;
- $qLearn$ – Taxa de aprendizado;
- $qDisco$ – Fator de desconto.

4.2.16 Algoritmo TMA

O Algoritmo TMA foi elaborado com a base do Algoritmo TA objetivando a inclusão do passo Memético empregado no Algoritmo MA. Idêntica à relação entre os procedimentos de *mutacao*, que faz uma única chamada a *oper*, e *oper_busca*, que executa busca local, é a relação entre *transposon* e o método que o substitui em TMA, o *transposon_busca*.

A estratégia é enriquecer o processo evolucionário de transmissão lateral de genes da Transgenética Computacional incluindo a influência do meio abordada na meta-heurística Memética. A lista de parâmetros de TMA é a mesma de TA.

O detalhamento exposto na seção 4.2.14 também é válido para TMA. As linhas são idênticas exceto pela linha 11, que implementa a troca de *transposon* por *transposon_busca*, e pela linha 12, que substitui *multi_oper* por *multi_oper_busca*. O Algoritmo 12 exhibe o pseudocódigo do algoritmo TMA.

Algoritmo TMA

```

1   $P \leftarrow \text{gera\_pop}(tPop); s^* \leftarrow p_{min}$ 
2  Para  $i \leftarrow 1$  até  $itMax$  faça
3       $sTrend \leftarrow i * estMax$ 
4      Para  $j \leftarrow 1$  até  $estMax$  faça
5           $BIG \leftarrow best(P, tBIG)$ 
6          Para  $p \in P$  faça
7               $rTrend \leftarrow random(1, itMax * estMax)$ 
8              Se  $rTrend > sTrend$ 
9                   $p \leftarrow plasmideo(selecao(BIG), p)$ 
10             Senão
11                  $p \leftarrow transposon\_busca(p)$ 
12          $multi\_oper\_busca(p_{min}, s^*)$ 
13 Retorne  $s^*$ 

```

Algoritmo 12 – TMA.

O algoritmo TMA é modulado pelos mesmos parâmetros citados no algoritmo TA.

- $tPop$ – Quantidade de indivíduos da população;
- $tBIG$ – Percentual da população que define a quantidade de indivíduos de BIG;
- $itMax$ – Quantidade máxima de iterações;
- $estMax$ – Quantidade máxima de estágios evolucionários.

4.2.17 Algoritmo QTMA

O Algoritmo QTMA é definido a partir da incorporação da técnica *Q-learning* na lógica do Algoritmo TMA. A relação existente entre QTMA e TMA é semelhante àquela entre QTA e TA. Seu pseudocódigo pode ser consultado no Algoritmo 13.

Algoritmo QTMA

```

1   $P \leftarrow \text{gera\_pop}(tPop); s^* \leftarrow p_{min}$ 
2  Para  $i \leftarrow 1$  até  $itMax$  faça
3       $sTrend \leftarrow i * estMax$ 
4      Para  $j \leftarrow 1$  até  $estMax$  faça
5           $BIG \leftarrow \text{best}(P, tBIG)$ 
6          Para  $p \in P$  faça
7               $rTrend \leftarrow \text{random}(1, itMax * estMax)$ 
8              Se  $rTrend > sTrend$ 
9                   $p \leftarrow \text{plasmideo}(\text{selecao}(BIG), p)$ 
10             Senão
11                  $p \leftarrow \text{qlearning}(p, itMax * estMax, \text{transposon\_busca})$ 
12          $qmulti\_oper\_busca(p_{min}, s^*)$ 
13 Retorne  $s^*$ 

```

Algoritmo 13 – QTMA.

A listagem de parâmetros do algoritmo QTMA é a mesma de QTA:

- $tPop$ – Quantidade de indivíduos da população;
- $tBIG$ – Percentual da população que define a quantidade de indivíduos de BIG;
- $itMax$ – Quantidade máxima de iterações;
- $estMax$ – Quantidade máxima de estágios evolucionários;
- $qLearn$ – Taxa de aprendizado;
- $qDisco$ – Fator de desconto.

4.2.18 Algoritmo HMA

O Algoritmo HMA surge com o intuito de conceber uma estratégia que promova a união entre: (i) a transferência lateral de genes promovida pela Transgenética Computacional, (ii) a transferência vertical de genes do mecanismo de Cruzamento, e (iii) o passo Memético.

A ideia para uma implementação híbrida de elementos dos demais algoritmos evolucionários teve como inspiração o Algoritmo EH1 de (MENEZES, 2014). Aqui, a reprodução do endossimbionte é explorada como uma das possibilidades para manipulação de soluções que ocorre no laço mais interno. O pseudocódigo de HMA consta no Algoritmo 14.

Algoritmo HMA

```

1   $P \leftarrow \text{gera\_pop}(tPop); s^* \leftarrow p_{min}$ 
2  Para  $i \leftarrow 1$  até  $itMax$  faça
3       $sTrend \leftarrow i * estMax$ 
4      Para  $j \leftarrow 1$  até  $estMax$  faça
5           $BIG \leftarrow best(P, tBIG)$ 
6          Para  $p \in P$  faça
7               $rTrend \leftarrow random(1, itMax * estMax)$ 
8              Se  $pCr > random(1,100)$ 
9                   $p \leftarrow \text{cruzamento}(selecao(BIG), p)$ 
10             Senão Se  $rTrend > sTrend$ 
11                  $p \leftarrow \text{plasmideo}(selecao(BIG), p)$ 
12             Senão
13                  $p \leftarrow \text{transposon\_busca}(p)$ 
14      $multi\_oper\_busca(p_{min}, s^*)$ 
15 Retorne  $s^*$ 

```

Algoritmo 14 – HMA.

As linhas 8 e 9 do pseudocódigo de HMA representam a diferença com relação ao pseudocódigo de TMA. Elas fazem a verificação da probabilidade pCr e a chamada do método *cruzamento* para o endossimbionte, representado por *selecao(BIG)*, e a solução corrente p , sendo a solução anterior substituída pela resultante. Caso a verificação de probabilidade seja contrária à execução da reprodução, então o esquema de tendência do Algoritmo TMA segue com a execução de *plasmideo* ou *transposon_busca*.

Com relação aos parâmetros que controlam o funcionamento do algoritmo HMA, são empregados os parâmetros do algoritmo TA com a inclusão da probabilidade pCr :

- pCr – Probabilidade de Reprodução;
- $tPop$ – Quantidade de indivíduos da população;
- $tBIG$ – Percentual da população que define a quantidade de indivíduos de BIG;
- $itMax$ – Quantidade máxima de iterações;
- $estMax$ – Quantidade máxima de estágios evolucionários.

4.2.19 Algoritmo QHMA

Seguindo o mesmo raciocínio para os algoritmos anteriormente apresentados, o Algoritmo QHMA adiciona os elementos do *Q-learning* a HMA. O pseudocódigo de QHMA encontra-se no Algoritmo 15. Em comparação com HMA, as linhas 13 e 14 diferem por fazerem a invocação de *qlearning* e *qmulti_oper_busca*.

Algoritmo QHMA

```

1   $P \leftarrow gera\_pop(tPop); s^* \leftarrow p_{min}$ 
2  Para  $i \leftarrow 1$  até  $itMax$  faça
3       $sTrend \leftarrow i * estMax$ 
4      Para  $j \leftarrow 1$  até  $estMax$  faça
5           $BIG \leftarrow best(P, tBIG)$ 
6          Para  $p \in P$  faça
7               $rTrend \leftarrow random(1, itMax * estMax)$ 
8              Se  $pCr > random(1,100)$ 
9                   $p \leftarrow cruzamento(selecao(BIG), p)$ 
10             Senão Se  $rTrend > sTrend$ 
11                  $p \leftarrow plasmideo(selecao(BIG), p)$ 
12             Senão
13                  $p \leftarrow qlearning(p, itMax * estMax, transposon\_busca)$ 
14              $qmulti\_oper\_busca(p_{min}, s^*)$ 
15 Retorne  $s^*$ 

```

Algoritmo 15 – QHMA.

O algoritmo QHMA requer os parâmetros já listados para HMA somados àqueles que controlam o funcionamento do procedimento *qlearning*.

- *pCr* – Probabilidade de Reprodução;
- *tPop* – Quantidade de indivíduos da população;
- *tBIG* – Percentual da população que define a quantidade de indivíduos de BIG;
- *itMax* – Quantidade máxima de iterações;
- *estMax* – Quantidade máxima de estágios evolucionários;
- *qLearn* – Taxa de aprendizado;
- *qDisco* – Fator de desconto.

4.2.20 Resumo de Características

Consta na Tabela 3 um quadro que organiza as características empregadas em cada algoritmo. Os recursos algorítmicos listados são: a alocação ótima de passageiros para rotas fixas, *eOPT*, conforme seções 3.3.2 e 4.2.7; a busca em profundidade abordada na seção 4.2.3; as buscas locais tratadas na seção 4.2.2; a reprodução ou cruzamento de soluções conforme seção 4.2.10; e a aplicação da técnica *Q-learning* seguindo o exposto em 4.1.4 e 4.2.4.

Tabela 3 – Quadro-Resumo de Características dos Algoritmos Heurísticos

	GA	QGA	MA	QMA	TA	QTA	TMA	QTMA	HMA	QHMA
<i>Alocação Ótima eOPT</i>	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
<i>Busca em Profundidade</i>	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
<i>Busca Local</i>			*	*			*	*	*	*
<i>Cruzamento</i>	*	*	*	*					*	*
<i>Q-learning</i>		*		*		*		*		*

5 Experimentos Computacionais

Com o propósito de suportar investigações práticas sobre o desempenho das estratégias de solução desenvolvidas, bem como compará-las entre si nos quesitos de alcance de soluções ótimas e utilização de recursos computacionais, foram conduzidos experimentos.

A presente validação considera o banco de instâncias apresentado em 2.3 com número de cidades N igual a 10, 20, 30, 50 e 100, totalizando 200 casos de teste. Os códigos foram elaborados na linguagem C++ e as execuções dos programas se deram seguinte ambiente:

Tabela 4 – Configurações do Ambiente de Testes.

Tipo	Configuração
Sistema Operacional	CentOS 7.9
Processador	2 Intel Xeon Gold 6148 @ 2,40GHz
Memória	384 GB
Compilador	GCC v4.8.5
Parâmetros de Compilação	<i>-std=c++11 -Ofast -march=native -pthread</i>

Este capítulo separa as execuções dos métodos de solução em duas seções, uma sobre os modelos matemáticos e outra a respeito dos algoritmos heurísticos. Cada seção trata das especificidades da metodologia adotada, das etapas envolvidas e da discussão de resultados.

A versão completa das tabelas contendo os resultados numéricos apresentados neste capítulo pode ser consultada nos Apêndices.

5.1 Execução dos Modelos Matemáticos

Esta seção versa sobre a etapa de validação computacional em que as formulações matemáticas foram implementadas no *solver* Gurobi (GUROBI OPTIMIZATION, 2023).

Os modelos abaixo foram executados como métodos exatos de solução do PCV-MPL:

- a) NON
- b) LIN
- c) LIN-LZY
- d) NON-PWL
- e) NON-LZY-PWL
- f) NON-LZY-PWL-LIN
- g) NON-LZY-PWL-JMP
- h) NON-LZY-PWL-DES
- i) NON-LZY-PWL-DES-RM6
- j) NON-LZY-PWL-DES-ST1

5.1.1 Metodologia de Testes

A execução dos modelos matemáticos utilizou 32 *threads* paralelas, uma vez que a configuração padrão do *solver* faz uso de todos os processadores disponíveis. As execuções tiveram um limite de tempo de 80.000 segundos para encontrar as soluções.

Quanto às instâncias, foram consideradas todos os problemas de tamanhos 10, 20, 30 e 50. As execuções foram divididas em duas etapas. Na primeira delas, os dez modelos citados resolveram as instâncias de tamanho 30 ou menor. Na segunda, as três formulações com melhores resultados foram utilizadas para resolver os problemas de tamanho 50.

Os objetivos em se implementar os modelos foram: a busca por soluções ótimas e a obtenção de uma medida do grau de dificuldade do problema. As soluções encontradas por este caminho, utilizando métodos exatos executados com um longo tempo limite, servem como referencial numérico de boa qualidade.

5.1.2 Discussão de Resultados

Todos os modelos foram capazes de determinar a solução ótima para instâncias de tamanho 10. A partir do tamanho 20, porém, já não foi possível encontrar os ótimos para todas as instâncias, com o melhor modelo tendo sido capaz de encontrar o ótimo em 37 dos 40 casos teste. E em problemas com 30 cidades, o modelo com melhor desempenho conseguiu encontrar a solução ótima em 23 das 40 instâncias.

Tabela 5 – Resultados dos Modelos Matemáticos – 10, 20 e 30 cidades.

Modelo	Nº Ótimos	Gap Méd. (%)	Méd. Sol.	Tempo Méd. (s)
NON	40	47,582	870,147	53910
LIN	86	1,682	656,951	29313
LIN-LZY	87	1,811	657,254	28340
NON-PWL	95	1,418	658,626	24703
NON-LZY-PWL	97	1,851	667,300	24266
NON-LZY-PWL-LIN	76	6,090	695,227	34621
NON-LZY-PWL-JMP	97	1,853	667,306	24249
NON-LZY-PWL-DES	98	1,454	667,850	23572
NON-LZY-PWL-DES-RM6	78	3,210	672,973	32519
NON-LZY-PWL-DES-ST1	100	1,724	669,749	23035

A Tabela 5 contém os resultados gerais dos modelos matemáticos para as 120 instâncias de tamanho 30 ou menor. A primeira coluna expõe o nome da formulação. A segunda coluna contém o número de instâncias para as quais foi possível encontrar o ótimo. As três colunas a seguir indicam as médias das seguintes métricas: *gap* reportado pelo *solver*, custo de solução e tempo de processamento.

Analisando os dados, podemos observar que o modelo com pior desempenho foi NON, para todos os quesitos. Com relação ao número de casos teste com solução ótima, a formulação NON-LZY-PWL-DES-ST1 foi a que conseguiu resolver mais instâncias, num total de 100 problemas. Logo em seguida está o modelo NON-LZY-PWL-DES, com 98 problemas. Analisando o *gap* médio, o modelo com melhor desempenho foi NON-PWL, com 1,418%. Em seguida vem a modelagem NON-LZY-PWL-DES, com 1,454%, e o modelo LIN, com 1,682%.

Já considerando o critério do custo médio das soluções, o melhor modelo foi LIN, sendo seguido por LIN-LZY. Observando o tempo médio de processamento na última coluna, a modelagem com melhor desempenho foi NON-LZY-PWL-DES-ST1 e a segunda melhor foi a formulação NON-LZY-PWL-DES. Desse modo, considerando os dados reportados, os três melhores modelos foram: NON-LZY-PWL-DES-ST1, NON-LZY-PWL-DES e LIN.

A Tabela 6 apresenta os dados obtidos com a execução dos três melhores modelos da etapa inicial para o conjunto de 40 problemas com 50 cidades. Nenhum dos modelos foi capaz de determinar ótimos para este conjunto de instâncias. As colunas representam as mesmas métricas da Tabela 5, com exceção da segunda coluna, utilizada para indicar o número de casos teste em que foi possível encontrar pelo menos uma solução válida para o problema.

Tabela 6 – Resultados dos Modelos Matemáticos – 50 cidades.

Modelo	Nº Soluções	Gap Méd. (%)	Méd. Sol.	Tempo Méd. (s)
LIN	33	50,244	5423,006	80000
NON-LZY-PWL-DES	5	55,442	6573,198	80000
NON-LZY-PWL-DES-ST1	34	21,973	1411,537	80000

Os dados mostram que a formulação NON-LZY-PWL-DES-ST1 foi a que demonstrou melhor desempenho em todos os quesitos, encontrando pelo menos uma solução para 34 dentre os 40 problemas. Já o modelo NON-LZY-PWL-DES foi o pior dentre os três modelos, encontrando pelo menos uma solução somente para 5 problemas, além de apresentar os maiores valores para o *gap* médio e tempo médio.

5.2 Execução dos Algoritmos

Esta seção trata dos experimentos computacionais envolvendo os algoritmos heurísticos desenvolvidos. São apresentadas a metodologia adotada e as etapas de calibração dos parâmetros, discussão de resultados e análise dinâmica.

5.2.1 Metodologia de Testes

Para os algoritmos heurísticos, as instâncias foram divididas em dois agrupamentos. Uma partição, denominada conjunto de treinamento, é composta por 40 instâncias simétricas e assimétricas cujo identificador numérico é “05”. As demais, com identificadores numéricos de “01” a “04”, fazem parte do conjunto base. Esta divisão é necessária por conta do processo de ajuste automático de parâmetros, de modo a prevenir o *overfitting* dos valores escolhidos.

Esta etapa da compreende a obtenção de soluções dos problemas por meio dos algoritmos expostos em 4.2. Foram realizados três experimentos utilizando as instâncias do conjunto base, já descritos como experimentos A, B e C. Em todos os experimentos foram conduzidas 30 execuções independentes de cada algoritmo para cada instância.

Para A, o critério de parada foi definido pelos parâmetros que controlam o número máximo de iterações (*gMax* ou *itMax*, dependendo do algoritmo). O propósito deste experimento foi comparar os resultados do *solver* e os algoritmos heurísticos, aproveitando os dados obtidos também para compará-los entre si de modo preliminar.

Para B, o critério de parada foi o limite de $7500 * N$ avaliações da função objetivo para cada execução. A decisão por adotar um controle proporcional ao tamanho do problema N busca enriquecer a análise, dado que uma maior quantidade de cidades gera uma maior quantidade de soluções. O experimento B visou aprofundar comparação dos algoritmos, dado que todos eles receberam os mesmos recursos, isto é, o mesmo número limite de avaliações da função objetivo, mitigando desta forma qualquer influência dos valores ajustados dos parâmetros de controle do número máximo de iterações.

Para C, foi adotado como condição de parada o limite de $2500 * N$ avaliações da função objetivo contadas desde que a melhor solução global corrente foi encontrada, ou seja, o número de soluções geradas sem que haja melhoria. A ideia é estabelecer um critério alternativo para comparação dos algoritmos, dado que a execução é interrompida quando um ótimo local é alcançado e permanece como melhor solução por um número fixo de avaliações.

Foram reportados os seguintes valores: x_{min} , a melhor solução encontrada para cada algoritmo e instância; a quantidade de instâncias em que $x_{min} \leq x_S$, onde x_S representa a solução encontrada pelo *solver* (x_S pode ser o ótimo, se o programa tiver sido capaz de resolvê-lo em um tempo de processamento menor que 80.000s, ou a melhor solução encontrada até que este tempo limite tenha se passado); e o tempo médio de processamento em segundos, T_m .

Ao comparar x_{min} com x_S foi possível encontrar x^* , a melhor solução conhecida para cada instância considerando o escopo do presente conjunto de experimentos.

Para a primeira fase da análise estatística foi adotado o teste Friedman *Aligned Ranks*, uma versão avançada do teste de Friedman. Trata-se de um teste estatístico não paramétrico para a verificação de diferenças em mais de dois conjuntos de dados (DERRAC; GARCÍA; MOLINA; HERRERA, 2011). O teste foi aplicado, para cada grupo de instâncias exposto na Tabela 2, ao afastamento Δ definido pela expressão (246) e ao tempo de processamento T medido em segundos.

$$\Delta = \frac{x}{x^*} - 1 \quad (246)$$

O nível de significância utilizado foi 5%. A hipótese nula foi que não havia diferenças significativas entre os grupos comparados. Caso este primeiro teste apontasse a existência de diferenças significativas, então uma segunda fase de análise seria realizada com o teste *post-hoc* Friedman *Aligned Ranks* com a correção de Shaffer para comparações em pares.

Se então este segundo teste resultasse como significativo para um grupo considerando um par de algoritmos, então a conclusão seria que uma das heurísticas teve desempenho significativamente melhor que o outro. Nesse contexto, um menor valor da mediana foi utilizado como indicação de desempenho superior.

5.2.2 Ajuste de parâmetros

O emprego de algoritmos heurísticos requer a determinação de valores numéricos para os parâmetros que definem o funcionamento das meta-heurísticas. Isso porque o algoritmo simula um cenário com infinitas possibilidades de comportamento, refletindo a entropia do mundo real. Os parâmetros conferem controle ao cenário que está sendo mimetizado pelo algoritmo para solucionar o problema.

É importante que o cenário controlado não esteja ajustado aos problemas que serão resolvidos, evitando o *overfitting*. É desejável que o processo de ajuste seja feito utilizando um método que reduza o grau de subjetividade da escolha dos valores numéricos dos parâmetros.

Nesta pesquisa, o ajuste de parâmetros foi executado por meio da ferramenta *irace*, de *iterated race* (LÓPEZ-IBÁÑEZ; DUBOIS-LACOSTE; STÜTZLE; BIRATTARI, 2011). Os autores a definem como uma ferramenta de configuração automática de algoritmos. A ferramenta recebe um binário, um conjunto de instâncias, o número limite de experimentos, a lista de parâmetros a serem ajustados e os respectivos intervalos ou listas de valores possíveis.

A execução do *irace* foi realizada com número limite de experimentos igual a 10^4 , sem tempo limite. Somente instâncias do conjunto de treinamento foram utilizados neste processo. Para cada algoritmo, o processo retorna valores numéricos dos parâmetros que apresentam evidências estatísticas no sentido de minimização das soluções retornadas. Constam na Tabela 7 os intervalos disponibilizados e os valores dos parâmetros que foram selecionados.

Tabela 7 – Parâmetros dos Algoritmos Experimentais.

Algoritmo	Parâmetro	Intervalo	Selecionado
GA	<i>pCr</i>	[60; 90]	71
GA	<i>pMut</i>	[1; 20]	18
GA	<i>tPop</i>	[1000; 2000]	1824
GA	<i>gMax</i>	[25; 75]	68
GA	<i>rElite</i>	[5; 20]	17
QGA	<i>pCr</i>	[60; 90]	86
QGA	<i>pMut</i>	[1; 20]	18
QGA	<i>tPop</i>	[1000; 2000]	1982
QGA	<i>gMax</i>	[25; 75]	66
QGA	<i>rElite</i>	[5; 20]	15
QGA	<i>qLearn</i>	[0,1; 0,5]	0,2
QGA	<i>qDisco</i>	[0,7; 0,9]	0,9
MA	<i>pCr</i>	[60; 90]	66
MA	<i>tPop</i>	[100; 200]	140

Algoritmo	Parâmetro	Intervalo	Selecionado
MA	<i>gMax</i>	[25; 75]	62
MA	<i>rElite</i>	[5; 20]	13
QMA	<i>pCr</i>	[60; 90]	84
QMA	<i>tPop</i>	[100; 200]	155
QMA	<i>gMax</i>	[25; 75]	65
QMA	<i>rElite</i>	[5; 20]	9
QMA	<i>qLearn</i>	[0,1; 0,5]	0,1
QMA	<i>qDisco</i>	[0,7; 0,9]	0,9
TA	<i>tPop</i>	[100; 200]	155
TA	<i>itMax</i>	[15; 30]	28
TA	<i>estMax</i>	[5; 10]	9
TA	<i>tBIG</i>	[20; 40]	22
QTA	<i>tPop</i>	[100; 200]	134
QTA	<i>itMax</i>	[15; 30]	30
QTA	<i>estMax</i>	[5; 10]	10
QTA	<i>tBIG</i>	[20; 40]	33
QTA	<i>qLearn</i>	[0,1; 0,5]	0,5
QTA	<i>qDisco</i>	[0,7; 0,9]	0,7
TMA	<i>tPop</i>	[50; 100]	94
TMA	<i>itMax</i>	[15; 30]	24
TMA	<i>estMax</i>	[5; 10]	10
TMA	<i>tBIG</i>	[20; 40]	31
QTMA	<i>tPop</i>	[50; 100]	77
QTMA	<i>itMax</i>	[15; 30]	25
QTMA	<i>estMax</i>	[5; 10]	10
QTMA	<i>tBIG</i>	[20; 40]	35
QTMA	<i>qLearn</i>	[0,1; 0,5]	0,2
QTMA	<i>qDisco</i>	[0,7; 0,9]	0,8
HMA	<i>tPop</i>	[50; 100]	72

Algoritmo	Parâmetro	Intervalo	Selecionado
HMA	<i>itMax</i>	[15; 30]	28
HMA	<i>estMax</i>	[5; 10]	9
HMA	<i>tBIG</i>	[20; 40]	27
HMA	<i>pCr</i>	[1; 5]	1
QHMA	<i>tPop</i>	[50; 100]	97
QHMA	<i>itMax</i>	[15; 30]	26
QHMA	<i>estMax</i>	[5; 10]	10
QHMA	<i>tBIG</i>	[20; 40]	27
QHMA	<i>pCr</i>	[1; 5]	3
QHMA	<i>qLearn</i>	[0,1; 0,5]	0,2
QHMA	<i>qDisco</i>	[0,7; 0,9]	0,7

5.2.3 Discussão de Resultados

As Tabelas 8, 9 e 10 mostram os resultados gerais dos experimentos A, B e C, respectivamente. A primeira coluna mostra o algoritmo, a segunda exibe o número de casos de teste em que x_{min} alcançou ou superou x_s , uma contagem relativa às 96 instâncias do conjunto base de tamanhos 10, 20, 30 e 50. A terceira coluna contém a média dos tempos médios de processamento, em segundos. As instâncias de tamanho 100 não estão sendo consideradas nesta contagem pois os modelos não foram capazes de encontrar soluções para todas as instâncias de tais tamanhos.

Considerando o experimento A, TMA apresentou o melhor desempenho quanto à qualidade de solução, sendo acompanhado por QTMA e HMA. Considerando tempo, HMA foi o melhor, sendo seguido por TA e MA.

Analisando o experimento B, QHMA foi o algoritmo que teve desempenho melhor considerando a qualidade de solução, vindo em seguida os algoritmos HMA e MA. Com relação ao tempo de processamento, QTMA foi o melhor, acompanhado por TMA e HMA.

Já no experimento C, QMA foi o algoritmo que se mostrou superior aos demais considerando qualidade de solução, com os algoritmos QHMA, TMA e MA vindo em seguida. Analisando o tempo de processamento, os melhores três algoritmos foram TA, QTA e QTMA.

Tabela 8 – Resultados Gerais – Experimento A.

Algoritmo	Nº de Instâncias em que $x_{min} \leq x_S$	Média de $T_m(s)$
GA	49	4,84
QGA	51	6,03
MA	55	4,62
QMA	55	5,47
TA	54	4,56
QTA	53	4,62
TMA	60	5,06
QTMA	59	4,68
HMA	59	4,51
QHMA	58	5,88

Tabela 9 – Resultados Gerais – Experimento B.

Algoritmo	Nº de Instâncias em que $x_{min} \leq x_S$	Média de $T_m(s)$
GA	46	4,41
QGA	46	5,15
MA	56	4,36
QMA	55	4,52
TA	53	4,19
QTA	50	4,19
TMA	53	3,18
QTMA	55	3,16
HMA	57	3,19
QHMA	59	3,50

Tabela 10 – Resultados Gerais – Experimento C.

Algoritmo	Nº de Instâncias em que $x_{min} \leq x_S$	Média de $T_m(s)$
GA	48	4,07
QGA	44	4,83
MA	55	4,14
QMA	57	4,91
TA	50	3,58
QTA	48	3,68
TMA	55	3,84
QTMA	54	3,74
HMA	54	3,88
QHMA	56	4,55

As métricas de variabilidade expostas até aqui indicam um certo grau de equilíbrio, com uma leve superioridade apontando para o algoritmo QHMA.

Os testes estatísticos consideraram os resultados para as instâncias de tamanho até 100. As análises foram realizadas adotando critério de agrupamento conforme exposto na Tabela 2. O teste Friedman *Aligned Ranks* indicou a existência de diferenças significativas para todos os grupos, de modo que pôde ser conduzida a análise subsequente através do teste *post-hoc* Friedman *Aligned Ranks* com a correção de Shaffer.

As próximas seis tabelas contêm os resultados desta análise par a par. Os valores expostos são o número de grupos em que o teste *post-hoc* demonstrou a existência de diferenças significativas, refutando a hipótese nula. Tais valores indicam o número de grupos em que o algoritmo que consta na linha teve desempenho superior ao do algoritmo que se encontra na coluna. A coluna mais à direita calcula o somatório de cada linha, representando o total de vitórias do algoritmo associado à linha. Dado que são 40 grupos e cada par entre os dez algoritmos é comparado, o máximo número reportado é 360.

Dados referentes ao afastamento no experimento A são encontrados na Tabela 11, os quais demonstram a superioridade do algoritmo QTMA no quesito qualidade de solução, vindo TMA logo em seguida. A Tabela 12 também considera o experimento A, reportando resultados relativos ao tempo de processamento. Estes, por outro lado, indicam que MA e GA foram os algoritmos que consumiram menos recursos.

Tabela 11 – Análise Estatística para o Afastamento – Experimento A.

	GA	QGA	MA	QMA	TA	QTA	TMA	QTMA	HMA	QHMA	Total
GA	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
QGA	0	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MA	35	36	-	0	23	22	0	0	0	0	116
QMA	38	37	3	-	26	24	0	0	0	0	128
TA	34	27	5	4	-	0	0	0	0	0	70
QTA	35	28	5	5	0	-	0	0	0	0	73
TMA	40	40	34	28	34	35	-	0	3	13	227
QTMA	40	40	36	29	34	35	0	-	5	13	232
HMA	40	40	23	16	34	32	0	0	-	2	187
QHMA	40	40	20	16	30	32	0	1	0	-	179

Tabela 12 – Análise Estatística para o Tempo – Experimento A.

	GA	QGA	MA	QMA	TA	QTA	TMA	QTMA	HMA	QHMA	Total
GA	-	29	16	22	15	16	18	15	15	24	170
QGA	0	-	8	13	9	9	10	10	8	14	81
MA	17	25	-	33	7	10	22	18	14	26	172
QMA	12	17	0	-	1	3	9	4	5	16	67
TA	18	28	9	29	-	0	28	14	13	30	169
QTA	18	27	9	28	0	-	25	12	9	31	159
TMA	14	23	3	14	2	4	-	0	1	28	89
QTMA	17	25	7	19	3	5	10	-	2	29	117
HMA	18	26	12	25	6	7	17	7	-	34	152
QHMA	5	16	1	7	0	0	4	3	0	-	36

Sobre o experimento B, encontram-se na Tabela 13 os dados relacionados ao afastamento. Mais uma vez, o algoritmo QTMA mostra-se superior ao obter soluções de melhor qualidade que seus pares, ficando HMA como segundo melhor. A Tabela 14 expõe os resultados da análise do tempo de processamento no experimento B. Nesse caso, os algoritmos TMA e QTMA consumiram menos recursos computacionais que os demais. Trata-se de raro cenário, pois QTMA liderou na análise do afastamento e ficou muito perto de fazê-lo para o tempo de processamento.

Tabela 13 – Análise Estatística para o Afastamento – Experimento B.

	GA	QGA	MA	QMA	TA	QTA	TMA	QTMA	HMA	QHMA	Total
GA	-	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
QGA	1	-	0	0	0	0	0	0	0	0	1
MA	38	39	-	5	25	25	1	0	0	6	139
QMA	40	38	0	-	24	23	1	0	0	0	126
TA	30	25	3	2	-	0	0	0	0	0	60
QTA	34	26	2	4	0	-	0	0	0	0	66
TMA	40	40	10	13	35	33	-	0	0	4	175
QTMA	40	40	15	18	36	35	1	-	1	7	193
HMA	40	40	15	14	34	35	0	0	-	2	180
QHMA	40	39	11	13	33	31	1	1	0	-	169

Tabela 14 – Análise Estatística para o Tempo – Experimento B.

	GA	QGA	MA	QMA	TA	QTA	TMA	QTMA	HMA	QHMA	Total
GA	-	23	15	17	13	11	6	7	7	10	109
QGA	2	-	11	10	9	9	3	4	2	5	55
MA	17	20	-	3	2	1	1	0	1	0	45
QMA	16	22	1	-	1	4	0	0	0	3	47
TA	18	24	18	19	-	2	0	0	0	1	82
QTA	17	24	17	18	1	-	0	0	0	1	78
TMA	29	32	39	39	38	38	-	0	6	26	247
QTMA	29	32	39	38	37	36	0	-	7	26	244
HMA	29	31	38	38	33	33	1	2	-	21	226
QHMA	24	26	30	33	20	22	0	1	0	-	156

Os dados referentes à análise da métrica de afastamento no experimento C estão na Tabela 15. Novamente, QTMA e TMA apresentam desempenho superior aos demais algoritmos. Considerando o tempo de processamento, os dados contidos na Tabela 16 demonstram que TA e QTA consumiram menos recursos.

Tabela 15 – Análise Estatística para o Afastamento – Experimento C.

	GA	QGA	MA	QMA	TA	QTA	TMA	QTMA	HMA	QHMA	Total
GA	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
QGA	0	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MA	40	39	-	0	25	26	0	0	0	0	130
QMA	40	38	0	-	28	26	0	0	0	0	132
TA	26	17	1	3	-	0	0	0	0	0	47
QTA	28	20	1	3	0	-	0	0	0	0	52
TMA	40	40	20	16	36	37	-	0	0	5	194
QTMA	40	40	19	18	38	36	0	-	0	5	196
HMA	40	40	15	12	35	36	0	0	-	3	181
QHMA	40	40	15	12	35	36	0	0	0	-	178

Tabela 16 – Análise Estatística para o Tempo – Experimento C.

	GA	QGA	MA	QMA	TA	QTA	TMA	QTMA	HMA	QHMA	Total
GA	-	22	14	23	8	9	11	11	11	20	129
QGA	1	-	7	13	1	1	7	7	8	9	54
MA	15	25	-	26	2	1	0	0	2	20	91
QMA	12	13	0	-	2	2	0	0	0	4	33
TA	24	29	22	32	-	1	11	11	14	32	176
QTA	21	30	17	32	0	-	10	8	13	27	158
TMA	17	29	9	29	4	3	-	0	4	31	126
QTMA	19	28	10	31	5	7	0	-	3	33	136
HMA	16	27	11	29	1	2	1	0	-	24	111
QHMA	11	12	0	9	0	0	0	0	0	-	32

Como o experimento A é ilimitado, sem critério de parada além das definições de iteração máxima controlado pelos parâmetros, a influência dos valores selecionados na etapa de calibração tende a ser maior pois cada heurística tem sua própria condição de parada. Ao limitar o número de avaliações da função objetivo nos experimentos B e C, critérios únicos de parada são definidos para todos os algoritmos. Assim, os resultados de A devem ser considerados de maneira complementar aos de B e C, visto que os últimos reduzem o efeito dos valores numéricos dos parâmetros ajustados.

Os resultados estatísticos dos experimentos A, B e C indicaram que o algoritmo QTMA, de maneira absoluta, foi superior aos demais considerando ao quesito qualidade de solução. Uma constatação importante é que a adoção da Reprodução no algoritmo QHMA não foi capaz de gerar resultados significativamente melhores que os gerados pela estratégia QTMA.

Com relação ao tempo de processamento, os resultados variaram por experimento, com MA surgindo como o melhor algoritmo no experimento A. No entanto, os experimentos B e C mostraram que os algoritmos TMA e TA foram aqueles com menor consumo de recursos, demonstrando o sucesso da Transgenética também no quesito do tempo de processamento.

5.2.4 Análise Dinâmica

Ao longo do desenvolvimento de algoritmos heurísticos é imprescindível a utilização de ferramentas de instrumentação. Com elas, é possível coletar o perfil de execução das funções e identificar quais componentes estão consumindo mais tempo de processamento. Nesta

pesquisa, foi adotado o *framework* de instrumentação para construção de análises dinâmicas *Valgrind* (NETHERCOTE; SEWARD, 2007). Através dele, é possível coletar e dados do gerenciamento de memória, *threads*, e montar um perfil detalhado de programas. A ferramenta *Callgrind*, um de seus componentes, foi empregada para mapear o consumo de tempo computacional por função. Desse modo, foi possível investigar e aprimorar o funcionamento interno das heurísticas, sendo este um valioso recurso na identificação e correção de eventuais gargalos de desempenho.

Esta seção contém figuras ilustrando as informações de uma execução dos algoritmos para a instância 100-04_01, escolhida arbitrariamente para esta análise. A conversão dos relatórios *Callgrind* para o formato DOT foi feita através da ferramenta (GPROF2DOT, 2023).

Para viabilizar uma análise focada nas estruturas de vizinhança da Figura 5 e no impacto do *Q-learning*, são considerados os seis algoritmos que fazem uso de buscas locais conforme indicado na Tabela 3: MA, QMA, TMA, QTMA, HMA e QHMA.

Os grafos dirigidos das figuras 11 a 16 ilustram as chamadas das funções e suas inter-relações no quesito consumo de recursos computacionais. Cada nó representa uma função, contendo três linhas: o nome da função, o percentual do tempo total de processamento por ela consumido e o total de vezes em que foi invocada. As arestas ilustram a chamada de entre funções, com o percentual do tempo de processamento e o total de invocações também representados. Os percentuais também determinam a cor do nó, com o azul-escuro representando um menor consumo e o verde-claro ilustrando as funções com percentuais maiores. O nó raiz, em vermelho, representa o algoritmo heurístico. As funções com o sufixo *_busca* representam as vizinhanças descritas nas seções 4.2.1 e 4.2.2.

O número de vezes que uma vizinhança é invocada indica a frequência da sua exploração, enquanto o percentual indica a proporção do tempo total de processamento que é consumido. Portanto, uma vizinhança pode ser mais explorada do que outras, mas ainda assim possuir um percentual menor do processamento total, tornando-a computacionalmente mais leve. Por outro lado, uma vizinhança pode ser menos explorada, mas ainda assim ter um tempo total de processamento maior, tornando-a computacionalmente mais leve. Os percentuais são calculados com base no tempo total de execução. Parte do processamento dos nós internos do grafo (como, por exemplo, os nós que representam as vizinhanças) é dividido com os nós sucessores, enquanto o percentual indicado em nós folha é inteiramente consumido pela função associada. Somente nós e arestas com percentual maior que o mínimo de 1% são exibidos.

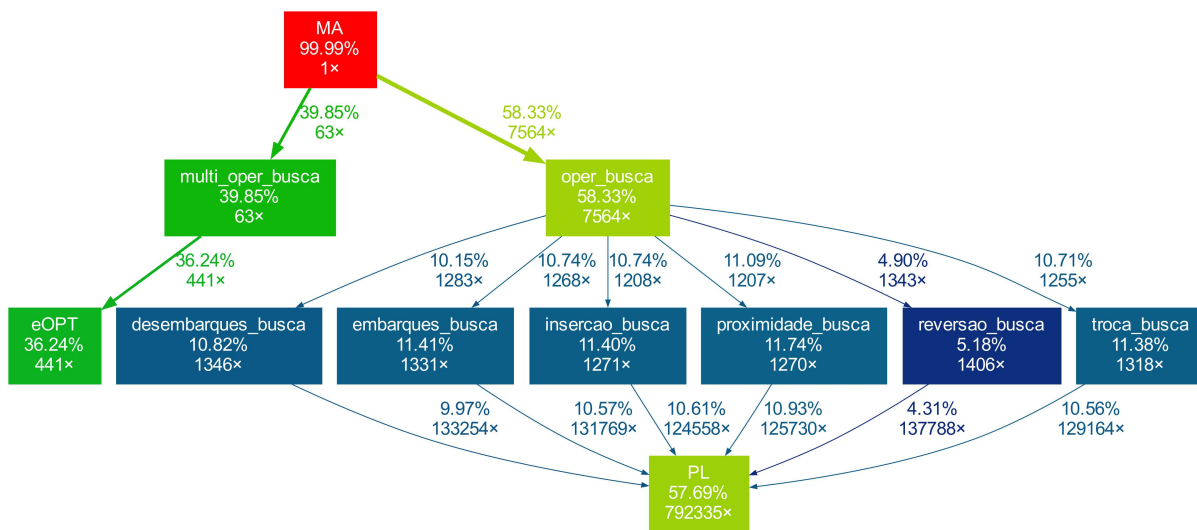


Figura 12 – Grafo de invocações de funções do Algoritmo MA.

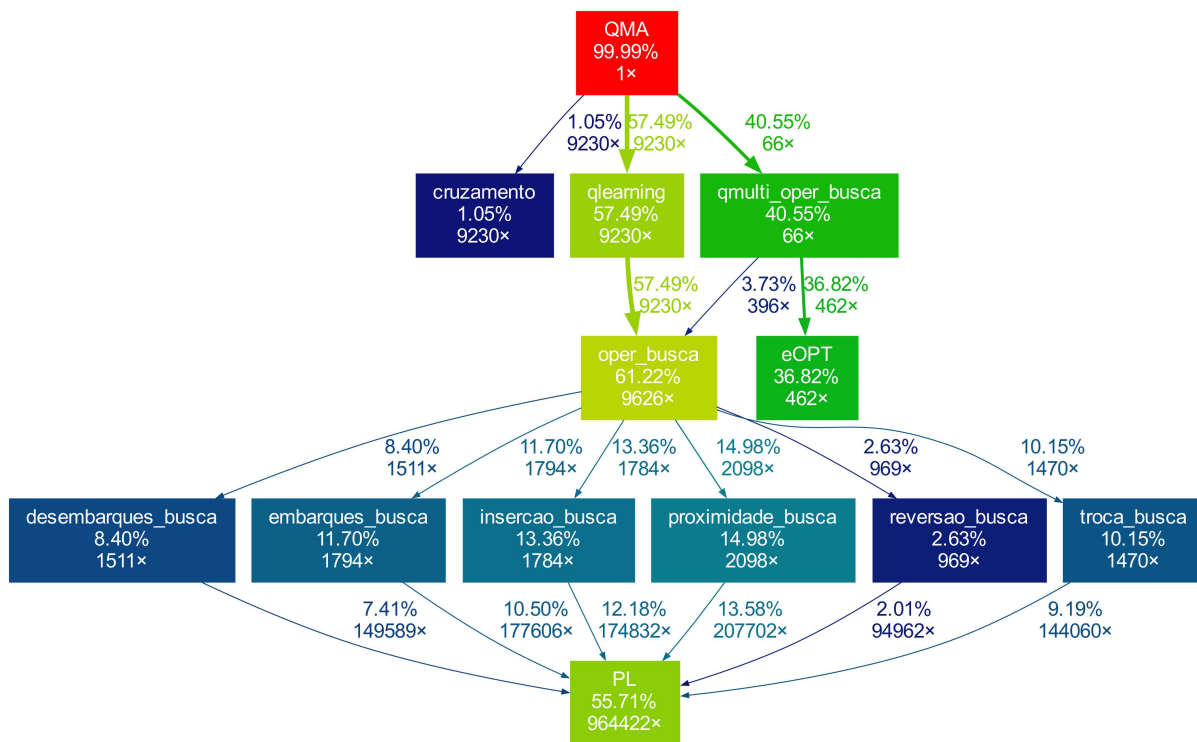


Figura 13 – Grafo de invocações de funções do Algoritmo QMA.

A Figura 12 mostra o grafo de chamadas para o Algoritmo MA. Neste grafo, podemos observar que a função PL é a mais chamada, representando 57,69% do tempo de execução e sendo executada 792.335 vezes. A função *eOPT* é a segunda no consumo de recursos, com 36,24% do tempo de execução e sendo executada 441 vezes. Tais números demonstram o quão *eOPT* é computacionalmente mais custosa que PL e exibem que, juntas, as duas funções respondem por mais de 90% do tempo total de processamento.

Entre as vizinhanças, há uma homogeneidade na quantidade de invocações, dado que a escolha ocorre de modo equiprovável através do procedimento *oper_busca*. A estrutura gerada pelo operador *proximidade* é a que consome mais recursos e tem menos chamadas, com 11,74% do tempo e 1.270 execuções. Por outro lado, a vizinhança *reversão* foi a mais explorada e teve o menor tempo de processamento, com 1.406 chamadas e um percentual de 5,18%.

O grafo de invocações do Algoritmo QMA encontra-se na Figura 13. O procedimento PL é o mais invocado e o nó que consome mais recursos, com 964.422 chamadas e 55,71% do tempo de processamento. A segunda função mais custosa é *eOPT*, com 36,82% do tempo de processamento em 462 execuções. Cabe observar o nó que representa a função *cruzamento*, com 9.230 chamadas e consumindo um percentual de 1,05%, pouco acima do limite mínimo.

Com relação às vizinhanças, podemos observar o efeito da técnica *Q-learning* na diferença entre os números. O procedimento *qlearning* encapsula a chamada ao procedimento *oper_busca*, rastreando as chamadas às diferentes estruturas e guiando o algoritmo para priorizar as vizinhanças com melhor desempenho de acordo com 4.2.4. Assim, é possível concluir que *proximidade* foi a estrutura que se mostrou superior às outras, sendo executada 2.098 vezes e consumindo 14,98% do tempo. As estruturas *embarques* e *inserção* são as próximas no número de chamadas, com 1.794 e 1.784 execuções, seguidas pela estrutura *desembarques*, com 1.511 execuções, e *troca*, com 1.470 invocações. Por fim, nota-se que a vizinhança *reversão* foi a que apresentou pior desempenho, sendo explorada apenas 969 vezes.

A partir do grafo do Algoritmo TMA exibido na Figura 14, é possível identificar que a função PL é a mais invocada, com 1.719.922 chamadas e 38,16% do tempo total. Por sua vez, *eOPT* é função computacionalmente mais pesada, respondendo por 40,69% do processamento em 1.687 execuções. A função *gera_pop* está representada por consumir pouco mais que 1%.

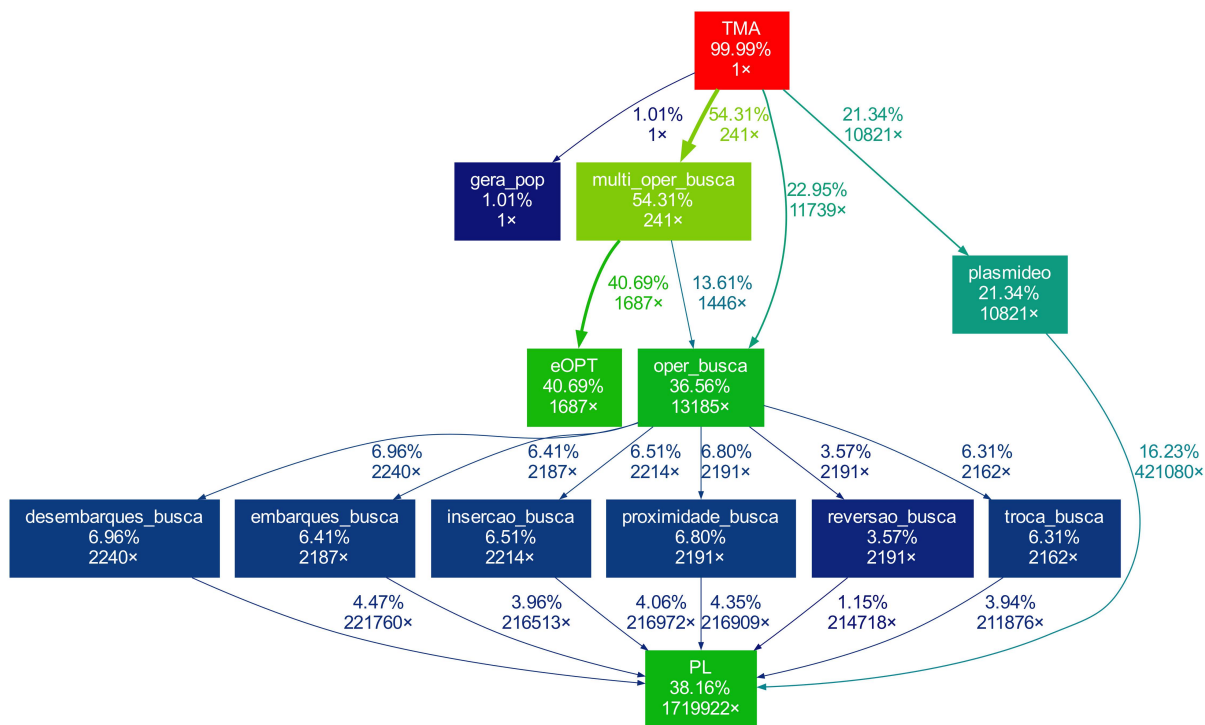


Figura 14 – Grafo de invocações de funções do Algoritmo TMA.

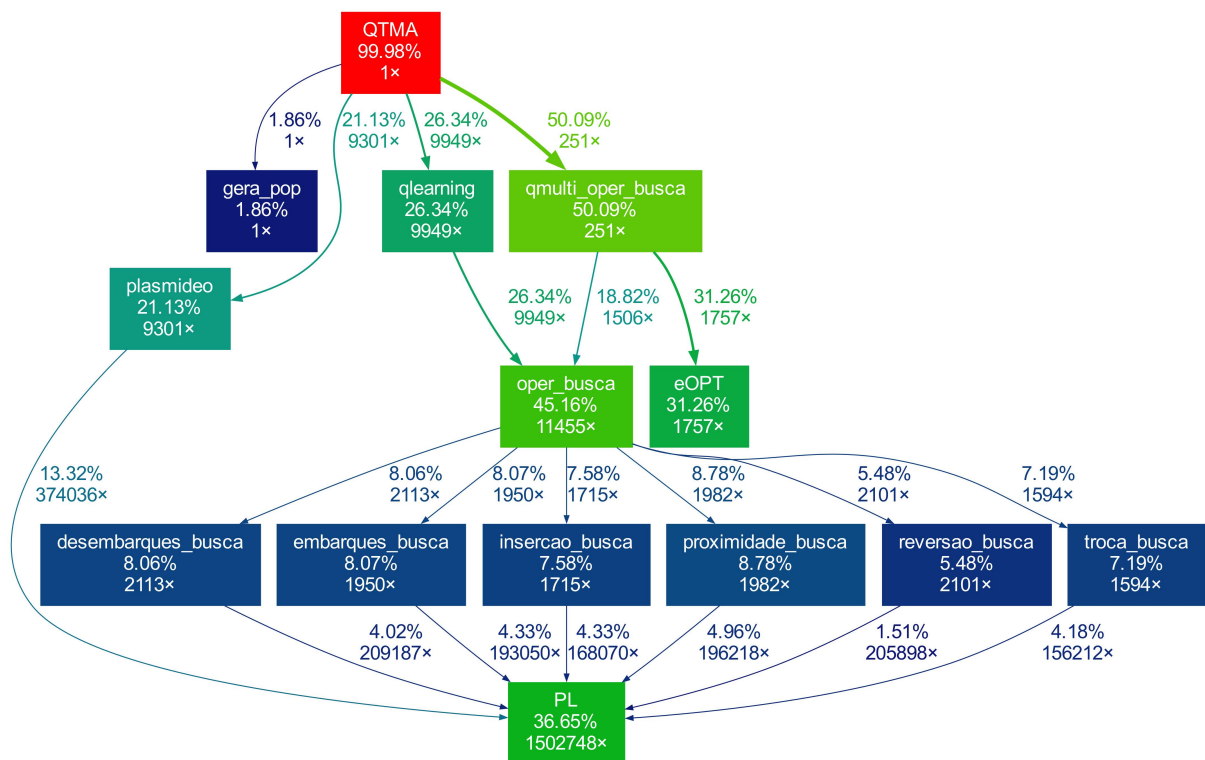


Figura 15 – Grafo de invocações de funções do Algoritmo QTMA.

O nó da função *plasmideo* indica 10.821 execuções e um percentual de 21,34% do processamento. Como este é um nó interno do grafo, boa parte de seu processamento (16,23%, em números absolutos) é devido ao nó sucessor, que representa a função PL. O método *transposon_busca* é implementado através da função *oper_busca*, sendo executado 11.739 vezes conforme indicado na aresta incidente ao nó associado que possui origem no nó raiz.

Cada vizinhança foi invocada em torno de 2.200 vezes, em alinhamento com o sorteio equiprovável. A estrutura *desembarques* foi a que consumiu mais tempo, com 6,96%. A vizinhança *reversão* ocupou 3,57% do processamento, respondendo pelo menor consumo.

O grafo de chamadas do Algoritmo QTMA é apresentado Figura 15. A função PL é a mais chamada e consome a maior parte do tempo de processamento, com 1.502.748 chamadas e 36,65% do tempo total. A função *eOPT* é a segunda no quesito consumo de recursos, com 1.757 chamadas e 31,26% do tempo de processamento. A função *gera_pop* possui a menor porção do processamento, consumindo 1,86% do tempo total.

Considerando as buscas, o procedimento *qlearning* faz o interfaceamento com o método *transposon_busca* (implementado através da função *oper_busca*) para definir as prioridades. A aresta que sai do nó *qlearning* mostra 9.949 como o número de invocações do método *transposon_busca*, enquanto o procedimento *plasmideo* foi executado 9.301 vezes.

Observa-se que a vizinhança *desembarques* foi priorizada, sendo a mais explorada com 2.113 chamadas. Logo após está a estrutura *reversão*, com 2.101 execuções. Em seguida vêm as estruturas *proximidade* e *embarques*, com 1.982 e 1.950 chamadas. As vizinhanças *inserção* e *troca* foram as menos exploradas com 1.715 e 1.594 invocações, indicando pior desempenho.

O grafo do Algoritmo HMA, exposto na Figura 16, demonstra que a função PL apresenta tanto o maior número de execuções quanto o maior custo computacional, com 1.409.803 chamadas e 47,62% do tempo total. A função *eOPT* é a segunda mais custosa, respondendo por 34,08% do processamento em 1.771 execuções.

A função *plasmideo* foi invocada 8.692 vezes. Já *transposon_busca* foi executada 9.237 vezes, como indicado na aresta incidente ao nó *oper_busca* com origem no nó raiz.

As vizinhanças foram exploradas em torno de 1.800 vezes cada, em acordo com o esquema de sorteio aleatório equiprovável. A estrutura que consumiu mais tempo de processamento foi *proximidade*, com 9,24%. Já a vizinhança *reversão* foi aquela que apresentou menor consumo de recursos, sendo responsável por 3,71% do processamento total.

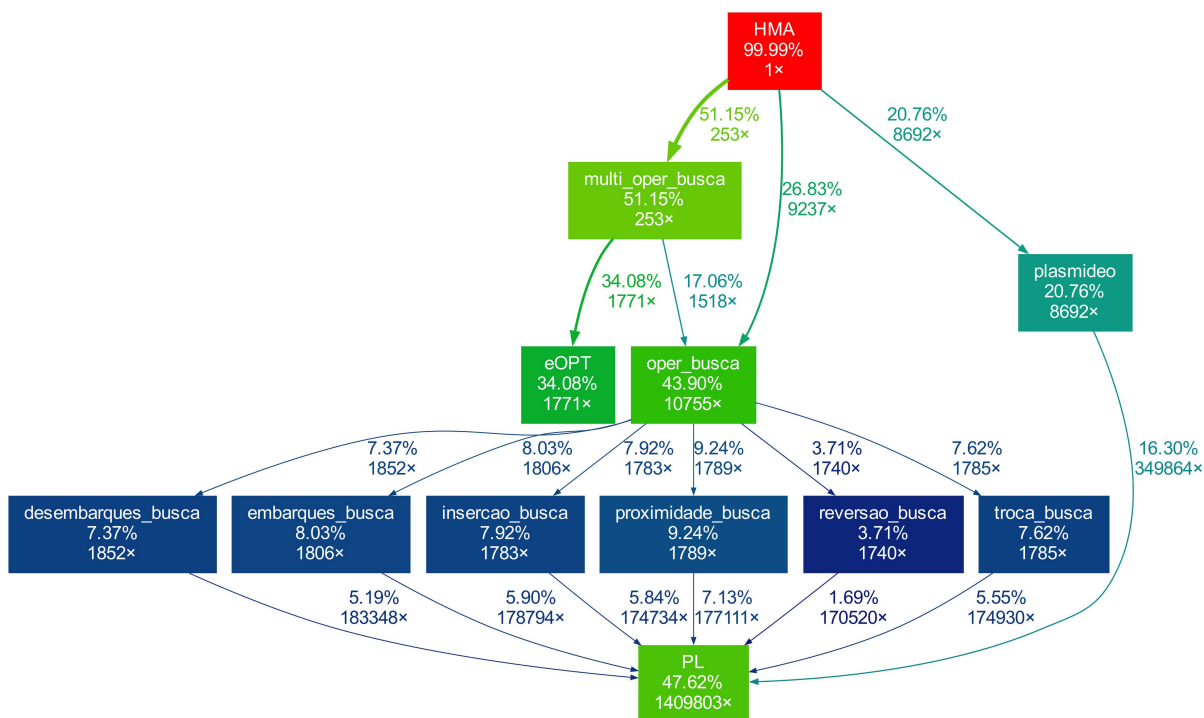


Figura 16 – Grafo de invocações de funções do Algoritmo HMA.

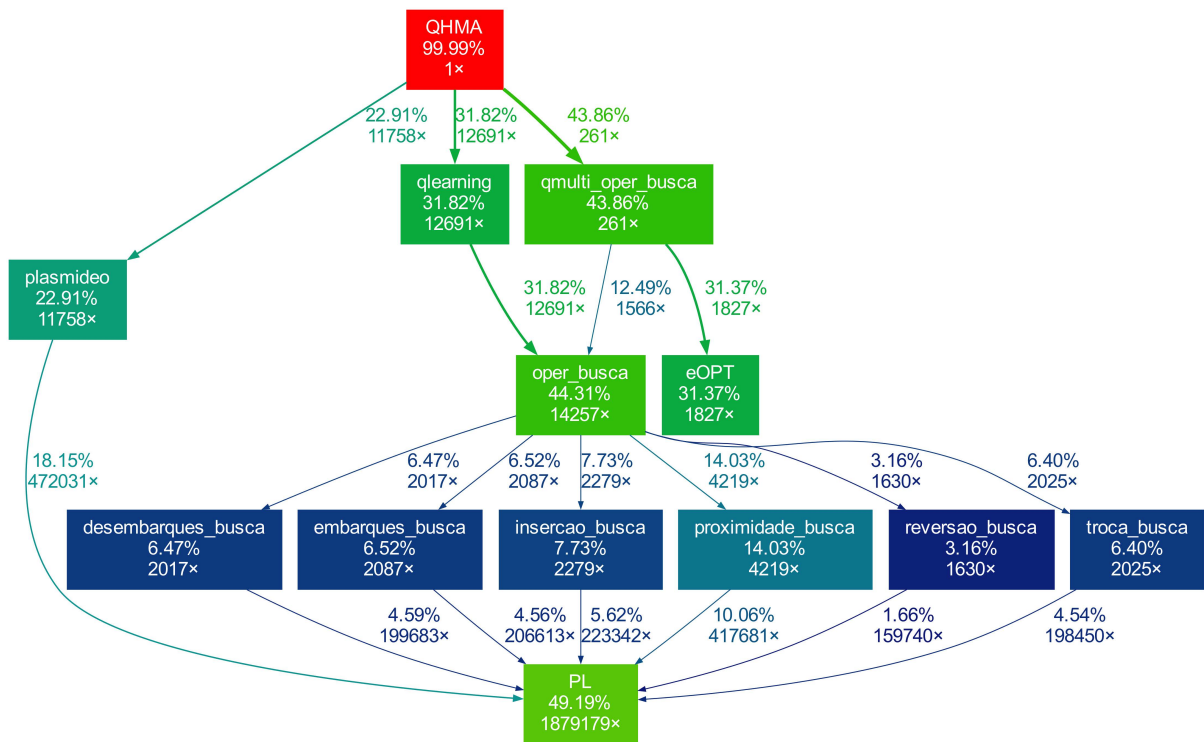


Figura 17 – Grafo de invocações de funções do Algoritmo QHMA.

A Figura 17 exibe o grafo de chamadas do Algoritmo QHMA. A função PL é a mais executada e consome a maior parte do tempo de processamento, com 1.879.179 chamadas e 49,19% do tempo total. A função *eOPT* é a segunda considerando o consumo de recursos, com 1.827 chamadas e 31,37% do tempo de processamento.

O procedimento *plasmideo* foi executado 11.758 vezes. O caminho *QHMA* → *qlearning* → *oper_busca* representa as execuções do procedimento *transposon_busca*, num total de 12.691 vezes.

Dentre as vizinhanças, *proximidade* é a mais chamada, representando 14.03% do tempo total de processamento e sendo executada 4.219 vezes. Em seguida vêm as estruturas geradas pelos operadores *inserção*, *embarques*, *troca* e *desembarques*, com 2.279, 2.087, 2.025 e 2.017 chamadas, respectivamente. A vizinhança *inserção* foi menos explorada que as demais, indicando um desempenho inferior com 1.630 execuções.

Algumas constatações são comuns a todos os grafos, como o alto percentual de tempo de processamento dos procedimentos de alocação de passageiros PL e *eOPT*. Juntos, eles consumiram entre 67% (QTMA) e 93% (MA) do processamento total. É válido também mensurar a diferença relativa de consumo entre os dois procedimentos. Tomando QHMA como exemplo, com 1% do tempo foi possível executar PL cerca de 38.200 vezes. Já para *eOPT*, 1% do processamento foi suficiente para apenas 58 execuções. Isso mostra que uma única invocação de *eOPT* apresentou um consumo equivalente a 658 chamadas da função PL.

Para nós internos, é possível observar o consumo de recursos através do cálculo do fluxo do tempo computacional. O procedimento *qlearning*, por exemplo, não demonstrou consumo mensurável, dado que o percentual do nó associado e o indicado nas arestas que saem do nó é o mesmo. Por outro lado, o procedimento *plasmideo* consumiu entre 4 e 8% nos exemplos. Ademais, a ausência das funções auxiliares é um fator positivo das implementações, pois mostra que estas possuem baixo custo computacional (somente funções com consumo acima de 1% são mostradas nos grafos). Assim, fica comprovado não haver competição por recursos entre as funções auxiliares e as funções que desempenham tarefas mais importantes nos algoritmos.

6 Conclusões

Este capítulo contempla um apanhado geral da pesquisa realizada, destacando seus pontos mais importantes e discorrendo sobre estudos futuros versando sobre o mesmo tema.

6.1 Considerações Finais

Esta tese teve como tema o Problema do Caixeiro Viajante com Múltiplos Passageiros e Lotação, uma variante do clássico PCV que lida com um mecanismo duplo de incentivo ao transporte solidário. A obtenção de soluções de qualidade para este problema constitui-se um problema de notável complexidade, dado que depende de diversas decisões interligadas.

Relevantes contribuições foram elaboradas durante a pesquisa. Uma revisão de trabalhos fortemente correlatos ao PCV-MPL foi apresentada. Através dela, foi possível atestar o alto grau de complexidade envolvido na solução de variantes do PCV que, assim como o PCV-MPL, modelam características do mundo real.

Considerando o processo de desenvolvimento e formulação matemática abordado nesta pesquisa, foi elaborado um modelo não linear que serviu como definição matemática do problema em questão. Contudo, o elevado grau de complexidade do modelo motivou a busca por novos caminhos, conduzindo à elaboração de outras nove formulações, sendo três lineares e seis não lineares. Entre as técnicas utilizadas para aprimorar essas formulações, destacam-se a linearizações, restrições *lazy*, funções lineares *piecewise*, ideias de modelagem baseadas em características do problema e reorganizações de expressões matemáticas. Além disso, uma formulação conceitual baseada na ordem de visita das cidades também foi apresentada, ficando o seu aprofundamento e implementação como sugestão de objeto para futuros estudos.

Adicionalmente, foram apresentadas duas formulações matemáticas para a alocação ótima de passageiros a uma rota fixa, sendo uma delas escolhida como componente dos algoritmos heurísticos desenvolvidos nesta pesquisa. Tais avanços na formulação matemática do problema demonstram a importância da busca por novas soluções e aprimoramentos que possam levar a soluções mais eficazes e eficientes para o PCV-MPL.

Um conjunto de casos de teste artificiais foi elaborado, e a sua geração foi detalhada passo a passo. Este é um entregável da pesquisa que possibilita que novos estudos se dediquem à otimização das técnicas de solução e à melhoria dos tempos computacionais relatados, utilizando o banco de instâncias desenvolvido como referencial para tal.

No âmbito do desenvolvimento algorítmico, foram concebidos e apresentados diversos procedimentos de manipulação de soluções e buscas. O problema foi abordado por meio de seis estruturas de vizinhança, sendo três delas baseadas em movimentos aleatórios equiprováveis e as outras três fundamentadas em informações de qualidade referentes aos aspectos de roteamento e alocação de passageiros. Essas estruturas foram exploradas por meio de procedimentos de busca local e busca em profundidade, implementados em componentes modulares utilizados na construção de dez algoritmos heurísticos. Os dez algoritmos heurísticos foram construídos com base nas meta-heurísticas Algoritmo Genético, Algoritmo Memético, Transgenética Computacional e na técnica de aprendizado por reforço *Q-learning*. Tais estratégias representam uma importante contribuição para a área de Otimização Combinatória, dado que as abordagens se mostraram efetivas na obtenção de soluções de alta qualidade.

Por fim, na etapa de validação dos métodos propostos, os modelos matemáticos e os algoritmos heurísticos foram executados em diferentes etapas.

O modelo NON-LZY-PWL-DES-ST1 apresentou o melhor desempenho em geral no que se refere à determinação de ótimos e tempo de processamento, demonstrando a efetividade dos recursos matemáticos desenvolvidos para otimizar a modelagem do problema. Vale destacar o desempenho do modelo LIN, que obteve o menor custo médio de solução, e do modelo NON-PWL, com o menor *gap* médio, em dados obtidos para as instâncias menores. Tais resultados sugerem não haver uma técnica absolutamente melhor do que as demais na simplificação de modelos não lineares complexos, como é o caso da formulação NON.

Foram realizados três experimentos computacionais para análise dos algoritmos heurísticos, proporcionando uma base sólida para comparação entre as estratégias. O primeiro experimento se deu de forma livre, permitindo uma maior influência dos valores numéricos dos parâmetros, os quais foram calibrados utilizando a ferramenta de configuração automática de algoritmos *irace*. Os outros dois experimentos foram realizados com a adoção de um critério de parada comum a todas as estratégias. Em um deles, o critério foi a contagem absoluta do

número de avaliações da função objetivo. No outro, a parada também se deu através desta métrica, porém em contagem relativa à descoberta da última melhor solução.

Os resultados foram submetidos à análise estatística quanto à qualidade da solução e ao tempo de processamento, evidenciando a existência de diferenças estatisticamente significantes nos dados obtidos. Por fim, uma análise dinâmica dos algoritmos permitiu uma investigação profunda do comportamento interno dos algoritmos, fornecendo informações importantes para o aperfeiçoamento das abordagens propostas.

O algoritmo QTMA foi o método de solução proposto que demonstrou os melhores resultados em geral, demonstrando o sucesso da estratégia de solução unindo a Transgenética, o passo Memético e o *Q-learning* como guia para uma exploração eficiente do espaço solução.

6.2 Estudos Futuros

Como ideia inicial para novos trabalhos está a possibilidade de promover alterações razoáveis nas características do PCV-MPL, obtendo variantes do problema. Considerando ser este um PCV com Passageiros e um conjunto adicional de restrições, são inúmeras as possibilidades para tal conjunto. Novas pesquisas sobre essas modalidades certamente seriam beneficiadas pelas contribuições presentes nesta tese.

Por outro lado, melhorias referentes ao método para obtenção de soluções ótimas podem ser analisadas. Em especial, com o objetivo de determinar ótimos, é possível invocar o *solver* recursivamente com a melhor solução de uma execução sendo passada como limite superior para a execução seguinte, sendo este laço repetido até que o *gap* reportado seja zero.

Outro ponto é que a técnica de injeção de soluções apresentada nas seções 3.1.6 e 3.1.7 pode ser expandida para incluir soluções provenientes de heurísticas de qualidade como LKH e PL, provendo um conjunto maior de pontos de partida para o processamento do *solver*.

Ainda sobre as soluções ótimas, podem ser elaborados novos modelos matemáticos, seja recombinação dos elementos apresentados nesta tese ou tomando como ponto de partida modelagens para o PCV descritas na literatura. Também podem ser analisadas exploradas novas técnicas e possíveis simplificações para as formulações apresentadas, bem como restrições de corte baseadas em limites inferiores e superiores. Ademais, o modelo conceitual ZIN contempla ideias de modelagem com um bom potencial de redução da complexidade, sendo o seu aprofundamento um válido tema para novos estudos.

Um caminho natural para os algoritmos heurísticos seria a exploração de novas estruturas de vizinhança e a adoção de outras abordagens meta-heurísticas, expandindo o conjunto de métodos de solução disponíveis.

Sobre os algoritmos desenvolvidos, sugere-se a realização de um estudo comparativo para avaliar a efetividade da mescla do modelo matemático *eOPT* com as heurísticas propostas. Nesta pesquisa, o uso da alocação ótima foi considerado mais promissor por viabilizar a exploração de pequenas regiões específicas do espaço de soluções eventualmente não cobertas pelas vizinhanças. No entanto, a diferença no consumo de recursos computacionais em relação ao procedimento PL é notável, cabendo uma análise específica a respeito do *tradeoff* associado.

Adicionalmente, é possível investigar a concepção de um limite inferior mais forte que o exposto em 4.2.5, considerando, por exemplo, o número de embarques e desembarques em cada cidade. Tal abordagem pode levar a uma melhoria no desempenho dos algoritmos.

No quesito da validação computacional, novos experimentos podem ser conduzidos para investigar a possibilidade de existência de diferentes resultados quando as instâncias são agrupadas de modo diferente do exposto, como por exemplo simétricas/assimétricas, por tamanho etc. Além disso, os critérios de parada dos experimentos podem ser aumentados considerando os baixos valores de tempo de execução reportados pelos algoritmos.

Considerando a dualidade das restrições PCV-MPL, que controlam tanto informações de rota quanto de passageiros, também seria possível estudar o problema com um viés multiobjetivo. Na versão apresentada neste trabalho, somente a necessidade do caixeiro referente à redução de custos é abordada, o que representa uma simplificação em termos práticos. Em uma versão multiobjetivo, seria razoável considerar também as necessidades dos passageiros como por exemplo: ter o menor custo de transporte possível, chegar ao destino o mais rápido possível, dentre outras possibilidades.

Vale notar que o trabalho demonstrou a efetividade do aprendizado por reforço para aprimorar a busca em meta-heurísticas, direcionando-a para as regiões mais promissoras do espaço de soluções. Assim, sugere-se a continuidade da investigação sobre a utilização de técnicas de aprendizado com outras meta-heurísticas e em outros problemas de otimização combinatória, colaborando para o desenvolvimento de abordagens mais eficientes. De maneira mais específica, é também sugerida uma análise mais aprofundada dos critérios utilizados na definição dos estados do *Q-learning*, comparando diferentes abordagens.

Além disso, é possível investigar a aplicação do *Q-learning* em outras etapas dos algoritmos, como na escolha do critério para escolha dos indivíduos no procedimento PL, na escolha dos vetores transgenéticos, na escolha entre os processos de cruzamento elitismo, mutação etc. Essa análise pode ajudar a identificar áreas do problema em que o aprendizado por reforço pode ser mais efetivo e trazer contribuições significativas.

Por fim, há a possibilidade de investigar outras técnicas de aprendizado de máquina além do *Q-learning*, como redes neurais e árvores de decisão. Isso poderá ampliar as possibilidades de melhoria na busca em meta-heurísticas e descoberta de novas abordagens para a solução de problemas de otimização combinatória.

Referências

- AMEY, A.; ATTANUCCI, J.; MISHALANI, R. Real-time ridesharing – The opportunities and challenges of utilizing mobile phone technology to improve rideshare services. In: Proceedings of the 90th TRB Annual Meeting, 90th, Washington, D.C., pp. 1-17, 2011.
- ASGHARI, M.; FATHOLLAHI-FARD, A. M.; MIRZAPOUR AL-E-HASHEM, S. M. J.; DULEBENETS, M. A. Transformation and Linearization Techniques in Optimization: A State-of-the-Art Survey. *Mathematics*, vol. 10, no. 2, pp. 283, 2022.
- BALAS, E. The prize collecting traveling salesman problem and its applications. In: GUTIN, G.; PUNNEN, A. (Ed.). *The traveling salesman problem and its variations*. Estados Unidos: Springer US, 2004, cap. 12, pp. 663-695.
- BASTOS, R. E. M. O Problema do Caixeiro Viajante com Passageiros e Lotação. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/23382>.
- BELLMORE, M.; NEMHAUSER, G. L. The traveling salesman problem: a survey. *Operations Research*, vol. 16, no. 3, pp. 538-558, 1968.
- BISSCHOP, J. AIMMS Optimization Modeling. 2023. Disponível em: https://documentation.aimms.com/aimms_modeling.html. Acesso em: 20 fev. 2023.
- BRONSON, R.; NAADIMUTHU, G. *Operations Research*. 2. ed. Nova Iorque: McGraw-Hill, 1997.
- BRUCK, B. P.; SANTOS, A. G.; ARROYO, J. E. C. Hybrid metaheuristic for the single vehicle routing problem with deliveries and selective pickups. In: *IEEE World Congress on Computational Intelligence, 2012, Brisbane, Austrália. Proceedings of the IEEE World Congress on Computational Intelligence*, pp. 1-8, 2012a.
- BRUCK, B. P.; SANTOS, A. G.; ARROYO, J. E. C. Metaheuristics for the single vehicle routing problem with deliveries and selective pickups. In: *International Conference on Intelligent Systems Design and Applications, 2012, Kochi, Índia. Proceedings of the International Conference on Intelligent Systems Design and Applications*, pp. 723-728, 2012b.
- BURKARD, R. E. Traveling salesman and assignment problems: a survey. *Annals of Discrete Mathematics*, vol. 4, pp. 193-215, 1979.

CALHEIROS, Z. S. A. O Problema do Caixeiro Viajante com Passageiros. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/24203>.

CALVO, B.; SANTAFÉ, G. scmamp: statistical comparison of multiple algorithms in multiple problems. *The R Journal*, vol. 8, no. 1, pp. 119-134, 2016.

CARVALHO, A. V. O Problema do Caixeiro Viajante com Múltiplos Passageiros e Quota. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/26825>.

CHEN, D. S.; BATSON, R. G.; DANG, Y. *Applied Integer Programming*. Hoboken, NJ: Wiley, 2010.

COELHO, I. M.; MUNHOZ, P. L. A.; HADDAD, M. N.; SOUZA, M. J. F.; OCHI, L. S. A hybrid heuristic based on general variable neighborhood search for the single vehicle routing problem with deliveries and selective pickups. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, vol. 39, pp. 99-106, 2012.

DAILEY, D. J.; LOSE, D.; MEYERS, D. Seattle smart traveler: dynamic ridematching on the world wide web. *Transportation Research*, vol. 7, pp. 17-32, 1999.

DERRAC, J.; GARCÍA, S.; MOLINA, D.; HERRERA, F. A practical tutorial on the use of nonparametric statistical tests as a methodology for comparing evolutionary and swarm intelligence algorithms. *Swarm and Evolutionary Computation*, vol. 1, no. 1, pp. 3-18, 2011.

ERDOĞAN, G., CORDEAU, J-F.; LAPORTE, G. The attractive traveling salesman problem. *European Journal of Operational Research*, vol. 203, pp. 59-69, 2010.

FEILLET, D., DEJAX, P.; GENDREAU, M. Travelling salesman problems with profits. *Transportation Science*, vol. 39, pp. 188-205, 2005.

FURUHATA, M.; DESSOUKY, M.; ORDONEZ, F.; BRUNET, M.; WANG, X.; KOENIG, S. Ridesharing: the state-of-the-art and future directions. *Transportation Research*, vol. 57, pp. 28-46, 2013.

GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-completeness*. San Francisco: W.H. Freeman and Co., 1979.

GENDREAU, M.; LAPORTE, G.; SEMET, F. A tabu search heuristic for the undirected selective travelling salesman problem. *European Journal of Operational Research*, vol. 106, no. 3, pp. 539-545, 1998.

GLOVER, F.; WOOLSEY, E. Converting the 0-1 polynomial programming problem to a 0-1 linear program. *Operations Research*, vol. 22, no. 1, pp. 180-182, 1974.

GOLDBARG, E. F. G.; GOLDBARG, M. C. Transgenetic algorithm: a new endosymbiotic approach for evolutionary algorithms. *Foundations of Computational Intelligence*, vol. 3, pp. 425-460, 2009.

GOLDBARG, M. C.; ASCONAVIETA, P. H.; GOLDBARG, E. F. G. Memetic algorithm for the traveling car renter problem: an experimental investigation. *Memetic Computing*, Springer-Verlag, vol. 4, no. 2, pp. 89-108, 2012.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. *Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos*. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

GOLDBARG, M.; GOLDBARG, E. *Grafos: Conceitos, Algoritmos e Aplicações*. [S.l.]: Elsevier, 2012.

GOLDBERG, D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Boston: Addison-Wesley Longman Publishing Co, 1989.

GPROF2DOT. Python script to convert the output from many profilers into a dot graph. 2023. Disponível em: <https://github.com/jrfonseca/gprof2dot>. Acesso em: 20 fev. 2023.

GRIBKOVSKAIA, I.; LAPORTE, G.; SHYSHOU, A. The single vehicle routing problem with deliveries and selective pickups. *Computers & Operations Research*, vol. 35, pp. 2908-2924, 2008.

GUROBI OPTIMIZATION, LLC. *Gurobi Optimizer Reference Manual*. 2023. Disponível em: <https://www.gurobi.com>. Acesso em: 20 fev. 2023.

GUTIN, G.; PUNNEN, A. *The Traveling Salesman Problem and Its Variations*. Holanda, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002.

GUTIN, G.; YEO, A.; ZVEROVITCH, A. Exponential neighborhoods and domination analysis for the TSP. In: G. GUTIN, G.; PUNNEN, A. *The Traveling Salesman Problem and Its Variations*. Estados Unidos: Springer US, vol. 12, pp. 223-256, 2004.

HANSEN, P.; MLADENOVIC, N. Variable neighborhood search. *Computers & Operations Research*, vol. 24, pp. 1097–1100, 1997.

HANSEN, P.; MLADENOVIC, N. Variable neighborhood search. In: BURKE, E. K.; KENDALL, G. *Search Methodologies: Introductory Tutorials In Optimization And Decision Support Techniques*. Alemanha: Springer-verlag Berlin Heidelberg. Cap. 8, pp. 211-238, 2005.

KARIMI-MAMAGHAN, M.; MOHAMMADI, M.; PASDELOUP, B.; MEYER, P. Learning to select operators in meta-heuristics: an integration of Q-learning into the iterated greedy algorithm for the permutation flowshop scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, vol. 304, no. 3, pp. 1296-1330, 2023.

KARP, R. M. On the Computational Complexity of Combinatorial Problems. *Networks*, vol. 5, pp. 45-68, 1975.

KNUTH, D. E. *The Art of Computer Programming: Fundamental Algorithms*. Redwood City, CA: Addison-Wesley, 1997.

LAPORTE, G.; ASEF-VAZIR, A.; SRISKANDARAJAH, C. Some applications of the generalized travelling salesman problem. *Journal of the Operational Research Society*, vol. 47, pp. 1461-1467, 1996.

LIAO, X.; TING, C. An evolutionary approach for the selective pickup and delivery problem. *Evolutionary Computation*, vol. 18, pp. 383-405, 2010.

LIN, S.; KERNIGHAN, B. W. An effective heuristic algorithm for the traveling-salesman problem. *Operations Research*, vol. 21, no. 2, 1973.

LITTLE, J.D.C.; MURTY, K. G.; SWEENEY, D. W.; KAREL, C. An algorithm for the traveling salesman problem. *Operations Research*, vol. 11, no. 6, pp. 972-989, 1963.

LÓPEZ-IBÁÑEZ, M.; DUBOIS-LACOSTE, J.; STÜTZLE, T.; BIRATTARI, M. The irace package, iterated race for automatic algorithm configuration. Bruxelles, Belgium: IRIDIA 2011, 004.

MARINS, F. A. S. *Introdução à Pesquisa Operacional*. São Paulo: Cultura Acadêmica Editora, 2011.

MATAI, R.; SINGH, S. P.; MITTAL, M. L. Traveling salesman problem: an overview of applications, formulations, and solution approaches. In: DAVENDRA, D. *Traveling Salesman Problem, Theory and Applications*. [S. l.]: Publisher InTech, 2010. Cap. 1, pp. 1-24.

MELAMED, I. I.; SERGEEV, S. I.; SIGAL, I. K. The Traveling Salesman Problem. [S. l.]: Plenum Publishing Corporation, pp. 1147-1173, 1990.

MENEZES, M. S. O Problema do Caixeiro Alugador com Coleta de Bônus: Um Estudo Algorítmico. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil, 2014. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/18693>.

MICHALEWICZ, Z. Heuristics methods for evolutionary computation techniques. Journal of Heuristics, vol. 1, no. 2, pp. 177-206, 1995.

MILLER, C. E.; TUCKER, A. W.; ZEMLIN, R. A. Integer programming formulations and traveling salesman problems. J. ACM, Nova Iorque, vol. 7, no. 4, pp. 326-329, Oct. 1960.

MOSCATO, P. On Evolution, Search, Optimization, Genetic Algorithms, and Martial Arts: Towards Memetic Algorithms. Technical Report, Caltech Concurrent Computation Program, C3P Report 826, 1989.

NETHERCOTE, N.; SEWARD, J. Valgrind: a framework for heavyweight dynamic binary instrumentation. In: Proceedings of the 28th ACM SIGPLAN Conference on Programming Language Design and Implementation. Nova Iorque: Association for Computing Machinery, pp. 89-100, 2007.

NETHERCOTE, N.; STUCKEY, P. J.; BECKET, R.; BRAND, S.; DUCK, G. J.; TACK, G. MiniZinc: Towards a Standard CP Modelling Language. In: BESSIERE, C. (Org.). Principles and Practice of Constraint Programming – CP 2007. Berlin, Heidelberg: Springer, 2007. vol. 4741 of Lecture Notes in Computer Science.

PAPADIMITRIOU, C. H.; STEIGLITZ, K. Combinatorial Optimization Algorithms and Complexity. Prentice Hall, 1982.

PARRAGH, S. N.; DOERNER, K. F.; HARTL, R. F. A survey on pickup and delivery problems Part II: Transportation between pickup and delivery locations. Journal für Betriebswirtschaft, vol. 58, no. 2, pp. 81-117, 2008.

SABRY, G. A. Problema do Caixeiro Viajante Alugador Com Passageiros. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/30184>.

SILVA, B. C. H. O Problema do Caixeiro Viajante com Cota, Múltiplos Passageiros, Transporte Incompleto e Tempo de Coleta. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/30610>.

SILVA, J. G. S. Algoritmos de Solução para o Problema do Caixeiro Viajante com Passageiros e Quota. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/24207>.

SUTTON, R. S.; BARTO, A. G. Reinforcement Learning: An Introduction. Cambridge, MA: MIT Press, 2018.

THE VALGRIND DEVELOPERS. Valgrind. 2023. Disponível em: <http://www.valgrind.org/>. Acesso em: 20 fev. 2023.

WATKINS, C. J. C. H.; DAYAN, P. Q-learning. Machine Learning, vol. 8, pp. 279-292, 1992.

Apêndices

Apêndice I – Dados Experimentais dos Modelos Matemáticos

Tabela 1 – Dados do Modelo LIN.

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
10-01_01	0,000	879,750	879,750	425,502	207,4	148029
10-01_02	0,000	467,500	467,500	403,477	11,0	1921
10-01_03	0,000	492,750	492,750	393,916	49,4	19503
10-01_04	0,000	573,500	573,500	488,541	9,8	1333
10-01_05	0,000	1147,500	1147,500	485,964	32,1	10063
10-02_01	0,000	541,900	541,900	321,743	340,1	202945
10-02_02	0,000	528,967	528,967	386,259	112,6	58354
10-02_03	0,000	521,883	521,883	334,582	539,8	146615
10-02_04	0,000	781,067	781,067	352,864	314,7	135592
10-02_05	0,000	638,467	638,467	361,351	122,6	75332
10-03_01	0,000	562,900	562,900	332,636	250,6	107005
10-03_02	0,000	665,750	665,750	362,004	261,0	152657
10-03_03	0,000	733,500	733,500	333,324	524,1	302501
10-03_04	0,000	605,533	605,533	452,715	176,3	108817
10-03_05	0,000	880,833	880,833	471,287	366,5	187823
10-04_01	0,000	340,048	340,048	297,195	26,1	4482
10-04_02	0,000	363,845	363,845	332,788	13,5	55
10-04_03	0,000	342,610	342,610	284,627	30,6	1445
10-04_04	0,000	285,836	285,836	263,030	19,0	3091
10-04_05	0,000	473,512	473,512	377,756	309,8	55185
10-05_01	0,000	672,500	672,500	419,611	399,5	175280
10-05_02	0,000	495,833	495,833	414,417	48,0	24749
10-05_03	0,000	616,417	616,417	406,373	198,4	109077
10-05_04	0,000	487,750	487,750	460,668	7,1	771
10-05_05	0,000	693,417	693,417	512,918	69,2	35636
10-06_01	0,000	999,600	999,600	451,415	432,4	197010
10-06_02	0,000	446,750	446,750	325,226	411,9	139408
10-06_03	0,000	446,400	446,400	425,749	6,8	67
10-06_04	0,000	446,350	446,350	338,425	84,6	21372
10-06_05	0,000	557,667	557,667	379,548	94,9	52322
10-07_01	0,000	605,167	605,167	313,643	1100,5	212880
10-07_02	0,000	418,467	418,467	332,935	29,9	8409
10-07_03	0,000	305,433	305,433	283,778	20,7	266
10-07_04	0,000	340,167	340,167	327,789	5,0	1
10-07_05	0,000	1062,450	1062,450	378,019	523,3	263588
10-08_01	0,000	361,429	361,429	331,036	19,8	68
10-08_02	0,000	453,767	453,767	384,018	33,9	13834
10-08_03	0,000	363,595	363,595	339,633	14,1	470
10-08_04	0,000	956,190	956,190	393,186	1066,5	448092
10-08_05	0,000	434,310	434,310	313,473	143,6	61725
20-01_01	5,371	868,833	822,167	740,706	80000,3	10528092
20-01_02	0,000	759,583	759,583	678,411	18708,3	1108133
20-01_03	0,000	685,000	685,000	642,241	1165,7	2347
20-01_04	0,000	660,750	660,750	635,670	667,0	6725
20-01_05	0,000	704,000	704,000	663,124	1198,4	12396
20-02_01	0,000	609,217	609,217	538,019	3014,9	47717
20-02_02	0,000	587,117	587,117	560,630	1097,8	281
20-02_03	0,000	562,000	562,000	539,256	6049,6	44962
20-02_04	0,000	618,750	618,750	590,450	1307,8	4393
20-02_05	0,000	573,500	573,500	553,240	23411,4	101898
20-03_01	0,000	478,500	478,500	473,098	1274,9	372
20-03_02	0,000	498,483	498,483	479,060	1633,5	1973
20-03_03	0,000	514,683	514,683	476,416	25241,0	418062

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
20-03_04	0,000	535,333	535,333	525,506	326,3	51
20-03_05	0,000	569,433	569,433	515,072	15233,3	702033
20-04_01	0,000	428,476	428,476	414,051	2694,0	10626
20-04_02	3,395	464,648	448,873	409,646	80000,3	2820279
20-04_03	0,000	482,262	482,262	420,325	13506,0	389022
20-04_04	0,000	446,000	446,000	420,442	1454,4	111
20-04_05	0,000	432,252	432,252	410,381	5763,6	42497
20-05_01	0,000	757,833	757,833	685,737	4475,1	55419
20-05_02	4,840	761,000	724,167	681,758	80000,1	8202580
20-05_03	0,000	761,917	761,917	676,251	1948,3	21676
20-05_04	0,000	718,333	718,333	667,319	1698,7	12545
20-05_05	0,000	868,417	868,417	796,632	10370,3	357113
20-06_01	0,007	669,450	669,400	571,700	52934,8	1017863
20-06_02	0,000	593,800	593,800	540,484	21833,3	404183
20-06_03	0,000	583,533	583,533	534,956	7469,5	89562
20-06_04	1,729	607,217	596,717	553,971	80000,3	2536796
20-06_05	0,000	617,983	617,983	592,114	1711,7	3148
20-07_01	0,000	556,900	556,900	486,468	7182,5	36843
20-07_02	0,429	548,300	545,950	506,806	80000,5	1644461
20-07_03	0,000	597,000	597,000	538,395	6688,5	94064
20-07_04	0,000	538,367	538,367	503,281	1980,5	911
20-07_05	0,000	544,750	544,750	502,748	2460,8	2775
20-08_01	0,000	447,690	447,690	422,071	23289,3	201521
20-08_02	0,000	544,286	544,286	532,573	2645,4	363
20-08_03	0,000	439,179	439,179	433,693	1899,9	160
20-08_04	8,422	521,843	477,894	450,908	80000,3	3793925
20-08_05	0,000	524,190	524,190	497,825	3533,7	21392
30-01_01	11,406	1034,500	916,500	886,892	80000,2	38737
30-01_02	1,319	1074,083	1059,917	1000,417	80000,3	362887
30-01_03	4,340	975,417	933,083	892,414	80000,2	88751
30-01_04	0,008	998,500	998,417	934,543	25502,9	38597
30-01_05	1,204	913,583	902,583	870,171	80000,2	639538
30-02_01	5,353	822,850	778,800	750,481	80000,2	12997
30-02_02	6,483	819,017	765,917	750,682	80000,1	23083
30-02_03	0,000	811,000	811,000	779,201	75212,0	51024
30-02_04	0,000	919,200	919,200	913,291	15252,1	4263
30-02_05	3,187	778,283	753,483	727,170	80000,7	59610
30-03_01	4,016	667,750	640,933	633,956	80000,2	530
30-03_02	0,000	666,833	666,833	636,481	48634,7	8108
30-03_03	2,355	663,800	648,167	642,231	80000,3	3016
30-03_04	0,000	672,467	672,467	660,208	46501,9	316
30-03_05	0,570	625,667	622,100	619,495	80000,6	1403
30-04_01	9,288	632,907	574,125	568,499	80000,3	1313
30-04_02	0,000	575,638	575,638	565,640	20553,7	651
30-04_03	0,000	666,714	666,714	658,500	38562,6	297
30-04_04	0,000	565,190	565,190	558,008	67167,5	3020
30-04_05	17,163	776,667	643,371	631,135	80000,2	1022
30-05_01	24,370	1282,333	969,833	888,861	80000,3	37460
30-05_02	0,000	950,167	950,167	910,454	43613,4	4235
30-05_03	1,688	1006,833	989,833	970,983	80000,1	140953
30-05_04	11,263	1112,750	987,417	976,897	80000,3	29186
30-05_05	3,024	972,750	943,333	900,982	80000,3	58789
30-06_01	0,000	822,500	822,500	766,426	79928,5	43913
30-06_02	0,004	804,000	803,967	783,634	35827,9	4226
30-06_03	0,000	851,200	851,200	837,285	16477,8	795

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
30-06_04	13,309	994,467	862,117	826,814	80000,2	6582
30-06_05	2,095	795,700	779,033	734,144	80000,2	29159
30-07_01	6,428	700,600	655,567	639,746	80000,3	2932
30-07_02	0,116	673,300	672,517	643,786	80000,3	38739
30-07_03	4,268	682,200	653,083	628,753	80000,2	2963
30-07_04	7,038	705,700	656,033	630,464	80000,2	608
30-07_05	1,242	715,467	706,583	670,402	80000,3	14677
30-08_01	2,478	595,000	580,256	573,509	80000,2	493
30-08_02	7,877	675,155	621,972	617,757	80000,6	1981
30-08_03	8,045	692,362	636,663	614,741	80000,5	191
30-08_04	12,231	726,964	638,046	622,103	80000,6	14
30-08_05	5,453	742,488	702,000	694,719	80000,3	1787
50-01_01	2,081	1485,750	1454,833	1451,568	80000,3	1
50-01_02	4,227	1500,333	1436,917	1407,270	80000,1	1
50-01_03	14,887	1691,583	1439,750	1417,375	80000,1	1
50-01_04	8,711	1612,833	1472,333	1471,208	80000,1	1
50-01_05	2,633	1452,750	1414,500	1410,549	80000,6	2
50-02_01	100,000	13032,000	0,000	0,000	80000,3	1
50-02_02	12,274	1301,250	1141,533	1140,963	80000,1	1
50-02_03	8,500	1250,850	1144,533	1143,022	80000,2	1
50-02_04	100,000	12547,000	0,000	0,000	80000,3	1
50-02_05	30,715	1638,933	1135,533	1135,521	80000,2	1
50-03_01	89,586	9995,500	1040,900	1040,890	80000,2	1
50-03_02	16,189	1206,750	1011,383	1011,378	80000,2	1
50-03_03	17,001	1184,150	982,833	982,828	80000,2	1
50-03_04	90,114	9988,500	987,517	987,509	80000,3	1
50-03_05	NA	NA	0,000	0,000	80000,1	1
50-04_01	92,736	11563,500	840,017	840,017	80000,2	1
50-04_02	3,802	886,560	852,856	852,856	80000,3	1
50-04_03	92,070	10527,000	834,769	834,769	80000,2	1
50-04_04	NA	NA	0,000	0,000	80000,3	1
50-04_05	100,000	11422,000	0,000	0,000	80001,3	1
50-05_01	10,859	1610,833	1435,917	1419,870	80000,1	1
50-05_02	81,828	7800,167	1417,417	1407,857	80000,1	1
50-05_03	17,721	1726,750	1420,750	1409,709	80000,1	1
50-05_04	41,293	2435,417	1429,750	1394,784	80000,7	12
50-05_05	74,394	5747,750	1471,750	1452,291	80000,1	1
50-06_01	85,800	7968,000	1131,467	1119,053	80000,1	1
50-06_02	7,237	1249,667	1159,233	1150,498	80000,8	6
50-06_03	89,228	10594,833	1141,250	1141,240	80000,2	1
50-06_04	47,876	2249,750	1172,667	1153,110	80000,1	1
50-06_05	NA	NA	1154,583	1154,579	80000,0	1
50-07_01	NA	NA	0,000	0,000	80000,1	1
50-07_02	9,285	1089,383	988,233	982,642	80000,3	1
50-07_03	89,830	9686,500	985,150	985,139	80000,2	1
50-07_04	34,202	1482,667	975,567	967,529	80000,2	1
50-07_05	100,000	11292,000	0,000	0,000	80000,3	1
50-08_01	NA	NA	0,000	0,000	80000,2	1
50-08_02	92,089	10630,500	840,969	840,969	80000,3	1
50-08_03	NA	NA	840,626	840,626	80000,1	1
50-08_04	90,872	9107,750	831,381	831,381	80000,3	1
50-08_05	NA	NA	834,044	834,044	80000,1	1

Tabela 2 – Dados do Modelo LIN-LZY.

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
10-01_01	0,000	879,750	879,750	425,502	66,9	71180
10-01_02	0,000	467,500	467,500	403,206	13,9	1227
10-01_03	0,000	492,750	492,750	393,916	42,2	15486
10-01_04	0,000	573,500	573,500	488,541	14,7	2998
10-01_05	0,000	1147,500	1147,500	485,964	31,0	20179
10-02_01	0,000	541,900	541,900	321,743	272,5	170728
10-02_02	0,000	528,967	528,967	386,259	73,1	44892
10-02_03	0,000	521,883	521,883	334,582	246,6	100119
10-02_04	0,000	781,067	781,067	352,864	152,3	109341
10-02_05	0,000	638,467	638,467	361,301	131,9	59587
10-03_01	0,000	562,900	562,900	332,636	164,0	40353
10-03_02	0,000	665,750	665,750	361,551	151,3	102758
10-03_03	0,000	733,500	733,500	333,324	286,6	241001
10-03_04	0,000	605,533	605,533	452,560	111,1	57954
10-03_05	0,000	880,833	880,833	470,500	167,0	96287
10-04_01	0,000	340,048	340,048	297,195	51,9	11050
10-04_02	0,000	363,845	363,845	332,788	16,0	15
10-04_03	0,000	342,610	342,610	284,627	19,0	1388
10-04_04	0,000	285,836	285,836	262,624	34,2	3878
10-04_05	0,000	473,512	473,512	377,756	145,2	36685
10-05_01	0,000	672,500	672,500	418,822	161,9	110895
10-05_02	0,000	495,833	495,833	413,567	52,6	20867
10-05_03	0,000	616,417	616,417	404,946	142,8	102786
10-05_04	0,000	487,750	487,750	459,625	10,0	796
10-05_05	0,000	693,417	693,417	511,105	39,2	10333
10-06_01	0,000	999,600	999,600	451,200	152,8	158213
10-06_02	0,000	446,750	446,750	322,587	261,8	160728
10-06_03	0,000	446,400	446,400	425,749	6,4	62
10-06_04	0,000	446,350	446,350	338,200	57,9	13018
10-06_05	0,000	557,667	557,667	378,495	87,9	35395
10-07_01	0,000	605,167	605,167	312,443	515,0	240514
10-07_02	0,000	418,467	418,467	332,935	90,1	11405
10-07_03	0,000	305,433	305,433	283,745	14,2	525
10-07_04	0,000	340,167	340,167	327,635	7,2	317
10-07_05	0,000	1062,450	1062,450	372,500	290,1	323862
10-08_01	0,000	361,429	361,429	331,036	36,6	1363
10-08_02	0,000	453,767	453,767	384,018	28,5	2403
10-08_03	0,000	363,595	363,595	339,633	18,8	958
10-08_04	0,000	956,190	956,190	392,452	785,1	457977
10-08_05	0,000	434,310	434,310	313,458	170,9	26381
20-01_01	0,001	859,583	859,577	740,706	28336,4	1871753
20-01_02	0,000	759,583	759,583	678,411	3550,2	65050
20-01_03	0,000	685,000	685,000	642,241	1625,1	4110
20-01_04	0,000	660,750	660,750	635,670	2554,5	24648
20-01_05	0,000	704,000	704,000	663,124	2152,8	21972
20-02_01	0,000	609,217	609,217	538,019	4728,2	37340
20-02_02	0,000	587,117	587,117	560,630	1192,2	155
20-02_03	0,000	562,000	562,000	539,140	5946,9	60981
20-02_04	0,000	618,750	618,750	590,450	1610,6	1276
20-02_05	0,000	573,500	573,500	553,075	4184,8	7568
20-03_01	0,000	478,500	478,500	473,098	1612,5	440
20-03_02	0,000	498,483	498,483	479,060	2046,7	7980

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
20-03_03	0,000	514,683	514,683	476,416	43523,5	961203
20-03_04	0,000	535,333	535,333	525,506	645,8	151
20-03_05	0,000	569,433	569,433	515,072	17446,5	351830
20-04_01	0,000	428,476	428,476	414,051	2466,8	4401
20-04_02	4,957	470,226	446,919	409,646	80000,2	2172947
20-04_03	0,000	482,262	482,262	420,325	16405,7	399983
20-04_04	0,000	446,000	446,000	420,442	4065,5	195
20-04_05	0,000	432,252	432,252	410,381	8787,2	40639
20-05_01	0,000	757,833	757,833	684,500	7200,8	206781
20-05_02	5,784	765,750	721,463	681,758	80000,6	3773441
20-05_03	0,000	761,917	761,917	675,794	11040,9	194346
20-05_04	0,000	718,333	718,333	667,253	5047,4	34261
20-05_05	0,000	868,417	868,417	796,341	8590,9	520354
20-06_01	2,941	677,600	657,669	571,505	80000,2	1241029
20-06_02	0,000	593,800	593,800	540,273	13357,6	378289
20-06_03	0,000	583,533	583,533	534,422	12669,6	383244
20-06_04	1,731	607,217	596,708	553,186	80000,3	2839654
20-06_05	0,000	617,983	617,983	592,086	3602,0	3668
20-07_01	0,001	556,900	556,894	486,398	12271,2	87742
20-07_02	0,000	548,300	548,300	506,220	46327,2	1115134
20-07_03	0,000	597,000	597,000	537,961	7008,0	101894
20-07_04	0,000	538,367	538,367	502,402	3702,4	2093
20-07_05	0,000	544,750	544,750	501,838	3693,7	3698
20-08_01	0,000	447,690	447,690	421,510	26483,0	257841
20-08_02	0,000	544,286	544,286	531,920	2151,7	329
20-08_03	0,000	439,179	439,179	433,458	2452,5	222
20-08_04	13,150	546,000	474,202	450,271	80000,2	834969
20-08_05	0,000	524,190	524,190	497,764	5934,0	14961
30-01_01	8,187	1012,750	929,833	886,892	80000,5	245642
30-01_02	6,119	1124,917	1056,088	1000,417	80000,3	247386
30-01_03	5,417	990,750	937,083	891,910	80000,0	359583
30-01_04	0,000	998,500	998,500	934,543	51912,5	98491
30-01_05	1,143	913,583	903,138	870,171	80000,2	643821
30-02_01	2,862	799,283	776,409	750,481	80000,1	6944
30-02_02	7,384	828,617	767,431	750,682	80000,3	77167
30-02_03	0,006	811,000	810,953	779,201	67856,0	112417
30-02_04	0,000	919,200	919,200	913,291	27415,1	5412
30-02_05	7,564	810,450	749,150	727,152	80000,2	74790
30-03_01	6,250	684,017	641,265	633,956	80000,0	1
30-03_02	7,309	700,617	649,408	636,472	80000,1	3059
30-03_03	2,752	662,400	644,170	642,231	80000,6	2620
30-03_04	0,000	672,467	672,467	660,208	61429,7	603
30-03_05	0,000	625,667	625,667	619,495	4239,2	3772
30-04_01	7,849	623,245	574,325	568,499	80000,1	2940
30-04_02	0,000	575,638	575,638	565,640	28400,8	561
30-04_03	2,359	679,238	663,214	658,500	80000,9	62
30-04_04	0,000	565,190	565,190	558,008	21930,5	4332
30-04_05	9,473	711,762	644,336	631,135	80000,0	1
30-05_01	13,328	1125,750	975,707	888,457	80000,3	65681
30-05_02	0,000	950,167	950,167	909,615	36851,0	17267
30-05_03	0,000	1005,083	1005,083	970,000	14865,3	4117
30-05_04	0,000	1052,583	1052,583	976,500	31762,6	204278
30-05_05	5,886	998,000	939,263	900,500	80000,3	95290
30-06_01	1,144	823,200	813,781	766,074	80000,2	24376
30-06_02	0,000	804,000	804,000	783,210	64078,6	4413

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
30-06_03	0,000	851,200	851,200	837,174	20494,1	1352
30-06_04	17,383	1026,850	848,357	826,514	80008,0	3656
30-06_05	12,441	886,150	775,906	734,144	80000,2	3055
30-07_01	8,780	711,200	648,756	639,578	80001,1	1806
30-07_02	2,621	685,633	667,664	643,319	80000,4	151
30-07_03	5,963	689,100	648,012	628,253	80000,3	1471
30-07_04	NA	NA	656,367	630,724	80000,2	16
30-07_05	5,453	732,167	692,241	670,087	80000,2	2050
30-08_01	11,633	655,833	579,538	573,410	80000,3	10
30-08_02	5,102	658,476	624,881	617,554	80000,3	3160
30-08_03	7,626	685,386	633,116	614,636	80000,4	1242
30-08_04	11,720	722,607	637,917	622,025	80003,1	62
30-08_05	3,154	735,036	711,850	694,286	80000,2	746

Tabela 3 – Dados do Modelo NON.

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
10-01_01	0,000	879,750	879,750	284,280	491,7	408694
10-01_02	0,000	467,500	467,500	201,973	2099,7	516108
10-01_03	0,000	492,750	492,750	217,033	1539,1	580639
10-01_04	0,000	573,500	573,500	282,675	765,0	271024
10-01_05	0,000	1147,500	1147,500	540,098	23,2	28135
10-02_01	0,000	541,900	541,900	167,254	3458,8	1058786
10-02_02	0,000	528,967	528,967	239,407	1286,3	269915
10-02_03	0,000	521,883	521,883	186,437	1569,3	374946
10-02_04	0,000	781,067	781,067	232,108	1372,6	474428
10-02_05	0,000	638,467	638,467	219,563	1219,4	341205
10-03_01	0,000	562,900	562,900	215,530	2733,2	471617
10-03_02	0,000	665,750	665,750	241,565	1137,5	290455
10-03_03	0,000	733,500	733,500	234,756	1515,5	645903
10-03_04	0,000	605,533	605,533	362,140	612,1	235989
10-03_05	0,000	880,833	880,833	369,132	679,4	265140
10-04_01	0,000	340,048	340,048	184,906	1743,2	196455
10-04_02	0,000	363,845	363,845	196,087	1704,3	205939
10-04_03	0,000	342,610	342,610	176,432	1290,4	123861
10-04_04	0,000	285,836	285,836	153,440	3719,6	2027125
10-04_05	0,000	473,512	473,512	269,427	2758,9	323377
10-05_01	0,000	672,500	672,500	239,506	2041,9	980390
10-05_02	0,000	495,833	495,833	224,177	1097,5	211308
10-05_03	0,000	616,417	616,417	213,584	2846,5	1102954
10-05_04	0,000	487,750	487,750	250,739	1258,5	286282
10-05_05	0,000	693,417	693,417	332,731	1164,8	392937
10-06_01	0,000	999,600	999,600	350,515	633,3	402174
10-06_02	0,000	446,750	446,750	170,496	4839,6	2108612
10-06_03	0,000	446,400	446,400	269,402	2415,1	616363
10-06_04	0,000	446,350	446,350	184,647	1392,7	269199
10-06_05	0,000	557,667	557,667	230,903	1156,0	273447
10-07_01	0,000	605,167	605,167	188,173	3424,3	942913
10-07_02	0,000	418,467	418,467	216,740	653,5	124609
10-07_03	0,000	305,433	305,433	155,036	2610,1	1345177
10-07_04	0,000	340,167	340,167	173,712	1968,9	471905
10-07_05	0,000	1062,450	1062,450	303,344	856,3	503413
10-08_01	0,000	361,429	361,429	219,050	1184,6	122070
10-08_02	0,000	453,767	453,767	279,146	311,3	46391
10-08_03	0,000	363,595	363,595	230,549	3954,1	2205645
10-08_04	0,000	956,190	956,190	334,344	1109,8	570731
10-08_05	0,000	434,310	434,309	210,832	2520,7	156397
20-01_01	53,351	888,333	414,397	315,879	80000,1	310586
20-01_02	62,345	808,083	304,283	221,996	80000,2	80245
20-01_03	63,194	714,667	263,043	186,427	80000,3	98554
20-01_04	64,115	662,500	237,738	177,254	80000,1	88170
20-01_05	54,371	715,750	326,588	228,242	80000,1	202318
20-02_01	57,279	698,817	298,538	195,302	80000,3	235319
20-02_02	64,482	619,967	220,201	194,661	80000,1	52578
20-02_03	69,992	586,800	176,088	166,332	80000,2	22850
20-02_04	61,455	651,300	251,044	228,961	80000,4	52726
20-02_05	67,536	587,867	190,847	179,820	80000,2	44049
20-03_01	65,348	481,400	166,815	159,536	80000,2	45299
20-03_02	62,218	521,033	196,859	182,134	80000,6	48016
20-03_03	65,010	536,517	187,725	174,857	80000,1	48458

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
20-03_04	52,945	574,533	270,346	241,184	80001,1	61097
20-03_05	59,486	593,000	240,245	207,256	80000,1	59789
20-04_01	61,142	436,462	169,598	157,320	80000,7	50840
20-04_02	60,351	476,014	188,733	160,613	80015,6	59682
20-04_03	64,015	485,262	174,620	160,323	80000,6	60191
20-04_04	63,709	462,343	167,789	164,102	80000,3	60118
20-04_05	66,015	441,000	149,875	144,104	80000,1	4593
20-05_01	56,458	776,417	338,066	246,900	80000,1	146618
20-05_02	61,373	801,667	309,664	225,122	80000,1	315348
20-05_03	64,139	836,250	299,886	213,249	80000,1	102883
20-05_04	65,992	898,250	305,474	219,790	80000,1	134056
20-05_05	53,982	946,250	435,449	352,993	80000,1	209246
20-06_01	58,341	679,867	283,224	214,504	80000,2	127188
20-06_02	68,752	668,950	209,032	187,438	80000,3	55011
20-06_03	65,029	647,000	226,263	184,465	80000,1	58964
20-06_04	66,956	660,050	218,106	189,805	80000,2	46971
20-06_05	64,576	751,583	266,239	237,854	80000,8	78149
20-07_01	63,376	579,400	212,198	182,020	80000,1	60297
20-07_02	60,961	557,300	217,562	206,150	80000,1	23855
20-07_03	59,580	611,700	247,250	228,345	80000,2	36459
20-07_04	63,010	574,017	212,328	202,629	80000,2	56651
20-07_05	60,323	561,083	222,619	186,905	80000,2	58456
20-08_01	66,780	448,548	149,009	145,292	80000,4	39194
20-08_02	51,427	552,893	268,559	266,024	80000,2	8264
20-08_03	59,748	442,464	178,100	174,220	80000,9	5865
20-08_04	60,241	527,071	209,556	193,016	80000,2	27735
20-08_05	51,857	525,048	252,775	248,066	80000,1	49400
30-01_01	79,911	1065,250	213,993	194,483	80000,1	8492
30-01_02	74,762	1199,417	302,706	290,422	80000,1	9126
30-01_03	77,305	1039,167	235,844	218,137	80000,1	42427
30-01_04	77,078	1096,917	251,433	234,231	80001,8	8509
30-01_05	80,002	1053,333	210,645	194,774	80000,1	9711
30-02_01	79,971	962,667	192,814	190,408	80000,1	5688
30-02_02	78,206	898,250	195,762	194,102	80000,1	1757
30-02_03	82,778	1269,467	218,633	217,545	80000,6	62
30-02_04	63,675	960,650	348,959	348,420	80000,1	94
30-02_05	78,499	785,633	168,922	168,251	80000,2	5513
30-03_01	85,284	1059,833	155,963	155,700	80000,0	1
30-03_02	76,249	736,167	174,847	173,472	80000,2	92
30-03_03	85,177	1170,417	173,486	173,064	80000,3	14
30-03_04	75,523	766,583	187,637	187,115	80000,0	1
30-03_05	79,318	736,200	152,259	152,026	80000,0	1
30-04_01	87,071	1335,233	172,631	171,915	80000,4	32
30-04_02	72,979	603,471	163,062	162,522	80000,4	7
30-04_03	94,579	4667,279	253,006	252,994	80000,0	1
30-04_04	93,793	2549,917	158,278	157,828	80000,0	1
30-04_05	74,832	1001,110	251,954	224,995	80000,3	27
30-05_01	77,505	1351,667	304,062	247,742	80000,5	58783
30-05_02	77,916	1007,917	222,590	208,450	80005,8	9830
30-05_03	79,687	1450,083	294,559	285,103	80000,7	10554
30-05_04	74,177	1128,083	291,307	283,802	80000,1	11358
30-05_05	75,182	1057,750	262,512	245,074	80000,3	22538
30-06_01	79,143	943,150	196,713	195,354	80000,2	191
30-06_02	76,489	878,950	206,647	205,403	80000,1	3626
30-06_03	74,315	1096,067	281,523	280,292	80000,1	92

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
30-06_04	77,619	1121,233	250,939	249,219	80000,3	126
30-06_05	83,106	1085,950	183,455	180,467	80001,6	61
30-07_01	89,440	1623,483	171,445	170,273	80000,3	18
30-07_02	88,311	1493,367	174,555	174,017	80000,0	1
30-07_03	88,300	1519,267	177,760	177,088	80000,1	1
30-07_04	93,260	2477,967	167,025	166,363	80000,1	1
30-07_05	90,484	2137,650	203,423	202,079	80000,0	1
30-08_01	78,779	808,976	171,674	168,219	80000,2	2
30-08_02	79,118	1071,676	223,793	223,266	80000,5	25
30-08_03	90,850	2394,002	219,044	218,416	80000,0	1
30-08_04	83,298	1336,790	223,274	223,005	80000,0	1
30-08_05	94,644	5497,833	294,458	294,458	80000,0	1

Tabela 4 – Dados do Modelo NON-LZY-PWL.

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
10-01_01	0,000	879,750	879,750	418,061	46,0	51640
10-01_02	0,000	467,500	467,500	408,800	7,6	1006
10-01_03	0,000	492,750	492,750	395,982	25,6	13896
10-01_04	0,000	573,500	573,500	498,598	5,1	698
10-01_05	0,000	1147,500	1147,500	487,154	19,6	12873
10-02_01	0,000	541,900	541,900	328,214	150,5	137769
10-02_02	0,000	528,967	528,967	386,250	60,9	32333
10-02_03	0,000	521,883	521,883	342,202	118,9	71421
10-02_04	0,000	781,067	781,067	354,355	79,5	86792
10-02_05	0,000	638,467	638,467	367,074	95,3	55858
10-03_01	0,000	562,900	562,900	334,183	132,6	58545
10-03_02	0,000	665,750	665,750	362,230	156,1	133469
10-03_03	0,000	733,500	733,500	336,045	374,9	467531
10-03_04	0,000	605,533	605,533	452,593	70,0	57044
10-03_05	0,000	880,833	880,833	470,500	98,3	55773
10-04_01	0,000	340,048	340,048	297,195	17,9	2339
10-04_02	0,000	363,845	363,845	332,788	8,7	180
10-04_03	0,000	342,610	342,610	284,577	22,1	1921
10-04_04	0,000	285,836	285,836	263,857	17,7	3065
10-04_05	0,000	473,512	473,512	378,486	87,7	29801
10-05_01	0,000	672,500	672,500	443,577	93,2	74247
10-05_02	0,000	495,833	495,833	414,940	27,3	15843
10-05_03	0,000	616,417	616,417	407,589	85,4	81233
10-05_04	0,000	487,750	487,750	462,241	3,3	455
10-05_05	0,000	693,417	693,417	513,208	24,7	10902
10-06_01	0,000	999,600	999,600	451,524	122,0	182683
10-06_02	0,000	446,750	446,750	323,436	89,5	82745
10-06_03	0,000	446,400	446,400	426,360	3,8	258
10-06_04	0,000	446,350	446,350	341,092	48,2	12821
10-06_05	0,000	557,667	557,667	388,880	49,1	23439
10-07_01	0,000	605,167	605,167	323,751	252,9	144831
10-07_02	0,000	418,467	418,467	340,759	27,9	6244
10-07_03	0,000	305,433	305,433	285,443	7,7	339
10-07_04	0,000	340,167	340,167	327,635	6,0	394
10-07_05	0,000	1062,450	1062,450	372,500	265,3	445594
10-08_01	0,000	361,429	361,429	335,589	12,8	393
10-08_02	0,000	453,767	453,767	384,478	14,2	1380
10-08_03	0,000	363,595	363,595	339,860	18,2	745
10-08_04	0,000	956,190	956,190	400,073	753,3	542848
10-08_05	0,000	434,310	434,310	314,905	44,9	19108
20-01_01	0,000	859,583	859,583	745,179	6804,7	1002510
20-01_02	0,000	759,583	759,583	678,587	2754,8	104891
20-01_03	0,000	685,000	685,000	637,062	658,9	7287
20-01_04	0,000	660,750	660,750	636,784	1359,5	32955
20-01_05	0,000	704,000	704,000	663,577	443,0	4699
20-02_01	0,000	609,217	609,217	539,649	4883,2	347163
20-02_02	0,000	587,117	587,117	547,543	505,0	1054
20-02_03	0,000	562,000	562,000	534,305	5770,0	150142
20-02_04	0,000	618,750	618,750	590,450	740,9	5024
20-02_05	0,000	573,500	573,500	549,646	3073,1	12351
20-03_01	0,000	478,500	478,500	467,216	538,8	526
20-03_02	0,000	498,483	498,483	471,883	956,1	1562

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
20-03_03	0,001	514,683	514,678	473,607	20830,9	766171
20-03_04	0,000	535,333	535,333	498,174	288,9	279
20-03_05	0,000	569,433	569,433	491,204	10374,5	726637
20-04_01	0,000	428,476	428,476	414,051	2517,8	11375
20-04_02	2,691	461,443	449,025	409,645	80000,1	4136628
20-04_03	0,000	482,262	482,262	420,202	23085,2	893086
20-04_04	0,000	446,000	446,000	416,757	3037,0	400
20-04_05	0,000	432,252	432,252	410,381	8269,9	74578
20-05_01	0,000	757,834	757,833	684,625	1836,0	59904
20-05_02	9,325	792,250	718,373	682,214	80000,2	3703201
20-05_03	0,003	761,917	761,894	683,623	6458,0	250603
20-05_04	0,000	718,333	718,333	663,068	664,1	16836
20-05_05	0,000	868,417	868,417	796,794	13420,0	957849
20-06_01	0,000	669,450	669,450	569,887	44846,1	2429540
20-06_02	0,000	593,800	593,800	530,868	6446,2	298050
20-06_03	0,000	583,533	583,533	520,885	3305,8	122103
20-06_04	0,000	607,217	607,217	543,576	74130,0	5628455
20-06_05	0,000	617,983	617,983	573,677	1183,9	4133
20-07_01	0,005	556,900	556,874	480,159	7207,3	186554
20-07_02	0,000	548,300	548,300	506,632	28184,6	1720376
20-07_03	0,000	597,000	597,000	533,682	5224,1	111123
20-07_04	0,000	538,367	538,367	494,266	1210,3	3418
20-07_05	0,000	544,750	544,750	505,848	987,1	1183
20-08_01	0,000	447,690	447,690	417,671	18677,6	279421
20-08_02	0,000	544,286	544,286	522,592	1857,2	657
20-08_03	0,000	439,179	439,179	418,723	770,1	61
20-08_04	18,210	581,086	475,270	443,769	80000,3	1842330
20-08_05	0,000	524,190	524,190	497,764	2208,0	6590
30-01_01	14,901	1094,417	931,333	886,783	80000,3	365654
30-01_02	5,556	1120,917	1058,639	1000,417	80000,1	443059
30-01_03	13,784	1083,083	933,786	889,542	80000,3	319638
30-01_04	0,000	998,500	998,500	927,982	20880,8	81540
30-01_05	1,006	913,583	904,393	868,906	80000,4	1323958
30-02_01	4,123	814,817	781,225	740,168	80000,3	182330
30-02_02	6,833	826,817	770,322	744,016	80000,2	284567
30-02_03	0,000	811,000	811,000	779,201	35742,0	94718
30-02_04	0,000	919,200	919,200	913,291	16667,4	7904
30-02_05	1,490	767,333	755,897	727,143	80000,2	396717
30-03_01	0,000	655,517	655,517	630,774	68263,5	12522
30-03_02	0,000	666,833	666,833	621,395	73124,3	53137
30-03_03	0,814	659,333	653,967	628,422	80000,7	70873
30-03_04	0,000	672,467	672,467	643,957	11142,3	1175
30-03_05	0,000	625,667	625,667	619,507	9371,2	2208
30-04_01	2,778	609,081	592,160	551,284	80000,3	55467
30-04_02	0,000	575,638	575,638	559,194	21939,7	1392
30-04_03	0,000	666,714	666,714	658,500	53176,7	1924
30-04_04	0,000	565,190	565,190	547,967	53610,2	3617
30-04_05	0,000	678,417	678,417	631,128	52469,0	9725
30-05_01	50,908	2049,833	1006,293	893,674	80000,2	950330
30-05_02	0,000	950,167	950,167	902,869	7327,7	10972
30-05_03	0,000	1005,083	1005,083	970,000	21414,8	56361
30-05_04	1,430	1060,583	1045,416	976,500	80000,1	653312
30-05_05	1,085	959,667	949,254	900,000	80000,2	429753
30-06_01	0,000	822,500	822,500	768,338	65614,1	224641
30-06_02	0,000	804,000	804,000	783,210	16177,2	9885

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
30-06_03	0,000	851,202	851,200	819,071	17015,2	4243
30-06_04	30,060	1254,217	877,194	826,514	80000,2	84835
30-06_05	6,386	834,067	780,800	736,928	80000,2	152760
30-07_01	11,726	738,150	651,595	632,699	80000,2	16332
30-07_02	0,000	673,300	673,300	644,063	71231,5	43195
30-07_03	0,000	673,533	673,533	628,567	63130,0	45985
30-07_04	30,748	947,100	655,889	626,207	80000,1	6638
30-07_05	0,000	713,400	713,400	655,204	53386,7	7306
30-08_01	0,000	582,000	582,000	573,472	21198,3	7118
30-08_02	4,178	651,214	624,004	594,467	80000,2	8337
30-08_03	1,502	652,433	642,631	594,101	80001,0	6894
30-08_04	0,532	647,414	643,970	615,899	80000,1	7448
30-08_05	2,099	731,464	716,113	694,286	80000,1	4281

Tabela 5 – Dados do Modelo NON-LZY-PWL-LIN.

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
10-01_01	0,000	879,750	879,750	103,000	130,9	87884
10-01_02	0,000	467,500	467,500	110,667	13,1	1003
10-01_03	0,000	492,750	492,750	118,000	73,4	25075
10-01_04	0,000	573,500	573,500	176,000	13,4	2038
10-01_05	0,000	1147,500	1147,500	185,000	37,1	12841
10-02_01	0,000	541,900	541,900	111,500	307,6	104297
10-02_02	0,000	528,967	528,967	125,000	126,9	43911
10-02_03	0,000	521,883	521,883	120,500	344,2	133149
10-02_04	0,000	781,066	781,066	120,000	320,2	151602
10-02_05	0,000	638,467	638,467	110,750	123,5	52755
10-03_01	0,000	562,900	562,900	107,000	208,7	55536
10-03_02	0,000	665,750	665,750	182,000	175,2	106328
10-03_03	0,000	733,500	733,500	130,600	925,4	364380
10-03_04	0,000	605,533	605,533	293,000	136,2	55350
10-03_05	0,000	880,833	880,833	297,000	136,0	48819
10-04_01	0,000	340,048	340,048	135,000	53,7	4130
10-04_02	0,000	363,845	363,845	169,833	27,1	293
10-04_03	0,000	342,610	342,610	105,000	48,9	4151
10-04_04	0,000	285,836	285,836	102,000	31,2	4757
10-04_05	0,000	473,512	473,512	199,000	246,6	49141
10-05_01	0,000	672,500	672,500	157,000	169,3	86384
10-05_02	0,000	495,833	495,833	116,000	79,3	20941
10-05_03	0,000	616,417	616,417	110,000	210,3	106215
10-05_04	0,000	487,750	487,750	164,000	8,0	434
10-05_05	0,000	693,417	693,417	198,000	56,7	14680
10-06_01	0,000	999,600	999,600	246,125	492,3	319515
10-06_02	0,000	446,750	446,750	112,000	291,4	103702
10-06_03	0,000	446,400	446,400	206,000	9,7	149
10-06_04	0,000	446,350	446,350	103,000	76,6	16471
10-06_05	0,000	557,667	557,667	108,000	82,0	30625
10-07_01	0,000	605,167	605,167	116,000	571,8	222550
10-07_02	0,000	418,467	418,467	108,000	83,7	9601
10-07_03	0,000	305,433	305,433	110,000	27,3	784
10-07_04	0,000	340,167	340,167	122,000	22,5	373
10-07_05	0,000	1062,450	1062,450	229,500	502,4	399639
10-08_01	0,000	361,429	361,429	146,000	37,5	370
10-08_02	0,000	453,767	453,767	231,300	36,6	5249
10-08_03	0,000	363,595	363,595	181,000	25,5	1388
10-08_04	0,000	956,190	956,190	194,500	1884,4	702008
10-08_05	0,000	434,310	434,310	127,000	210,0	33114
20-01_01	0,000	859,583	859,583	243,333	35234,1	1248017
20-01_02	0,000	759,583	759,583	167,333	8891,9	141759
20-01_03	0,000	685,000	685,000	101,000	2784,0	2988
20-01_04	0,000	660,750	660,750	104,000	3898,1	71866
20-01_05	0,000	704,000	704,000	160,000	3001,3	6732
20-02_01	0,000	609,217	609,217	112,333	7279,9	112741
20-02_02	0,008	587,117	587,068	115,000	5269,6	506
20-02_03	0,000	562,000	562,000	103,000	15563,1	111159
20-02_04	0,000	618,750	618,750	187,500	2708,3	3315
20-02_05	0,000	573,500	573,500	115,000	14364,1	61655
20-03_01	0,000	478,500	478,500	101,000	4824,3	482
20-03_02	0,000	498,483	498,483	115,000	6211,9	4201

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
20-03_03	0,000	514,683	514,683	118,000	39319,4	450600
20-03_04	0,000	535,333	535,333	133,000	1446,4	199
20-03_05	0,000	569,433	569,433	108,000	26081,0	645727
20-04_01	0,000	428,476	428,476	107,000	10466,0	16236
20-04_02	7,620	479,926	443,356	107,333	80000,1	1080561
20-04_03	0,950	483,000	478,414	108,333	80000,1	930089
20-04_04	0,000	446,000	446,000	105,000	7692,2	7899
20-04_05	0,000	432,252	432,252	101,000	38325,1	209229
20-05_01	0,000	757,833	757,833	184,000	6920,1	134927
20-05_02	6,905	774,750	721,250	151,500	80000,6	3320393
20-05_03	0,000	761,917	761,917	113,000	10995,2	211898
20-05_04	0,000	718,333	718,333	115,000	5870,2	32043
20-05_05	0,003	868,417	868,392	275,000	36181,4	944056
20-06_01	1,815	675,867	663,597	116,000	80000,2	1418566
20-06_02	0,000	593,800	593,800	104,000	24565,7	372470
20-06_03	0,000	583,533	583,533	100,000	14084,5	247272
20-06_04	2,903	607,417	589,782	107,000	80000,3	832895
20-06_05	0,000	617,983	617,983	140,000	7704,2	14646
20-07_01	0,000	556,900	556,900	114,200	21126,8	151819
20-07_02	2,356	548,300	535,381	140,000	80000,1	141207
20-07_03	0,000	597,000	597,000	146,000	12967,8	128276
20-07_04	0,000	538,367	538,367	131,200	5781,3	5150
20-07_05	0,000	544,750	544,750	138,000	6259,3	1186
20-08_01	0,000	447,690	447,690	100,000	52354,6	338866
20-08_02	0,000	544,286	544,286	203,000	9602,9	563
20-08_03	0,000	439,178	439,178	110,000	8743,2	129
20-08_04	10,365	527,914	473,195	125,000	80000,3	602034
20-08_05	0,000	524,190	524,190	216,250	8460,7	3451
30-01_01	11,090	1047,083	930,958	103,000	80000,3	171215
30-01_02	4,081	1100,083	1055,191	226,667	80000,4	63695
30-01_03	11,276	1051,083	932,561	115,000	80000,5	78978
30-01_04	11,648	1079,583	953,838	124,000	80003,5	3405
30-01_05	3,281	925,333	894,969	102,000	80003,0	20117
30-02_01	9,219	850,267	771,878	116,000	80000,3	348
30-02_02	17,317	913,450	755,264	104,500	80000,4	3875
30-02_03	3,869	813,233	781,771	176,000	80000,2	2948
30-02_04	0,000	919,200	919,200	308,000	36988,1	7035
30-02_05	8,752	807,183	736,538	103,000	80000,4	3221
30-03_01	26,371	858,367	632,009	103,000	80000,7	29
30-03_02	9,069	711,183	646,688	100,000	80000,3	265
30-03_03	5,290	676,017	640,255	110,000	80000,1	30
30-03_04	6,044	708,433	665,615	112,000	80004,6	61
30-03_05	2,857	636,533	618,347	108,000	80004,8	30
30-04_01	37,936	906,279	562,473	103,000	80000,0	1
30-04_02	10,256	628,257	563,822	105,000	80000,0	1
30-04_03	NA	NA	631,802	229,500	80000,0	1
30-04_04	8,796	600,536	547,714	106,000	80000,3	6
30-04_05	10,389	716,119	641,719	195,333	80000,9	62
30-05_01	13,022	1155,000	1004,596	123,667	80000,9	206379
30-05_02	0,000	950,167	950,167	105,000	71987,5	8109
30-05_03	0,000	1005,083	1005,083	216,000	52140,8	4813
30-05_04	4,674	1098,000	1046,680	216,000	80000,3	132973
30-05_05	17,670	1126,083	927,101	162,333	80002,4	27662
30-06_01	NA	NA	795,461	134,500	80000,0	1
30-06_02	4,405	831,500	794,873	159,000	80000,2	226

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
30-06_03	37,619	1353,733	844,478	179,000	80000,2	14
30-06_04	21,637	1071,100	839,351	204,000	80000,7	126
30-06_05	NA	NA	754,240	116,000	80000,2	743
30-07_01	30,988	939,067	648,068	105,000	80000,2	6
30-07_02	NA	NA	439,938	116,000	80000,0	1
30-07_03	39,083	1063,350	647,766	117,000	80000,9	53
30-07_04	91,663	1314,650	109,600	106,000	80001,1	1
30-07_05	42,578	1180,667	677,962	117,000	80000,4	25
30-08_01	16,652	690,838	575,802	129,000	80001,8	62
30-08_02	52,732	1315,814	621,960	140,000	80001,1	61
30-08_03	54,411	1184,536	540,018	136,000	80000,0	1
30-08_04	42,724	1017,924	583,024	163,000	80000,0	1
30-08_05	NA	NA	280,000	268,000	80000,1	153

Tabela 6 – Dados do Modelo NON-LZY-PWL-DES.

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
10-01_01	0,000	879,750	879,750	428,199	43,3	49940
10-01_02	0,000	467,500	467,500	408,800	7,7	1006
10-01_03	0,000	492,750	492,750	395,982	25,6	13896
10-01_04	0,000	573,500	573,500	498,598	5,0	698
10-01_05	0,000	1147,500	1147,500	491,652	15,3	11769
10-02_01	0,000	541,900	541,900	328,214	151,1	137769
10-02_02	0,000	528,967	528,967	386,250	60,9	32333
10-02_03	0,000	521,883	521,883	342,202	120,0	71421
10-02_04	0,000	781,067	781,067	354,355	79,7	86792
10-02_05	0,000	638,467	638,467	367,074	95,0	55858
10-03_01	0,000	562,900	562,900	334,183	132,3	58545
10-03_02	0,000	665,750	665,750	362,230	157,4	133469
10-03_03	0,000	733,500	733,500	336,045	373,0	467531
10-03_04	0,000	605,533	605,533	452,593	69,8	57044
10-03_05	0,000	880,833	880,833	470,500	97,7	55773
10-04_01	0,000	340,048	340,048	297,195	17,6	2339
10-04_02	0,000	363,845	363,845	332,788	8,5	180
10-04_03	0,000	342,610	342,610	284,577	21,6	1921
10-04_04	0,000	285,836	285,836	263,857	17,7	3065
10-04_05	0,000	473,512	473,512	378,486	86,9	29801
10-05_01	0,000	672,500	672,500	443,577	93,8	74247
10-05_02	0,000	495,833	495,833	414,940	27,5	15843
10-05_03	0,000	616,417	616,417	407,589	86,0	81233
10-05_04	0,000	487,750	487,750	462,241	3,3	455
10-05_05	0,000	693,417	693,417	513,208	24,7	10902
10-06_01	0,000	999,600	999,600	451,524	122,5	182683
10-06_02	0,000	446,750	446,750	323,436	89,7	82745
10-06_03	0,000	446,400	446,400	426,360	3,7	258
10-06_04	0,000	446,350	446,350	341,092	48,4	12821
10-06_05	0,000	557,667	557,667	388,880	48,8	23439
10-07_01	0,000	605,167	605,167	323,751	253,9	144831
10-07_02	0,000	418,467	418,467	340,759	27,7	6244
10-07_03	0,000	305,433	305,433	285,443	7,5	339
10-07_04	0,000	340,167	340,167	327,635	6,0	394
10-07_05	0,000	1062,450	1062,450	372,500	258,0	437830
10-08_01	0,000	361,429	361,429	335,589	13,0	393
10-08_02	0,000	453,767	453,767	384,478	14,1	1380
10-08_03	0,000	363,595	363,595	339,860	18,0	745
10-08_04	0,000	956,190	956,190	400,073	762,8	542848
10-08_05	0,000	434,310	434,310	314,905	44,7	19108
20-01_01	0,000	859,583	859,583	745,179	6742,5	1002510
20-01_02	0,000	759,583	759,583	678,587	2923,4	132967
20-01_03	0,000	685,000	685,000	642,410	907,8	5861
20-01_04	0,000	660,750	660,750	636,784	1368,8	32955
20-01_05	0,000	704,000	704,000	663,577	627,5	7256
20-02_01	0,000	609,217	609,217	539,649	4849,2	347163
20-02_02	0,000	587,117	587,117	561,262	348,5	382
20-02_03	0,000	562,000	562,000	539,143	4747,3	107757
20-02_04	0,000	618,750	618,750	590,450	567,8	4509
20-02_05	0,000	573,500	573,500	554,055	3434,5	51242
20-03_01	0,000	478,500	478,500	473,335	1204,1	643
20-03_02	0,000	498,483	498,483	479,072	1174,6	1827

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
20-03_03	0,001	514,683	514,681	476,486	32153,7	1522883
20-03_04	0,000	535,333	535,333	525,210	284,8	206
20-03_05	0,003	569,433	569,417	515,072	6459,3	349707
20-04_01	0,000	428,476	428,476	414,051	2546,1	11375
20-04_02	2,865	462,205	448,964	409,645	80000,1	4056565
20-04_03	0,000	482,262	482,262	420,202	22877,7	893086
20-04_04	0,000	446,000	446,000	420,442	2981,0	403
20-04_05	0,000	432,252	432,252	410,381	8359,4	74578
20-05_01	0,000	757,833	757,833	684,625	3439,3	164117
20-05_02	5,562	761,000	718,676	682,214	80001,2	3473774
20-05_03	0,000	761,917	761,917	687,889	9091,8	274922
20-05_04	0,000	718,333	718,333	668,822	706,2	16353
20-05_05	0,000	868,417	868,417	796,794	5793,9	492078
20-06_01	0,000	669,450	669,450	574,642	67309,5	2983518
20-06_02	0,000	593,800	593,800	542,958	13112,9	846589
20-06_03	0,000	583,533	583,533	533,889	4437,9	204783
20-06_04	0,000	607,217	607,217	554,750	59870,1	4770711
20-06_05	0,000	617,983	617,983	592,124	1287,0	9649
20-07_01	0,000	556,900	556,900	487,777	5275,5	69045
20-07_02	0,000	548,300	548,300	516,083	29810,4	2006521
20-07_03	0,000	597,000	597,000	544,643	8011,6	199790
20-07_04	0,000	538,367	538,367	503,322	1656,3	6708
20-07_05	0,000	544,750	544,750	505,848	998,6	1183
20-08_01	0,000	447,690	447,690	422,523	19329,7	260955
20-08_02	0,000	544,286	544,286	532,521	1400,3	580
20-08_03	0,000	439,179	439,179	434,730	826,9	250
20-08_04	13,482	548,429	474,488	458,285	80000,2	1696119
20-08_05	0,000	524,190	524,190	497,764	2303,3	9949
30-01_01	14,901	1094,417	931,333	886,783	80000,3	363715
30-01_02	5,559	1120,917	1058,603	1000,417	80000,2	438850
30-01_03	13,784	1083,083	933,786	889,542	80000,1	320878
30-01_04	0,000	998,500	998,500	934,449	44606,6	179825
30-01_05	1,008	913,583	904,379	868,906	80000,6	1318788
30-02_01	11,584	883,400	781,067	750,481	80000,1	216085
30-02_02	3,571	798,650	770,129	750,690	80000,2	237523
30-02_03	0,000	811,000	811,000	779,201	37740,8	112482
30-02_04	0,000	919,200	919,200	913,291	16489,8	7904
30-02_05	1,480	767,333	755,976	727,143	80000,2	405191
30-03_01	0,638	655,517	651,334	633,962	80002,1	3648
30-03_02	0,000	666,833	666,833	636,502	44501,6	13177
30-03_03	0,813	659,333	653,970	642,275	80000,1	57100
30-03_04	0,000	672,467	672,467	660,204	7120,4	570
30-03_05	0,000	625,667	625,667	619,507	9440,7	2208
30-04_01	4,622	607,131	579,069	568,524	80000,7	6944
30-04_02	0,000	575,638	575,638	565,621	16895,0	743
30-04_03	0,000	666,716	666,714	658,500	52513,6	1679
30-04_04	0,000	565,190	565,190	558,117	28319,9	4244
30-04_05	0,000	678,417	678,417	631,128	40823,2	9471
30-05_01	63,900	2779,000	1003,217	898,036	80000,1	979383
30-05_02	0,000	950,167	950,167	908,694	11169,5	13495
30-05_03	0,000	1005,083	1005,083	970,000	21322,0	56361
30-05_04	1,420	1060,583	1045,523	976,500	80000,1	666393
30-05_05	0,009	956,250	956,167	900,000	75620,7	1203646
30-06_01	0,000	822,500	822,500	768,338	65166,6	224641
30-06_02	0,000	804,000	804,000	783,210	24645,0	28154

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
30-06_03	0,000	851,200	851,200	838,117	17444,2	5670
30-06_04	0,000	884,200	884,200	826,514	25946,5	94777
30-06_05	6,386	834,067	780,800	736,928	80000,2	152437
30-07_01	5,621	697,233	658,041	640,159	80000,3	62184
30-07_02	0,000	673,300	673,300	647,548	59235,8	37884
30-07_03	0,000	673,533	673,533	628,567	62776,6	45985
30-07_04	6,801	709,217	660,982	633,691	80005,0	7115
30-07_05	0,000	713,400	713,400	674,252	42690,9	10330
30-08_01	0,000	582,000	582,000	573,472	21363,9	7118
30-08_02	2,410	643,124	627,626	617,554	80000,1	78832
30-08_03	5,070	674,238	640,051	618,794	80007,8	7832
30-08_04	0,940	647,414	641,332	624,280	80000,1	9912
30-08_05	2,099	731,464	716,113	694,286	80000,1	4280
50-01_01	NA	NA	1456,583	1451,568	80000,1	30
50-01_02	NA	NA	1435,941	1407,269	80000,1	131
50-01_03	NA	NA	1436,222	1417,375	80004,3	61
50-01_04	NA	NA	1472,363	1471,208	80000,1	93
50-01_05	NA	NA	1414,668	1410,549	80000,1	122
50-02_01	NA	NA	1128,903	1126,059	80000,2	55
50-02_02	NA	NA	1142,512	1140,962	80000,2	54
50-02_03	NA	NA	1149,183	1143,022	80000,2	57
50-02_04	NA	NA	1135,085	1127,675	80000,2	48
50-02_05	NA	NA	1138,177	1135,521	80000,2	60
50-03_01	NA	NA	1055,271	1040,890	80000,2	51
50-03_02	NA	NA	1016,981	1011,429	80000,5	50
50-03_03	NA	NA	985,397	982,837	80000,2	51
50-03_04	89,340	9288,500	990,127	987,509	80003,2	47
50-03_05	90,228	9895,000	966,967	963,085	80000,1	1
50-04_01	NA	NA	844,135	839,978	80000,1	29
50-04_02	92,831	11954,000	856,999	852,856	80000,0	1
50-04_03	3,448	867,143	837,243	834,771	80006,2	47
50-04_04	NA	NA	844,654	842,125	80000,3	45
50-04_05	1,361	861,345	849,619	847,961	80001,2	48
50-05_01	NA	NA	1422,550	1419,375	80000,2	64
50-05_02	NA	NA	1408,600	1407,625	80000,0	1
50-05_03	NA	NA	1433,748	1410,634	80000,1	55
50-05_04	NA	NA	1423,671	1397,857	80000,2	52
50-05_05	NA	NA	1475,375	1451,500	80000,1	57
50-06_01	NA	NA	1135,361	1122,782	80000,2	49
50-06_02	NA	NA	1152,400	1151,107	80000,0	1
50-06_03	NA	NA	1175,747	1145,040	80000,2	48
50-06_04	NA	NA	1171,235	1154,853	80000,2	60
50-06_05	NA	NA	1161,572	1154,650	80000,2	60
50-07_01	NA	NA	995,317	986,754	80000,4	46
50-07_02	NA	NA	985,497	983,581	80000,3	10
50-07_03	NA	NA	990,351	988,002	80000,2	48
50-07_04	NA	NA	NA	967,768	80000,0	NA
50-07_05	NA	NA	NA	955,841	80000,0	NA
50-08_01	NA	NA	NA	856,806	80000,0	NA
50-08_02	NA	NA	NA	841,484	80000,0	NA
50-08_03	NA	NA	NA	841,024	80000,0	NA
50-08_04	NA	NA	NA	831,862	80000,0	NA
50-08_05	NA	NA	NA	834,740	80000,0	NA

Tabela 7 – Dados do Modelo NON-LZY-PWL-DES-RM6.

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
10-01_01	0,000	879,750	879,750	415,682	53,7	53302
10-01_02	0,000	467,500	467,500	408,500	7,9	1062
10-01_03	0,000	492,750	492,750	393,623	18,8	14856
10-01_04	0,000	573,500	573,500	486,118	5,9	463
10-01_05	0,000	1147,500	1147,500	491,260	18,6	13136
10-02_01	0,000	541,900	541,900	321,053	219,8	153332
10-02_02	0,000	528,967	528,967	381,692	50,2	35710
10-02_03	0,000	521,883	521,883	329,784	175,1	82884
10-02_04	0,000	781,067	781,067	352,889	79,5	78075
10-02_05	0,000	638,467	638,467	350,877	101,5	40247
10-03_01	0,000	562,900	562,900	333,490	128,1	37932
10-03_02	0,000	665,750	665,750	360,588	116,5	90007
10-03_03	0,000	733,500	733,500	335,420	234,6	351537
10-03_04	0,000	605,533	605,533	452,407	78,5	34580
10-03_05	0,000	880,833	880,833	470,500	97,9	43684
10-04_01	0,000	340,048	340,048	291,325	22,5	2617
10-04_02	0,000	363,845	363,845	331,818	21,1	278
10-04_03	0,000	342,610	342,610	283,714	27,5	1687
10-04_04	0,000	285,836	285,836	263,695	13,9	2808
10-04_05	0,000	473,512	473,512	374,311	62,8	24886
10-05_01	0,000	672,500	672,500	408,695	90,5	74267
10-05_02	0,000	495,833	495,833	414,938	17,0	12395
10-05_03	0,000	616,417	616,417	404,302	105,5	71584
10-05_04	0,000	487,750	487,750	450,729	5,5	697
10-05_05	0,000	693,417	693,417	513,208	17,8	16957
10-06_01	0,000	999,600	999,600	449,105	200,6	247185
10-06_02	0,000	446,750	446,750	323,382	191,3	67941
10-06_03	0,000	446,400	446,400	418,075	6,4	211
10-06_04	0,000	446,350	446,350	340,670	41,4	10726
10-06_05	0,000	557,667	557,667	382,965	71,7	26953
10-07_01	0,000	605,167	605,167	321,112	347,7	153570
10-07_02	0,000	418,467	418,467	338,089	23,8	3065
10-07_03	0,000	305,433	305,433	284,024	13,0	369
10-07_04	0,000	340,167	340,167	326,706	7,3	439
10-07_05	0,000	1062,450	1062,450	372,500	435,7	472859
10-08_01	0,000	361,429	361,429	331,597	33,4	511
10-08_02	0,000	453,767	453,767	378,030	17,6	2288
10-08_03	0,000	363,595	363,595	339,563	27,4	797
10-08_04	0,000	956,190	956,190	396,248	654,2	522544
10-08_05	0,000	434,310	434,310	313,656	62,6	19783
20-01_01	0,010	859,583	859,500	734,307	10321,8	1278590
20-01_02	0,000	759,583	759,583	670,397	6117,8	191673
20-01_03	0,000	685,000	685,000	640,255	855,0	4263
20-01_04	0,000	660,750	660,750	635,662	1790,7	29228
20-01_05	0,000	704,000	704,000	660,978	751,7	8304
20-02_01	0,000	609,217	609,217	536,673	22025,7	644934
20-02_02	0,000	587,117	587,117	560,247	1370,4	1249
20-02_03	0,000	562,000	562,000	538,913	11923,4	140986
20-02_04	0,000	618,750	618,750	590,235	1240,2	8178
20-02_05	0,000	573,500	573,500	553,978	10017,4	76206
20-03_01	0,000	478,500	478,500	472,104	2126,9	1455
20-03_02	0,000	498,483	498,483	478,758	3341,3	3614
20-03_03	0,000	514,683	514,683	476,325	23650,5	630379

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
20-03_04	0,000	535,333	535,333	525,139	888,3	383
20-03_05	0,000	569,433	569,433	512,448	19668,0	470237
20-04_01	0,000	428,476	428,476	414,050	8788,4	67815
20-04_02	3,367	463,419	447,815	404,783	80000,2	3084305
20-04_03	0,000	482,262	482,262	419,540	23953,0	594304
20-04_04	0,000	446,000	446,000	419,327	4231,5	3084
20-04_05	0,000	432,252	432,252	410,381	12698,8	59367
20-05_01	0,000	757,833	757,833	682,147	11487,3	269218
20-05_02	6,914	774,750	721,182	681,000	80000,2	3297619
20-05_03	0,000	761,917	761,917	676,438	10644,8	269699
20-05_04	0,000	718,333	718,333	667,521	3613,3	32077
20-05_05	0,000	868,417	868,417	792,370	11471,6	970240
20-06_01	0,000	669,450	669,450	569,425	69270,5	2444238
20-06_02	0,000	593,800	593,800	541,600	13157,1	426137
20-06_03	0,000	583,533	583,533	531,763	5940,5	226805
20-06_04	5,194	620,817	588,569	553,667	80000,1	1034063
20-06_05	0,000	617,983	617,983	588,919	3644,1	21144
20-07_01	0,000	556,900	556,900	486,031	10274,9	153275
20-07_02	0,000	548,300	548,300	516,083	41470,4	1333123
20-07_03	0,000	597,000	597,000	539,604	17503,1	156783
20-07_04	0,000	538,367	538,367	503,194	1827,6	7445
20-07_05	0,000	544,750	544,750	503,123	6448,8	3910
20-08_01	0,000	447,691	447,690	422,500	40700,1	325748
20-08_02	0,000	544,286	544,286	532,521	7116,8	3546
20-08_03	0,000	439,179	439,179	434,011	2304,5	288
20-08_04	14,934	556,014	472,979	458,083	80000,2	702382
20-08_05	0,000	524,190	524,190	497,010	9721,2	33479
30-01_01	23,059	1196,750	920,788	877,354	80000,2	184653
30-01_02	5,051	1109,833	1053,772	993,789	80000,3	120173
30-01_03	5,110	986,583	936,170	883,491	80000,4	240553
30-01_04	5,502	1034,750	977,813	933,800	80000,1	59448
30-01_05	3,915	934,750	898,157	865,346	80000,3	277485
30-02_01	10,343	860,200	771,233	746,504	80000,1	4606
30-02_02	43,326	1334,767	756,465	749,180	80014,0	7158
30-02_03	26,658	1069,983	784,751	778,938	80002,9	5000
30-02_04	0,003	919,200	919,174	913,043	68354,3	19786
30-02_05	14,330	863,250	739,548	725,469	80002,6	5474
30-03_01	NA	NA	633,892	625,055	80000,1	94
30-03_02	14,964	757,650	644,276	635,302	80000,5	3723
30-03_03	4,434	672,467	642,649	641,021	80001,7	497
30-03_04	NA	NA	664,413	660,005	80000,1	896
30-03_05	0,975	627,400	621,286	619,286	80001,2	985
30-04_01	13,616	661,281	571,244	568,068	80000,2	2122
30-04_02	4,987	600,067	570,142	564,901	80000,1	577
30-04_03	NA	NA	661,416	658,500	80000,0	1
30-04_04	NA	NA	559,370	557,397	80000,2	92
30-04_05	NA	NA	640,053	623,822	80000,1	350
30-05_01	28,277	1381,333	990,738	889,021	80000,2	386639
30-05_02	0,000	950,167	950,167	907,135	52177,6	47206
30-05_03	0,275	1006,333	1003,570	970,000	80000,2	33108
30-05_04	4,724	1069,667	1019,130	976,500	80000,1	30266
30-05_05	10,177	1038,667	932,960	899,188	80000,5	114632
30-06_01	15,821	948,850	798,732	757,611	80000,1	6571
30-06_02	1,886	815,504	800,120	782,814	80000,1	11035
30-06_03	0,000	851,200	851,200	837,950	65412,4	1756

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
30-06_04	5,108	884,200	839,039	823,462	80000,1	3040
30-06_05	13,346	891,750	772,737	728,753	80000,1	20807
30-07_01	42,755	1127,700	645,555	640,028	80000,7	6187
30-07_02	NA	NA	663,333	646,443	80000,2	848
30-07_03	14,201	767,167	658,224	628,500	80001,3	7077
30-07_04	NA	NA	638,663	630,148	80000,1	14
30-07_05	NA	NA	684,307	669,950	80000,1	674
30-08_01	3,393	596,457	576,217	571,888	80000,8	2274
30-08_02	NA	NA	619,782	617,485	80000,1	901
30-08_03	NA	NA	628,045	615,310	80000,1	515
30-08_04	NA	NA	630,751	623,526	80000,3	35
30-08_05	NA	NA	708,131	694,286	80000,1	182

Tabela 8 – Dados do Modelo NON-LZY-PWL-DES-ST1.

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
10-01_01	0,000	879,750	879,750	428,199	44,3	49940
10-01_02	0,000	467,500	467,500	408,800	7,7	1006
10-01_03	0,000	492,750	492,750	395,982	25,8	13896
10-01_04	0,000	573,500	573,500	498,598	4,8	670
10-01_05	0,000	1147,500	1147,500	491,652	15,4	11769
10-02_01	0,000	541,900	541,900	328,214	256,9	145654
10-02_02	0,000	528,967	528,967	386,250	56,5	32653
10-02_03	0,000	521,883	521,883	342,202	127,5	71421
10-02_04	0,000	781,067	781,067	354,355	79,4	86792
10-02_05	0,000	638,467	638,467	367,074	97,3	55858
10-03_01	0,000	562,900	562,900	334,183	133,8	58545
10-03_02	0,000	665,750	665,750	362,230	158,0	133469
10-03_03	0,000	733,500	733,500	336,045	371,5	467531
10-03_04	0,000	605,533	605,533	452,593	69,2	34203
10-03_05	0,000	880,833	880,833	470,500	79,5	45970
10-04_01	0,000	340,048	340,048	297,195	23,0	3064
10-04_02	0,000	363,845	363,845	332,788	16,0	180
10-04_03	0,000	342,610	342,610	284,577	41,3	2351
10-04_04	0,000	285,836	285,836	263,857	11,2	4604
10-04_05	0,000	473,512	473,512	378,486	148,7	29801
10-05_01	0,000	672,500	672,500	443,577	98,4	74247
10-05_02	0,000	495,833	495,833	414,940	27,4	15843
10-05_03	0,000	616,417	616,417	407,589	147,4	81233
10-05_04	0,000	487,750	487,750	462,241	4,6	697
10-05_05	0,000	693,417	693,417	513,208	47,4	10902
10-06_01	0,000	999,600	999,600	451,524	222,5	182683
10-06_02	0,000	446,750	446,750	323,436	89,6	82745
10-06_03	0,000	446,400	446,400	426,360	10,0	258
10-06_04	0,000	446,350	446,350	341,092	48,0	12821
10-06_05	0,000	557,667	557,667	388,880	88,9	23072
10-07_01	0,000	605,167	605,167	323,751	255,0	144831
10-07_02	0,000	418,467	418,467	340,756	28,1	2511
10-07_03	0,000	305,433	305,433	285,443	8,0	339
10-07_04	0,000	340,167	340,167	327,635	4,5	264
10-07_05	0,000	1062,450	1062,450	372,500	260,9	437830
10-08_01	0,000	361,429	361,429	335,589	21,1	393
10-08_02	0,000	453,767	453,767	384,478	23,0	1380
10-08_03	0,000	363,595	363,595	339,860	30,1	745
10-08_04	0,000	956,190	956,190	400,073	1085,5	564401
10-08_05	0,000	434,310	434,310	314,905	77,6	19108
20-01_01	0,000	859,583	859,583	745,179	13781,5	2538203
20-01_02	0,000	759,583	759,583	678,587	2901,0	132967
20-01_03	0,000	685,000	685,000	642,410	910,2	5861
20-01_04	0,000	660,750	660,750	636,784	1190,8	31423
20-01_05	0,000	704,000	704,000	663,577	470,5	6436
20-02_01	0,000	609,217	609,217	539,649	4846,4	347163
20-02_02	0,000	587,117	587,117	561,262	936,1	432
20-02_03	0,000	562,000	562,000	539,143	2566,0	42922
20-02_04	0,000	618,750	618,750	590,450	1037,0	8225
20-02_05	0,000	573,500	573,500	554,055	3766,0	26803
20-03_01	0,000	478,500	478,500	473,335	732,5	511
20-03_02	0,000	498,483	498,483	479,072	1421,9	4477
20-03_03	0,000	514,683	514,683	476,486	30268,2	901830

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
20-03_04	0,000	535,333	535,333	525,210	301,2	162
20-03_05	0,000	569,433	569,433	515,072	15666,8	625543
20-04_01	0,000	428,476	428,476	414,051	3884,7	21960
20-04_02	3,463	463,776	447,717	409,645	80000,5	2882299
20-04_03	0,000	482,262	482,262	420,202	18653,2	496114
20-04_04	0,000	446,000	446,000	420,442	2384,2	875
20-04_05	0,000	432,252	432,252	410,381	11315,0	74578
20-05_01	0,000	757,833	757,833	684,625	4812,7	164117
20-05_02	5,651	761,000	718,000	682,214	80000,1	2932695
20-05_03	0,000	761,917	761,917	687,889	12634,5	274922
20-05_04	0,000	718,333	718,333	668,822	1330,5	12446
20-05_05	0,000	868,417	868,417	796,794	4504,8	283501
20-06_01	0,000	669,450	669,450	574,642	10327,3	663868
20-06_02	0,000	593,800	593,800	542,775	8631,9	395689
20-06_03	0,000	583,533	583,533	533,889	4420,1	204783
20-06_04	0,000	607,217	607,217	554,750	55945,0	4343837
20-06_05	0,000	617,983	617,983	592,124	2970,8	22080
20-07_01	0,000	556,900	556,900	487,777	5251,5	69045
20-07_02	0,000	548,300	548,300	516,083	39524,5	1342075
20-07_03	0,000	597,000	597,000	544,643	5129,4	123795
20-07_04	0,000	538,367	538,367	503,322	1664,3	6708
20-07_05	0,000	544,750	544,750	505,848	971,7	1183
20-08_01	0,000	447,690	447,690	422,523	26936,0	264596
20-08_02	0,000	544,286	544,286	532,521	1895,5	2141
20-08_03	0,000	439,179	439,179	434,730	686,0	181
20-08_04	19,132	587,369	474,991	451,499	80000,1	1529547
20-08_05	0,000	524,190	524,190	497,764	2181,6	2791
30-01_01	12,712	1068,083	932,312	886,783	80000,1	865927
30-01_02	1,956	1082,083	1060,913	1000,417	80000,4	577378
30-01_03	11,493	1056,417	935,001	889,542	80000,1	311481
30-01_04	0,000	998,500	998,500	934,449	44549,0	179825
30-01_05	1,002	913,583	904,434	868,906	80000,4	1350127
30-02_01	11,584	883,400	781,067	750,481	80000,2	217680
30-02_02	3,571	798,650	770,129	750,690	80000,3	237759
30-02_03	0,000	811,000	811,000	779,201	37544,4	112482
30-02_04	0,000	919,200	919,200	913,291	16669,5	7904
30-02_05	0,000	760,050	760,050	727,143	67413,4	380846
30-03_01	0,000	655,517	655,517	633,962	66204,0	13890
30-03_02	0,000	666,833	666,833	636,502	37020,3	13969
30-03_03	0,305	658,667	656,660	642,275	80000,1	294643
30-03_04	0,000	672,467	672,467	660,204	14030,1	714
30-03_05	0,000	625,667	625,667	619,507	13011,6	2542
30-04_01	2,391	605,143	590,676	568,524	80002,2	18134
30-04_02	0,000	575,638	575,638	565,621	20271,7	1191
30-04_03	0,000	666,714	666,714	658,500	60123,6	691
30-04_04	0,000	565,190	565,190	558,117	37167,0	5039
30-04_05	0,000	678,417	678,417	631,128	36139,4	12733
30-05_01	63,900	2779,000	1003,217	898,036	80000,1	969546
30-05_02	0,000	950,167	950,167	908,694	11248,4	13495
30-05_03	0,000	1005,083	1005,083	970,000	21254,2	56361
30-05_04	1,427	1060,583	1045,452	976,500	80000,1	658506
30-05_05	0,009	956,250	956,167	900,000	75080,8	1203646
30-06_01	0,000	822,500	822,500	768,338	38688,3	121408
30-06_02	0,007	804,000	803,944	783,210	41242,0	89251
30-06_03	0,000	851,200	851,200	838,117	14691,8	4173

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
30-06_04	0,000	884,200	884,200	826,514	26029,7	94777
30-06_05	7,367	843,867	781,700	736,928	80000,2	211995
30-07_01	22,741	843,567	651,728	640,159	80000,2	8117
30-07_02	0,000	673,300	673,300	647,548	59156,1	37884
30-07_03	0,000	673,533	673,533	628,567	61503,5	75790
30-07_04	14,272	756,000	648,102	633,691	80000,2	6017
30-07_05	0,000	713,400	713,400	674,252	32836,4	4897
30-08_01	0,000	582,000	582,000	573,472	21059,0	7118
30-08_02	13,331	720,914	624,812	617,554	80000,2	36674
30-08_03	3,655	664,048	639,779	618,794	80001,4	3313
30-08_04	4,531	666,257	636,067	624,280	80000,1	3094
30-08_05	2,329	731,321	714,286	694,286	80004,7	3215
50-01_01	20,831	1839,917	1456,637	1451,568	80000,8	29
50-01_02	32,580	2108,750	1421,715	1407,269	80000,0	1
50-01_03	NA	NA	1436,222	1417,375	80000,1	61
50-01_04	10,607	1646,917	1472,221	1471,208	80000,7	59
50-01_05	16,919	1703,250	1415,068	1410,549	80000,1	90
50-02_01	21,088	1430,800	1129,066	1126,059	80001,6	55
50-02_02	19,070	1411,883	1142,630	1140,962	80001,9	52
50-02_03	10,078	1277,783	1149,011	1143,022	80003,0	57
50-02_04	20,132	1421,817	1135,582	1127,675	80003,0	51
50-02_05	18,581	1397,350	1137,711	1135,521	80001,7	55
50-03_01	20,068	1320,350	1055,379	1040,890	80001,5	30
50-03_02	19,920	1269,867	1016,908	1011,429	80001,4	29
50-03_03	31,879	1446,467	985,346	982,837	80001,2	30
50-03_04	22,243	1273,267	990,053	987,509	80004,4	47
50-03_05	18,854	1192,600	967,753	963,085	80001,7	30
50-04_01	35,480	1308,548	844,269	839,978	80002,8	41
50-04_02	21,156	1092,131	861,076	852,856	80003,2	27
50-04_03	15,694	992,962	837,129	834,771	80003,0	23
50-04_04	23,552	1105,024	844,775	842,125	80002,9	23
50-04_05	7,889	921,643	848,937	847,961	80001,5	24
50-05_01	16,922	1711,583	1421,958	1419,375	80000,5	59
50-05_02	NA	NA	1408,600	1407,625	80000,0	1
50-05_03	NA	NA	1433,748	1410,634	80000,2	55
50-05_04	28,058	1968,083	1415,889	1397,857	80000,0	1
50-05_05	25,480	1978,667	1474,500	1451,500	80000,7	191
50-06_01	32,921	1693,083	1135,708	1122,782	80001,7	52
50-06_02	9,021	1267,150	1152,834	1151,107	80003,7	52
50-06_03	52,642	2482,117	1175,476	1145,033	80001,5	48
50-06_04	NA	NA	1171,235	1154,853	80000,2	60
50-06_05	NA	NA	1161,572	1154,650	80000,2	60
50-07_01	26,140	1345,400	993,708	986,754	80001,7	14
50-07_02	32,969	1470,117	985,431	983,581	80001,4	30
50-07_03	30,104	1416,217	989,878	988,002	80000,9	26
50-07_04	20,511	1226,733	975,113	967,768	80001,1	30
50-07_05	16,846	1159,100	963,836	955,841	80000,0	1
50-08_01	14,189	1005,926	863,196	856,806	80001,2	27
50-08_02	21,735	1090,905	853,797	841,484	80001,9	29
50-08_03	NA	NA	854,025	841,024	80000,4	47
50-08_04	12,759	962,595	839,775	831,862	80003,3	40
50-08_05	20,149	1053,262	841,035	834,740	80003,4	48

Tabela 9 – Dados do Modelo NON-LZY-PWL-JMP.

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
10-01_01	0,000	879,750	879,750	418,061	47,5	51640
10-01_02	0,000	467,500	467,500	408,800	7,7	1006
10-01_03	0,000	492,750	492,750	395,982	25,6	13896
10-01_04	0,000	573,500	573,500	498,598	5,0	698
10-01_05	0,000	1147,500	1147,500	487,154	19,3	12873
10-02_01	0,000	541,900	541,900	328,214	150,9	137769
10-02_02	0,000	528,967	528,967	386,250	61,2	32333
10-02_03	0,000	521,883	521,883	342,202	119,5	71421
10-02_04	0,000	781,067	781,067	354,355	79,2	86792
10-02_05	0,000	638,467	638,467	367,074	95,1	55858
10-03_01	0,000	562,900	562,900	334,183	131,4	58545
10-03_02	0,000	665,750	665,750	362,230	154,5	133469
10-03_03	0,000	733,500	733,500	336,045	378,7	467531
10-03_04	0,000	605,533	605,533	452,593	70,4	57044
10-03_05	0,000	880,833	880,833	470,500	97,4	55773
10-04_01	0,000	340,048	340,048	297,195	17,7	2339
10-04_02	0,000	363,845	363,845	332,788	8,8	180
10-04_03	0,000	342,610	342,610	284,577	21,7	1921
10-04_04	0,000	285,836	285,836	263,857	17,4	3065
10-04_05	0,000	473,512	473,512	378,486	87,1	29801
10-05_01	0,000	672,500	672,500	443,577	93,1	74247
10-05_02	0,000	495,833	495,833	414,940	27,1	15843
10-05_03	0,000	616,417	616,417	407,589	85,2	81233
10-05_04	0,000	487,750	487,750	462,241	3,3	455
10-05_05	0,000	693,417	693,417	513,208	24,7	10902
10-06_01	0,000	999,600	999,600	451,524	121,7	182683
10-06_02	0,000	446,750	446,750	323,436	88,7	82745
10-06_03	0,000	446,400	446,400	426,360	3,7	258
10-06_04	0,000	446,350	446,350	341,092	48,4	12821
10-06_05	0,000	557,667	557,667	388,880	48,9	23439
10-07_01	0,000	605,167	605,167	323,751	254,1	144831
10-07_02	0,000	418,467	418,467	340,759	27,7	6244
10-07_03	0,000	305,433	305,433	285,443	7,6	339
10-07_04	0,000	340,167	340,167	327,635	6,1	394
10-07_05	0,000	1062,450	1062,450	372,500	268,5	445594
10-08_01	0,000	361,429	361,429	335,589	13,1	393
10-08_02	0,000	453,767	453,767	384,478	14,5	1380
10-08_03	0,000	363,595	363,595	339,860	18,4	745
10-08_04	0,000	956,190	956,190	400,073	769,4	542848
10-08_05	0,000	434,310	434,310	314,905	44,3	19108
20-01_01	0,000	859,583	859,583	745,179	6759,4	1002510
20-01_02	0,000	759,583	759,583	678,587	2775,9	104891
20-01_03	0,000	685,000	685,000	637,062	659,0	7287
20-01_04	0,000	660,750	660,750	636,784	1377,9	32955
20-01_05	0,000	704,000	704,000	663,577	443,6	4699
20-02_01	0,000	609,217	609,217	539,649	4830,5	347163
20-02_02	0,000	587,117	587,117	547,543	514,3	1054
20-02_03	0,000	562,000	562,000	534,305	5790,8	150142
20-02_04	0,000	618,750	618,750	590,450	744,2	5024
20-02_05	0,000	573,500	573,500	549,646	3068,6	12351
20-03_01	0,000	478,500	478,500	467,216	539,5	526
20-03_02	0,000	498,483	498,483	471,883	966,5	1562
20-03_03	0,001	514,683	514,678	473,607	20738,8	766171

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
20-03_04	0,000	535,333	535,333	498,174	291,2	279
20-03_05	0,000	569,433	569,433	491,204	10176,2	726637
20-04_01	0,000	428,476	428,476	414,051	2507,8	11375
20-04_02	2,856	462,205	449,003	409,645	80000,1	4107180
20-04_03	0,000	482,262	482,262	420,202	22471,5	893086
20-04_04	0,000	446,000	446,000	416,757	3099,4	400
20-04_05	0,000	432,252	432,252	410,381	8352,1	74578
20-05_01	0,000	757,834	757,833	684,625	1843,3	59904
20-05_02	9,329	792,250	718,344	682,214	80000,1	3675117
20-05_03	0,003	761,917	761,894	683,623	6427,9	250603
20-05_04	0,000	718,333	718,333	663,068	668,7	16836
20-05_05	0,000	868,417	868,417	796,794	13430,1	957849
20-06_01	0,000	669,450	669,450	569,887	44822,3	2429540
20-06_02	0,000	593,800	593,800	530,868	6425,3	298050
20-06_03	0,000	583,533	583,533	520,885	3330,3	122103
20-06_04	0,000	607,217	607,217	543,576	74508,4	5628455
20-06_05	0,000	617,983	617,983	573,677	1188,5	4133
20-07_01	0,005	556,900	556,874	480,159	7196,2	186554
20-07_02	0,000	548,300	548,300	506,632	28530,0	1720376
20-07_03	0,000	597,000	597,000	533,682	5207,2	111123
20-07_04	0,000	538,367	538,367	494,266	1220,8	3418
20-07_05	0,000	544,750	544,750	505,848	987,9	1183
20-08_01	0,000	447,690	447,690	417,671	18680,7	279421
20-08_02	0,000	544,286	544,286	522,592	1842,7	657
20-08_03	0,000	439,179	439,179	418,723	774,1	61
20-08_04	18,212	581,086	475,261	443,769	80000,4	1835298
20-08_05	0,000	524,190	524,190	497,764	2187,6	6590
30-01_01	14,900	1094,417	931,347	886,783	80000,3	370794
30-01_02	5,554	1120,917	1058,658	1000,417	80000,3	449255
30-01_03	13,784	1083,083	933,786	889,542	80000,2	320914
30-01_04	0,000	998,500	998,500	927,982	20888,6	81540
30-01_05	1,006	913,583	904,394	868,906	80000,2	1324832
30-02_01	4,118	814,817	781,266	740,168	80000,3	186385
30-02_02	6,822	826,817	770,415	744,016	80000,2	287630
30-02_03	0,000	811,000	811,000	779,201	35228,6	94718
30-02_04	0,000	919,200	919,200	913,291	16838,3	7904
30-02_05	1,489	767,333	755,909	727,143	80000,1	399447
30-03_01	0,000	655,517	655,517	630,774	69298,1	12522
30-03_02	0,000	666,833	666,833	621,395	73210,0	53137
30-03_03	0,810	659,333	653,990	628,422	80000,4	71743
30-03_04	0,000	672,467	672,467	643,957	11279,8	1175
30-03_05	0,000	625,667	625,667	619,507	9360,4	2208
30-04_01	2,791	609,081	592,081	551,284	80000,2	52979
30-04_02	0,000	575,638	575,638	559,194	22098,0	1392
30-04_03	0,000	666,714	666,714	658,500	53312,4	1924
30-04_04	0,000	565,190	565,190	547,967	52715,8	3617
30-04_05	0,000	678,417	678,417	631,128	52007,7	9725
30-05_01	50,909	2049,833	1006,286	893,674	80000,2	939447
30-05_02	0,000	950,167	950,167	902,869	7257,4	10972
30-05_03	0,000	1005,083	1005,083	970,000	21410,6	56361
30-05_04	1,415	1060,583	1045,577	976,500	80000,1	672327
30-05_05	1,087	959,667	949,240	900,000	80000,1	428844
30-06_01	0,000	822,500	822,500	768,338	64485,8	224641
30-06_02	0,000	804,000	804,000	783,210	15842,7	9885
30-06_03	0,000	851,202	851,200	819,071	16980,0	4243

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
30-06_04	30,060	1254,217	877,194	826,514	80000,1	85102
30-06_05	6,380	834,067	780,850	736,928	80000,1	155276
30-07_01	11,726	738,150	651,595	632,699	80000,3	16334
30-07_02	0,000	673,300	673,300	644,063	71126,0	43195
30-07_03	0,000	673,533	673,533	628,567	63297,9	45985
30-07_04	30,748	947,100	655,889	626,207	80000,1	6640
30-07_05	0,000	713,400	713,400	655,204	53292,1	7306
30-08_01	0,000	582,000	582,000	573,472	20980,5	7118
30-08_02	4,178	651,214	624,004	594,467	80000,2	8337
30-08_03	1,502	652,433	642,631	594,101	80002,5	6894
30-08_04	0,532	647,414	643,970	615,899	80000,1	7451
30-08_05	2,112	731,464	716,017	694,286	80000,9	4124

Tabela 10 – Dados do Modelo NON- PWL.

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
10-01_01	0,000	879,750	879,750	418,061	51,9	21170
10-01_02	0,000	467,500	467,500	408,800	8,2	843
10-01_03	0,000	492,750	492,750	395,982	10,1	11609
10-01_04	0,000	573,500	573,500	498,598	4,3	582
10-01_05	0,000	1147,500	1147,500	487,154	15,5	14925
10-02_01	0,000	541,900	541,900	328,214	102,6	81830
10-02_02	0,000	528,967	528,967	386,250	49,7	30285
10-02_03	0,000	521,883	521,883	342,202	170,0	60848
10-02_04	0,000	781,067	781,067	354,355	82,0	57272
10-02_05	0,000	638,467	638,467	367,007	41,8	32072
10-03_01	0,000	562,900	562,900	334,183	126,5	60290
10-03_02	0,000	665,750	665,750	362,548	112,5	81819
10-03_03	0,000	733,500	733,500	336,045	390,4	285935
10-03_04	0,000	605,533	605,533	452,755	102,8	79162
10-03_05	0,000	880,833	880,833	471,319	72,6	63443
10-04_01	0,000	340,048	340,048	297,195	17,7	2859
10-04_02	0,000	363,845	363,845	332,788	9,4	260
10-04_03	0,000	342,610	342,610	284,577	21,4	1975
10-04_04	0,000	285,836	285,836	263,857	10,2	2653
10-04_05	0,000	473,512	473,512	378,486	92,5	35492
10-05_01	0,000	672,500	672,500	440,161	108,1	73885
10-05_02	0,000	495,833	495,833	414,940	13,5	18266
10-05_03	0,000	616,417	616,417	408,825	60,8	57516
10-05_04	0,000	487,750	487,750	462,844	6,4	779
10-05_05	0,000	693,417	693,417	514,996	28,5	12816
10-06_01	0,000	999,600	999,600	451,878	250,7	159431
10-06_02	0,000	446,750	446,750	325,346	69,5	37609
10-06_03	0,000	446,400	446,400	426,360	4,0	40
10-06_04	0,000	446,350	446,350	341,092	46,0	27434
10-06_05	0,000	557,667	557,667	389,020	50,9	25630
10-07_01	0,000	605,167	605,167	319,741	705,9	239305
10-07_02	0,000	418,467	418,467	340,756	42,4	9068
10-07_03	0,000	305,433	305,433	285,443	7,2	375
10-07_04	0,000	340,167	340,167	327,827	3,0	54
10-07_05	0,000	1062,450	1062,450	378,583	337,9	263808
10-08_01	0,000	361,429	361,429	335,589	8,1	212
10-08_02	0,000	453,767	453,767	384,478	24,5	14686
10-08_03	0,000	363,595	363,595	339,860	17,4	473
10-08_04	0,000	956,190	956,190	400,609	754,4	480249
10-08_05	0,000	434,310	434,310	314,905	71,3	29291
20-01_01	4,988	868,833	825,497	745,179	80000,1	16842306
20-01_02	0,000	759,583	759,583	678,587	6761,1	959708
20-01_03	0,000	685,000	685,000	637,062	899,2	2544
20-01_04	0,000	660,750	660,750	636,784	758,1	18812
20-01_05	0,000	704,000	704,000	663,577	360,2	6428
20-02_01	0,000	609,217	609,217	539,649	2977,2	64028
20-02_02	0,000	587,117	587,117	547,543	694,6	301
20-02_03	0,000	562,000	562,000	534,426	3876,5	48580
20-02_04	0,000	618,750	618,750	590,450	1198,2	3698
20-02_05	0,000	573,500	573,500	549,658	3074,6	25624
20-03_01	0,000	478,500	478,500	467,216	1145,2	849
20-03_02	0,000	498,483	498,483	471,883	1507,4	651

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
20-03_03	0,000	514,683	514,683	473,607	8828,6	241654
20-03_04	0,000	535,333	535,333	498,174	334,9	186
20-03_05	0,000	569,433	569,433	491,204	9088,0	619183
20-04_01	0,000	428,476	428,476	414,051	3741,5	22953
20-04_02	2,735	463,776	451,093	409,645	80000,1	4857985
20-04_03	0,000	482,262	482,262	420,202	21688,2	879908
20-04_04	0,000	446,000	446,000	416,757	2082,7	2696
20-04_05	0,000	432,252	432,252	410,381	11758,4	140327
20-05_01	0,000	757,833	757,833	685,941	1465,6	55756
20-05_02	6,525	776,750	726,067	682,214	80000,0	9499990
20-05_03	0,000	761,917	761,917	683,721	1541,4	22865
20-05_04	0,000	718,333	718,333	663,081	1101,4	12869
20-05_05	0,000	868,417	868,417	797,108	7919,4	425382
20-06_01	0,000	669,450	669,450	570,099	17610,5	1190373
20-06_02	0,000	593,800	593,800	530,916	10072,4	504239
20-06_03	0,000	583,533	583,533	521,400	7304,2	384394
20-06_04	1,088	607,217	600,611	543,588	80000,2	5655859
20-06_05	0,000	617,983	617,983	573,702	875,4	5681
20-07_01	0,000	556,900	556,900	480,161	5474,5	86851
20-07_02	0,002	548,300	548,289	506,781	34472,8	1697266
20-07_03	0,000	597,000	597,000	534,066	5292,7	133300
20-07_04	0,000	538,367	538,367	495,151	1598,4	5793
20-07_05	0,000	544,750	544,750	506,537	3109,5	1574
20-08_01	0,000	447,690	447,690	418,017	19610,3	248922
20-08_02	0,000	544,286	544,286	523,229	4103,7	628
20-08_03	0,000	439,179	439,179	418,723	1427,7	143
20-08_04	9,991	529,548	476,643	440,088	80000,3	2574928
20-08_05	0,000	524,190	524,190	497,825	1601,4	1475
30-01_01	13,597	1062,750	918,250	886,783	80000,0	199552
30-01_02	3,554	1090,833	1052,065	1000,417	80000,2	171982
30-01_03	5,454	990,833	936,791	889,542	80000,1	441087
30-01_04	0,000	998,500	998,500	927,982	25995,3	130506
30-01_05	1,133	913,583	903,236	868,906	80000,1	791997
30-02_01	5,813	828,400	780,243	740,168	80000,0	73685
30-02_02	6,000	817,783	768,718	744,016	80000,1	99922
30-02_03	0,000	811,000	811,000	779,201	47470,7	156403
30-02_04	0,000	919,200	919,200	913,291	8217,1	6879
30-02_05	0,000	760,050	760,050	727,143	43660,7	265069
30-03_01	0,000	655,517	655,517	630,774	66976,8	8070
30-03_02	0,000	666,833	666,833	621,425	32962,4	7846
30-03_03	1,804	665,033	653,035	628,418	80000,1	41369
30-03_04	0,000	672,467	672,467	643,957	13741,9	631
30-03_05	0,000	625,667	625,667	619,507	15495,1	2290
30-04_01	2,525	606,998	591,670	551,284	80000,5	58451
30-04_02	0,000	575,638	575,638	559,194	21586,4	658
30-04_03	0,000	666,714	666,714	658,500	45589,0	443
30-04_04	0,000	565,190	565,190	547,967	19920,4	2405
30-04_05	1,394	680,333	670,850	631,128	80000,2	6641
30-05_01	43,326	1712,417	970,500	894,105	80000,1	107802
30-05_02	0,000	950,167	950,167	903,728	15841,2	1964
30-05_03	3,387	1025,333	990,605	970,983	80000,2	374338
30-05_04	7,275	1066,833	989,218	976,897	80000,1	147391
30-05_05	0,323	958,417	955,318	900,474	80000,3	2123592
30-06_01	0,000	822,500	822,500	768,554	64702,9	104793
30-06_02	0,000	804,000	804,000	783,650	19960,0	3605

Instância	GAP (%)	Solução	Best Bound	Root Relaxation	Tempo (s)	Nodes
30-06_03	0,000	851,200	851,200	819,161	55213,7	728
30-06_04	0,000	884,200	884,200	826,812	51281,0	87816
30-06_05	2,321	799,200	780,654	736,928	80000,1	60564
30-07_01	7,240	709,450	658,089	632,803	80000,2	56960
30-07_02	0,000	673,300	673,300	644,229	58299,3	15948
30-07_03	0,000	673,533	673,533	629,014	64042,4	48672
30-07_04	7,258	707,467	656,120	627,192	80000,2	2684
30-07_05	0,000	713,400	713,400	655,484	60859,0	4361
30-08_01	0,000	582,000	582,000	573,553	23068,6	1139
30-08_02	3,858	649,590	624,527	594,647	80000,2	10712
30-08_03	7,186	682,833	633,764	594,101	80000,1	3478
30-08_04	10,302	711,240	637,971	615,823	80000,9	267
30-08_05	11,113	789,988	702,195	694,719	80005,0	4510

Apêndice II – Dados do Experimento A

Tabela 11 – Dados do Algoritmo GA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	935,542	61,6	1,7
10-01_02	467,500	467,500	10,2	2,5
10-01_03	492,750	538,625	31,2	2,0
10-01_04	573,500	617,250	57,1	2,1
10-02_01	541,900	541,900	14,6	3,6
10-02_02	528,967	747,108	123,3	2,7
10-02_03	596,000	839,117	130,5	3,1
10-02_04	781,067	1029,458	98,0	2,5
10-03_01	654,583	692,850	47,5	2,9
10-03_02	665,750	763,500	130,5	2,6
10-03_03	733,500	860,633	161,6	2,6
10-03_04	753,667	930,125	57,1	2,5
10-04_01	340,048	353,810	25,6	2,8
10-04_02	363,845	363,845	27,4	3,0
10-04_03	350,038	419,498	65,0	3,7
10-04_04	285,836	297,476	12,2	3,3
10-05_01	672,500	854,167	116,2	2,3
10-05_02	495,833	496,208	32,4	1,8
10-05_03	634,667	683,250	34,6	2,5
10-05_04	487,750	494,500	41,4	2,0
10-06_01	1116,800	1195,933	57,2	1,9
10-06_02	446,750	463,600	33,5	3,1
10-06_03	446,400	509,616	59,3	2,7
10-06_04	446,350	518,300	64,9	2,8
10-07_01	605,167	647,633	57,2	3,3
10-07_02	418,467	418,467	71,8	2,5
10-07_03	305,433	305,633	14,0	2,5
10-07_04	340,167	340,167	18,0	2,3
10-08_01	361,429	416,648	39,0	3,8
10-08_02	453,767	453,767	37,1	2,4
10-08_03	363,595	365,048	9,5	2,7
10-08_04	1028,048	1145,750	109,9	2,6
20-01_01	906,417	1016,542	79,1	2,5
20-01_02	831,583	891,917	51,5	2,8
20-01_03	726,250	781,667	45,3	2,8
20-01_04	672,500	728,542	28,0	2,5
20-02_01	662,067	854,675	165,9	4,1
20-02_02	598,250	691,650	41,3	4,6
20-02_03	584,900	662,900	37,3	5,3
20-02_04	678,583	806,484	52,6	4,7
20-03_01	526,700	577,650	53,7	5,6
20-03_02	554,767	625,850	38,7	4,9
20-03_03	523,783	577,992	26,5	4,1
20-03_04	601,167	684,025	55,0	4,9
20-04_01	465,857	520,815	48,4	6,0
20-04_02	474,038	518,827	25,5	4,1
20-04_03	513,167	544,928	29,0	5,2
20-04_04	490,671	516,826	18,6	5,1
20-05_01	792,917	855,042	72,3	2,8
20-05_02	806,000	884,500	77,7	2,4
20-05_03	827,333	901,708	66,2	3,0
20-05_04	795,667	883,833	50,3	2,9
20-06_01	780,667	909,533	102,3	3,9

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	607,617	662,859	24,4	4,0
20-06_03	607,283	653,125	64,1	3,8
20-06_04	684,050	739,600	32,7	4,1
20-07_01	581,067	634,525	36,7	4,3
20-07_02	594,300	641,225	29,5	5,5
20-07_03	635,167	670,934	41,8	4,2
20-07_04	557,233	609,984	55,5	5,2
20-08_01	457,162	491,158	16,5	4,4
20-08_02	573,886	594,896	13,3	4,7
20-08_03	479,226	524,417	25,1	4,5
20-08_04	552,143	601,130	32,6	5,6
30-01_01	1099,583	1225,208	53,6	4,2
30-01_02	1208,083	1328,208	67,8	4,5
30-01_03	1089,583	1209,917	89,3	3,9
30-01_04	1111,583	1225,458	71,2	4,5
30-02_01	937,000	1054,458	92,3	6,4
30-02_02	950,083	1036,725	70,5	7,3
30-02_03	949,450	1065,425	83,8	7,0
30-02_04	1047,550	1166,325	72,4	8,0
30-03_01	744,400	786,816	30,0	6,5
30-03_02	758,767	826,775	45,3	6,6
30-03_03	703,667	761,842	43,0	5,4
30-03_04	768,567	844,358	47,8	6,0
30-04_01	674,226	734,228	31,4	5,5
30-04_02	692,369	756,522	46,7	7,3
30-04_03	730,286	811,417	39,5	7,0
30-04_04	623,695	677,702	31,4	5,0
30-05_01	1147,000	1252,167	81,2	3,8
30-05_02	1017,750	1084,167	37,8	3,7
30-05_03	1065,417	1139,583	56,8	4,1
30-05_04	1119,250	1204,667	99,1	3,5
30-06_01	936,267	1002,200	49,2	5,5
30-06_02	855,900	939,900	38,5	5,5
30-06_03	923,483	1032,941	56,5	6,8
30-06_04	1003,533	1096,300	65,6	6,3
30-07_01	717,517	793,200	71,5	5,2
30-07_02	723,583	783,708	56,0	5,2
30-07_03	700,483	759,534	34,4	4,3
30-07_04	747,833	858,533	71,4	6,0
30-08_01	621,190	668,286	52,1	4,9
30-08_02	690,124	754,810	46,9	5,0
30-08_03	747,029	801,615	30,3	5,0
30-08_04	678,321	716,832	24,2	4,2
50-01_01	1783,250	1964,292	132,1	6,7
50-01_02	1646,333	1864,958	146,9	6,5
50-01_03	1639,333	1852,125	123,3	7,0
50-01_04	1587,833	1843,875	116,2	6,7
50-02_01	1428,283	1542,008	155,9	9,4
50-02_02	1352,350	1551,425	120,0	10,9
50-02_03	1373,117	1479,700	66,3	8,4
50-02_04	1374,550	1505,367	91,2	9,6
50-03_01	1300,900	1482,383	114,4	9,2
50-03_02	1231,067	1375,200	118,2	8,5
50-03_03	1166,783	1358,833	99,4	9,3
50-03_04	1105,417	1225,050	85,8	7,4

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	976,391	1185,537	143,6	7,4
50-04_02	983,010	1090,842	64,5	7,0
50-04_03	943,624	1015,445	50,4	6,6
50-04_04	973,655	1025,190	41,2	5,7
50-05_01	1600,417	1711,417	56,3	5,4
50-05_02	1569,667	1813,333	117,6	6,3
50-05_03	1488,417	1599,167	61,4	5,8
50-05_04	1591,083	1771,458	96,9	6,4
50-06_01	1320,150	1466,559	95,5	7,7
50-06_02	1240,633	1301,566	52,8	5,2
50-06_03	1333,500	1513,117	116,5	7,7
50-06_04	1324,900	1593,783	159,4	7,9
50-07_01	1084,000	1202,250	72,2	6,6
50-07_02	1085,217	1306,734	98,9	6,6
50-07_03	1178,033	1359,834	114,9	6,5
50-07_04	1092,466	1214,142	63,6	6,6
50-08_01	957,452	1054,113	65,8	5,3
50-08_02	978,702	1044,207	51,8	5,6
50-08_03	926,219	995,530	46,6	4,9
50-08_04	889,321	961,019	59,5	5,4
100-01_01	3111,917	3527,833	254,8	15,7
100-01_02	2982,167	3328,375	180,4	12,7
100-01_03	2995,083	3253,958	174,5	12,6
100-01_04	3111,916	3369,042	177,1	13,6
100-02_01	2463,933	2830,392	235,3	14,6
100-02_02	2790,099	3135,750	233,6	15,8
100-02_03	2429,233	2696,066	223,6	14,1
100-02_04	2664,950	3196,916	336,9	15,8
100-03_01	1981,133	2209,167	163,1	11,7
100-03_02	2035,500	2432,749	281,7	11,9
100-03_03	2067,800	2407,692	202,4	15,1
100-03_04	1954,767	2292,600	175,4	11,5
100-04_01	1743,239	2030,577	176,6	10,8
100-04_02	1843,024	2206,593	149,7	13,2
100-04_03	1787,727	2227,149	222,1	11,9
100-04_04	1867,286	2173,436	189,9	12,9
100-05_01	3056,917	3300,083	121,8	11,8
100-05_02	2841,333	3118,000	168,9	11,4
100-05_03	2778,000	3031,750	179,9	14,4
100-05_04	2924,250	3117,542	140,6	13,7
100-06_01	2354,934	2577,883	178,0	10,0
100-06_02	2458,000	2810,791	185,8	12,6
100-06_03	2320,150	2575,292	134,3	9,9
100-06_04	2522,066	2826,358	161,1	14,0
100-07_01	1877,449	1993,542	74,2	7,0
100-07_02	1854,333	1990,091	82,0	8,3
100-07_03	1912,533	1976,575	53,0	8,0
100-07_04	2084,100	2329,000	167,7	9,4
100-08_01	1713,405	1925,855	117,6	8,9
100-08_02	1644,333	1732,669	98,7	8,8
100-08_03	1715,800	2016,423	177,6	8,9
100-08_04	1659,251	1720,084	98,6	8,1

Tabela 12 – Dados do Algoritmo QGA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	929,625	103,8	1,9
10-01_02	467,500	467,500	21,3	2,9
10-01_03	492,750	538,250	36,0	2,3
10-01_04	573,500	617,250	54,7	2,5
10-02_01	541,900	541,900	27,8	4,4
10-02_02	528,967	738,483	114,5	3,3
10-02_03	581,900	802,117	161,3	3,6
10-02_04	781,067	960,250	79,8	2,9
10-03_01	654,583	692,850	40,7	3,2
10-03_02	665,750	763,500	135,5	3,1
10-03_03	733,500	860,633	117,1	3,2
10-03_04	789,033	871,800	60,4	2,9
10-04_01	340,048	348,357	14,0	4,1
10-04_02	363,845	363,845	37,6	4,0
10-04_03	350,038	420,214	59,5	4,6
10-04_04	285,836	297,476	8,2	3,8
10-05_01	672,500	857,250	113,8	2,6
10-05_02	495,833	496,583	71,3	2,1
10-05_03	616,417	675,375	25,0	3,0
10-05_04	487,750	492,000	3,1	2,3
10-06_01	1116,800	1195,933	62,2	2,0
10-06_02	446,750	463,600	23,1	3,8
10-06_03	446,400	510,100	44,3	3,2
10-06_04	446,350	518,300	42,4	3,2
10-07_01	605,167	647,633	64,1	4,0
10-07_02	418,467	418,467	25,7	3,0
10-07_03	305,433	305,633	13,5	3,1
10-07_04	340,167	340,167	7,9	2,6
10-08_01	361,429	370,714	23,2	4,9
10-08_02	453,767	453,767	9,9	2,8
10-08_03	363,595	369,762	6,4	3,3
10-08_04	956,190	1143,507	123,6	2,9
20-01_01	928,667	1043,333	75,9	2,8
20-01_02	814,333	878,958	40,5	3,2
20-01_03	713,833	762,375	40,0	3,3
20-01_04	672,500	737,125	36,1	3,0
20-02_01	718,650	841,134	145,0	4,9
20-02_02	630,900	712,075	36,5	5,7
20-02_03	601,350	654,617	30,2	5,8
20-02_04	702,100	817,675	54,1	6,0
20-03_01	518,000	587,233	43,7	7,0
20-03_02	534,600	591,359	38,7	5,7
20-03_03	523,217	567,250	20,9	5,5
20-03_04	581,767	662,900	75,9	5,8
20-04_01	457,595	519,215	44,7	7,4
20-04_02	489,029	520,589	18,6	5,1
20-04_03	521,762	557,707	26,8	7,1
20-04_04	481,186	511,500	18,7	6,8
20-05_01	820,917	883,833	53,2	3,4
20-05_02	802,667	877,042	77,3	2,8
20-05_03	824,167	871,917	44,1	3,6
20-05_04	789,000	872,958	61,5	3,4
20-06_01	716,267	876,100	90,1	4,3

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	607,617	661,350	27,4	5,0
20-06_03	607,283	649,150	41,0	4,6
20-06_04	674,800	737,650	29,4	5,1
20-07_01	590,033	633,391	23,0	5,3
20-07_02	582,967	638,350	23,8	6,7
20-07_03	623,533	661,692	41,8	5,2
20-07_04	557,933	590,883	45,7	6,2
20-08_01	456,119	481,712	17,9	5,7
20-08_02	563,964	587,886	10,2	5,4
20-08_03	471,464	509,596	21,3	5,7
20-08_04	538,871	586,063	40,0	6,7
30-01_01	1037,000	1226,500	57,6	5,3
30-01_02	1239,750	1312,792	54,8	5,3
30-01_03	1098,250	1156,292	89,7	4,3
30-01_04	1174,917	1275,167	57,7	5,3
30-02_01	968,400	1076,559	55,3	8,8
30-02_02	918,833	1036,550	104,7	8,6
30-02_03	941,050	1067,775	88,5	9,2
30-02_04	1062,550	1148,575	62,6	9,8
30-03_01	737,583	767,975	26,0	7,4
30-03_02	775,317	822,658	38,0	7,7
30-03_03	696,200	752,250	30,7	7,1
30-03_04	756,717	860,542	40,6	8,1
30-04_01	675,514	717,806	30,5	6,4
30-04_02	685,845	721,246	40,3	9,0
30-04_03	733,800	798,455	32,4	8,1
30-04_04	630,048	669,333	28,7	6,4
30-05_01	1139,750	1258,750	78,2	4,3
30-05_02	1019,000	1085,000	62,8	4,7
30-05_03	1075,917	1168,708	66,5	4,5
30-05_04	1136,833	1216,083	67,4	4,6
30-06_01	860,283	987,950	52,4	7,0
30-06_02	837,600	918,866	26,2	7,0
30-06_03	917,000	1025,233	95,3	7,8
30-06_04	1017,400	1097,500	70,1	7,7
30-07_01	711,233	788,991	35,6	7,1
30-07_02	723,433	776,292	41,7	6,8
30-07_03	698,683	754,716	27,9	5,0
30-07_04	757,167	856,016	43,2	7,6
30-08_01	621,190	668,262	35,3	5,8
30-08_02	685,976	768,317	52,1	6,9
30-08_03	741,655	787,828	31,4	6,4
30-08_04	687,321	719,672	24,1	5,3
50-01_01	1819,583	1985,333	110,5	8,4
50-01_02	1650,000	1796,042	114,8	7,6
50-01_03	1690,000	1844,833	81,3	7,6
50-01_04	1591,917	1791,708	90,1	7,9
50-02_01	1357,417	1537,325	89,0	12,3
50-02_02	1367,833	1499,284	74,5	13,0
50-02_03	1374,133	1490,400	64,3	11,8
50-02_04	1385,950	1492,375	70,4	12,7
50-03_01	1291,167	1440,025	84,2	12,8
50-03_02	1238,867	1372,066	94,3	10,3
50-03_03	1144,583	1340,042	95,5	12,1
50-03_04	1064,817	1209,700	80,2	10,0

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	997,057	1120,924	62,7	9,6
50-04_02	964,321	1104,569	50,5	9,6
50-04_03	916,738	1003,905	34,4	8,6
50-04_04	956,607	1016,369	33,2	7,6
50-05_01	1588,833	1714,833	55,0	7,7
50-05_02	1583,833	1848,208	143,5	7,4
50-05_03	1528,500	1594,583	52,7	6,9
50-05_04	1622,750	1738,417	74,9	7,7
50-06_01	1298,450	1430,334	93,5	9,2
50-06_02	1248,933	1321,208	38,1	7,6
50-06_03	1304,333	1490,300	81,6	9,1
50-06_04	1360,300	1549,541	124,2	11,4
50-07_01	1097,417	1185,458	65,1	8,8
50-07_02	1073,033	1222,016	93,4	7,6
50-07_03	1140,550	1307,758	88,3	9,1
50-07_04	1104,300	1215,633	65,1	8,2
50-08_01	951,286	1036,363	57,0	7,1
50-08_02	995,833	1046,392	40,2	8,8
50-08_03	926,219	975,621	47,0	6,2
50-08_04	885,314	916,090	42,3	6,5
100-01_01	3108,667	3400,333	188,4	19,0
100-01_02	3017,083	3305,417	170,4	14,3
100-01_03	3007,417	3293,000	182,5	15,2
100-01_04	3029,500	3386,125	251,5	17,3
100-02_01	2497,983	2697,332	191,0	18,9
100-02_02	2597,049	2988,917	183,1	21,0
100-02_03	2322,300	2574,666	166,3	17,0
100-02_04	2696,217	3102,867	234,8	23,2
100-03_01	2003,033	2195,824	161,4	16,0
100-03_02	2011,983	2428,083	190,4	15,4
100-03_03	2004,516	2340,034	157,4	17,9
100-03_04	1984,301	2260,467	137,0	14,9
100-04_01	1774,957	1998,882	116,4	14,9
100-04_02	1781,989	2106,620	169,8	16,8
100-04_03	1750,358	2166,441	192,7	16,9
100-04_04	1792,309	2089,059	182,0	19,1
100-05_01	3061,083	3295,292	150,0	14,4
100-05_02	2838,583	3012,958	118,2	15,7
100-05_03	2801,250	2985,667	105,3	17,8
100-05_04	2899,000	3094,208	131,1	15,2
100-06_01	2309,467	2532,450	181,0	13,0
100-06_02	2458,983	2747,008	188,2	17,9
100-06_03	2375,817	2548,557	95,5	16,0
100-06_04	2389,449	2785,641	196,9	18,1
100-07_01	1886,917	1953,658	70,0	9,8
100-07_02	1865,466	1982,558	93,6	13,9
100-07_03	1902,817	1976,341	46,4	13,4
100-07_04	2005,800	2262,583	148,6	14,0
100-08_01	1698,072	1904,847	117,1	13,8
100-08_02	1640,520	1714,629	69,6	10,3
100-08_03	1697,286	1902,041	151,9	13,7
100-08_04	1655,724	1729,536	80,4	11,1

Tabela 13 – Dados do Algoritmo MA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	65,8	0,7
10-01_02	467,500	467,500	11,5	0,9
10-01_03	492,750	492,750	42,6	0,8
10-01_04	573,500	612,500	22,8	0,9
10-02_01	541,900	546,867	11,7	1,8
10-02_02	528,967	528,967	102,0	1,3
10-02_03	581,900	799,875	114,7	1,4
10-02_04	781,067	960,250	76,0	1,1
10-03_01	562,900	692,850	50,5	1,5
10-03_02	665,750	763,500	87,9	1,4
10-03_03	733,500	838,583	128,5	1,3
10-03_04	753,667	843,300	61,9	1,2
10-04_01	340,048	357,643	22,2	1,1
10-04_02	363,845	363,845	14,1	1,3
10-04_03	350,038	358,666	38,7	1,6
10-04_04	285,836	293,943	5,8	1,2
10-05_01	672,500	735,250	69,1	1,2
10-05_02	495,833	495,833	59,5	0,8
10-05_03	616,417	634,667	25,7	1,2
10-05_04	487,750	489,750	3,1	0,5
10-06_01	1116,800	1195,933	47,9	0,9
10-06_02	446,750	455,417	23,3	1,4
10-06_03	446,400	510,100	41,3	1,1
10-06_04	446,350	518,300	44,1	1,2
10-07_01	647,633	647,633	32,7	1,6
10-07_02	418,467	418,467	4,4	0,8
10-07_03	305,433	305,533	10,0	0,8
10-07_04	340,167	340,167	32,2	0,7
10-08_01	361,429	370,714	14,6	1,6
10-08_02	453,767	453,767	9,3	1,2
10-08_03	363,595	364,595	4,7	0,8
10-08_04	1028,048	1055,419	80,1	1,2
20-01_01	879,333	957,042	52,9	2,1
20-01_02	800,083	853,250	50,4	2,2
20-01_03	704,667	744,625	37,0	1,5
20-01_04	683,750	711,625	22,4	1,1
20-02_01	647,700	761,484	83,7	3,6
20-02_02	599,650	630,341	28,3	2,8
20-02_03	578,250	616,258	23,9	2,9
20-02_04	646,133	748,884	53,3	3,7
20-03_01	501,333	544,091	30,0	3,3
20-03_02	508,967	580,008	34,7	3,7
20-03_03	526,183	552,309	16,6	2,3
20-03_04	562,333	610,292	33,2	3,9
20-04_01	449,029	474,562	13,1	3,1
20-04_02	475,109	497,520	20,0	2,5
20-04_03	495,000	527,905	14,9	2,6
20-04_04	470,695	489,657	10,1	2,7
20-05_01	780,083	828,250	41,9	2,0
20-05_02	784,917	828,333	30,3	1,7
20-05_03	761,917	834,708	41,2	2,4
20-05_04	748,417	814,667	49,4	2,2
20-06_01	702,267	809,500	56,6	3,6

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	606,067	638,109	28,0	2,8
20-06_03	602,850	632,333	35,1	2,7
20-06_04	651,750	707,792	30,4	3,4
20-07_01	577,250	605,000	29,1	3,3
20-07_02	571,767	606,091	21,1	4,5
20-07_03	607,700	633,758	16,8	3,2
20-07_04	543,900	568,617	24,9	3,4
20-08_01	451,190	475,124	14,4	2,9
20-08_02	555,886	572,643	13,1	2,9
20-08_03	460,321	490,154	25,4	3,3
20-08_04	543,167	564,881	28,7	4,9
30-01_01	1055,000	1117,042	41,2	4,0
30-01_02	1161,750	1233,125	34,6	4,9
30-01_03	1027,333	1105,167	46,8	3,8
30-01_04	1108,250	1148,250	32,8	3,7
30-02_01	873,833	942,258	37,5	7,4
30-02_02	867,517	933,850	38,7	7,8
30-02_03	903,167	956,575	26,5	7,2
30-02_04	988,100	1034,000	44,6	8,9
30-03_01	703,850	743,150	22,0	4,2
30-03_02	691,567	764,050	36,0	5,9
30-03_03	695,133	738,242	20,8	4,3
30-03_04	732,717	778,100	35,7	5,9
30-04_01	651,690	679,476	20,9	5,4
30-04_02	617,981	692,275	33,5	6,0
30-04_03	718,000	751,500	24,3	7,1
30-04_04	614,429	648,459	18,5	4,2
30-05_01	1099,750	1174,917	53,5	4,3
30-05_02	1008,167	1051,125	21,9	3,6
30-05_03	1019,083	1089,333	31,1	4,0
30-05_04	1070,333	1131,667	44,4	4,4
30-06_01	904,733	942,558	30,2	5,2
30-06_02	842,400	870,042	20,5	5,6
30-06_03	902,000	949,542	46,4	6,7
30-06_04	953,650	1010,516	55,0	7,5
30-07_01	699,850	750,984	46,7	6,1
30-07_02	723,900	744,283	19,9	4,4
30-07_03	698,367	733,300	23,4	3,6
30-07_04	724,367	799,417	35,2	5,6
30-08_01	620,000	650,762	28,0	3,6
30-08_02	670,643	712,476	27,8	5,8
30-08_03	716,500	752,649	24,0	5,2
30-08_04	672,600	691,558	10,8	3,7
50-01_01	1633,750	1711,542	79,9	9,8
50-01_02	1570,750	1654,375	50,2	8,1
50-01_03	1560,583	1644,417	42,4	7,6
50-01_04	1593,083	1646,750	42,9	7,9
50-02_01	1312,600	1419,575	61,8	12,7
50-02_02	1250,717	1342,242	45,7	11,6
50-02_03	1243,400	1356,383	48,5	12,5
50-02_04	1280,183	1365,234	54,1	10,9
50-03_01	1196,417	1289,242	49,8	14,3
50-03_02	1176,000	1235,267	28,2	12,1
50-03_03	1114,833	1184,825	48,1	10,4
50-03_04	1069,450	1143,434	49,7	8,8

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	953,490	1034,097	53,9	9,5
50-04_02	958,917	1026,042	42,8	7,8
50-04_03	918,243	966,543	31,9	6,3
50-04_04	931,274	986,774	31,4	7,5
50-05_01	1537,417	1635,292	46,9	7,9
50-05_02	1518,667	1593,083	62,2	8,1
50-05_03	1497,167	1557,958	31,7	6,1
50-05_04	1540,000	1618,458	42,9	8,0
50-06_01	1267,600	1360,875	53,5	10,5
50-06_02	1208,033	1260,767	31,9	6,9
50-06_03	1316,867	1399,050	62,4	10,3
50-06_04	1302,333	1390,309	51,0	12,5
50-07_01	1065,000	1123,333	30,1	7,4
50-07_02	1064,700	1181,600	74,1	9,0
50-07_03	1146,333	1229,225	57,8	11,1
50-07_04	1072,033	1138,766	41,9	8,9
50-08_01	949,148	1005,759	34,7	7,4
50-08_02	968,476	997,194	27,1	8,4
50-08_03	948,000	986,785	25,0	6,7
50-08_04	883,298	934,548	33,0	4,8
100-01_01	2989,083	3133,083	99,5	29,0
100-01_02	2836,500	3015,750	78,2	21,5
100-01_03	2842,917	3017,333	113,6	20,2
100-01_04	2962,250	3101,583	89,4	24,1
100-02_01	2463,633	2572,817	92,6	30,3
100-02_02	2474,866	2695,224	162,6	42,1
100-02_03	2292,699	2400,025	80,3	25,5
100-02_04	2463,000	2789,034	207,1	41,4
100-03_01	1970,717	2076,383	88,6	22,4
100-03_02	1970,000	2212,350	151,3	26,3
100-03_03	1949,567	2176,633	107,5	29,4
100-03_04	1966,517	2119,150	98,0	21,3
100-04_01	1790,766	1887,478	94,9	20,5
100-04_02	1747,001	1982,822	148,2	30,8
100-04_03	1756,965	1999,503	126,3	25,7
100-04_04	1811,714	1954,584	104,3	30,9
100-05_01	2903,167	3042,250	74,8	22,3
100-05_02	2838,083	2915,542	54,2	18,4
100-05_03	2745,750	2813,958	61,8	19,2
100-05_04	2821,000	2917,042	79,4	21,0
100-06_01	2267,533	2392,508	64,8	22,7
100-06_02	2408,633	2505,766	91,1	31,2
100-06_03	2331,333	2400,158	52,5	24,8
100-06_04	2420,233	2516,358	111,9	32,2
100-07_01	1874,283	1942,908	29,3	16,4
100-07_02	1846,700	1947,783	50,4	17,6
100-07_03	1905,383	1951,917	32,6	16,4
100-07_04	1924,133	2130,034	122,2	24,8
100-08_01	1717,500	1849,870	97,8	19,4
100-08_02	1623,577	1709,394	53,6	16,9
100-08_03	1656,869	1775,166	73,9	19,7
100-08_04	1657,476	1698,128	67,2	14,2

Tabela 14 – Dados do Algoritmo QMA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	57,0	0,9
10-01_02	467,500	467,500	6,1	1,1
10-01_03	492,750	492,750	40,1	1,0
10-01_04	573,500	613,000	24,8	1,1
10-02_01	541,900	541,900	10,6	2,2
10-02_02	528,967	561,600	99,8	1,5
10-02_03	581,900	720,783	94,7	1,6
10-02_04	781,067	946,367	93,7	1,4
10-03_01	562,900	674,766	58,2	1,8
10-03_02	665,750	763,500	101,5	1,6
10-03_03	733,500	831,542	153,7	1,6
10-03_04	605,533	789,033	86,2	1,4
10-04_01	340,048	344,274	11,0	1,5
10-04_02	363,845	363,845	11,3	1,6
10-04_03	350,038	350,038	39,4	2,1
10-04_04	285,836	289,395	5,3	1,6
10-05_01	672,500	735,250	88,2	1,3
10-05_02	495,833	495,833	22,8	0,9
10-05_03	623,333	649,208	33,6	1,5
10-05_04	487,750	491,750	3,3	0,6
10-06_01	999,600	1143,933	64,0	1,0
10-06_02	446,750	463,600	22,2	1,7
10-06_03	483,850	509,133	15,6	1,4
10-06_04	446,350	518,300	30,1	1,5
10-07_01	605,167	647,633	30,1	2,0
10-07_02	418,467	418,467	2,6	1,1
10-07_03	305,433	305,633	1,8	1,0
10-07_04	340,167	340,167	27,0	0,9
10-08_01	361,429	370,714	9,3	2,0
10-08_02	453,767	453,767	7,3	1,5
10-08_03	363,595	364,595	3,4	1,0
10-08_04	956,190	1055,419	78,3	1,5
20-01_01	879,333	936,750	52,1	2,5
20-01_02	787,417	836,625	42,2	2,6
20-01_03	704,667	730,875	24,8	1,8
20-01_04	681,000	700,833	18,6	1,4
20-02_01	632,417	737,741	58,4	4,2
20-02_02	601,050	628,875	32,8	3,6
20-02_03	584,200	610,966	15,2	3,4
20-02_04	626,500	736,300	61,4	4,8
20-03_01	504,700	530,650	25,7	3,9
20-03_02	501,183	553,158	30,2	4,3
20-03_03	518,283	542,559	17,2	2,7
20-03_04	568,067	602,850	23,5	4,8
20-04_01	454,581	468,654	12,1	3,9
20-04_02	475,109	491,769	10,7	3,2
20-04_03	500,571	526,131	14,6	3,5
20-04_04	461,738	484,190	10,5	3,5
20-05_01	776,167	808,083	24,6	2,5
20-05_02	786,000	812,000	27,2	1,9
20-05_03	798,167	848,167	39,9	2,8
20-05_04	755,500	801,542	38,8	2,7
20-06_01	685,400	803,808	63,6	4,1

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	600,267	636,617	26,0	3,5
20-06_03	586,133	615,725	29,8	2,8
20-06_04	670,717	706,441	21,8	4,2
20-07_01	568,867	597,117	30,5	4,0
20-07_02	581,467	612,642	16,6	5,9
20-07_03	606,167	634,484	15,8	3,8
20-07_04	551,567	576,016	17,2	4,5
20-08_01	452,019	468,691	13,4	3,5
20-08_02	549,457	575,689	11,9	3,8
20-08_03	445,893	471,048	14,0	3,5
20-08_04	546,014	566,484	20,2	6,5
30-01_01	1044,417	1106,667	48,0	5,1
30-01_02	1178,167	1234,417	31,6	5,8
30-01_03	1005,917	1086,500	42,4	4,1
30-01_04	1066,250	1163,125	37,8	4,7
30-02_01	891,983	938,067	29,3	8,6
30-02_02	876,383	935,109	30,8	8,9
30-02_03	899,517	933,958	36,0	8,8
30-02_04	992,933	1064,984	37,7	12,2
30-03_01	696,550	735,417	19,6	5,2
30-03_02	718,333	746,050	21,4	7,6
30-03_03	700,500	729,333	15,1	5,0
30-03_04	733,383	773,667	26,2	7,5
30-04_01	646,088	679,952	21,5	6,6
30-04_02	628,209	672,571	23,9	6,9
30-04_03	712,190	736,072	15,3	8,6
30-04_04	595,333	634,575	22,3	4,7
30-05_01	1116,000	1169,542	31,6	5,1
30-05_02	1008,833	1053,917	25,1	4,1
30-05_03	1059,833	1090,708	36,7	4,7
30-05_04	1083,750	1140,250	34,3	4,6
30-06_01	873,333	931,659	22,6	6,3
30-06_02	834,600	869,325	21,5	5,8
30-06_03	881,933	958,891	40,8	8,7
30-06_04	951,500	1031,958	37,1	9,1
30-07_01	699,350	735,083	29,3	7,2
30-07_02	711,583	739,000	15,4	5,3
30-07_03	694,833	723,109	14,1	4,3
30-07_04	753,700	808,458	29,9	7,5
30-08_01	612,548	646,291	20,9	4,3
30-08_02	670,333	711,553	28,2	6,7
30-08_03	706,119	751,534	18,5	6,7
30-08_04	670,743	694,413	19,5	5,2
50-01_01	1640,750	1717,167	48,9	11,4
50-01_02	1578,583	1645,500	41,8	9,1
50-01_03	1575,167	1650,792	47,4	8,7
50-01_04	1572,833	1666,042	44,3	9,6
50-02_01	1350,100	1406,567	50,1	13,4
50-02_02	1241,134	1353,883	53,7	13,6
50-02_03	1299,750	1343,850	36,7	13,0
50-02_04	1269,650	1365,034	38,0	12,0
50-03_01	1206,300	1310,883	60,1	19,8
50-03_02	1166,500	1221,625	46,0	13,8
50-03_03	1106,917	1185,184	41,3	13,5
50-03_04	1068,100	1138,425	38,1	10,7

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	935,633	1018,173	47,4	10,4
50-04_02	945,298	992,172	34,9	9,9
50-04_03	889,243	960,369	28,0	7,1
50-04_04	949,167	968,714	20,8	7,6
50-05_01	1543,500	1623,208	47,5	9,3
50-05_02	1554,750	1653,458	70,4	10,1
50-05_03	1494,417	1550,083	31,8	6,9
50-05_04	1548,583	1622,250	48,7	9,0
50-06_01	1250,667	1354,675	67,6	12,6
50-06_02	1202,917	1265,124	28,3	8,0
50-06_03	1286,900	1395,108	52,6	12,5
50-06_04	1300,700	1399,100	51,9	13,3
50-07_01	1068,833	1105,767	29,1	7,4
50-07_02	1056,700	1183,542	53,2	9,2
50-07_03	1122,733	1206,833	47,8	12,0
50-07_04	1085,800	1157,117	35,1	10,3
50-08_01	949,114	1012,990	41,4	8,7
50-08_02	940,955	1021,115	30,9	9,1
50-08_03	926,548	974,121	29,7	7,0
50-08_04	875,481	912,538	32,0	6,5
100-01_01	2989,167	3143,417	105,9	34,5
100-01_02	2905,583	3029,000	90,4	24,6
100-01_03	2913,833	2990,708	98,5	23,7
100-01_04	2906,250	3121,750	110,1	29,2
100-02_01	2452,750	2569,641	82,3	32,9
100-02_02	2499,516	2714,016	109,8	48,0
100-02_03	2283,133	2411,475	79,8	25,2
100-02_04	2467,400	2719,957	96,6	48,6
100-03_01	1942,833	2075,250	74,3	24,0
100-03_02	2055,900	2275,309	104,1	35,9
100-03_03	2043,350	2153,300	72,9	33,4
100-03_04	1955,183	2105,966	103,3	25,0
100-04_01	1744,839	1885,036	96,0	19,9
100-04_02	1812,548	2011,643	98,2	34,4
100-04_03	1819,822	2050,755	96,1	34,5
100-04_04	1812,250	1940,922	97,0	33,5
100-05_01	2926,500	3072,125	84,9	23,2
100-05_02	2789,583	2921,125	60,2	22,0
100-05_03	2742,250	2845,000	95,1	21,7
100-05_04	2802,750	2954,375	89,7	22,6
100-06_01	2307,533	2437,191	66,4	25,7
100-06_02	2297,600	2515,142	91,8	32,9
100-06_03	2304,250	2401,292	54,0	25,3
100-06_04	2434,583	2579,975	103,8	38,4
100-07_01	1863,133	1955,542	42,7	16,7
100-07_02	1861,433	1964,450	42,9	18,4
100-07_03	1895,950	1967,109	36,1	17,6
100-07_04	2028,583	2116,667	104,3	28,4
100-08_01	1722,455	1802,225	68,1	18,2
100-08_02	1604,072	1692,666	54,4	15,9
100-08_03	1650,762	1766,065	75,0	18,5
100-08_04	1656,026	1718,263	46,7	14,0

Tabela 15 – Dados do Algoritmo TA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	17,6	1,0
10-01_02	467,500	467,500	0,8	1,0
10-01_03	492,750	492,750	3,6	0,8
10-01_04	573,500	573,500	19,1	1,4
10-02_01	541,900	541,900	6,4	2,1
10-02_02	528,967	594,233	87,2	1,5
10-02_03	521,883	596,000	78,3	2,0
10-02_04	781,067	781,067	82,2	1,8
10-03_01	562,900	562,900	52,3	1,9
10-03_02	665,750	665,750	34,0	1,7
10-03_03	733,500	733,500	73,2	1,7
10-03_04	753,667	789,033	34,4	1,4
10-04_01	340,048	340,190	8,7	1,4
10-04_02	363,845	363,845	11,0	1,5
10-04_03	350,038	354,095	25,8	1,7
10-04_04	285,836	292,643	4,9	1,3
10-05_01	672,500	672,500	85,4	1,2
10-05_02	495,833	495,833	34,6	0,9
10-05_03	616,417	629,000	14,3	1,4
10-05_04	487,750	487,750	5,5	0,5
10-06_01	999,600	1143,933	49,8	1,8
10-06_02	446,750	455,150	23,4	1,5
10-06_03	446,400	494,400	28,4	1,5
10-06_04	446,350	518,300	20,4	1,6
10-07_01	605,167	660,500	21,5	1,9
10-07_02	418,467	418,467	0,0	1,1
10-07_03	305,433	305,633	0,1	0,8
10-07_04	340,167	340,167	0,0	0,7
10-08_01	361,429	370,714	25,3	1,8
10-08_02	453,767	453,767	0,0	1,6
10-08_03	363,595	364,595	0,9	1,0
10-08_04	956,190	1041,734	67,9	1,3
20-01_01	931,500	968,833	40,6	2,1
20-01_02	798,667	840,417	20,7	1,9
20-01_03	718,333	747,083	17,2	1,1
20-01_04	668,750	706,042	17,1	0,7
20-02_01	689,050	758,750	39,4	3,6
20-02_02	610,767	648,625	27,6	2,4
20-02_03	567,650	617,008	20,4	1,9
20-02_04	643,800	731,500	41,7	3,8
20-03_01	520,500	559,358	17,4	2,3
20-03_02	517,017	560,525	23,2	2,8
20-03_03	523,117	546,642	16,3	1,5
20-03_04	590,567	616,884	19,7	3,8
20-04_01	453,486	487,551	15,4	2,5
20-04_02	475,983	495,581	10,9	2,1
20-04_03	505,929	528,381	11,8	2,9
20-04_04	473,714	504,169	12,5	3,1
20-05_01	768,667	838,667	26,2	1,7
20-05_02	803,750	861,583	28,7	1,7
20-05_03	811,333	877,542	29,4	2,4
20-05_04	801,250	852,583	34,2	2,0
20-06_01	735,567	809,891	39,9	3,6

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	619,583	654,175	16,0	2,5
20-06_03	605,967	641,566	27,2	2,5
20-06_04	659,217	703,284	23,3	3,3
20-07_01	585,633	618,200	21,4	3,0
20-07_02	559,433	627,234	29,3	3,6
20-07_03	636,500	659,533	16,5	3,8
20-07_04	556,067	587,216	13,7	3,0
20-08_01	450,310	471,040	12,1	1,9
20-08_02	554,314	596,157	17,2	4,1
20-08_03	463,274	491,536	17,0	2,4
20-08_04	552,000	597,360	16,7	5,2
30-01_01	1050,500	1132,583	45,0	3,7
30-01_02	1211,500	1318,292	50,4	4,6
30-01_03	1081,167	1146,625	37,3	3,6
30-01_04	1134,500	1193,000	41,0	4,0
30-02_01	967,750	1021,525	33,4	8,2
30-02_02	932,700	974,550	24,6	7,5
30-02_03	913,300	1021,242	47,9	7,9
30-02_04	1018,800	1088,375	41,2	9,8
30-03_01	699,233	748,225	22,0	3,4
30-03_02	733,000	802,375	29,5	5,9
30-03_03	701,767	748,367	21,4	4,0
30-03_04	729,917	828,109	36,7	6,6
30-04_01	660,281	695,320	21,8	4,8
30-04_02	653,371	705,589	28,3	4,9
30-04_03	734,714	789,631	21,1	8,0
30-04_04	611,214	649,298	17,6	2,7
30-05_01	1162,083	1259,167	47,3	3,9
30-05_02	1036,417	1086,958	28,9	2,9
30-05_03	1082,167	1146,750	42,4	3,5
30-05_04	1185,917	1224,417	27,0	4,1
30-06_01	918,400	956,125	23,7	5,4
30-06_02	856,200	908,950	28,4	4,4
30-06_03	926,300	1007,317	37,6	7,4
30-06_04	997,233	1099,091	49,0	8,3
30-07_01	715,350	785,034	36,9	6,7
30-07_02	700,733	782,016	29,4	3,7
30-07_03	686,800	750,042	23,0	2,9
30-07_04	786,667	834,083	30,9	6,5
30-08_01	628,343	681,822	26,3	4,8
30-08_02	697,071	768,402	45,6	6,2
30-08_03	693,988	782,214	27,1	6,2
30-08_04	684,029	720,885	17,7	4,5
50-01_01	1734,833	1876,958	76,6	9,4
50-01_02	1640,583	1749,458	70,4	6,8
50-01_03	1675,750	1799,750	63,7	7,0
50-01_04	1687,750	1775,875	67,1	8,7
50-02_01	1365,550	1490,950	76,5	12,7
50-02_02	1293,450	1472,291	93,0	12,4
50-02_03	1302,200	1401,142	58,9	9,9
50-02_04	1307,250	1467,591	76,8	10,7
50-03_01	1265,733	1381,791	62,4	18,5
50-03_02	1219,800	1328,317	44,7	13,7
50-03_03	1151,250	1287,367	72,2	12,1
50-03_04	1068,850	1180,733	67,5	8,9

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	1025,167	1087,729	43,9	8,0
50-04_02	954,476	1038,202	32,6	6,3
50-04_03	922,619	986,469	32,6	5,1
50-04_04	917,452	997,034	41,6	6,4
50-05_01	1551,667	1679,875	53,6	6,5
50-05_02	1648,333	1808,542	76,7	8,4
50-05_03	1520,750	1566,792	41,0	3,8
50-05_04	1578,000	1713,208	63,0	7,0
50-06_01	1299,350	1433,600	57,9	12,8
50-06_02	1214,733	1280,367	39,7	5,2
50-06_03	1368,467	1433,875	44,9	9,5
50-06_04	1369,800	1474,508	60,5	15,8
50-07_01	1078,500	1140,875	33,9	6,8
50-07_02	1042,133	1207,500	74,3	7,5
50-07_03	1149,533	1254,617	37,2	10,0
50-07_04	1135,283	1186,192	32,8	9,0
50-08_01	946,214	1015,112	35,4	6,8
50-08_02	943,845	1019,216	33,7	7,5
50-08_03	936,328	968,670	29,7	5,7
50-08_04	890,107	922,235	24,4	4,1
100-01_01	3042,750	3387,667	219,4	28,2
100-01_02	2873,083	3179,917	169,0	17,0
100-01_03	2955,667	3161,708	120,2	14,4
100-01_04	3048,917	3315,500	144,1	23,6
100-02_01	2412,066	2685,491	127,8	26,9
100-02_02	2511,433	2855,024	190,0	40,7
100-02_03	2454,033	2558,499	103,1	21,3
100-02_04	2660,300	2926,758	153,0	47,2
100-03_01	1925,650	2172,317	110,5	18,9
100-03_02	2076,199	2309,242	159,8	30,2
100-03_03	2079,700	2266,117	143,9	26,7
100-03_04	1992,667	2167,834	95,0	21,6
100-04_01	1751,279	1936,816	95,2	20,0
100-04_02	1819,191	2037,493	102,1	28,9
100-04_03	1742,029	1968,514	124,3	24,4
100-04_04	1845,072	2033,245	87,2	26,5
100-05_01	3054,000	3167,708	80,8	19,0
100-05_02	2882,250	2995,583	65,0	14,7
100-05_03	2761,000	2864,250	86,9	13,5
100-05_04	2859,583	3084,000	107,5	18,9
100-06_01	2346,767	2483,066	66,6	21,8
100-06_02	2397,899	2550,408	78,8	27,2
100-06_03	2307,800	2505,575	71,7	22,7
100-06_04	2455,550	2583,183	112,5	29,5
100-07_01	1884,633	1949,417	34,0	16,0
100-07_02	1855,766	1936,617	64,4	13,6
100-07_03	1928,400	1980,784	29,4	16,1
100-07_04	1947,733	2183,500	76,6	24,7
100-08_01	1749,763	1831,870	43,7	19,5
100-08_02	1642,195	1719,348	41,9	14,1
100-08_03	1738,457	1812,276	56,3	18,9
100-08_04	1661,822	1725,441	42,0	14,8

Tabela 16 – Dados do Algoritmo QTA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	16,9	1,1
10-01_02	467,500	467,500	4,4	1,0
10-01_03	492,750	492,750	0,0	0,8
10-01_04	573,500	573,500	20,3	1,5
10-02_01	541,900	541,900	8,3	2,2
10-02_02	528,967	641,983	85,5	1,6
10-02_03	521,883	588,950	101,1	2,1
10-02_04	781,067	781,067	69,0	2,0
10-03_01	562,900	610,075	57,1	2,3
10-03_02	665,750	665,750	26,5	1,8
10-03_03	733,500	786,042	82,9	1,7
10-03_04	753,667	789,033	35,6	1,5
10-04_01	340,048	359,262	9,1	1,5
10-04_02	363,845	363,845	2,2	1,5
10-04_03	342,610	353,143	21,0	1,8
10-04_04	285,836	291,933	5,5	1,1
10-05_01	672,500	672,500	84,5	1,3
10-05_02	495,833	495,833	25,0	0,9
10-05_03	616,417	623,333	12,1	1,5
10-05_04	487,750	487,750	5,6	0,6
10-06_01	999,600	1143,933	46,7	1,9
10-06_02	446,750	455,150	19,0	1,5
10-06_03	446,400	446,400	41,6	1,4
10-06_04	475,450	518,300	18,9	1,6
10-07_01	647,633	660,500	14,7	1,9
10-07_02	418,467	418,467	2,6	1,2
10-07_03	305,433	305,633	0,1	0,8
10-07_04	340,167	340,167	10,1	0,7
10-08_01	361,429	370,714	26,1	1,9
10-08_02	453,767	453,767	3,4	1,7
10-08_03	363,595	364,595	1,3	1,0
10-08_04	956,190	1028,048	93,4	1,4
20-01_01	915,667	965,125	42,1	2,3
20-01_02	797,833	838,042	22,7	1,9
20-01_03	695,500	741,083	20,1	1,0
20-01_04	682,750	712,375	14,9	0,7
20-02_01	692,117	753,450	32,9	3,6
20-02_02	611,850	647,625	24,0	2,6
20-02_03	582,000	632,942	17,7	1,9
20-02_04	661,500	747,650	41,7	4,0
20-03_01	511,833	548,734	20,5	2,4
20-03_02	517,183	553,600	19,8	2,7
20-03_03	529,017	546,809	9,8	1,4
20-03_04	573,067	610,433	20,0	3,8
20-04_01	457,048	483,117	16,2	2,3
20-04_02	474,933	495,648	10,5	2,1
20-04_03	500,286	527,833	13,1	3,0
20-04_04	468,091	509,476	15,2	3,2
20-05_01	806,250	837,208	18,4	1,8
20-05_02	801,667	848,292	25,8	1,7
20-05_03	821,083	877,958	41,5	2,5
20-05_04	781,167	851,542	46,1	2,0
20-06_01	728,550	821,309	39,9	3,8

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	618,383	639,500	14,2	2,4
20-06_03	611,083	645,616	22,3	2,5
20-06_04	675,333	697,091	19,8	3,1
20-07_01	585,267	621,667	16,4	3,1
20-07_02	559,433	625,675	25,4	3,6
20-07_03	626,933	658,458	16,1	3,8
20-07_04	552,533	582,150	15,1	3,3
20-08_01	454,000	478,488	13,7	2,2
20-08_02	560,743	603,029	17,7	4,4
20-08_03	453,750	488,279	19,2	2,5
20-08_04	563,000	601,240	18,8	5,5
30-01_01	1036,000	1140,083	43,0	3,7
30-01_02	1232,750	1289,333	34,0	4,7
30-01_03	1058,250	1142,125	41,1	3,5
30-01_04	1105,250	1217,250	43,9	3,9
30-02_01	905,267	1025,059	46,1	8,4
30-02_02	905,983	978,692	34,6	7,7
30-02_03	924,733	1002,775	43,1	8,2
30-02_04	1019,400	1101,333	46,5	10,3
30-03_01	720,667	764,775	28,4	3,7
30-03_02	745,567	798,891	30,5	6,1
30-03_03	697,367	742,841	20,8	3,7
30-03_04	721,133	825,850	35,1	6,4
30-04_01	635,000	696,238	22,8	5,1
30-04_02	633,033	724,827	28,0	5,0
30-04_03	748,167	781,893	20,7	7,6
30-04_04	623,774	652,345	17,1	2,8
30-05_01	1172,917	1245,708	40,9	4,3
30-05_02	1037,250	1082,625	30,1	2,5
30-05_03	1065,417	1122,625	35,5	3,9
30-05_04	1127,250	1222,917	39,5	4,3
30-06_01	908,700	966,917	27,7	5,9
30-06_02	826,600	893,441	29,1	3,9
30-06_03	940,217	1013,725	42,0	7,9
30-06_04	966,083	1081,450	55,1	8,0
30-07_01	710,833	781,625	29,2	6,5
30-07_02	705,100	767,992	36,4	3,9
30-07_03	699,450	744,450	19,5	3,3
30-07_04	722,333	834,367	39,9	6,0
30-08_01	628,357	674,350	27,7	4,4
30-08_02	706,429	742,715	32,8	6,0
30-08_03	709,869	784,438	26,8	6,4
30-08_04	697,036	725,114	15,5	5,0
50-01_01	1700,667	1854,958	88,5	9,3
50-01_02	1614,583	1711,417	61,9	7,0
50-01_03	1660,500	1781,083	69,2	7,5
50-01_04	1658,417	1803,000	76,3	8,5
50-02_01	1337,600	1478,575	72,2	14,3
50-02_02	1265,350	1437,867	71,4	11,0
50-02_03	1351,467	1428,075	47,5	9,7
50-02_04	1344,800	1448,550	68,6	10,1
50-03_01	1253,567	1397,275	73,7	18,3
50-03_02	1253,600	1326,159	37,5	14,3
50-03_03	1140,217	1278,850	62,1	12,1
50-03_04	1048,233	1178,583	57,0	9,1

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	971,995	1084,454	47,5	7,9
50-04_02	981,714	1031,283	30,7	6,4
50-04_03	914,686	971,331	35,2	4,6
50-04_04	925,226	1005,202	34,7	5,8
50-05_01	1569,083	1660,000	44,3	7,0
50-05_02	1572,417	1747,000	113,1	8,3
50-05_03	1527,917	1573,167	32,0	3,9
50-05_04	1590,583	1674,000	52,4	7,5
50-06_01	1289,600	1385,750	55,6	11,5
50-06_02	1219,317	1281,059	30,4	5,7
50-06_03	1337,750	1438,208	57,4	10,3
50-06_04	1356,700	1513,992	74,8	17,1
50-07_01	1084,333	1133,750	31,6	6,5
50-07_02	1081,033	1200,284	63,9	7,8
50-07_03	1186,667	1239,383	33,3	10,0
50-07_04	1103,717	1170,642	37,6	9,2
50-08_01	934,671	1001,461	44,8	6,6
50-08_02	977,262	1027,226	24,9	7,5
50-08_03	930,543	964,854	20,7	5,7
50-08_04	882,124	924,649	30,0	4,0
100-01_01	2938,500	3346,958	233,4	27,2
100-01_02	2902,000	3192,875	160,4	17,1
100-01_03	2968,917	3252,708	149,8	15,1
100-01_04	3068,417	3305,750	159,6	22,2
100-02_01	2531,850	2674,499	105,3	28,1
100-02_02	2576,850	2879,267	175,7	44,2
100-02_03	2436,383	2626,632	126,2	23,2
100-02_04	2629,383	2891,108	169,0	49,5
100-03_01	2007,416	2136,234	100,2	20,4
100-03_02	2065,233	2268,691	117,1	27,1
100-03_03	2053,283	2249,492	114,7	28,4
100-03_04	2017,700	2142,725	101,1	21,6
100-04_01	1762,968	1940,107	83,5	17,9
100-04_02	1815,453	2070,093	116,1	29,0
100-04_03	1825,393	2047,246	128,0	25,7
100-04_04	1854,500	1977,486	108,5	25,6
100-05_01	2996,750	3169,542	74,1	19,3
100-05_02	2848,500	3017,667	69,5	16,9
100-05_03	2753,000	2897,042	76,0	14,0
100-05_04	2875,667	3084,083	89,1	19,6
100-06_01	2350,933	2517,766	76,2	23,6
100-06_02	2342,683	2550,341	83,8	27,5
100-06_03	2314,867	2480,866	73,3	21,7
100-06_04	2431,000	2613,583	86,0	31,3
100-07_01	1890,966	1953,108	27,5	17,0
100-07_02	1856,999	1972,266	68,0	13,9
100-07_03	1905,233	1972,867	43,0	15,2
100-07_04	1951,350	2143,450	95,5	22,6
100-08_01	1708,083	1828,239	39,2	18,7
100-08_02	1626,996	1695,929	49,9	13,6
100-08_03	1702,833	1777,060	61,2	17,4
100-08_04	1670,891	1721,008	47,0	13,8

Tabela 17 – Dados do Algoritmo TMA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	0,0	1,0
10-01_02	467,500	467,500	0,0	1,1
10-01_03	492,750	492,750	0,0	0,9
10-01_04	573,500	573,500	14,0	1,2
10-02_01	541,900	541,900	3,9	2,7
10-02_02	528,967	528,967	80,5	1,9
10-02_03	521,883	596,000	62,9	2,3
10-02_04	781,067	781,067	65,9	1,8
10-03_01	562,900	562,900	47,5	2,5
10-03_02	665,750	665,750	0,0	2,3
10-03_03	733,500	733,500	71,3	1,9
10-03_04	605,533	753,667	36,7	1,5
10-04_01	340,048	340,190	8,9	1,8
10-04_02	363,845	363,845	0,0	2,1
10-04_03	342,610	350,038	5,8	2,4
10-04_04	285,836	288,838	2,9	1,5
10-05_01	672,500	672,500	72,7	1,7
10-05_02	495,833	495,833	0,0	1,1
10-05_03	616,417	623,333	7,6	1,8
10-05_04	487,750	487,750	1,6	0,5
10-06_01	999,600	1143,933	67,0	1,3
10-06_02	446,750	446,750	12,3	2,0
10-06_03	446,400	446,400	23,8	1,6
10-06_04	446,350	475,450	7,4	2,2
10-07_01	605,167	647,633	17,3	2,8
10-07_02	418,467	418,467	0,0	1,6
10-07_03	305,433	305,433	0,1	0,7
10-07_04	340,167	340,167	0,0	0,4
10-08_01	361,429	370,714	2,4	2,0
10-08_02	453,767	453,767	0,0	2,2
10-08_03	363,595	363,595	0,3	1,1
10-08_04	956,190	956,190	46,9	1,7
20-01_01	892,833	923,917	20,0	3,5
20-01_02	789,667	808,500	12,7	2,3
20-01_03	704,667	721,333	11,2	1,2
20-01_04	668,750	698,417	13,1	0,6
20-02_01	664,317	717,000	26,7	5,0
20-02_02	597,250	619,150	12,5	2,4
20-02_03	584,150	605,033	10,8	1,9
20-02_04	639,700	675,417	25,8	4,3
20-03_01	502,833	524,192	14,0	2,6
20-03_02	505,017	535,558	15,2	3,0
20-03_03	518,283	535,192	7,9	1,7
20-03_04	558,667	589,216	14,4	4,7
20-04_01	448,343	466,624	9,3	2,3
20-04_02	467,029	481,812	8,6	2,8
20-04_03	484,743	518,512	9,3	3,4
20-04_04	467,205	484,238	9,1	3,1
20-05_01	777,167	806,083	13,4	2,1
20-05_02	798,000	814,583	10,9	2,0
20-05_03	801,667	826,958	18,8	3,1
20-05_04	748,417	799,875	24,1	2,4
20-06_01	701,817	757,067	31,8	5,5

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	598,667	619,316	9,7	2,6
20-06_03	600,767	616,550	10,7	2,7
20-06_04	618,617	678,259	19,2	4,8
20-07_01	573,600	599,517	10,7	4,3
20-07_02	554,100	594,075	15,0	5,7
20-07_03	616,533	633,875	9,7	4,8
20-07_04	543,900	562,325	10,5	3,7
20-08_01	452,019	462,554	6,4	2,8
20-08_02	549,457	576,350	10,3	5,8
20-08_03	449,607	469,161	11,5	2,9
20-08_04	551,310	566,083	10,4	8,7
30-01_01	1059,250	1082,833	18,6	4,0
30-01_02	1165,583	1209,583	21,3	5,8
30-01_03	1012,667	1067,125	32,9	2,9
30-01_04	1054,500	1131,583	31,1	3,5
30-02_01	884,850	924,067	20,4	7,6
30-02_02	864,883	895,109	22,5	7,9
30-02_03	893,800	925,466	19,9	6,9
30-02_04	987,400	1025,184	19,6	15,3
30-03_01	702,267	731,133	18,1	3,6
30-03_02	708,167	734,833	16,7	5,5
30-03_03	693,667	724,400	13,8	4,2
30-03_04	726,467	769,309	19,2	5,5
30-04_01	635,500	668,465	15,5	6,1
30-04_02	636,762	667,019	17,6	5,0
30-04_03	705,714	734,385	14,3	8,5
30-04_04	603,678	633,034	13,4	3,3
30-05_01	1113,167	1160,042	21,5	4,7
30-05_02	1014,417	1039,583	17,4	2,5
30-05_03	1039,417	1076,000	21,9	4,5
30-05_04	1092,250	1141,375	22,3	5,6
30-06_01	871,483	919,608	23,8	7,7
30-06_02	840,600	862,200	16,8	4,6
30-06_03	877,600	932,091	26,2	8,9
30-06_04	957,250	1001,400	26,2	10,4
30-07_01	699,333	743,350	20,0	7,7
30-07_02	701,733	734,958	17,2	4,5
30-07_03	694,233	719,825	11,0	3,6
30-07_04	734,967	795,667	22,8	8,1
30-08_01	614,714	649,388	15,4	4,4
30-08_02	672,786	702,690	15,9	6,1
30-08_03	696,952	734,169	17,6	7,8
30-08_04	680,750	696,957	11,4	6,5
50-01_01	1623,583	1690,333	38,6	8,6
50-01_02	1557,333	1622,375	35,9	5,9
50-01_03	1592,500	1628,500	20,3	6,3
50-01_04	1608,750	1648,125	29,8	7,5
50-02_01	1295,317	1377,834	41,9	10,7
50-02_02	1273,117	1340,742	36,1	8,3
50-02_03	1247,100	1312,517	32,7	8,7
50-02_04	1286,133	1347,934	34,9	7,9
50-03_01	1190,650	1273,867	39,8	19,2
50-03_02	1149,600	1206,750	32,4	12,2
50-03_03	1100,983	1182,125	37,3	10,8
50-03_04	1079,950	1120,500	21,8	8,3

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	945,991	1003,567	29,0	7,1
50-04_02	948,500	991,928	26,3	8,4
50-04_03	898,905	943,574	18,7	5,8
50-04_04	927,766	966,964	23,6	7,5
50-05_01	1546,333	1619,042	33,7	8,7
50-05_02	1534,417	1575,792	38,0	9,0
50-05_03	1497,250	1543,042	22,9	4,6
50-05_04	1544,417	1598,958	25,4	7,1
50-06_01	1252,600	1317,558	45,5	14,4
50-06_02	1218,933	1257,117	21,6	6,8
50-06_03	1283,817	1372,983	31,7	11,3
50-06_04	1318,333	1366,450	23,9	15,4
50-07_01	1066,100	1101,717	16,1	7,6
50-07_02	1081,067	1131,700	46,5	9,2
50-07_03	1101,100	1171,034	32,2	12,1
50-07_04	1084,300	1126,867	21,5	11,9
50-08_01	937,857	977,069	28,4	8,2
50-08_02	945,548	984,697	22,8	9,8
50-08_03	922,809	948,202	14,3	7,9
50-08_04	874,917	903,199	19,3	5,3
100-01_01	2938,000	3053,125	69,9	26,8
100-01_02	2879,500	2988,583	73,4	17,8
100-01_03	2823,917	2941,583	95,4	16,7
100-01_04	2939,833	3057,250	80,9	22,3
100-02_01	2400,950	2468,150	52,0	25,8
100-02_02	2477,666	2578,258	74,2	38,9
100-02_03	2302,500	2410,992	79,4	19,8
100-02_04	2490,449	2607,016	61,9	40,7
100-03_01	1971,117	2062,776	57,2	23,6
100-03_02	1997,250	2104,667	79,1	27,5
100-03_03	1989,267	2113,175	67,4	28,7
100-03_04	1954,800	2056,916	72,1	28,5
100-04_01	1753,710	1818,938	45,0	22,5
100-04_02	1757,948	1917,819	64,0	31,3
100-04_03	1739,560	1897,445	93,5	28,6
100-04_04	1727,227	1907,548	68,5	30,8
100-05_01	2834,417	2959,542	63,1	26,0
100-05_02	2834,083	2892,375	34,2	18,3
100-05_03	2764,417	2811,750	30,5	16,5
100-05_04	2839,167	2917,458	44,0	21,7
100-06_01	2323,983	2384,167	37,7	28,3
100-06_02	2352,933	2446,641	40,3	35,6
100-06_03	2294,250	2378,184	43,5	27,8
100-06_04	2358,083	2463,716	51,9	41,0
100-07_01	1877,633	1931,824	24,6	24,2
100-07_02	1859,933	1914,350	34,2	19,2
100-07_03	1890,183	1956,016	26,7	22,3
100-07_04	1954,983	2079,250	70,9	36,1
100-08_01	1710,631	1781,613	34,1	24,9
100-08_02	1643,691	1694,139	38,7	22,2
100-08_03	1621,905	1747,341	48,5	24,8
100-08_04	1653,722	1718,967	28,2	22,7

Tabela 18 – Dados do Algoritmo QTMA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	0,0	0,9
10-01_02	467,500	467,500	0,3	1,0
10-01_03	492,750	492,750	0,0	0,8
10-01_04	573,500	573,500	10,0	1,0
10-02_01	541,900	541,900	0,0	2,4
10-02_02	528,967	528,967	82,6	1,6
10-02_03	521,883	596,000	54,9	2,0
10-02_04	781,067	781,067	78,3	1,6
10-03_01	562,900	562,900	51,1	2,1
10-03_02	665,750	665,750	0,0	2,0
10-03_03	733,500	733,500	71,3	1,6
10-03_04	605,533	771,350	39,9	1,4
10-04_01	340,048	340,190	7,5	1,6
10-04_02	363,845	363,845	0,0	1,9
10-04_03	350,038	350,038	14,5	2,3
10-04_04	285,836	288,838	2,8	1,4
10-05_01	672,500	672,500	61,6	1,5
10-05_02	495,833	495,833	0,0	0,9
10-05_03	616,417	623,333	10,3	1,6
10-05_04	487,750	487,750	1,9	0,5
10-06_01	999,600	1143,933	57,6	1,1
10-06_02	446,750	446,750	11,9	1,5
10-06_03	446,400	446,400	25,8	1,4
10-06_04	446,350	475,450	17,2	1,9
10-07_01	605,167	647,633	16,1	2,5
10-07_02	418,467	418,467	0,0	1,4
10-07_03	305,433	305,433	0,1	0,7
10-07_04	340,167	340,167	0,0	0,4
10-08_01	361,429	370,714	3,8	1,7
10-08_02	453,767	453,767	0,0	2,0
10-08_03	363,595	363,595	0,4	1,0
10-08_04	956,190	992,119	83,1	1,5
20-01_01	879,333	922,792	23,0	3,0
20-01_02	778,250	803,375	13,1	2,0
20-01_03	695,000	723,542	14,3	1,2
20-01_04	670,500	692,167	10,2	0,6
20-02_01	642,467	704,458	28,0	4,2
20-02_02	601,250	624,591	10,7	2,1
20-02_03	578,650	605,591	10,4	1,9
20-02_04	641,900	670,550	35,1	4,1
20-03_01	499,333	520,500	13,5	2,4
20-03_02	505,967	533,325	15,3	2,6
20-03_03	522,117	539,267	8,5	1,7
20-03_04	565,333	589,950	14,8	4,3
20-04_01	449,738	467,574	9,2	2,2
20-04_02	467,886	482,916	8,5	2,5
20-04_03	497,690	518,806	10,4	3,2
20-04_04	472,509	485,500	7,0	3,1
20-05_01	780,667	799,333	14,4	1,8
20-05_02	781,250	812,833	17,8	1,8
20-05_03	797,167	833,375	22,1	2,9
20-05_04	765,667	810,208	32,6	2,4
20-06_01	700,650	757,917	27,8	5,0

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	598,667	626,958	12,1	2,5
20-06_03	593,133	616,741	11,2	2,4
20-06_04	645,567	684,042	17,5	4,5
20-07_01	573,600	598,417	13,4	3,7
20-07_02	565,033	595,616	17,2	5,3
20-07_03	612,200	634,100	10,3	4,3
20-07_04	548,900	565,567	9,2	3,1
20-08_01	450,310	464,565	9,6	2,8
20-08_02	554,600	574,243	10,3	5,0
20-08_03	444,321	464,893	12,7	2,6
20-08_04	543,143	567,107	7,7	7,7
30-01_01	1034,500	1080,833	30,7	3,6
30-01_02	1145,917	1209,958	28,1	5,5
30-01_03	1002,417	1059,125	35,9	2,7
30-01_04	1085,500	1147,000	23,4	3,6
30-02_01	881,300	934,766	27,6	7,8
30-02_02	840,333	908,966	30,1	7,4
30-02_03	894,700	931,375	23,1	7,3
30-02_04	981,000	1028,225	21,7	13,7
30-03_01	705,683	725,359	13,6	3,4
30-03_02	688,500	736,034	18,2	5,2
30-03_03	697,300	723,175	12,6	4,3
30-03_04	733,150	764,716	17,1	5,2
30-04_01	636,524	664,583	15,4	5,4
30-04_02	631,360	667,442	19,3	4,5
30-04_03	715,286	733,643	10,6	7,9
30-04_04	601,250	631,988	13,4	3,3
30-05_01	1117,583	1162,667	24,1	4,3
30-05_02	1018,500	1047,958	17,4	2,4
30-05_03	1023,833	1076,458	23,0	4,2
30-05_04	1086,583	1136,583	29,7	5,0
30-06_01	874,300	921,525	18,5	6,7
30-06_02	832,200	866,150	16,0	4,9
30-06_03	891,600	932,292	25,2	8,3
30-06_04	954,650	1004,350	21,6	9,7
30-07_01	696,783	725,158	18,8	7,2
30-07_02	714,250	731,259	11,0	4,0
30-07_03	696,900	718,975	10,2	3,1
30-07_04	757,033	796,634	18,3	7,4
30-08_01	625,091	645,957	14,0	4,0
30-08_02	683,905	702,143	13,1	5,4
30-08_03	693,576	732,776	19,4	7,2
30-08_04	685,743	696,243	9,7	5,5
50-01_01	1583,250	1702,333	37,4	7,7
50-01_02	1557,333	1616,083	32,5	5,6
50-01_03	1575,750	1633,083	43,7	5,9
50-01_04	1601,167	1665,917	27,9	7,3
50-02_01	1334,450	1392,367	37,4	10,7
50-02_02	1247,550	1338,684	32,5	7,9
50-02_03	1266,100	1323,691	31,1	8,5
50-02_04	1282,800	1351,975	37,0	7,6
50-03_01	1178,100	1255,850	39,4	15,8
50-03_02	1157,134	1216,066	30,4	12,1
50-03_03	1104,133	1161,025	40,9	8,8
50-03_04	1066,317	1108,583	26,6	8,9

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	957,750	998,817	30,8	6,6
50-04_02	927,798	981,000	31,4	8,6
50-04_03	891,429	936,381	23,8	5,3
50-04_04	920,000	957,399	28,6	7,6
50-05_01	1506,083	1595,750	35,6	7,7
50-05_02	1507,917	1580,583	51,1	8,1
50-05_03	1498,333	1534,208	19,3	4,3
50-05_04	1549,000	1587,750	30,7	6,6
50-06_01	1249,533	1316,492	36,2	12,6
50-06_02	1216,984	1253,883	17,6	6,5
50-06_03	1294,950	1359,258	36,6	10,4
50-06_04	1317,000	1362,750	29,6	13,6
50-07_01	1058,333	1096,183	21,6	7,0
50-07_02	1087,200	1152,550	41,2	8,9
50-07_03	1121,567	1164,550	24,8	10,8
50-07_04	1078,433	1112,900	22,9	9,7
50-08_01	948,564	989,885	24,5	8,4
50-08_02	941,941	979,054	19,8	9,4
50-08_03	913,143	949,431	16,0	8,0
50-08_04	878,202	914,149	17,6	5,5
100-01_01	2913,000	3048,500	91,1	25,0
100-01_02	2909,833	2976,708	61,7	16,9
100-01_03	2878,333	2959,667	55,7	16,5
100-01_04	2946,583	3052,917	57,8	21,9
100-02_01	2353,766	2487,842	63,0	24,1
100-02_02	2496,700	2645,374	71,8	40,0
100-02_03	2325,532	2430,641	58,7	21,9
100-02_04	2500,600	2610,508	73,0	37,8
100-03_01	1958,533	2034,975	70,4	22,5
100-03_02	2024,800	2141,992	96,3	26,6
100-03_03	1954,083	2097,633	78,1	26,7
100-03_04	1958,300	2098,166	70,9	28,5
100-04_01	1732,548	1829,377	66,9	20,3
100-04_02	1759,972	1898,171	88,3	30,3
100-04_03	1760,846	1893,075	86,5	27,7
100-04_04	1719,414	1881,000	67,1	28,4
100-05_01	2893,083	2993,500	50,4	26,1
100-05_02	2808,333	2899,500	41,3	18,2
100-05_03	2760,667	2802,833	33,5	15,6
100-05_04	2817,833	2910,667	52,6	21,9
100-06_01	2312,116	2383,350	41,9	26,2
100-06_02	2301,983	2442,450	55,9	34,4
100-06_03	2290,300	2371,017	35,0	26,6
100-06_04	2379,200	2495,216	46,6	38,8
100-07_01	1899,633	1931,675	20,3	26,6
100-07_02	1861,433	1918,234	31,1	18,6
100-07_03	1899,917	1944,899	27,8	23,2
100-07_04	1977,833	2071,817	61,0	35,2
100-08_01	1732,691	1781,211	25,6	22,8
100-08_02	1629,305	1694,045	37,9	20,5
100-08_03	1650,929	1731,803	34,6	22,4
100-08_04	1654,917	1699,036	32,7	22,2

Tabela 19 – Dados do Algoritmo HMA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	11,0	1,0
10-01_02	467,500	467,500	0,0	1,2
10-01_03	492,750	492,750	0,0	1,0
10-01_04	573,500	573,500	19,5	1,3
10-02_01	541,900	541,900	5,4	2,6
10-02_02	528,967	528,967	76,6	1,7
10-02_03	521,883	581,900	36,1	2,1
10-02_04	781,067	781,067	73,3	1,8
10-03_01	562,900	659,583	55,8	2,4
10-03_02	665,750	665,750	17,8	2,2
10-03_03	733,500	733,500	45,5	1,8
10-03_04	605,533	753,667	37,3	1,4
10-04_01	340,048	340,190	8,8	1,5
10-04_02	363,845	363,845	6,6	1,9
10-04_03	342,610	350,038	1,6	2,1
10-04_04	285,836	288,838	4,2	1,4
10-05_01	672,500	672,500	27,2	1,5
10-05_02	495,833	495,833	0,1	1,0
10-05_03	616,417	623,333	6,1	1,6
10-05_04	487,750	487,750	1,7	0,5
10-06_01	999,600	1143,933	60,7	1,3
10-06_02	446,750	446,750	8,9	1,7
10-06_03	446,400	494,400	29,0	1,5
10-06_04	446,350	475,450	22,5	1,9
10-07_01	605,167	647,633	20,7	2,4
10-07_02	418,467	418,467	0,0	1,4
10-07_03	305,433	305,433	0,1	0,8
10-07_04	340,167	340,167	0,0	0,6
10-08_01	361,429	370,714	4,5	2,0
10-08_02	453,767	453,767	0,0	2,0
10-08_03	363,595	363,595	0,5	1,1
10-08_04	956,190	956,190	37,9	1,6
20-01_01	881,583	915,417	23,9	3,0
20-01_02	789,667	807,792	12,5	2,1
20-01_03	702,083	716,042	9,1	1,2
20-01_04	676,500	696,583	9,6	0,6
20-02_01	622,017	704,009	28,0	4,2
20-02_02	598,250	624,567	10,3	2,2
20-02_03	569,650	600,175	10,7	2,1
20-02_04	634,783	666,650	24,2	3,8
20-03_01	500,833	523,884	12,4	2,3
20-03_02	507,467	527,308	12,5	2,7
20-03_03	517,450	535,233	9,2	1,8
20-03_04	564,833	594,175	19,0	4,3
20-04_01	447,619	462,819	9,5	2,2
20-04_02	473,276	482,734	5,0	2,8
20-04_03	487,086	515,181	10,1	3,3
20-04_04	467,762	483,500	8,6	3,0
20-05_01	776,167	801,750	18,9	1,9
20-05_02	790,500	817,458	15,5	1,7
20-05_03	798,167	837,875	19,9	2,6
20-05_04	752,333	803,792	26,3	2,3
20-06_01	712,217	783,717	31,5	5,0

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	602,467	618,767	9,2	2,5
20-06_03	600,767	618,800	15,3	2,3
20-06_04	644,017	678,825	15,6	4,2
20-07_01	583,900	595,950	8,1	4,0
20-07_02	578,433	600,141	12,3	5,4
20-07_03	614,167	632,284	11,1	4,3
20-07_04	539,400	567,859	8,4	3,3
20-08_01	451,143	460,367	8,4	2,7
20-08_02	551,029	576,850	10,7	5,9
20-08_03	449,036	469,536	11,8	2,9
20-08_04	552,095	564,667	8,5	7,7
30-01_01	1023,750	1086,208	31,3	3,9
30-01_02	1167,083	1215,625	26,8	5,6
30-01_03	1014,417	1074,458	26,8	2,7
30-01_04	1085,167	1137,375	32,7	3,5
30-02_01	906,350	941,925	19,3	7,9
30-02_02	857,850	912,692	28,6	7,1
30-02_03	854,683	925,566	29,3	6,8
30-02_04	984,400	1036,083	19,7	13,6
30-03_01	702,583	721,917	16,2	3,3
30-03_02	714,300	739,175	15,7	5,4
30-03_03	694,333	721,317	14,0	3,8
30-03_04	734,550	767,333	13,6	5,4
30-04_01	643,262	672,232	11,0	5,4
30-04_02	629,505	658,295	18,6	4,8
30-04_03	712,095	735,711	12,8	8,5
30-04_04	603,333	626,113	10,6	3,2
30-05_01	1107,417	1168,458	23,1	4,4
30-05_02	999,750	1033,875	22,2	2,2
30-05_03	1049,583	1083,083	20,7	4,0
30-05_04	1090,500	1151,417	26,8	4,8
30-06_01	881,767	918,866	21,9	6,3
30-06_02	828,900	871,067	19,6	4,4
30-06_03	868,800	938,175	29,7	8,0
30-06_04	970,250	1016,175	25,0	9,7
30-07_01	699,583	731,558	24,5	6,1
30-07_02	705,733	734,525	17,8	3,5
30-07_03	700,400	716,225	10,6	3,0
30-07_04	763,433	794,250	23,8	7,3
30-08_01	629,310	647,976	15,5	3,4
30-08_02	680,095	706,072	14,9	5,5
30-08_03	710,233	737,802	16,5	7,4
30-08_04	672,314	699,019	14,3	5,9
50-01_01	1618,500	1715,750	45,0	8,6
50-01_02	1534,333	1614,917	36,5	5,8
50-01_03	1583,750	1636,375	29,1	5,9
50-01_04	1611,667	1654,292	26,1	7,4
50-02_01	1293,600	1399,425	42,2	10,4
50-02_02	1272,984	1345,517	35,9	7,9
50-02_03	1279,200	1348,025	27,7	8,5
50-02_04	1301,950	1364,525	31,9	7,8
50-03_01	1219,933	1283,708	36,4	17,1
50-03_02	1185,633	1217,175	24,7	10,9
50-03_03	1115,367	1180,125	32,0	9,9
50-03_04	1094,700	1124,058	26,6	8,7

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	946,848	1008,876	33,4	6,7
50-04_02	949,131	987,441	20,5	6,5
50-04_03	909,129	947,681	14,4	5,2
50-04_04	921,488	965,474	25,1	6,7
50-05_01	1539,250	1626,917	32,6	6,4
50-05_02	1565,417	1622,417	44,4	7,4
50-05_03	1504,750	1546,458	26,8	4,0
50-05_04	1542,833	1608,000	24,7	6,0
50-06_01	1262,100	1337,316	54,6	9,9
50-06_02	1223,033	1260,108	26,7	5,1
50-06_03	1298,650	1388,959	42,3	9,3
50-06_04	1289,384	1390,750	44,8	10,9
50-07_01	1068,700	1116,042	19,8	5,9
50-07_02	1048,467	1159,967	57,1	7,3
50-07_03	1120,383	1194,900	31,5	9,1
50-07_04	1096,333	1139,233	25,9	9,1
50-08_01	931,655	997,940	33,8	6,4
50-08_02	936,848	993,216	26,0	7,5
50-08_03	926,010	960,749	16,8	6,9
50-08_04	887,488	912,798	23,4	4,5
100-01_01	2928,000	3099,833	95,7	26,4
100-01_02	2875,333	3003,417	89,2	18,4
100-01_03	2865,083	3007,917	70,5	17,2
100-01_04	2931,583	3076,458	65,9	21,0
100-02_01	2388,433	2530,100	81,6	22,1
100-02_02	2494,167	2642,808	89,9	38,9
100-02_03	2319,534	2435,475	60,8	18,6
100-02_04	2471,583	2657,350	97,9	38,5
100-03_01	1952,733	2059,767	71,1	18,8
100-03_02	2001,866	2174,449	78,5	25,0
100-03_03	1976,067	2124,841	71,6	26,3
100-03_04	2020,866	2110,525	56,9	23,3
100-04_01	1775,013	1870,584	56,7	19,8
100-04_02	1804,724	1941,917	94,8	26,4
100-04_03	1780,322	1988,380	92,3	26,0
100-04_04	1803,900	1923,747	79,6	27,0
100-05_01	2910,917	3019,292	60,2	21,9
100-05_02	2820,667	2937,958	57,1	17,0
100-05_03	2770,750	2841,250	51,1	16,1
100-05_04	2822,167	2931,958	63,8	18,9
100-06_01	2353,683	2410,650	43,1	19,6
100-06_02	2364,850	2456,000	66,4	25,2
100-06_03	2282,917	2391,266	46,9	19,8
100-06_04	2360,283	2503,325	72,2	28,7
100-07_01	1885,683	1941,742	26,1	16,8
100-07_02	1879,400	1942,499	38,7	14,8
100-07_03	1921,266	1971,017	22,6	16,8
100-07_04	1966,933	2088,250	75,0	24,8
100-08_01	1736,858	1815,213	36,8	18,4
100-08_02	1647,353	1710,881	39,7	16,3
100-08_03	1637,262	1770,351	59,0	19,3
100-08_04	1649,965	1717,952	33,8	16,3

Tabela 20 – Dados do Algoritmo QHMA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	16,1	1,6
10-01_02	467,500	467,500	0,0	1,9
10-01_03	492,750	492,750	0,0	1,8
10-01_04	573,500	573,500	19,3	1,9
10-02_01	541,900	541,900	8,5	3,9
10-02_02	528,967	528,967	81,5	2,4
10-02_03	521,883	581,900	35,3	3,1
10-02_04	781,067	781,067	59,7	2,8
10-03_01	562,900	562,900	53,2	3,4
10-03_02	665,750	665,750	29,8	3,2
10-03_03	733,500	733,500	45,2	2,7
10-03_04	605,533	753,667	64,4	2,2
10-04_01	340,048	340,190	9,1	2,1
10-04_02	363,845	363,845	6,0	2,7
10-04_03	342,610	350,038	1,4	3,0
10-04_04	285,836	288,838	5,2	2,2
10-05_01	672,500	672,500	46,9	2,3
10-05_02	495,833	495,833	3,3	1,5
10-05_03	616,417	623,333	10,1	2,5
10-05_04	487,750	487,750	1,0	0,8
10-06_01	999,600	1143,933	57,9	2,0
10-06_02	446,750	446,750	15,9	2,6
10-06_03	446,400	460,800	24,4	2,0
10-06_04	446,350	518,300	28,4	2,6
10-07_01	605,167	647,633	19,1	3,4
10-07_02	418,467	418,467	0,0	1,8
10-07_03	305,433	305,533	0,1	1,5
10-07_04	340,167	340,167	0,0	1,1
10-08_01	361,429	370,714	4,5	3,0
10-08_02	453,767	453,767	0,0	2,8
10-08_03	363,595	363,595	0,2	1,7
10-08_04	956,190	956,190	31,9	2,3
20-01_01	873,250	909,417	19,8	4,1
20-01_02	779,000	805,542	13,8	2,8
20-01_03	694,833	713,042	11,2	1,8
20-01_04	674,500	696,833	7,9	0,8
20-02_01	656,400	702,683	24,9	6,1
20-02_02	595,050	621,242	10,6	3,0
20-02_03	569,650	592,616	12,6	2,7
20-02_04	634,783	654,550	11,6	5,2
20-03_01	491,000	511,733	11,0	3,2
20-03_02	505,350	520,325	9,2	3,6
20-03_03	522,117	535,034	9,1	2,9
20-03_04	560,000	582,933	12,8	5,5
20-04_01	447,914	461,486	6,9	2,9
20-04_02	464,743	478,881	5,8	3,7
20-04_03	498,286	513,059	7,1	4,9
20-04_04	467,805	480,764	6,3	4,1
20-05_01	774,333	795,750	16,2	2,6
20-05_02	777,417	808,125	13,4	2,2
20-05_03	791,167	836,083	20,1	3,1
20-05_04	771,833	804,000	20,6	3,1
20-06_01	709,567	768,900	28,3	6,7

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	598,667	617,375	10,5	3,3
20-06_03	607,283	622,075	10,4	3,4
20-06_04	642,417	683,433	20,6	6,1
20-07_01	568,850	591,591	8,7	5,8
20-07_02	576,700	601,583	11,9	7,6
20-07_03	614,167	637,192	10,8	6,6
20-07_04	546,200	561,525	10,3	4,4
20-08_01	450,733	458,092	8,9	3,7
20-08_02	558,600	584,103	10,3	9,7
20-08_03	446,321	468,074	10,1	3,6
20-08_04	545,714	562,024	12,0	10,4
30-01_01	1026,500	1088,167	20,3	4,8
30-01_02	1178,917	1215,000	19,0	8,1
30-01_03	1002,417	1072,417	28,4	3,9
30-01_04	1086,917	1145,708	26,2	4,6
30-02_01	899,400	937,516	21,3	10,2
30-02_02	870,083	907,750	22,2	9,8
30-02_03	890,800	943,917	20,4	10,1
30-02_04	983,000	1027,475	22,8	18,9
30-03_01	687,033	724,000	15,1	4,4
30-03_02	710,500	729,650	12,7	7,3
30-03_03	691,133	718,883	14,4	4,7
30-03_04	716,183	753,750	16,0	6,6
30-04_01	635,429	663,965	12,3	6,6
30-04_02	618,314	653,990	16,5	6,6
30-04_03	720,048	736,869	11,5	11,9
30-04_04	596,679	623,476	11,9	3,7
30-05_01	1111,250	1163,083	25,3	5,9
30-05_02	1004,000	1043,625	22,3	3,2
30-05_03	1044,167	1072,500	20,5	4,9
30-05_04	1075,333	1145,042	27,9	6,4
30-06_01	891,333	927,149	16,7	9,2
30-06_02	851,600	873,850	12,1	5,9
30-06_03	911,800	958,850	33,3	10,5
30-06_04	972,300	1011,700	24,3	13,0
30-07_01	701,917	732,983	20,6	7,6
30-07_02	709,433	734,784	13,2	3,9
30-07_03	708,367	723,517	6,9	3,9
30-07_04	745,667	802,159	17,4	9,4
30-08_01	612,262	654,285	16,7	4,0
30-08_02	684,381	709,726	12,5	7,5
30-08_03	696,429	739,566	16,6	10,0
30-08_04	673,248	710,305	13,3	8,6
50-01_01	1631,583	1718,667	39,0	10,5
50-01_02	1578,583	1640,000	35,4	7,6
50-01_03	1582,667	1656,167	28,8	7,4
50-01_04	1633,167	1665,667	22,2	9,1
50-02_01	1301,317	1411,400	44,2	11,7
50-02_02	1274,583	1365,975	36,0	8,5
50-02_03	1299,650	1343,283	29,7	11,8
50-02_04	1298,650	1368,000	34,9	8,2
50-03_01	1225,783	1280,483	29,7	21,7
50-03_02	1179,100	1228,625	27,3	14,2
50-03_03	1104,283	1186,934	34,8	11,2
50-03_04	1090,617	1150,750	30,3	10,4

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	954,348	996,990	24,2	8,3
50-04_02	965,179	1002,428	22,0	9,0
50-04_03	910,638	944,767	17,5	6,3
50-04_04	911,810	971,504	27,4	7,7
50-05_01	1572,250	1635,792	30,4	7,7
50-05_02	1555,833	1648,333	44,7	8,8
50-05_03	1508,333	1565,750	28,2	4,9
50-05_04	1568,667	1636,875	32,1	7,7
50-06_01	1268,450	1353,075	47,3	11,9
50-06_02	1219,317	1267,825	24,3	6,0
50-06_03	1302,100	1416,583	49,8	10,6
50-06_04	1336,100	1416,725	37,9	14,0
50-07_01	1077,833	1127,284	24,1	6,1
50-07_02	1079,033	1186,234	55,2	8,3
50-07_03	1139,200	1209,800	31,4	10,7
50-07_04	1107,667	1151,133	21,7	11,0
50-08_01	942,381	1009,412	32,7	7,7
50-08_02	963,786	1009,966	27,9	9,5
50-08_03	925,605	969,910	14,3	7,6
50-08_04	883,012	916,580	23,1	5,5
100-01_01	2978,083	3136,167	91,2	32,5
100-01_02	2848,833	3043,750	86,7	23,2
100-01_03	2852,750	2983,000	89,9	18,8
100-01_04	2995,917	3087,750	57,3	27,6
100-02_01	2398,450	2559,667	70,6	26,4
100-02_02	2540,483	2673,450	87,1	38,5
100-02_03	2366,917	2445,908	63,1	22,2
100-02_04	2544,433	2704,925	101,5	43,3
100-03_01	1994,217	2099,808	74,5	24,6
100-03_02	2088,133	2195,600	77,9	25,9
100-03_03	2059,966	2174,983	99,6	28,9
100-03_04	2025,733	2114,109	61,4	25,0
100-04_01	1736,522	1867,952	56,0	22,6
100-04_02	1817,784	1976,966	86,7	29,5
100-04_03	1770,762	1983,679	98,5	30,7
100-04_04	1803,972	1911,249	77,3	28,3
100-05_01	2929,417	3034,250	65,5	25,6
100-05_02	2821,250	2959,458	50,4	18,0
100-05_03	2736,500	2852,042	63,4	16,1
100-05_04	2829,000	2936,208	62,5	21,5
100-06_01	2319,283	2424,733	57,8	20,9
100-06_02	2389,650	2474,766	58,7	26,7
100-06_03	2317,566	2436,641	52,4	25,8
100-06_04	2441,050	2546,075	57,5	31,7
100-07_01	1892,683	1937,292	28,2	18,0
100-07_02	1890,400	1944,800	40,5	17,5
100-07_03	1922,867	1962,274	25,4	19,2
100-07_04	1983,067	2127,534	81,0	26,5
100-08_01	1699,310	1800,446	45,8	19,1
100-08_02	1637,095	1688,486	42,0	18,1
100-08_03	1690,920	1791,164	53,4	19,0
100-08_04	1638,631	1717,758	34,5	18,2

Apêndice III – Dados do Experimento B

Tabela 23 – Dados do Algoritmo GA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	902,500	47,7	0,7
10-01_02	467,500	467,500	19,4	0,9
10-01_03	492,750	550,500	44,5	0,9
10-01_04	573,500	617,250	64,1	1,0
10-02_01	541,900	546,867	45,6	1,6
10-02_02	528,967	729,475	114,8	1,2
10-02_03	581,900	835,300	139,8	1,4
10-02_04	781,067	1051,583	86,5	1,1
10-03_01	657,250	720,450	45,0	1,3
10-03_02	665,750	763,500	112,1	1,2
10-03_03	733,500	865,650	188,1	1,1
10-03_04	753,667	874,984	61,1	1,0
10-04_01	340,190	363,369	24,0	1,5
10-04_02	363,845	387,947	54,8	1,7
10-04_03	350,038	468,336	68,0	1,7
10-04_04	285,836	298,559	10,0	1,4
10-05_01	672,500	857,250	91,6	1,0
10-05_02	495,833	496,583	59,3	0,9
10-05_03	634,667	669,292	29,7	1,1
10-05_04	487,750	494,500	41,3	0,9
10-06_01	1116,800	1195,933	60,7	0,8
10-06_02	446,750	472,450	62,8	1,4
10-06_03	446,400	510,100	73,1	1,2
10-06_04	446,350	518,300	40,6	1,2
10-07_01	605,167	680,033	82,6	1,5
10-07_02	418,467	418,467	59,4	1,2
10-07_03	305,433	305,633	13,9	1,1
10-07_04	340,167	340,167	30,9	1,0
10-08_01	361,429	416,648	31,9	1,7
10-08_02	453,767	453,767	26,3	1,2
10-08_03	363,595	369,762	11,9	1,3
10-08_04	956,190	1145,750	111,3	1,1
20-01_01	912,667	1036,667	73,7	2,3
20-01_02	787,250	884,958	56,0	2,5
20-01_03	736,333	770,708	31,4	2,5
20-01_04	672,500	749,875	36,5	2,2
20-02_01	753,983	905,741	174,6	3,8
20-02_02	636,250	704,950	50,9	4,1
20-02_03	628,300	649,216	31,1	4,8
20-02_04	707,950	823,900	50,3	4,6
20-03_01	510,933	577,159	35,1	5,1
20-03_02	552,967	614,575	43,0	4,5
20-03_03	530,183	572,875	26,0	3,7
20-03_04	619,833	697,725	66,0	4,4
20-04_01	448,343	505,012	56,3	5,2
20-04_02	480,893	521,753	20,7	4,1
20-04_03	509,186	549,414	28,5	4,8
20-04_04	484,457	521,371	31,1	4,8
20-05_01	820,917	888,708	62,8	2,6
20-05_02	812,750	878,708	68,6	2,2
20-05_03	853,167	900,125	76,8	2,8
20-05_04	824,083	939,708	68,0	2,6
20-06_01	741,350	930,333	112,5	3,4

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	607,617	660,975	25,7	3,8
20-06_03	609,683	672,167	39,4	3,6
20-06_04	665,117	743,609	36,7	3,7
20-07_01	590,033	637,775	40,0	3,8
20-07_02	601,833	637,266	30,0	5,0
20-07_03	629,633	653,850	58,9	3,6
20-07_04	558,067	603,009	49,1	4,6
20-08_01	457,162	486,750	17,8	3,9
20-08_02	562,114	594,754	12,7	4,1
20-08_03	478,226	527,381	28,8	3,9
20-08_04	561,143	603,572	66,1	4,7
30-01_01	1025,500	1229,542	81,9	4,2
30-01_02	1225,333	1309,208	56,7	4,6
30-01_03	1065,500	1168,875	88,5	3,8
30-01_04	1101,167	1244,083	60,2	4,3
30-02_01	939,250	1053,300	67,4	7,0
30-02_02	902,800	1045,475	96,2	7,0
30-02_03	940,483	1044,842	87,5	6,7
30-02_04	1076,500	1154,184	58,9	8,4
30-03_01	714,650	794,258	43,5	6,3
30-03_02	732,300	830,000	41,6	6,3
30-03_03	690,300	749,734	35,6	5,5
30-03_04	786,400	880,083	51,7	7,1
30-04_01	673,895	723,566	31,4	5,7
30-04_02	690,945	764,346	35,9	7,4
30-04_03	747,429	791,988	44,6	6,5
30-04_04	607,905	673,583	35,7	5,3
30-05_01	1126,333	1235,833	88,3	3,8
30-05_02	1038,000	1103,458	39,6	3,9
30-05_03	1065,417	1135,958	65,3	3,7
30-05_04	1119,250	1230,083	87,0	3,8
30-06_01	952,600	1011,225	39,2	5,8
30-06_02	859,200	934,675	33,0	5,7
30-06_03	973,700	1048,392	79,9	6,6
30-06_04	998,550	1105,175	93,5	6,6
30-07_01	739,833	777,850	46,7	5,4
30-07_02	723,583	780,300	52,7	5,4
30-07_03	701,100	759,909	32,5	4,1
30-07_04	757,167	837,083	47,3	6,0
30-08_01	629,595	678,734	53,2	4,9
30-08_02	693,148	804,224	72,3	5,6
30-08_03	747,371	792,986	37,2	4,8
30-08_04	695,036	721,986	32,9	4,3
50-01_01	1729,250	1920,167	139,8	6,9
50-01_02	1625,083	1792,792	122,2	6,8
50-01_03	1674,000	1778,917	89,9	6,7
50-01_04	1647,000	1788,458	99,0	6,4
50-02_01	1421,950	1549,916	95,5	9,0
50-02_02	1345,900	1545,083	123,9	10,9
50-02_03	1388,750	1477,225	76,5	8,8
50-02_04	1372,967	1529,683	92,9	9,8
50-03_01	1299,067	1475,650	89,2	10,0
50-03_02	1270,517	1414,341	80,9	7,9
50-03_03	1203,500	1305,233	90,2	9,1
50-03_04	1115,650	1233,817	64,4	7,8

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	959,267	1148,113	98,5	7,6
50-04_02	1005,990	1122,327	67,5	6,9
50-04_03	923,881	995,793	49,4	6,1
50-04_04	948,571	1024,155	48,6	5,4
50-05_01	1594,333	1720,542	75,9	5,8
50-05_02	1537,833	1826,125	127,9	6,3
50-05_03	1495,167	1603,583	59,9	5,7
50-05_04	1584,667	1787,625	95,2	6,5
50-06_01	1282,700	1438,008	89,9	7,4
50-06_02	1251,683	1308,750	50,6	6,1
50-06_03	1319,550	1490,434	133,9	7,5
50-06_04	1322,100	1572,700	159,9	7,9
50-07_01	1094,767	1171,200	73,2	6,3
50-07_02	1084,367	1281,250	129,1	6,1
50-07_03	1109,800	1304,466	114,9	7,0
50-07_04	1144,933	1275,792	56,4	7,2
50-08_01	950,095	1041,494	51,1	5,1
50-08_02	960,738	1056,887	60,7	6,7
50-08_03	926,219	989,950	52,5	4,3
50-08_04	879,036	923,471	39,2	5,8
100-01_01	3076,250	3470,417	266,5	15,2
100-01_02	3074,250	3307,625	146,8	12,7
100-01_03	2981,583	3253,000	160,2	11,8
100-01_04	3064,250	3342,333	166,0	12,6
100-02_01	2594,633	2821,657	174,6	15,2
100-02_02	2669,667	3126,016	254,0	16,6
100-02_03	2405,699	2621,009	148,3	11,9
100-02_04	2685,117	3117,383	294,3	16,1
100-03_01	1980,033	2149,275	183,0	11,3
100-03_02	2010,066	2505,766	256,4	13,2
100-03_03	2107,250	2306,783	184,5	13,8
100-03_04	1955,334	2215,150	161,6	11,5
100-04_01	1771,643	1999,231	170,5	10,1
100-04_02	1792,915	2248,097	264,6	12,5
100-04_03	1837,298	2206,657	196,8	11,4
100-04_04	1862,715	2217,369	189,8	13,6
100-05_01	2958,500	3230,042	190,6	11,8
100-05_02	2897,333	3045,208	115,8	12,7
100-05_03	2831,333	3023,750	114,0	14,8
100-05_04	2940,500	3093,208	126,0	13,3
100-06_01	2373,400	2558,225	113,3	12,7
100-06_02	2494,000	2707,042	216,2	12,6
100-06_03	2356,033	2539,791	141,1	9,7
100-06_04	2481,200	2928,891	230,7	12,8
100-07_01	1892,800	1949,991	62,4	7,2
100-07_02	1891,000	2016,183	75,1	8,6
100-07_03	1902,750	1992,832	54,3	7,5
100-07_04	1922,800	2410,525	217,9	10,2
100-08_01	1783,358	1926,853	89,7	7,1
100-08_02	1650,658	1714,141	86,2	8,6
100-08_03	1673,286	1882,879	165,7	9,1
100-08_04	1663,714	1734,892	102,8	7,9

Tabela 24 – Dados do Algoritmo QGA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	941,167	104,4	0,7
10-01_02	467,500	467,500	7,3	1,0
10-01_03	492,750	550,500	36,6	0,9
10-01_04	573,500	612,500	67,2	0,8
10-02_01	541,900	541,900	26,6	1,6
10-02_02	528,967	736,900	82,1	1,1
10-02_03	581,900	839,117	158,5	1,3
10-02_04	946,367	1011,292	70,3	1,0
10-03_01	654,583	720,450	46,0	1,2
10-03_02	665,750	763,500	108,1	1,1
10-03_03	838,583	982,633	156,8	1,0
10-03_04	789,033	843,300	73,9	0,9
10-04_01	340,190	353,810	34,5	1,4
10-04_02	363,845	426,404	42,8	1,7
10-04_03	354,848	512,095	68,8	1,6
10-04_04	285,836	296,536	9,1	1,4
10-05_01	672,500	857,250	87,0	0,8
10-05_02	495,833	505,708	67,4	0,9
10-05_03	634,667	677,458	30,8	1,1
10-05_04	487,750	494,500	21,8	0,8
10-06_01	1116,800	1169,933	66,9	0,7
10-06_02	446,750	481,325	50,3	1,3
10-06_03	483,850	510,100	55,3	1,1
10-06_04	446,350	528,950	48,9	1,2
10-07_01	605,167	710,017	78,8	1,4
10-07_02	418,467	445,117	92,4	1,2
10-07_03	305,433	305,633	17,1	1,1
10-07_04	340,167	340,167	11,9	1,0
10-08_01	370,714	433,381	33,3	1,9
10-08_02	453,767	477,338	49,8	1,1
10-08_03	363,595	369,762	12,3	1,3
10-08_04	956,190	1145,750	116,2	1,1
20-01_01	906,417	1076,792	77,7	2,0
20-01_02	823,583	908,917	42,7	2,4
20-01_03	713,833	821,792	43,7	2,5
20-01_04	685,750	757,875	40,8	2,1
20-02_01	769,500	923,491	113,2	4,0
20-02_02	643,850	710,984	50,7	4,4
20-02_03	621,700	656,466	27,8	4,6
20-02_04	740,050	852,208	48,8	4,4
20-03_01	530,500	602,900	34,2	5,4
20-03_02	521,517	615,825	49,2	4,3
20-03_03	532,050	575,325	24,5	3,7
20-03_04	607,250	717,292	78,1	4,4
20-04_01	463,595	515,966	53,3	5,4
20-04_02	488,362	517,485	18,0	3,6
20-04_03	507,476	549,375	30,2	5,2
20-04_04	472,076	527,825	26,5	5,1
20-05_01	819,917	883,958	78,1	2,6
20-05_02	816,917	905,500	73,8	2,0
20-05_03	832,417	912,875	76,6	2,6
20-05_04	829,667	905,792	52,2	2,3
20-06_01	743,883	936,958	121,8	3,1

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	633,467	663,300	17,5	3,5
20-06_03	609,683	680,192	51,3	3,5
20-06_04	692,467	747,684	31,2	3,4
20-07_01	585,417	637,734	35,7	3,9
20-07_02	596,300	654,134	30,4	4,8
20-07_03	635,633	672,667	43,8	3,9
20-07_04	546,367	636,850	50,4	4,6
20-08_01	454,643	482,428	25,6	4,2
20-08_02	570,369	592,053	20,1	4,1
20-08_03	451,893	523,649	34,9	4,3
20-08_04	550,143	601,503	52,3	5,0
30-01_01	1096,667	1247,292	74,4	5,2
30-01_02	1236,583	1343,417	81,3	5,6
30-01_03	1090,333	1171,292	84,1	4,4
30-01_04	1142,750	1233,708	58,0	5,2
30-02_01	959,050	1039,742	60,6	8,6
30-02_02	936,333	1038,942	62,7	8,5
30-02_03	921,583	1027,434	90,9	8,3
30-02_04	1043,533	1126,541	48,7	9,5
30-03_01	745,583	780,942	32,8	7,8
30-03_02	750,283	847,750	68,4	8,1
30-03_03	701,333	754,617	33,6	7,6
30-03_04	790,783	856,550	37,5	8,5
30-04_01	673,357	722,423	29,4	7,4
30-04_02	653,371	753,464	49,2	8,9
30-04_03	716,714	790,600	42,8	8,0
30-04_04	624,429	652,281	31,8	6,2
30-05_01	1145,250	1263,625	72,1	4,2
30-05_02	1018,500	1127,708	44,5	4,4
30-05_03	1065,417	1147,625	61,7	4,5
30-05_04	1117,583	1224,792	68,4	4,4
30-06_01	903,500	998,008	40,1	7,1
30-06_02	846,000	914,050	33,3	6,6
30-06_03	945,967	1066,059	98,9	7,9
30-06_04	986,350	1081,925	64,8	7,9
30-07_01	718,600	780,067	55,4	6,7
30-07_02	728,217	782,783	39,1	6,3
30-07_03	706,833	786,592	34,1	3,8
30-07_04	774,500	828,533	42,9	6,8
30-08_01	619,714	678,996	45,3	5,9
30-08_02	691,428	750,255	48,3	6,4
30-08_03	751,595	796,740	30,0	6,1
30-08_04	674,179	716,618	26,2	5,5
50-01_01	1683,917	1938,250	115,2	8,0
50-01_02	1606,417	1816,667	97,1	7,7
50-01_03	1633,417	1833,708	116,9	8,0
50-01_04	1624,500	1833,500	77,6	8,1
50-02_01	1408,217	1528,909	63,7	12,1
50-02_02	1325,300	1524,791	95,6	14,7
50-02_03	1328,900	1469,667	79,9	11,3
50-02_04	1348,400	1482,825	84,1	12,8
50-03_01	1313,300	1449,333	81,5	11,4
50-03_02	1179,483	1384,267	77,9	9,8
50-03_03	1159,133	1298,042	77,6	11,7
50-03_04	1064,817	1190,716	67,0	9,9

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	1007,481	1117,022	76,6	10,3
50-04_02	1026,214	1087,244	48,7	9,4
50-04_03	892,024	988,078	41,8	8,1
50-04_04	965,595	1033,673	38,2	7,7
50-05_01	1595,083	1705,083	53,4	7,3
50-05_02	1618,083	1807,250	133,3	7,4
50-05_03	1507,083	1591,875	46,2	7,0
50-05_04	1589,500	1780,875	93,2	8,0
50-06_01	1279,350	1429,141	67,8	9,1
50-06_02	1234,500	1313,641	50,1	8,1
50-06_03	1355,600	1478,867	91,8	9,1
50-06_04	1332,100	1480,683	135,5	10,2
50-07_01	1077,267	1162,583	55,3	9,4
50-07_02	1078,700	1252,367	104,3	8,0
50-07_03	1170,600	1340,184	88,0	9,2
50-07_04	1071,233	1210,417	58,0	8,6
50-08_01	972,214	1057,555	47,5	6,6
50-08_02	976,319	1053,349	50,5	8,0
50-08_03	927,548	977,170	38,9	6,2
50-08_04	887,107	939,436	39,3	5,4
100-01_01	3127,583	3475,292	236,2	19,0
100-01_02	2992,250	3210,333	212,7	15,2
100-01_03	2991,333	3298,375	196,3	15,9
100-01_04	3153,083	3388,292	237,8	16,0
100-02_01	2502,050	2727,750	194,4	19,4
100-02_02	2564,066	3003,500	188,7	21,2
100-02_03	2405,250	2571,858	111,8	15,6
100-02_04	2629,700	3161,850	278,0	22,1
100-03_01	1988,800	2157,325	170,4	15,1
100-03_02	2003,833	2423,883	187,0	17,6
100-03_03	2032,700	2350,992	168,5	20,0
100-03_04	1954,767	2225,425	125,9	15,5
100-04_01	1716,291	1996,974	138,7	15,0
100-04_02	1799,286	2121,178	150,3	18,1
100-04_03	1775,512	2134,165	167,7	15,2
100-04_04	1825,876	2109,135	148,8	19,9
100-05_01	2897,583	3273,042	142,0	14,6
100-05_02	2852,333	3007,083	93,3	17,0
100-05_03	2789,750	2998,250	140,7	18,1
100-05_04	2931,667	3134,000	137,4	16,1
100-06_01	2297,900	2502,917	107,3	14,2
100-06_02	2435,232	2698,483	172,2	16,3
100-06_03	2344,350	2517,125	89,4	15,6
100-06_04	2538,300	2901,574	196,6	17,8
100-07_01	1885,950	1927,867	43,6	9,3
100-07_02	1845,500	1993,133	81,8	11,8
100-07_03	1915,200	1975,266	33,8	10,0
100-07_04	1974,100	2246,075	189,0	14,2
100-08_01	1749,010	1952,166	130,8	13,9
100-08_02	1636,500	1737,029	61,9	11,3
100-08_03	1682,691	1852,664	131,8	12,8
100-08_04	1643,238	1728,968	84,7	11,0

Tabela 25 – Dados do Algoritmo MA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	50,8	0,7
10-01_02	467,500	467,500	6,1	0,8
10-01_03	492,750	492,750	44,2	0,8
10-01_04	573,500	613,083	34,9	0,9
10-02_01	541,900	541,900	34,3	1,7
10-02_02	528,967	528,967	95,4	1,3
10-02_03	521,883	788,767	125,2	1,3
10-02_04	781,067	960,250	57,3	1,1
10-03_01	562,900	677,283	67,7	1,5
10-03_02	665,750	763,500	102,8	1,3
10-03_03	733,500	843,000	114,3	1,3
10-03_04	753,667	843,300	52,7	1,1
10-04_01	340,048	354,405	14,3	1,1
10-04_02	363,845	363,845	29,5	1,3
10-04_03	350,038	350,038	43,2	1,5
10-04_04	285,836	290,038	6,2	1,2
10-05_01	672,500	789,667	86,1	1,1
10-05_02	495,833	495,833	32,4	0,7
10-05_03	616,417	634,667	33,4	1,2
10-05_04	487,750	487,750	2,9	0,5
10-06_01	999,600	1195,933	64,7	0,8
10-06_02	446,750	463,600	30,8	1,3
10-06_03	446,400	494,400	25,4	1,0
10-06_04	446,350	518,300	35,3	1,2
10-07_01	605,167	647,633	23,8	1,6
10-07_02	418,467	418,467	5,0	0,8
10-07_03	305,433	305,633	7,3	0,7
10-07_04	340,167	340,167	8,5	0,6
10-08_01	361,429	370,714	4,5	1,5
10-08_02	453,767	453,767	4,5	1,2
10-08_03	363,595	364,595	3,9	0,8
10-08_04	1028,048	1082,352	57,8	1,2
20-01_01	879,333	958,875	45,2	2,0
20-01_02	791,667	836,458	44,1	1,9
20-01_03	697,083	736,542	33,8	1,2
20-01_04	672,500	706,625	17,8	0,9
20-02_01	628,667	740,175	99,0	3,2
20-02_02	606,450	648,825	36,9	2,7
20-02_03	588,533	621,350	21,4	2,9
20-02_04	656,850	771,150	52,8	3,8
20-03_01	506,167	544,825	27,4	3,4
20-03_02	510,133	557,683	30,7	3,4
20-03_03	524,750	543,667	23,5	2,1
20-03_04	557,500	614,817	35,3	3,6
20-04_01	450,200	473,668	15,6	2,8
20-04_02	476,748	496,843	9,2	2,4
20-04_03	500,738	528,952	18,7	2,7
20-04_04	464,829	492,005	15,6	2,8
20-05_01	776,167	811,708	29,1	2,0
20-05_02	789,500	834,958	39,3	1,7
20-05_03	798,167	846,208	24,7	2,3
20-05_04	755,500	798,833	66,5	2,0
20-06_01	703,733	792,692	53,7	3,2

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	610,967	638,650	14,7	2,4
20-06_03	602,200	625,650	36,9	2,5
20-06_04	656,617	704,175	28,5	3,1
20-07_01	571,800	608,225	24,1	3,3
20-07_02	581,900	614,808	29,8	4,0
20-07_03	605,833	634,083	15,1	2,8
20-07_04	546,000	571,167	16,4	3,3
20-08_01	456,119	468,036	14,6	2,7
20-08_02	559,314	578,660	11,8	2,8
20-08_03	446,464	477,279	24,4	2,7
20-08_04	540,143	570,083	22,0	4,9
30-01_01	1036,583	1116,042	45,8	3,5
30-01_02	1159,167	1235,375	39,9	4,5
30-01_03	1053,667	1097,417	55,8	3,6
30-01_04	1093,000	1170,875	31,2	3,8
30-02_01	878,083	942,892	33,4	7,1
30-02_02	857,833	925,408	34,1	6,9
30-02_03	887,500	961,733	33,4	6,9
30-02_04	976,850	1032,525	51,0	8,9
30-03_01	692,183	744,691	24,4	4,2
30-03_02	717,700	748,883	29,9	5,3
30-03_03	710,800	736,617	17,8	4,2
30-03_04	735,967	778,725	34,9	6,2
30-04_01	630,791	676,295	26,1	4,9
30-04_02	643,869	685,969	31,8	5,5
30-04_03	714,314	746,357	17,7	6,6
30-04_04	608,012	649,035	25,0	4,0
30-05_01	1101,917	1162,458	29,1	3,7
30-05_02	1017,750	1053,792	23,2	3,3
30-05_03	1026,583	1085,167	24,6	3,8
30-05_04	1098,750	1139,583	34,2	4,0
30-06_01	870,200	944,384	28,6	4,8
30-06_02	827,400	864,716	25,4	5,1
30-06_03	886,000	945,533	48,5	6,6
30-06_04	946,400	1014,609	40,9	7,3
30-07_01	700,917	758,159	47,6	5,9
30-07_02	714,750	743,616	18,0	4,2
30-07_03	697,867	724,250	20,4	3,1
30-07_04	738,900	815,484	31,4	5,4
30-08_01	617,033	651,034	19,9	3,0
30-08_02	669,190	713,774	42,5	5,5
30-08_03	693,024	749,388	23,6	5,3
30-08_04	676,771	702,700	14,8	3,5
50-01_01	1622,500	1737,458	61,6	9,3
50-01_02	1538,583	1629,042	41,3	7,2
50-01_03	1559,250	1640,125	51,0	7,4
50-01_04	1589,500	1656,250	40,7	7,9
50-02_01	1316,183	1396,400	41,5	10,5
50-02_02	1279,867	1359,350	50,6	12,2
50-02_03	1275,600	1346,859	44,7	10,2
50-02_04	1298,900	1381,691	47,5	9,5
50-03_01	1191,034	1292,983	80,3	14,0
50-03_02	1134,467	1228,758	36,6	11,6
50-03_03	1089,183	1195,775	46,4	11,2
50-03_04	1077,533	1134,841	39,5	7,7

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	965,348	1003,721	45,8	9,2
50-04_02	934,298	1023,334	45,8	7,3
50-04_03	881,810	967,333	41,0	6,3
50-04_04	930,507	992,357	33,5	6,3
50-05_01	1511,000	1606,667	42,9	7,2
50-05_02	1506,833	1608,708	70,8	7,6
50-05_03	1486,833	1548,125	34,1	5,5
50-05_04	1529,917	1609,833	64,0	7,3
50-06_01	1267,850	1349,899	48,5	9,9
50-06_02	1215,734	1265,175	33,5	6,9
50-06_03	1289,700	1385,084	58,6	9,2
50-06_04	1290,500	1375,175	100,6	12,3
50-07_01	1068,150	1136,450	36,3	7,3
50-07_02	1063,833	1214,466	59,5	9,1
50-07_03	1116,700	1225,550	70,5	9,5
50-07_04	1075,533	1151,591	30,3	9,4
50-08_01	937,714	1010,275	43,0	7,1
50-08_02	943,031	999,314	39,6	7,4
50-08_03	940,119	972,542	29,5	6,7
50-08_04	886,338	938,577	36,4	5,3
100-01_01	2974,917	3128,750	106,4	26,9
100-01_02	2897,750	3033,125	86,4	20,4
100-01_03	2885,167	2992,292	85,4	20,7
100-01_04	2922,250	3089,333	95,6	24,2
100-02_01	2378,083	2524,291	98,1	26,4
100-02_02	2501,300	2713,958	120,5	40,1
100-02_03	2322,933	2428,992	69,4	24,4
100-02_04	2450,800	2642,117	151,6	38,2
100-03_01	1946,917	2055,358	77,4	20,4
100-03_02	2039,234	2208,875	109,0	28,3
100-03_03	2014,333	2140,642	124,1	30,2
100-03_04	1959,100	2137,516	104,3	22,1
100-04_01	1726,862	1862,226	105,9	19,8
100-04_02	1829,929	2031,454	100,6	28,4
100-04_03	1792,763	2045,495	146,2	26,9
100-04_04	1750,024	1959,058	95,4	27,2
100-05_01	2931,167	3022,000	67,9	20,4
100-05_02	2797,083	2895,292	68,2	18,3
100-05_03	2728,750	2843,167	80,8	19,3
100-05_04	2856,333	2959,667	65,4	19,9
100-06_01	2288,217	2405,399	88,9	23,8
100-06_02	2353,399	2492,883	91,1	28,6
100-06_03	2271,017	2399,542	65,8	23,3
100-06_04	2403,900	2525,150	88,5	32,2
100-07_01	1890,233	1937,033	32,0	15,9
100-07_02	1858,333	1982,117	71,3	17,9
100-07_03	1908,183	1989,150	45,2	18,1
100-07_04	1988,000	2121,933	109,9	23,8
100-08_01	1710,929	1844,091	72,9	19,0
100-08_02	1648,834	1719,671	50,5	14,4
100-08_03	1654,476	1801,327	94,4	11,7
100-08_04	1642,451	1703,760	60,8	15,7

Tabela 26 – Dados do Algoritmo QMA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	52,6	0,7
10-01_02	467,500	467,500	4,4	0,9
10-01_03	492,750	492,750	32,1	0,7
10-01_04	573,500	613,083	20,4	0,8
10-02_01	541,900	541,900	5,8	1,7
10-02_02	528,967	528,967	84,1	1,2
10-02_03	521,883	588,950	94,6	1,2
10-02_04	817,650	960,250	55,8	1,0
10-03_01	562,900	677,283	59,6	1,4
10-03_02	665,750	763,500	97,6	1,2
10-03_03	733,500	733,500	100,8	1,2
10-03_04	753,667	843,300	61,0	1,0
10-04_01	340,048	348,357	14,3	1,2
10-04_02	363,845	363,845	17,9	1,3
10-04_03	342,610	352,067	31,6	1,6
10-04_04	285,836	297,232	5,2	1,2
10-05_01	672,500	789,667	78,8	1,0
10-05_02	495,833	495,833	42,7	0,7
10-05_03	623,333	634,667	29,7	1,1
10-05_04	487,750	494,500	3,2	0,5
10-06_01	1116,800	1169,933	53,5	0,7
10-06_02	446,750	447,233	24,0	1,3
10-06_03	446,400	509,133	13,1	1,0
10-06_04	446,350	518,300	42,7	1,1
10-07_01	605,167	647,633	33,0	1,5
10-07_02	418,467	418,467	0,0	0,8
10-07_03	305,433	305,633	5,5	0,8
10-07_04	340,167	340,167	0,0	0,6
10-08_01	361,429	370,714	9,1	1,6
10-08_02	453,767	453,767	4,2	1,1
10-08_03	363,595	365,048	4,0	0,8
10-08_04	956,190	1055,419	74,6	1,0
20-01_01	886,417	962,042	59,3	2,1
20-01_02	780,083	840,875	42,7	2,1
20-01_03	709,750	741,750	23,1	1,5
20-01_04	672,500	716,083	19,4	1,0
20-02_01	659,917	750,766	47,2	3,4
20-02_02	612,250	639,975	26,0	2,9
20-02_03	569,400	622,650	20,0	2,8
20-02_04	645,500	739,866	60,4	3,7
20-03_01	500,500	536,692	22,1	3,4
20-03_02	509,017	558,267	27,9	3,2
20-03_03	532,283	555,575	14,5	2,5
20-03_04	577,000	613,317	36,0	3,9
20-04_01	451,202	475,471	15,3	2,9
20-04_02	476,276	491,805	10,6	2,5
20-04_03	492,976	518,079	16,0	2,8
20-04_04	467,633	494,226	12,9	3,1
20-05_01	776,833	811,083	27,4	1,9
20-05_02	781,250	818,458	40,5	1,6
20-05_03	805,667	848,083	37,9	2,3
20-05_04	765,750	845,792	42,2	2,1
20-06_01	702,267	798,900	39,8	3,3

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	606,717	630,750	18,9	2,5
20-06_03	598,450	626,641	26,4	2,5
20-06_04	656,033	708,650	27,3	3,3
20-07_01	577,033	614,100	26,0	3,4
20-07_02	584,933	614,000	19,4	4,3
20-07_03	612,700	630,650	15,3	2,9
20-07_04	539,400	570,833	13,6	3,4
20-08_01	452,429	470,262	8,8	2,7
20-08_02	556,171	581,218	10,6	3,2
20-08_03	452,464	471,089	20,1	2,8
20-08_04	537,000	567,917	18,6	5,1
30-01_01	1024,250	1134,583	37,0	4,4
30-01_02	1179,583	1235,583	28,1	4,9
30-01_03	1048,417	1111,917	37,3	3,6
30-01_04	1101,917	1173,958	32,9	4,1
30-02_01	913,133	953,600	30,7	7,1
30-02_02	874,200	932,208	44,7	7,2
30-02_03	895,817	952,516	33,5	7,6
30-02_04	995,050	1049,575	44,1	9,8
30-03_01	698,117	742,466	23,3	4,4
30-03_02	706,667	764,600	35,5	6,1
30-03_03	695,133	734,733	22,4	4,2
30-03_04	733,367	778,750	31,9	5,9
30-04_01	649,429	682,671	20,9	5,0
30-04_02	621,886	671,261	25,2	5,8
30-04_03	722,690	741,876	17,1	7,3
30-04_04	611,214	633,874	19,4	3,5
30-05_01	1137,333	1172,958	39,2	3,8
30-05_02	1003,333	1057,792	27,7	3,0
30-05_03	1040,083	1095,000	30,9	3,8
30-05_04	1096,000	1158,292	39,9	3,8
30-06_01	895,950	935,900	19,5	5,0
30-06_02	818,200	880,683	23,8	4,9
30-06_03	902,933	962,267	38,7	6,7
30-06_04	943,450	1041,325	50,4	7,3
30-07_01	697,683	744,417	34,0	5,7
30-07_02	716,633	744,875	16,5	4,7
30-07_03	692,317	716,600	22,3	3,4
30-07_04	762,967	819,192	29,9	6,1
30-08_01	620,090	657,995	32,9	3,3
30-08_02	668,762	711,838	25,1	5,9
30-08_03	713,428	744,857	19,5	5,8
30-08_04	674,179	708,351	17,0	4,0
50-01_01	1623,750	1751,625	62,9	9,5
50-01_02	1565,583	1661,625	53,7	7,5
50-01_03	1604,583	1694,917	53,0	7,9
50-01_04	1587,833	1664,000	53,8	7,2
50-02_01	1330,100	1405,725	51,7	10,1
50-02_02	1284,984	1386,417	50,9	11,3
50-02_03	1279,600	1384,216	51,7	11,3
50-02_04	1331,500	1382,859	31,7	10,8
50-03_01	1237,500	1316,350	45,8	17,5
50-03_02	1202,800	1263,083	44,0	13,5
50-03_03	1095,950	1200,450	58,3	11,2
50-03_04	1082,967	1144,258	42,3	8,6

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	956,633	1036,282	50,8	10,0
50-04_02	938,369	1030,410	42,5	8,5
50-04_03	915,655	970,270	31,3	5,7
50-04_04	937,631	976,713	26,1	6,0
50-05_01	1559,833	1626,917	47,3	6,6
50-05_02	1573,417	1680,125	84,9	8,5
50-05_03	1504,167	1556,958	37,0	5,2
50-05_04	1567,667	1639,208	47,2	7,0
50-06_01	1282,500	1379,617	59,1	10,7
50-06_02	1227,217	1263,083	26,7	6,0
50-06_03	1305,850	1386,159	58,4	11,2
50-06_04	1290,450	1419,041	76,9	13,2
50-07_01	1053,833	1139,833	36,1	6,8
50-07_02	1088,133	1198,734	58,1	8,6
50-07_03	1140,050	1235,675	48,7	11,1
50-07_04	1084,300	1152,200	34,1	9,0
50-08_01	934,952	1005,048	31,0	6,4
50-08_02	963,562	1011,091	30,4	7,5
50-08_03	926,143	971,764	24,5	6,0
50-08_04	889,857	917,437	33,2	5,5
100-01_01	2988,083	3178,083	117,5	28,0
100-01_02	2899,000	3049,458	111,6	17,9
100-01_03	2893,667	3104,375	96,2	20,6
100-01_04	2966,917	3182,083	119,7	23,5
100-02_01	2386,467	2592,225	119,9	28,4
100-02_02	2492,849	2792,983	151,9	44,0
100-02_03	2305,483	2470,758	92,3	21,2
100-02_04	2468,300	2812,133	208,3	44,7
100-03_01	1987,200	2088,716	100,9	21,7
100-03_02	1990,066	2221,016	141,7	28,3
100-03_03	2065,600	2237,142	117,5	31,8
100-03_04	1931,600	2140,575	123,8	21,5
100-04_01	1721,381	1968,580	98,0	18,9
100-04_02	1808,501	1981,905	110,1	28,9
100-04_03	1786,524	2010,615	115,8	27,6
100-04_04	1805,310	2005,560	80,9	28,4
100-05_01	2952,000	3127,708	96,8	20,3
100-05_02	2848,750	2948,250	78,1	17,5
100-05_03	2749,750	2873,292	84,2	17,3
100-05_04	2854,750	2943,083	85,7	19,2
100-06_01	2318,350	2447,816	89,5	19,0
100-06_02	2386,916	2573,533	123,1	28,6
100-06_03	2314,833	2427,458	55,2	20,4
100-06_04	2419,966	2594,858	135,3	32,5
100-07_01	1865,367	1939,583	41,9	12,9
100-07_02	1864,133	1940,983	58,2	14,9
100-07_03	1914,050	1965,484	34,6	14,1
100-07_04	1981,833	2180,100	126,8	22,8
100-08_01	1774,291	1845,284	68,5	16,3
100-08_02	1643,238	1703,119	54,4	11,8
100-08_03	1723,871	1810,602	71,6	17,7
100-08_04	1660,774	1727,947	52,8	12,7

Tabela 27 – Dados do Algoritmo TA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	22,8	0,7
10-01_02	467,500	467,500	0,4	0,7
10-01_03	492,750	492,750	4,9	0,6
10-01_04	573,500	573,500	20,3	1,0
10-02_01	541,900	541,900	10,2	1,6
10-02_02	528,967	692,575	73,5	1,1
10-02_03	521,883	521,883	46,7	1,3
10-02_04	781,067	781,067	65,9	1,3
10-03_01	562,900	562,900	50,5	1,3
10-03_02	665,750	665,750	17,8	1,2
10-03_03	733,500	733,500	75,2	1,2
10-03_04	753,667	789,467	42,4	1,0
10-04_01	340,048	359,262	10,4	1,1
10-04_02	363,845	363,845	8,0	1,1
10-04_03	350,038	353,143	30,7	1,3
10-04_04	285,836	295,059	8,4	0,9
10-05_01	672,500	758,917	96,9	1,0
10-05_02	495,833	495,833	8,9	0,7
10-05_03	616,417	634,667	16,8	1,0
10-05_04	487,750	487,750	7,0	0,5
10-06_01	999,600	1143,933	42,8	1,3
10-06_02	446,750	478,275	23,7	1,1
10-06_03	446,400	501,766	45,1	1,2
10-06_04	446,350	518,300	19,1	1,2
10-07_01	647,633	680,033	31,2	1,4
10-07_02	418,467	418,467	15,8	0,9
10-07_03	305,433	305,633	0,1	0,6
10-07_04	340,167	340,167	9,1	0,6
10-08_01	361,429	392,387	29,7	1,5
10-08_02	453,767	453,767	33,3	1,2
10-08_03	363,595	363,595	1,8	0,8
10-08_04	956,190	1028,048	89,1	0,9
20-01_01	907,417	988,042	43,8	1,9
20-01_02	795,333	843,417	29,4	1,7
20-01_03	720,500	757,083	25,3	1,0
20-01_04	668,750	713,000	15,6	0,6
20-02_01	688,317	769,750	53,9	3,1
20-02_02	620,450	660,400	26,4	2,4
20-02_03	571,650	635,241	23,3	1,7
20-02_04	658,600	746,391	45,6	3,5
20-03_01	520,833	557,817	25,0	2,2
20-03_02	541,917	577,991	23,9	2,6
20-03_03	523,117	547,034	13,7	1,3
20-03_04	581,233	623,284	24,7	3,6
20-04_01	461,486	494,428	16,7	2,2
20-04_02	476,314	498,112	12,4	2,1
20-04_03	504,314	532,060	15,0	2,8
20-04_04	485,048	508,181	15,2	2,9
20-05_01	821,500	849,375	19,8	1,5
20-05_02	815,333	874,750	44,7	1,6
20-05_03	819,583	877,667	37,2	2,0
20-05_04	802,917	856,875	35,8	1,6
20-06_01	737,217	802,766	36,0	3,1

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	621,833	644,292	14,3	1,9
20-06_03	608,600	656,100	23,8	2,3
20-06_04	660,733	718,384	23,0	2,9
20-07_01	592,367	626,550	19,2	2,8
20-07_02	571,383	633,167	26,0	3,4
20-07_03	633,083	660,350	17,8	3,3
20-07_04	553,233	595,483	26,5	2,9
20-08_01	459,929	478,426	16,0	2,1
20-08_02	559,600	601,886	16,2	3,8
20-08_03	467,036	496,416	17,4	2,4
20-08_04	569,429	609,405	30,4	4,8
30-01_01	1064,000	1157,625	45,8	3,4
30-01_02	1239,583	1339,208	47,1	4,3
30-01_03	1006,833	1154,750	52,4	3,0
30-01_04	1138,417	1230,375	50,6	4,1
30-02_01	926,283	1023,875	47,9	7,5
30-02_02	912,067	985,333	43,1	7,3
30-02_03	945,800	1046,367	68,3	8,0
30-02_04	1026,667	1116,425	51,8	9,2
30-03_01	728,750	755,517	26,4	3,6
30-03_02	755,533	810,159	31,6	6,4
30-03_03	695,800	747,117	20,8	3,1
30-03_04	745,283	846,292	35,6	6,3
30-04_01	649,119	691,369	17,7	4,2
30-04_02	646,081	718,087	26,6	4,7
30-04_03	736,857	793,226	28,7	7,2
30-04_04	611,214	651,359	20,5	2,5
30-05_01	1174,833	1258,458	51,6	3,7
30-05_02	1020,917	1092,167	40,5	2,5
30-05_03	1086,500	1162,917	40,7	3,2
30-05_04	1154,667	1241,042	42,5	3,7
30-06_01	914,800	977,884	31,4	5,3
30-06_02	867,500	917,250	30,5	3,8
30-06_03	919,800	1030,292	42,0	7,1
30-06_04	1012,550	1093,175	45,9	7,3
30-07_01	711,333	768,859	38,7	5,3
30-07_02	710,667	795,366	32,5	3,8
30-07_03	712,150	750,317	20,4	2,8
30-07_04	789,833	840,192	39,5	6,1
30-08_01	628,405	669,667	34,9	3,7
30-08_02	676,571	754,281	70,9	4,5
30-08_03	743,614	779,518	26,2	6,0
30-08_04	687,029	724,657	24,2	4,4
50-01_01	1737,250	1901,792	86,3	8,7
50-01_02	1628,583	1713,958	77,6	6,5
50-01_03	1602,083	1787,125	84,7	7,2
50-01_04	1652,917	1812,208	79,2	7,8
50-02_01	1383,650	1507,375	64,4	13,8
50-02_02	1281,750	1449,500	73,0	9,5
50-02_03	1304,400	1438,300	70,7	9,7
50-02_04	1302,500	1481,725	66,9	9,4
50-03_01	1243,517	1383,441	62,1	16,4
50-03_02	1269,500	1316,000	41,2	13,7
50-03_03	1152,750	1259,600	60,1	11,1
50-03_04	1086,684	1191,483	56,5	8,8

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	1011,512	1092,886	47,1	8,2
50-04_02	992,286	1054,094	37,6	6,8
50-04_03	924,293	982,497	36,9	4,7
50-04_04	924,309	984,285	37,6	6,1
50-05_01	1556,000	1646,417	46,3	5,9
50-05_02	1585,333	1785,333	102,1	8,0
50-05_03	1512,333	1575,542	36,7	3,6
50-05_04	1588,000	1703,125	54,8	6,6
50-06_01	1300,300	1411,125	52,7	11,2
50-06_02	1219,317	1284,950	35,0	4,7
50-06_03	1374,267	1442,550	42,1	9,4
50-06_04	1377,800	1515,825	75,8	14,9
50-07_01	1058,817	1140,950	39,6	6,6
50-07_02	1059,367	1190,342	70,3	6,6
50-07_03	1130,967	1259,825	50,1	9,3
50-07_04	1116,900	1181,783	36,1	8,9
50-08_01	942,607	1034,123	49,8	6,0
50-08_02	941,590	1027,188	35,5	7,1
50-08_03	926,010	960,280	32,2	5,6
50-08_04	884,767	928,361	36,6	4,2
100-01_01	2981,000	3401,083	202,4	25,0
100-01_02	2995,417	3215,500	144,1	14,8
100-01_03	2880,750	3216,708	151,4	14,0
100-01_04	3019,750	3316,333	156,2	21,6
100-02_01	2469,950	2644,225	93,7	22,7
100-02_02	2596,849	2884,825	157,0	39,9
100-02_03	2379,333	2637,525	147,6	22,0
100-02_04	2642,699	3057,541	289,9	28,6
100-03_01	1940,933	2107,816	104,4	17,6
100-03_02	2008,567	2365,242	157,2	29,8
100-03_03	2040,567	2251,434	140,8	25,9
100-03_04	2038,800	2137,975	90,3	20,8
100-04_01	1777,758	1896,995	91,3	18,8
100-04_02	1818,486	2041,745	98,6	26,9
100-04_03	1797,906	2042,995	152,8	15,6
100-04_04	1808,771	2056,690	110,6	25,9
100-05_01	3015,750	3140,208	74,8	18,0
100-05_02	2873,000	3026,958	64,6	15,4
100-05_03	2751,250	2939,500	67,5	12,5
100-05_04	2881,250	3094,833	91,0	17,4
100-06_01	2320,266	2493,784	58,5	22,1
100-06_02	2383,283	2534,099	69,6	25,7
100-06_03	2329,267	2500,175	78,3	22,5
100-06_04	2478,550	2647,351	94,8	29,1
100-07_01	1890,849	1945,325	27,8	14,8
100-07_02	1871,200	1916,017	64,8	12,9
100-07_03	1929,450	1981,783	36,0	16,7
100-07_04	1997,500	2182,184	82,0	23,7
100-08_01	1703,410	1840,168	49,8	18,9
100-08_02	1648,862	1683,139	45,8	12,0
100-08_03	1652,726	1816,322	74,8	17,2
100-08_04	1650,500	1717,477	38,7	10,3

Tabela 28 – Dados do Algoritmo QTA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	20,7	0,7
10-01_02	467,500	467,500	0,4	0,8
10-01_03	492,750	492,750	7,4	0,7
10-01_04	573,500	573,500	20,9	1,1
10-02_01	541,900	541,900	11,5	1,6
10-02_02	528,967	697,600	72,4	1,2
10-02_03	521,883	596,000	79,1	1,6
10-02_04	781,067	781,067	88,7	1,3
10-03_01	562,900	655,917	57,0	1,5
10-03_02	665,750	665,750	17,8	1,2
10-03_03	733,500	840,792	82,7	1,2
10-03_04	753,667	789,033	38,9	1,0
10-04_01	340,048	348,357	9,6	1,1
10-04_02	363,845	363,845	13,8	1,2
10-04_03	350,038	368,238	32,1	1,4
10-04_04	285,836	294,059	7,2	0,9
10-05_01	672,500	672,500	92,2	0,9
10-05_02	495,833	495,833	23,9	0,7
10-05_03	616,417	634,667	18,2	1,1
10-05_04	487,750	487,750	8,2	0,4
10-06_01	999,600	1143,933	42,0	1,2
10-06_02	446,750	473,033	18,6	1,1
10-06_03	446,400	446,400	51,8	1,0
10-06_04	475,450	518,300	15,5	1,2
10-07_01	647,633	662,783	34,5	1,4
10-07_02	418,467	418,467	5,0	0,9
10-07_03	305,433	305,633	1,9	0,6
10-07_04	340,167	340,167	0,0	0,5
10-08_01	370,714	370,714	23,1	1,4
10-08_02	453,767	453,767	28,5	1,2
10-08_03	363,595	365,048	1,2	0,8
10-08_04	956,190	1041,734	80,9	1,0
20-01_01	913,917	993,167	48,5	1,9
20-01_02	796,667	847,625	24,9	1,7
20-01_03	716,750	771,542	29,4	1,0
20-01_04	683,500	707,625	16,6	0,6
20-02_01	677,917	767,817	43,5	3,2
20-02_02	608,300	656,116	26,9	2,5
20-02_03	599,950	635,200	20,5	1,7
20-02_04	652,700	721,925	41,1	3,2
20-03_01	515,667	549,908	19,9	2,2
20-03_02	528,517	573,958	27,8	2,4
20-03_03	526,283	550,167	12,0	1,3
20-03_04	576,333	622,800	30,1	3,5
20-04_01	459,000	491,243	18,7	2,2
20-04_02	475,314	499,579	10,5	2,0
20-04_03	503,000	531,631	13,6	2,7
20-04_04	493,362	513,621	15,5	3,2
20-05_01	825,750	851,458	18,6	1,6
20-05_02	813,250	859,042	31,6	1,6
20-05_03	821,167	888,125	35,2	2,1
20-05_04	811,750	872,958	34,7	1,6
20-06_01	716,300	817,967	59,6	3,0

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	613,350	650,159	19,5	2,0
20-06_03	610,483	638,984	17,0	2,0
20-06_04	654,367	712,900	24,5	2,9
20-07_01	588,033	613,667	18,4	2,6
20-07_02	565,033	622,466	27,2	3,4
20-07_03	633,933	672,933	17,7	3,4
20-07_04	548,650	584,141	18,7	2,6
20-08_01	456,543	482,643	15,5	1,8
20-08_02	566,171	601,768	13,8	4,2
20-08_03	465,607	500,077	18,5	2,2
20-08_04	585,143	609,370	17,8	4,7
30-01_01	1086,750	1152,833	36,4	3,5
30-01_02	1230,750	1303,208	38,3	4,0
30-01_03	1024,917	1147,083	52,3	3,2
30-01_04	1122,250	1234,250	46,3	3,8
30-02_01	897,550	1013,175	53,6	6,9
30-02_02	909,033	980,708	40,5	7,1
30-02_03	905,100	1018,133	54,8	7,4
30-02_04	1050,300	1123,042	39,1	9,5
30-03_01	700,400	764,984	30,8	3,1
30-03_02	744,067	798,708	29,7	5,9
30-03_03	701,967	739,800	20,7	3,3
30-03_04	741,117	836,300	35,7	5,4
30-04_01	654,678	705,651	28,2	5,0
30-04_02	657,962	715,715	29,0	4,6
30-04_03	758,429	789,219	24,1	7,3
30-04_04	611,214	656,399	21,6	2,8
30-05_01	1172,000	1263,000	52,3	3,7
30-05_02	1014,417	1078,708	35,7	2,3
30-05_03	1056,083	1158,167	37,8	3,2
30-05_04	1144,500	1231,792	41,8	3,7
30-06_01	919,900	972,350	32,6	5,5
30-06_02	869,750	912,858	31,5	3,9
30-06_03	936,333	1030,800	53,5	6,9
30-06_04	989,117	1083,200	46,9	7,1
30-07_01	725,917	774,875	39,7	5,6
30-07_02	714,583	789,667	31,1	3,9
30-07_03	705,433	757,366	24,0	3,0
30-07_04	798,333	852,984	43,2	6,3
30-08_01	623,176	693,226	32,0	4,6
30-08_02	701,648	770,750	35,2	5,7
30-08_03	745,726	781,800	23,3	6,1
30-08_04	689,714	732,064	23,6	4,7
50-01_01	1782,250	1891,042	76,9	8,8
50-01_02	1607,333	1748,708	86,3	6,3
50-01_03	1700,333	1798,208	75,3	6,4
50-01_04	1675,167	1780,417	61,3	7,7
50-02_01	1350,017	1470,925	74,9	12,8
50-02_02	1279,350	1480,008	84,3	11,4
50-02_03	1320,800	1424,133	65,8	9,6
50-02_04	1312,900	1466,675	71,7	9,3
50-03_01	1237,433	1350,092	83,3	16,3
50-03_02	1267,500	1325,641	49,7	13,2
50-03_03	1151,650	1301,941	68,4	12,2
50-03_04	1071,183	1202,217	60,6	8,0

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	1025,276	1105,727	52,3	8,2
50-04_02	967,976	1059,459	37,7	6,7
50-04_03	913,724	993,493	35,5	4,7
50-04_04	918,952	982,442	40,8	6,3
50-05_01	1563,167	1676,375	53,4	6,1
50-05_02	1630,667	1817,917	93,1	8,1
50-05_03	1518,750	1571,500	36,1	3,9
50-05_04	1596,000	1714,958	62,9	6,7
50-06_01	1288,983	1428,225	61,5	11,6
50-06_02	1216,233	1270,725	32,7	4,6
50-06_03	1374,950	1447,534	51,1	10,1
50-06_04	1381,650	1446,225	61,3	13,8
50-07_01	1064,867	1136,766	34,1	6,2
50-07_02	1067,433	1216,208	67,4	7,2
50-07_03	1164,667	1261,091	36,7	9,3
50-07_04	1108,734	1197,091	36,4	8,9
50-08_01	940,667	1040,198	55,0	6,4
50-08_02	954,000	1010,461	30,4	6,7
50-08_03	929,676	973,257	27,4	5,1
50-08_04	884,695	922,937	33,0	3,9
100-01_01	3036,167	3454,708	226,7	24,8
100-01_02	2880,167	3221,292	159,7	15,4
100-01_03	2871,333	3163,000	165,2	12,7
100-01_04	3064,000	3341,917	145,4	21,4
100-02_01	2443,000	2651,874	117,6	22,4
100-02_02	2572,200	2885,708	175,5	41,2
100-02_03	2431,066	2556,399	123,7	20,5
100-02_04	2659,100	2905,025	170,6	41,2
100-03_01	1948,733	2084,442	107,6	19,4
100-03_02	2078,766	2252,283	154,8	27,7
100-03_03	2035,533	2214,258	130,1	25,8
100-03_04	1978,934	2137,242	93,3	20,9
100-04_01	1766,893	1893,583	78,6	17,8
100-04_02	1783,358	2043,659	124,4	27,5
100-04_03	1834,358	1997,247	131,7	24,5
100-04_04	1869,739	2023,858	102,6	21,0
100-05_01	3048,167	3154,833	91,8	17,6
100-05_02	2888,500	3013,833	77,4	14,2
100-05_03	2778,500	2880,375	63,1	11,4
100-05_04	2867,250	3083,333	89,2	17,1
100-06_01	2348,033	2514,792	63,9	21,5
100-06_02	2374,399	2562,575	80,6	25,6
100-06_03	2318,266	2479,166	67,6	20,3
100-06_04	2437,800	2619,500	108,7	27,8
100-07_01	1859,666	1946,483	37,2	15,2
100-07_02	1839,166	1946,925	62,4	13,4
100-07_03	1903,999	1984,425	37,2	13,6
100-07_04	2003,500	2222,583	93,6	11,9
100-08_01	1734,964	1846,808	53,5	18,1
100-08_02	1645,943	1710,668	43,9	12,1
100-08_03	1689,476	1810,677	50,4	17,8
100-08_04	1669,227	1727,010	45,8	13,5

Tabela 29 – Dados do Algoritmo TMA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	16,9	0,5
10-01_02	467,500	467,500	0,0	0,6
10-01_03	492,750	492,750	0,0	0,5
10-01_04	573,500	573,500	13,6	0,7
10-02_01	541,900	541,900	6,8	1,4
10-02_02	528,967	528,967	87,0	1,0
10-02_03	521,883	596,000	85,6	1,2
10-02_04	781,067	781,067	87,2	1,0
10-03_01	562,900	562,900	54,2	1,4
10-03_02	665,750	665,750	24,8	1,1
10-03_03	733,500	733,500	59,4	1,0
10-03_04	753,667	771,350	28,2	0,8
10-04_01	340,190	354,762	8,9	1,0
10-04_02	363,845	363,845	4,6	1,1
10-04_03	350,038	352,190	12,8	1,3
10-04_04	285,836	289,552	4,9	0,8
10-05_01	672,500	672,500	78,1	0,9
10-05_02	495,833	495,833	0,0	0,6
10-05_03	616,417	623,333	8,4	1,0
10-05_04	487,750	487,750	2,2	0,3
10-06_01	999,600	1143,933	62,7	0,7
10-06_02	446,750	447,233	19,9	1,0
10-06_03	446,400	475,200	37,9	0,9
10-06_04	446,350	475,450	24,6	1,1
10-07_01	605,167	647,633	17,6	1,4
10-07_02	418,467	418,467	0,0	0,8
10-07_03	305,433	305,433	0,1	0,4
10-07_04	340,167	340,167	7,9	0,4
10-08_01	366,714	370,714	8,5	1,1
10-08_02	453,767	453,767	29,3	1,1
10-08_03	363,595	363,595	0,8	0,7
10-08_04	956,190	956,190	77,5	0,9
20-01_01	887,167	935,792	28,7	1,7
20-01_02	787,083	819,708	21,4	1,4
20-01_03	688,250	730,708	20,9	0,7
20-01_04	682,000	701,792	13,9	0,4
20-02_01	644,117	741,825	34,5	2,8
20-02_02	608,233	646,600	14,7	1,6
20-02_03	596,783	618,466	10,5	1,2
20-02_04	647,100	714,725	39,1	2,9
20-03_01	507,500	537,967	16,5	1,7
20-03_02	515,083	554,734	16,6	2,0
20-03_03	523,117	545,366	10,5	1,2
20-03_04	561,667	599,417	15,0	2,6
20-04_01	457,643	478,322	13,9	1,6
20-04_02	473,243	489,196	9,2	1,9
20-04_03	502,191	526,131	12,6	2,4
20-04_04	470,786	494,371	11,3	2,1
20-05_01	781,750	826,083	24,5	1,3
20-05_02	792,583	826,042	23,1	1,1
20-05_03	796,917	850,167	26,9	1,7
20-05_04	755,500	831,167	29,7	1,4
20-06_01	717,367	774,483	39,4	2,9

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	606,067	631,875	13,8	1,6
20-06_03	599,600	621,667	16,8	1,5
20-06_04	662,400	694,958	19,4	2,6
20-07_01	588,767	610,800	13,4	2,3
20-07_02	565,033	613,450	17,7	3,0
20-07_03	615,367	642,700	14,5	2,7
20-07_04	551,900	573,775	10,3	2,2
20-08_01	448,548	468,890	12,0	1,7
20-08_02	559,600	585,385	13,7	3,2
20-08_03	452,893	479,675	15,1	1,9
20-08_04	552,429	575,500	13,0	4,3
30-01_01	1051,000	1119,083	32,7	2,6
30-01_02	1192,167	1236,750	19,8	3,3
30-01_03	1021,083	1090,708	36,7	2,0
30-01_04	1102,000	1169,042	30,3	2,7
30-02_01	877,600	955,017	30,8	5,1
30-02_02	893,900	934,325	33,5	5,1
30-02_03	908,200	962,308	34,1	5,3
30-02_04	1000,350	1067,400	35,2	8,4
30-03_01	703,000	737,975	16,9	2,5
30-03_02	735,500	759,941	19,8	3,9
30-03_03	689,467	732,275	16,8	2,8
30-03_04	749,167	807,609	29,0	4,3
30-04_01	653,560	684,356	19,8	4,0
30-04_02	639,614	691,071	22,7	3,8
30-04_03	726,952	760,007	16,2	5,1
30-04_04	611,214	644,750	17,9	2,3
30-05_01	1128,750	1180,417	36,0	2,7
30-05_02	1017,250	1057,250	24,5	1,7
30-05_03	1051,583	1096,792	30,9	2,5
30-05_04	1119,917	1166,917	33,2	3,1
30-06_01	895,917	940,075	21,6	4,2
30-06_02	834,600	884,667	21,9	2,9
30-06_03	929,150	969,875	29,2	5,8
30-06_04	971,450	1037,825	30,2	6,2
30-07_01	698,083	747,875	26,7	4,3
30-07_02	719,950	748,625	20,6	2,9
30-07_03	711,183	731,617	12,9	2,2
30-07_04	759,200	811,284	23,9	4,5
30-08_01	619,571	655,336	19,8	2,8
30-08_02	677,714	716,072	23,8	3,9
30-08_03	697,719	751,131	22,1	4,6
30-08_04	686,893	712,181	14,7	3,8
50-01_01	1648,750	1748,667	63,4	6,0
50-01_02	1573,167	1669,917	36,9	4,2
50-01_03	1589,167	1664,458	43,8	4,3
50-01_04	1630,500	1697,333	38,4	5,4
50-02_01	1327,367	1421,350	49,3	8,1
50-02_02	1265,550	1354,142	53,1	5,8
50-02_03	1278,150	1375,550	38,8	6,6
50-02_04	1298,050	1389,700	44,2	6,0
50-03_01	1194,867	1267,841	56,0	10,9
50-03_02	1177,233	1252,525	39,7	8,5
50-03_03	1127,650	1196,516	46,8	6,9
50-03_04	1077,600	1146,917	35,4	5,9

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	954,205	1033,583	39,4	5,6
50-04_02	942,464	1008,327	28,1	5,7
50-04_03	908,936	963,035	24,0	3,8
50-04_04	926,107	981,496	34,1	4,9
50-05_01	1534,333	1626,500	48,5	5,0
50-05_02	1514,917	1666,250	62,0	6,3
50-05_03	1519,583	1549,375	25,7	2,9
50-05_04	1541,917	1626,208	36,0	4,7
50-06_01	1261,867	1364,609	54,3	9,0
50-06_02	1244,533	1275,876	19,4	4,5
50-06_03	1313,250	1394,308	38,3	7,8
50-06_04	1311,650	1411,025	43,6	9,7
50-07_01	1083,433	1127,050	23,5	5,4
50-07_02	1068,700	1181,183	38,6	5,5
50-07_03	1135,700	1184,059	32,6	7,4
50-07_04	1081,700	1148,917	27,6	7,6
50-08_01	927,979	1004,274	33,8	5,3
50-08_02	953,167	1000,396	25,0	5,6
50-08_03	932,805	970,726	17,3	4,6
50-08_04	880,481	909,675	23,1	3,5
100-01_01	2933,667	3206,875	136,1	20,3
100-01_02	2894,833	3037,083	66,6	11,8
100-01_03	2868,000	2979,917	88,1	12,8
100-01_04	2987,833	3117,875	88,7	16,3
100-02_01	2378,700	2514,917	90,8	17,7
100-02_02	2439,167	2681,783	127,3	29,4
100-02_03	2330,017	2461,033	86,4	15,1
100-02_04	2560,150	2742,909	102,6	31,3
100-03_01	1962,433	2082,384	73,9	15,8
100-03_02	2030,716	2203,650	113,4	19,1
100-03_03	2007,183	2138,900	72,7	19,6
100-03_04	2007,366	2121,775	76,8	16,8
100-04_01	1763,739	1866,053	67,9	13,9
100-04_02	1786,001	1956,079	69,6	20,8
100-04_03	1792,453	1955,324	102,1	19,9
100-04_04	1756,345	1909,803	77,0	18,6
100-05_01	2882,750	3055,458	60,1	16,3
100-05_02	2839,833	2921,000	48,7	13,6
100-05_03	2733,500	2817,500	43,6	11,8
100-05_04	2819,000	2967,000	72,8	14,6
100-06_01	2340,966	2424,792	59,2	17,9
100-06_02	2344,883	2465,716	52,6	20,6
100-06_03	2319,300	2400,417	45,1	16,2
100-06_04	2409,316	2515,025	69,9	26,3
100-07_01	1890,849	1947,658	23,4	13,8
100-07_02	1848,800	1926,866	45,3	11,0
100-07_03	1904,900	1974,949	39,4	10,2
100-07_04	1977,467	2112,917	73,0	19,6
100-08_01	1711,393	1783,139	37,7	14,1
100-08_02	1626,996	1702,929	41,8	11,9
100-08_03	1684,691	1776,997	39,8	15,4
100-08_04	1662,501	1713,559	32,5	11,9

Tabela 30 – Dados do Algoritmo QTMA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	4,5	0,5
10-01_02	467,500	467,500	0,2	0,7
10-01_03	492,750	492,750	3,6	0,5
10-01_04	573,500	573,500	19,0	0,7
10-02_01	541,900	541,900	5,3	1,4
10-02_02	528,967	561,600	87,1	1,0
10-02_03	521,883	596,000	34,5	1,2
10-02_04	781,067	781,067	81,0	0,9
10-03_01	562,900	657,250	56,3	1,4
10-03_02	665,750	665,750	0,0	1,2
10-03_03	733,500	733,500	83,2	1,0
10-03_04	753,667	753,667	28,8	0,8
10-04_01	340,048	348,357	9,4	1,0
10-04_02	363,845	363,845	2,2	1,1
10-04_03	350,038	350,038	13,5	1,3
10-04_04	285,836	289,038	4,3	0,9
10-05_01	672,500	672,500	56,0	0,9
10-05_02	495,833	495,833	0,2	0,6
10-05_03	616,417	623,333	14,4	0,9
10-05_04	487,750	487,750	6,2	0,3
10-06_01	999,600	1143,933	49,3	0,7
10-06_02	446,750	447,233	25,1	0,9
10-06_03	446,400	446,400	25,3	0,9
10-06_04	475,450	475,450	21,7	1,1
10-07_01	647,633	647,633	5,4	1,4
10-07_02	418,467	418,467	0,0	0,8
10-07_03	305,433	305,433	0,1	0,4
10-07_04	340,167	340,167	0,0	0,3
10-08_01	361,429	370,714	8,8	1,1
10-08_02	453,767	453,767	0,0	1,1
10-08_03	363,595	363,595	0,7	0,7
10-08_04	956,190	992,119	54,7	0,9
20-01_01	897,167	938,833	26,9	1,8
20-01_02	780,500	816,417	21,7	1,3
20-01_03	703,333	737,292	19,2	0,7
20-01_04	668,750	704,833	14,7	0,4
20-02_01	621,817	730,550	39,4	2,7
20-02_02	604,633	636,300	18,4	1,7
20-02_03	577,800	611,491	17,8	1,5
20-02_04	638,300	693,450	31,5	2,7
20-03_01	503,067	537,108	14,3	1,7
20-03_02	512,683	541,641	19,3	1,9
20-03_03	518,283	537,266	12,3	1,2
20-03_04	552,833	599,167	19,1	2,8
20-04_01	456,500	477,353	13,0	1,8
20-04_02	474,933	489,414	9,2	1,7
20-04_03	496,929	525,795	12,6	2,4
20-04_04	479,233	496,764	7,9	2,3
20-05_01	772,917	810,583	16,7	1,2
20-05_02	787,750	815,458	14,1	1,1
20-05_03	800,333	836,667	22,7	1,7
20-05_04	763,417	831,458	29,1	1,5
20-06_01	700,900	776,042	38,1	2,8

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	610,400	634,492	15,4	1,8
20-06_03	602,883	628,900	17,5	1,7
20-06_04	643,700	693,050	17,3	2,6
20-07_01	580,900	602,900	13,9	2,3
20-07_02	574,800	612,750	16,8	3,3
20-07_03	618,400	640,917	12,6	2,8
20-07_04	546,200	574,167	15,8	2,3
20-08_01	455,429	470,331	8,7	1,8
20-08_02	556,029	580,428	14,6	3,1
20-08_03	445,321	468,524	13,5	1,8
20-08_04	555,571	577,155	12,6	4,5
30-01_01	1050,000	1115,750	28,8	2,6
30-01_02	1201,000	1244,417	23,4	3,5
30-01_03	1010,417	1088,667	35,8	1,9
30-01_04	1098,833	1163,125	26,3	2,6
30-02_01	889,500	957,891	33,7	5,2
30-02_02	873,533	944,792	29,3	5,1
30-02_03	900,450	946,284	30,8	4,9
30-02_04	1005,600	1057,350	29,5	8,0
30-03_01	700,933	738,091	17,8	2,7
30-03_02	707,333	750,267	20,0	3,9
30-03_03	703,667	734,367	13,2	2,7
30-03_04	722,183	768,159	24,9	3,8
30-04_01	645,224	676,409	14,5	3,8
30-04_02	646,814	689,848	21,5	3,9
30-04_03	737,714	753,862	15,6	5,1
30-04_04	607,429	636,053	14,5	2,2
30-05_01	1116,500	1189,500	28,0	2,8
30-05_02	966,667	1050,917	24,4	1,6
30-05_03	1055,083	1102,417	23,1	2,6
30-05_04	1108,333	1152,083	28,5	2,9
30-06_01	872,283	939,225	22,9	4,3
30-06_02	823,200	878,950	22,7	3,1
30-06_03	918,600	964,025	26,9	5,2
30-06_04	973,550	1038,175	33,6	6,2
30-07_01	711,583	748,125	23,1	4,2
30-07_02	709,900	743,250	14,6	2,8
30-07_03	701,600	729,333	12,1	2,1
30-07_04	746,267	814,283	26,2	4,4
30-08_01	626,405	654,300	16,9	2,8
30-08_02	674,124	711,857	22,8	3,4
30-08_03	699,329	747,474	24,4	4,4
30-08_04	680,029	707,414	11,8	3,4
50-01_01	1630,583	1745,083	106,2	5,5
50-01_02	1571,833	1644,583	43,5	4,3
50-01_03	1585,500	1658,750	41,4	4,2
50-01_04	1601,833	1678,667	42,7	5,1
50-02_01	1320,850	1412,734	51,1	7,7
50-02_02	1223,650	1367,733	52,0	5,6
50-02_03	1302,300	1354,467	33,3	6,9
50-02_04	1304,183	1350,675	31,7	6,1
50-03_01	1232,000	1303,284	46,9	11,4
50-03_02	1172,033	1246,275	39,1	9,0
50-03_03	1107,950	1204,434	49,5	7,5
50-03_04	1082,633	1153,067	31,7	6,4

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	977,631	1040,262	31,7	5,5
50-04_02	936,178	1011,410	29,0	5,8
50-04_03	924,643	946,936	24,1	3,7
50-04_04	937,976	976,197	21,4	4,8
50-05_01	1575,333	1636,958	37,8	5,3
50-05_02	1539,833	1629,708	54,0	5,9
50-05_03	1496,333	1550,292	26,3	3,0
50-05_04	1542,083	1615,500	38,8	4,8
50-06_01	1277,417	1354,258	51,8	8,7
50-06_02	1211,833	1266,342	23,4	4,6
50-06_03	1276,650	1387,383	33,9	7,4
50-06_04	1323,750	1427,383	75,1	8,1
50-07_01	1076,283	1114,208	18,6	4,8
50-07_02	1074,367	1166,100	52,1	6,0
50-07_03	1134,033	1185,683	31,0	7,3
50-07_04	1092,500	1151,017	33,7	7,4
50-08_01	926,143	990,747	29,8	5,0
50-08_02	958,274	996,869	20,8	5,8
50-08_03	933,167	962,224	16,5	4,9
50-08_04	882,766	923,457	21,3	3,9
100-01_01	2908,250	3106,250	121,4	20,1
100-01_02	2875,500	3001,208	80,7	13,2
100-01_03	2820,750	3002,667	90,5	12,8
100-01_04	2950,083	3104,458	76,4	16,4
100-02_01	2349,233	2520,367	77,6	17,5
100-02_02	2488,200	2640,700	128,0	27,5
100-02_03	2332,749	2462,699	79,4	15,7
100-02_04	2504,400	2698,133	110,4	30,0
100-03_01	1975,400	2075,308	64,8	16,3
100-03_02	2043,099	2228,942	92,8	20,7
100-03_03	2009,833	2137,333	97,7	18,8
100-03_04	1998,067	2098,466	70,1	16,4
100-04_01	1719,929	1882,274	60,6	15,3
100-04_02	1844,775	1977,595	67,9	21,9
100-04_03	1784,653	1931,515	121,5	20,1
100-04_04	1781,203	1902,417	73,2	20,1
100-05_01	2900,917	3048,625	71,5	16,4
100-05_02	2844,583	2919,125	45,0	12,2
100-05_03	2733,250	2837,000	58,4	11,7
100-05_04	2837,167	2924,250	51,6	14,4
100-06_01	2302,050	2385,699	52,3	16,9
100-06_02	2379,100	2480,874	53,2	21,4
100-06_03	2314,433	2395,450	45,3	17,0
100-06_04	2414,467	2503,608	48,8	25,2
100-07_01	1869,466	1925,575	32,5	13,2
100-07_02	1872,099	1908,559	38,6	11,6
100-07_03	1898,350	1960,550	25,9	13,7
100-07_04	1943,933	2060,967	59,4	19,9
100-08_01	1746,567	1795,074	34,5	15,1
100-08_02	1647,320	1689,615	43,2	12,1
100-08_03	1692,953	1744,176	39,2	14,7
100-08_04	1652,631	1708,095	31,5	13,9

Tabela 31 – Dados do Algoritmo HMA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	13,8	0,6
10-01_02	467,500	467,500	0,2	0,7
10-01_03	492,750	492,750	0,0	0,6
10-01_04	573,500	573,500	18,9	0,8
10-02_01	541,900	541,900	6,4	1,6
10-02_02	528,967	594,233	87,7	1,0
10-02_03	521,883	596,000	46,6	1,3
10-02_04	781,067	853,317	89,0	1,1
10-03_01	562,900	562,900	53,9	1,4
10-03_02	665,750	665,750	18,2	1,3
10-03_03	733,500	733,500	53,0	1,1
10-03_04	605,533	753,667	47,7	0,9
10-04_01	340,048	340,190	9,6	1,0
10-04_02	363,845	363,845	6,6	1,2
10-04_03	342,610	350,038	19,7	1,3
10-04_04	285,836	288,838	3,9	0,9
10-05_01	672,500	672,500	48,1	0,9
10-05_02	495,833	495,833	0,1	0,6
10-05_03	616,417	623,333	8,9	1,0
10-05_04	487,750	487,750	1,4	0,3
10-06_01	999,600	1143,933	46,5	0,9
10-06_02	446,750	446,750	11,7	1,1
10-06_03	446,400	446,400	27,3	0,9
10-06_04	446,350	496,875	27,4	1,1
10-07_01	647,633	647,633	6,9	1,4
10-07_02	418,467	418,467	0,0	0,9
10-07_03	305,433	305,633	0,1	0,5
10-07_04	340,167	340,167	0,0	0,4
10-08_01	361,429	370,714	8,8	1,3
10-08_02	453,767	453,767	0,0	1,2
10-08_03	363,595	363,595	0,6	0,7
10-08_04	956,190	1028,048	41,6	1,0
20-01_01	892,417	927,792	28,1	1,8
20-01_02	797,167	823,917	17,0	1,5
20-01_03	704,333	727,292	13,3	0,9
20-01_04	684,083	701,292	13,4	0,5
20-02_01	627,817	732,433	41,2	2,8
20-02_02	605,700	630,750	14,6	1,6
20-02_03	580,850	607,466	12,4	1,4
20-02_04	636,600	687,875	37,3	2,7
20-03_01	502,500	531,750	15,3	1,8
20-03_02	506,300	534,950	18,1	2,1
20-03_03	520,117	540,800	17,0	1,3
20-03_04	561,967	599,641	18,7	2,9
20-04_01	450,893	474,144	12,5	1,8
20-04_02	470,490	483,874	7,8	1,8
20-04_03	503,071	522,262	10,0	2,4
20-04_04	468,643	488,791	10,1	2,2
20-05_01	775,250	807,333	21,8	1,3
20-05_02	785,917	820,417	19,1	1,1
20-05_03	775,417	848,917	29,5	1,7
20-05_04	764,917	830,000	32,3	1,6
20-06_01	708,367	782,525	34,7	3,0

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	610,417	627,475	10,7	1,6
20-06_03	586,133	622,100	17,2	1,5
20-06_04	652,417	695,575	15,4	2,6
20-07_01	584,067	606,175	14,7	2,6
20-07_02	565,033	606,466	15,6	3,3
20-07_03	616,933	640,266	10,8	2,8
20-07_04	555,700	572,425	8,9	2,3
20-08_01	451,500	462,607	12,0	1,8
20-08_02	563,964	581,743	10,7	3,6
20-08_03	445,321	476,993	13,9	2,0
20-08_04	554,167	577,176	14,5	4,6
30-01_01	1046,583	1105,375	31,2	2,6
30-01_02	1196,500	1237,500	22,9	3,5
30-01_03	1040,167	1085,292	26,9	2,1
30-01_04	1091,500	1158,792	31,0	2,6
30-02_01	905,650	964,575	29,4	5,5
30-02_02	867,600	937,391	41,0	5,3
30-02_03	919,367	968,350	32,5	5,3
30-02_04	993,200	1045,050	28,9	8,2
30-03_01	693,500	737,625	19,2	2,6
30-03_02	724,700	758,183	20,9	4,2
30-03_03	703,667	735,108	15,8	2,9
30-03_04	749,300	783,634	21,6	4,3
30-04_01	646,738	670,940	14,1	3,8
30-04_02	642,393	680,033	22,2	3,9
30-04_03	707,762	751,012	17,2	5,6
30-04_04	605,881	641,010	15,1	2,3
30-05_01	1108,167	1189,500	39,0	2,9
30-05_02	1009,917	1060,375	18,3	1,7
30-05_03	1045,333	1104,958	30,8	2,7
30-05_04	1097,167	1159,708	34,3	3,0
30-06_01	888,200	941,141	20,9	4,3
30-06_02	833,400	878,325	21,9	2,9
30-06_03	902,800	968,766	37,3	5,5
30-06_04	989,850	1034,925	33,7	6,5
30-07_01	706,683	746,425	29,2	4,4
30-07_02	718,917	750,742	15,4	3,0
30-07_03	707,100	733,734	23,7	2,0
30-07_04	735,833	809,784	34,0	4,7
30-08_01	628,357	650,535	16,4	2,5
30-08_02	674,500	709,238	22,4	3,8
30-08_03	696,210	751,226	19,6	4,6
30-08_04	687,886	708,314	13,4	3,8
50-01_01	1609,833	1739,375	49,2	6,2
50-01_02	1572,417	1643,542	37,8	4,7
50-01_03	1599,083	1665,000	44,4	5,2
50-01_04	1622,667	1695,167	39,7	5,3
50-02_01	1342,550	1421,250	42,3	8,5
50-02_02	1301,067	1379,933	35,0	6,8
50-02_03	1265,000	1363,000	43,7	6,4
50-02_04	1270,733	1382,242	49,2	5,9
50-03_01	1229,867	1312,758	42,4	11,2
50-03_02	1162,767	1250,333	33,3	8,3
50-03_03	1101,483	1191,441	47,2	7,0
50-03_04	1069,400	1129,483	31,5	5,8

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	953,943	1015,692	41,4	6,0
50-04_02	947,059	1007,690	27,9	5,1
50-04_03	919,428	954,693	15,7	4,1
50-04_04	932,798	969,518	26,1	4,6
50-05_01	1535,583	1627,000	40,0	4,4
50-05_02	1547,917	1605,542	70,8	5,6
50-05_03	1506,417	1559,792	23,1	2,9
50-05_04	1562,167	1632,375	35,3	5,0
50-06_01	1248,833	1364,450	49,2	8,1
50-06_02	1216,033	1265,075	23,5	3,7
50-06_03	1319,900	1401,867	40,7	6,9
50-06_04	1344,950	1435,175	63,2	8,5
50-07_01	1069,750	1128,000	24,8	4,3
50-07_02	1048,700	1169,892	54,5	5,3
50-07_03	1154,400	1209,909	30,0	7,1
50-07_04	1100,733	1151,816	25,3	6,6
50-08_01	948,719	993,384	30,6	4,6
50-08_02	942,643	1004,155	28,4	5,3
50-08_03	934,367	971,505	18,7	4,4
50-08_04	880,124	908,628	24,8	3,3
100-01_01	2954,583	3141,708	96,7	22,5
100-01_02	2923,583	3056,542	79,1	13,3
100-01_03	2861,333	3031,083	106,4	13,7
100-01_04	2948,500	3113,167	89,5	18,6
100-02_01	2386,533	2575,374	68,4	17,9
100-02_02	2508,450	2672,416	103,3	27,3
100-02_03	2346,200	2452,267	60,8	14,5
100-02_04	2516,900	2664,583	93,7	27,3
100-03_01	1975,617	2106,033	57,5	15,6
100-03_02	2034,350	2183,175	92,2	19,0
100-03_03	2056,350	2184,591	81,5	20,3
100-03_04	1945,450	2139,258	110,2	18,0
100-04_01	1751,262	1875,363	60,8	14,1
100-04_02	1785,322	1959,476	91,4	20,0
100-04_03	1743,924	1950,532	91,1	18,3
100-04_04	1774,607	1928,110	71,9	18,1
100-05_01	2917,167	3073,000	74,4	16,6
100-05_02	2846,417	2943,625	55,5	13,1
100-05_03	2757,417	2850,583	52,3	12,4
100-05_04	2825,250	2966,292	72,0	15,3
100-06_01	2325,866	2429,891	68,0	14,8
100-06_02	2367,049	2493,408	70,8	18,4
100-06_03	2308,850	2422,117	44,6	15,8
100-06_04	2336,533	2513,257	86,7	21,6
100-07_01	1904,233	1950,409	30,2	11,8
100-07_02	1848,800	1921,883	47,3	10,3
100-07_03	1903,917	1962,284	31,9	11,9
100-07_04	2016,166	2115,667	71,6	19,0
100-08_01	1725,124	1789,336	44,2	12,9
100-08_02	1633,634	1694,068	41,3	10,6
100-08_03	1666,419	1762,200	45,3	13,0
100-08_04	1649,184	1730,008	33,2	12,3

Tabela 32 – Dados do Algoritmo QHMA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	14,2	0,7
10-01_02	467,500	467,500	9,4	0,8
10-01_03	492,750	492,750	0,0	0,8
10-01_04	573,500	573,500	20,5	0,9
10-02_01	541,900	541,900	6,6	1,7
10-02_02	528,967	528,967	78,1	1,1
10-02_03	521,883	596,000	64,8	1,4
10-02_04	781,067	781,067	71,0	1,3
10-03_01	562,900	608,741	54,5	1,6
10-03_02	665,750	665,750	17,8	1,4
10-03_03	733,500	733,500	62,8	1,2
10-03_04	605,533	753,667	35,1	0,9
10-04_01	340,048	340,190	9,2	1,0
10-04_02	363,845	363,845	0,0	1,3
10-04_03	342,610	350,038	7,4	1,4
10-04_04	285,836	289,038	5,1	1,0
10-05_01	672,500	672,500	47,6	1,0
10-05_02	495,833	495,833	4,7	0,7
10-05_03	616,417	634,667	11,5	1,1
10-05_04	487,750	487,750	1,2	0,4
10-06_01	999,600	1143,933	65,7	1,0
10-06_02	446,750	447,233	18,7	1,2
10-06_03	446,400	494,400	23,5	1,0
10-06_04	446,350	518,300	30,1	1,2
10-07_01	605,167	647,633	17,1	1,5
10-07_02	418,467	418,467	0,0	0,9
10-07_03	305,433	305,533	0,1	0,7
10-07_04	340,167	340,167	0,0	0,5
10-08_01	361,429	370,714	8,6	1,4
10-08_02	453,767	453,767	0,0	1,3
10-08_03	363,595	363,595	0,6	0,8
10-08_04	956,190	1010,119	69,2	1,1
20-01_01	879,333	933,667	35,6	1,9
20-01_02	795,167	826,958	20,9	1,6
20-01_03	694,333	732,750	13,5	0,9
20-01_04	684,000	702,167	13,6	0,5
20-02_01	662,500	717,933	38,4	2,9
20-02_02	592,917	632,175	17,8	1,9
20-02_03	571,050	598,983	16,4	1,6
20-02_04	642,983	703,925	39,9	3,4
20-03_01	498,167	533,534	20,0	2,0
20-03_02	512,183	539,000	14,7	2,4
20-03_03	521,483	537,534	9,1	1,4
20-03_04	568,300	605,817	22,1	3,3
20-04_01	451,286	464,659	8,5	2,1
20-04_02	471,476	484,907	8,6	2,0
20-04_03	498,595	519,250	10,8	2,7
20-04_04	474,524	489,081	8,2	2,6
20-05_01	783,917	820,167	19,5	1,4
20-05_02	793,750	822,917	16,9	1,3
20-05_03	818,333	849,333	27,3	1,9
20-05_04	772,000	830,917	34,8	1,8
20-06_01	716,350	780,850	31,2	3,1

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	608,633	635,659	12,2	1,8
20-06_03	603,600	630,200	19,1	1,9
20-06_04	651,233	689,716	19,1	2,8
20-07_01	582,217	604,100	14,5	2,9
20-07_02	586,000	615,017	16,2	3,9
20-07_03	626,967	648,467	12,8	3,2
20-07_04	548,900	566,216	10,2	2,4
20-08_01	451,500	466,178	8,8	1,9
20-08_02	554,314	584,314	13,9	4,1
20-08_03	445,179	469,702	12,5	2,1
20-08_04	557,000	574,702	12,0	5,0
30-01_01	1053,667	1099,833	24,8	3,0
30-01_02	1190,833	1243,333	35,7	4,3
30-01_03	1019,833	1108,833	39,6	2,4
30-01_04	1102,000	1167,875	35,7	3,0
30-02_01	894,217	974,134	29,5	6,1
30-02_02	883,950	950,500	29,6	6,1
30-02_03	910,150	963,850	36,3	6,0
30-02_04	984,300	1072,575	38,6	9,3
30-03_01	711,667	746,325	19,8	3,2
30-03_02	700,333	757,500	20,7	4,5
30-03_03	697,833	739,400	18,5	3,1
30-03_04	734,667	789,708	20,6	4,7
30-04_01	644,248	673,107	20,7	4,0
30-04_02	625,638	676,163	20,4	4,4
30-04_03	715,500	757,607	18,4	6,4
30-04_04	593,964	636,506	15,6	2,4
30-05_01	1117,667	1201,375	35,8	3,3
30-05_02	1013,833	1057,917	20,0	2,0
30-05_03	1042,083	1097,083	25,8	2,9
30-05_04	1113,833	1169,375	28,9	3,3
30-06_01	907,183	938,991	17,4	4,9
30-06_02	830,600	884,241	19,3	3,2
30-06_03	911,800	976,733	34,5	6,1
30-06_04	989,050	1040,325	35,1	7,2
30-07_01	696,783	763,000	31,0	4,9
30-07_02	708,917	748,617	19,3	2,9
30-07_03	710,300	734,425	16,1	2,4
30-07_04	752,867	823,958	22,6	5,4
30-08_01	623,262	654,431	18,9	2,5
30-08_02	678,810	725,535	26,5	4,6
30-08_03	713,271	756,935	21,8	5,4
30-08_04	661,500	711,129	18,4	4,2
50-01_01	1631,333	1756,750	48,4	7,0
50-01_02	1579,833	1652,667	42,3	5,1
50-01_03	1602,167	1656,875	48,4	5,2
50-01_04	1615,000	1702,875	40,2	5,8
50-02_01	1368,700	1444,975	49,2	8,9
50-02_02	1278,950	1378,292	55,0	6,8
50-02_03	1280,550	1379,600	43,4	7,3
50-02_04	1282,400	1390,100	47,6	6,2
50-03_01	1233,983	1328,484	48,1	13,6
50-03_02	1181,283	1270,517	44,7	9,6
50-03_03	1114,017	1227,916	49,5	8,6
50-03_04	1089,667	1148,525	44,5	6,3

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	933,800	1032,298	39,5	5,8
50-04_02	953,893	1005,702	34,8	5,7
50-04_03	935,928	959,488	18,5	4,2
50-04_04	936,340	998,483	25,5	4,9
50-05_01	1516,833	1619,875	39,3	4,6
50-05_02	1606,583	1679,292	57,2	6,3
50-05_03	1512,083	1571,167	29,4	3,3
50-05_04	1581,250	1640,958	43,9	5,3
50-06_01	1270,350	1364,492	55,2	8,1
50-06_02	1217,033	1272,017	30,6	3,9
50-06_03	1324,950	1427,450	46,3	7,4
50-06_04	1329,750	1487,058	86,2	8,8
50-07_01	1084,000	1117,733	26,1	4,3
50-07_02	1066,633	1167,242	51,5	5,1
50-07_03	1142,533	1216,758	31,5	7,0
50-07_04	1101,750	1171,733	34,3	7,2
50-08_01	907,512	1011,310	39,7	4,7
50-08_02	967,269	1011,914	27,2	5,5
50-08_03	927,500	966,250	21,3	4,5
50-08_04	882,052	925,912	29,3	3,7
100-01_01	2996,083	3181,375	105,4	26,1
100-01_02	2924,500	3085,125	84,8	15,2
100-01_03	2879,000	3027,958	92,2	13,9
100-01_04	2993,083	3128,458	103,1	19,4
100-02_01	2446,150	2612,633	85,2	20,0
100-02_02	2549,150	2750,100	112,9	30,8
100-02_03	2366,600	2482,242	90,2	17,2
100-02_04	2565,850	2760,750	115,2	31,7
100-03_01	2004,616	2120,708	72,5	17,4
100-03_02	2028,116	2222,083	123,5	19,6
100-03_03	2017,550	2235,891	97,1	20,6
100-03_04	2031,650	2143,941	73,5	17,6
100-04_01	1767,333	1878,188	63,5	14,1
100-04_02	1829,798	2014,029	94,2	21,7
100-04_03	1785,473	1970,173	105,6	19,2
100-04_04	1814,643	1960,845	94,3	20,2
100-05_01	2967,083	3092,333	62,4	17,7
100-05_02	2825,583	2948,042	58,2	13,8
100-05_03	2761,500	2853,333	61,7	12,7
100-05_04	2839,250	2958,333	80,0	20,8
100-06_01	2353,150	2457,292	45,4	15,9
100-06_02	2378,483	2499,941	76,8	19,7
100-06_03	2343,233	2418,575	52,1	16,3
100-06_04	2439,000	2560,742	65,5	23,3
100-07_01	1901,466	1955,516	30,6	11,3
100-07_02	1879,233	1953,392	48,4	10,9
100-07_03	1929,667	1982,683	25,9	12,8
100-07_04	2012,766	2164,608	71,9	17,9
100-08_01	1714,129	1819,343	38,3	13,4
100-08_02	1618,358	1683,574	43,5	11,7
100-08_03	1642,405	1765,037	54,9	13,8
100-08_04	1659,377	1719,858	36,7	11,8

Apêndice IV – Dados do Experimento C

Tabela 35 – Dados do Algoritmo GA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	892,000	98,5	0,4
10-01_02	467,500	467,500	20,6	0,6
10-01_03	492,750	557,083	52,4	0,7
10-01_04	573,500	613,083	68,2	0,7
10-02_01	541,900	544,383	29,7	1,1
10-02_02	528,967	747,108	68,5	0,7
10-02_03	521,883	835,300	146,0	0,8
10-02_04	781,067	960,250	108,0	0,7
10-03_01	654,583	692,850	41,8	0,8
10-03_02	665,750	763,500	137,5	0,8
10-03_03	733,500	945,483	174,4	0,8
10-03_04	789,467	878,167	62,6	0,6
10-04_01	340,048	363,369	40,1	1,1
10-04_02	363,845	405,100	49,7	1,6
10-04_03	350,038	512,095	76,1	1,1
10-04_04	285,836	300,214	13,5	0,9
10-05_01	672,500	857,250	97,9	0,7
10-05_02	495,833	513,833	84,9	0,8
10-05_03	634,667	686,583	30,4	0,9
10-05_04	487,750	494,500	17,7	0,7
10-06_01	1116,800	1196,933	63,3	0,5
10-06_02	446,750	463,600	47,4	0,9
10-06_03	446,400	510,100	73,5	1,0
10-06_04	446,350	518,300	41,5	1,0
10-07_01	605,167	710,792	71,4	1,1
10-07_02	418,467	418,467	65,4	1,1
10-07_03	305,433	305,633	16,2	1,1
10-07_04	340,167	340,167	32,1	0,7
10-08_01	361,429	416,648	35,1	1,5
10-08_02	453,767	453,767	31,1	1,2
10-08_03	363,595	369,762	9,2	1,0
10-08_04	956,190	1243,327	121,1	0,8
20-01_01	893,083	985,167	106,1	2,3
20-01_02	820,250	902,625	57,3	2,7
20-01_03	724,333	780,958	37,8	2,0
20-01_04	688,750	738,667	37,0	2,1
20-02_01	731,950	891,984	160,3	3,6
20-02_02	598,250	698,000	63,8	3,9
20-02_03	609,600	650,750	37,5	4,5
20-02_04	701,100	848,009	60,7	4,4
20-03_01	509,333	589,000	43,6	5,1
20-03_02	533,517	630,008	80,2	3,7
20-03_03	520,617	574,809	27,0	3,5
20-03_04	590,167	676,700	69,5	4,4
20-04_01	476,271	510,880	56,8	4,9
20-04_02	485,607	519,276	23,9	3,1
20-04_03	520,095	556,467	22,8	4,2
20-04_04	488,495	526,167	32,0	4,7
20-05_01	785,167	845,167	42,4	2,5
20-05_02	816,667	845,917	86,3	2,0
20-05_03	826,667	911,708	119,6	2,8
20-05_04	789,000	889,375	66,5	2,3
20-06_01	761,633	974,525	147,8	2,6

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	607,617	666,433	24,7	3,5
20-06_03	609,683	672,125	56,1	2,7
20-06_04	686,600	736,475	40,4	2,8
20-07_01	594,833	657,450	36,5	3,0
20-07_02	595,467	651,833	54,7	4,2
20-07_03	623,567	671,167	49,5	4,0
20-07_04	559,533	598,033	50,1	4,0
20-08_01	457,162	498,631	23,0	2,9
20-08_02	564,600	592,353	19,0	3,0
20-08_03	467,893	511,809	27,1	3,3
20-08_04	561,143	613,227	82,0	3,7
30-01_01	1084,333	1185,083	85,6	4,2
30-01_02	1237,583	1332,708	66,7	4,5
30-01_03	1083,083	1191,833	84,1	3,9
30-01_04	1146,083	1261,583	69,8	4,2
30-02_01	993,833	1063,966	72,8	6,9
30-02_02	934,000	1049,233	81,9	7,2
30-02_03	960,583	1068,034	73,9	6,9
30-02_04	1043,450	1168,525	61,4	7,5
30-03_01	737,583	797,441	43,1	6,0
30-03_02	746,233	812,984	46,0	5,7
30-03_03	698,800	771,450	37,6	4,9
30-03_04	773,283	871,025	63,5	6,2
30-04_01	654,048	735,572	32,3	5,5
30-04_02	677,452	766,341	71,9	6,5
30-04_03	716,714	814,253	70,4	6,0
30-04_04	611,214	672,762	31,5	3,9
30-05_01	1101,917	1263,875	91,1	3,5
30-05_02	1038,000	1103,458	42,2	3,9
30-05_03	1088,917	1152,792	51,1	3,6
30-05_04	1119,250	1212,792	83,9	3,5
30-06_01	860,283	993,225	65,5	5,0
30-06_02	845,000	925,366	48,5	5,2
30-06_03	979,000	1058,734	93,0	5,6
30-06_04	1008,850	1136,516	71,9	5,8
30-07_01	729,967	814,716	71,4	4,6
30-07_02	713,167	776,491	52,0	4,9
30-07_03	708,150	765,534	37,5	3,1
30-07_04	757,167	880,650	98,5	5,2
30-08_01	631,071	722,990	57,2	4,1
30-08_02	689,167	774,355	64,3	5,0
30-08_03	740,048	805,829	42,5	4,5
30-08_04	674,179	723,809	35,8	3,8
50-01_01	1755,083	1957,458	149,0	6,7
50-01_02	1659,000	1822,333	116,1	6,5
50-01_03	1662,250	1854,833	100,2	6,5
50-01_04	1625,417	1789,417	104,0	6,2
50-02_01	1384,467	1571,975	126,5	9,3
50-02_02	1336,867	1504,458	113,7	10,9
50-02_03	1357,733	1522,175	93,9	8,5
50-02_04	1372,650	1514,700	86,8	9,7
50-03_01	1298,667	1479,850	121,6	9,4
50-03_02	1241,950	1382,725	85,8	7,4
50-03_03	1143,733	1322,949	128,2	8,6
50-03_04	1112,417	1247,333	88,7	7,4

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	1009,229	1180,182	102,2	7,9
50-04_02	1019,631	1112,788	79,1	7,2
50-04_03	937,005	1004,310	43,1	6,0
50-04_04	965,595	1022,464	45,9	5,4
50-05_01	1614,750	1689,792	63,8	5,5
50-05_02	1632,083	1810,375	131,8	6,7
50-05_03	1495,583	1577,583	60,2	6,0
50-05_04	1579,750	1751,000	87,8	6,3
50-06_01	1289,850	1449,700	85,6	7,3
50-06_02	1255,250	1324,900	58,7	5,7
50-06_03	1297,667	1557,800	129,3	7,6
50-06_04	1300,033	1556,467	170,8	8,2
50-07_01	1083,500	1173,316	59,4	6,1
50-07_02	1089,867	1265,675	109,6	5,4
50-07_03	1184,917	1332,525	86,4	6,9
50-07_04	1092,466	1227,700	85,5	6,7
50-08_01	961,505	1039,826	77,7	5,4
50-08_02	988,631	1074,077	58,9	6,1
50-08_03	929,488	1001,420	45,1	4,7
50-08_04	890,250	951,981	40,7	4,9
100-01_01	3055,250	3398,250	238,3	15,3
100-01_02	2976,917	3296,708	176,1	12,8
100-01_03	3025,917	3332,083	194,0	12,7
100-01_04	3058,250	3375,958	241,8	13,6
100-02_01	2494,717	2846,433	242,8	15,4
100-02_02	2695,299	3102,257	204,0	16,2
100-02_03	2366,250	2647,559	166,2	11,5
100-02_04	2652,750	3192,675	255,4	17,1
100-03_01	2031,900	2247,625	178,6	11,0
100-03_02	2042,167	2417,800	251,4	12,8
100-03_03	2102,983	2465,833	173,3	13,9
100-03_04	1954,767	2318,567	172,3	11,5
100-04_01	1793,696	2025,928	149,0	11,1
100-04_02	1918,024	2232,988	143,9	13,2
100-04_03	1846,474	2208,508	238,8	12,3
100-04_04	1851,012	2141,292	178,4	14,9
100-05_01	3041,667	3270,333	170,4	13,4
100-05_02	2882,167	3098,042	152,2	12,8
100-05_03	2762,000	3026,375	127,1	14,8
100-05_04	2934,750	3168,625	164,2	12,5
100-06_01	2294,866	2513,525	152,7	11,8
100-06_02	2425,816	2758,492	177,8	13,3
100-06_03	2301,916	2555,225	121,3	9,8
100-06_04	2459,134	2767,199	199,9	14,1
100-07_01	1879,800	1962,083	74,1	7,7
100-07_02	1894,400	2019,616	90,3	8,7
100-07_03	1916,333	1993,000	52,8	7,5
100-07_04	1962,400	2257,934	210,0	9,1
100-08_01	1753,386	1952,293	121,3	8,7
100-08_02	1642,729	1769,059	79,4	9,1
100-08_03	1722,818	2020,519	148,0	10,4
100-08_04	1652,072	1721,416	96,8	8,2

Tabela 36 – Dados do Algoritmo QGA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	890,292	100,8	0,5
10-01_02	467,500	467,500	10,4	0,7
10-01_03	492,750	558,625	60,2	0,7
10-01_04	573,500	645,333	78,9	0,6
10-02_01	541,900	561,167	31,0	1,1
10-02_02	591,333	757,417	60,1	0,8
10-02_03	581,900	835,300	112,0	0,8
10-02_04	781,067	1051,583	81,2	0,7
10-03_01	654,583	739,267	47,0	0,7
10-03_02	665,750	763,500	134,6	0,7
10-03_03	838,583	1080,483	174,3	0,6
10-03_04	789,467	895,050	56,5	0,6
10-04_01	340,048	359,066	50,7	0,9
10-04_02	363,845	415,197	54,4	1,5
10-04_03	350,038	521,256	84,5	1,0
10-04_04	285,836	297,276	10,3	0,9
10-05_01	672,500	908,417	83,6	0,6
10-05_02	495,833	514,333	80,9	0,7
10-05_03	634,667	683,250	36,1	0,7
10-05_04	487,750	494,500	60,7	0,6
10-06_01	999,600	1205,566	85,2	0,5
10-06_02	447,233	502,633	39,3	0,7
10-06_03	483,850	549,067	84,1	0,9
10-06_04	446,350	534,550	64,0	0,8
10-07_01	647,633	710,017	66,8	0,9
10-07_02	418,467	418,467	72,0	0,9
10-07_03	305,433	323,167	25,9	1,1
10-07_04	340,167	340,167	67,8	0,7
10-08_01	361,429	433,381	48,2	1,3
10-08_02	453,767	453,767	61,3	1,2
10-08_03	363,595	369,762	17,3	1,0
10-08_04	956,190	1243,327	122,5	0,7
20-01_01	885,833	994,333	94,6	2,3
20-01_02	815,417	907,292	62,8	2,6
20-01_03	718,083	762,583	35,1	2,6
20-01_04	695,500	740,042	43,1	2,3
20-02_01	680,867	888,758	158,7	3,7
20-02_02	612,650	696,200	56,8	4,2
20-02_03	628,433	664,141	29,4	5,0
20-02_04	700,350	810,150	71,1	4,5
20-03_01	544,333	605,042	31,2	5,6
20-03_02	536,267	626,625	39,7	4,7
20-03_03	522,117	574,284	27,5	3,8
20-03_04	599,333	685,417	126,3	4,3
20-04_01	469,786	523,899	40,0	6,5
20-04_02	483,205	521,471	26,1	3,9
20-04_03	517,957	556,467	21,7	5,2
20-04_04	472,076	516,819	21,5	5,9
20-05_01	837,667	886,708	94,3	2,6
20-05_02	819,000	935,542	91,9	2,2
20-05_03	849,000	930,667	80,0	2,7
20-05_04	788,583	882,250	66,8	2,5
20-06_01	735,067	954,141	136,0	3,0

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	610,967	682,534	29,3	3,4
20-06_03	609,683	690,850	50,7	3,0
20-06_04	660,767	768,633	44,1	3,1
20-07_01	595,800	656,966	38,5	4,1
20-07_02	604,467	650,283	51,1	5,0
20-07_03	633,583	677,966	59,0	3,7
20-07_04	557,700	624,975	56,2	3,6
20-08_01	454,643	490,429	20,8	3,0
20-08_02	566,600	599,461	15,4	4,0
20-08_03	468,893	505,293	25,4	3,4
20-08_04	555,343	613,475	63,1	4,3
30-01_01	1094,500	1220,250	72,1	5,0
30-01_02	1221,167	1300,875	59,7	5,4
30-01_03	1057,833	1234,125	113,7	4,5
30-01_04	1161,583	1238,208	53,5	4,7
30-02_01	964,350	1063,425	89,3	8,0
30-02_02	948,767	1074,534	105,9	8,5
30-02_03	944,500	1042,542	64,1	8,5
30-02_04	1023,000	1118,583	54,5	9,2
30-03_01	722,750	778,075	27,2	7,6
30-03_02	743,883	832,392	46,6	7,3
30-03_03	703,667	753,883	32,5	5,9
30-03_04	756,400	859,058	38,8	8,2
30-04_01	681,614	717,362	27,3	6,0
30-04_02	687,121	755,688	35,0	8,0
30-04_03	738,429	788,469	41,5	7,8
30-04_04	611,214	666,053	31,0	5,8
30-05_01	1141,333	1263,042	89,4	4,1
30-05_02	1048,000	1104,708	46,2	3,8
30-05_03	1065,417	1166,542	61,7	3,8
30-05_04	1126,167	1232,000	65,0	4,2
30-06_01	910,150	986,900	55,7	6,3
30-06_02	842,000	924,716	37,0	6,2
30-06_03	969,733	1043,266	73,0	7,7
30-06_04	1007,250	1132,025	78,0	7,2
30-07_01	728,350	783,700	64,3	5,4
30-07_02	715,417	771,384	57,7	6,3
30-07_03	706,833	762,384	35,5	3,8
30-07_04	757,167	828,133	51,8	6,1
30-08_01	619,714	668,274	45,7	4,8
30-08_02	713,857	789,304	70,4	6,0
30-08_03	741,547	792,238	30,9	5,4
30-08_04	687,321	727,109	17,3	3,7
50-01_01	1760,167	1922,958	102,5	8,3
50-01_02	1594,333	1821,458	129,5	7,6
50-01_03	1674,167	1850,625	105,6	8,0
50-01_04	1620,167	1835,208	103,2	8,2
50-02_01	1404,550	1542,492	114,9	12,1
50-02_02	1314,650	1496,650	109,1	13,6
50-02_03	1352,100	1494,909	74,1	10,4
50-02_04	1365,000	1482,284	119,4	12,1
50-03_01	1329,433	1423,351	79,4	11,4
50-03_02	1260,300	1359,075	75,6	10,7
50-03_03	1124,134	1330,233	83,9	11,6
50-03_04	1086,617	1238,775	86,5	9,9

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	982,819	1122,336	79,6	8,7
50-04_02	997,286	1088,516	52,8	8,0
50-04_03	937,771	999,187	37,5	7,9
50-04_04	955,405	1029,559	45,4	7,3
50-05_01	1582,917	1736,292	71,0	6,8
50-05_02	1591,917	1743,750	171,1	7,7
50-05_03	1495,167	1594,625	57,4	6,9
50-05_04	1582,333	1726,625	87,6	7,5
50-06_01	1301,950	1440,050	75,4	9,3
50-06_02	1229,167	1313,650	56,9	6,8
50-06_03	1340,100	1477,658	95,6	7,8
50-06_04	1324,300	1482,266	130,2	9,6
50-07_01	1074,267	1180,258	60,5	8,6
50-07_02	1057,200	1230,708	91,1	7,0
50-07_03	1159,300	1286,341	72,7	8,6
50-07_04	1137,867	1220,850	77,3	7,7
50-08_01	957,943	1047,113	45,9	6,7
50-08_02	1005,293	1058,450	35,2	8,3
50-08_03	929,857	990,476	39,0	5,1
50-08_04	882,964	930,173	34,2	5,8
100-01_01	3150,333	3445,458	233,1	19,3
100-01_02	2983,083	3305,833	174,1	14,9
100-01_03	3000,250	3290,667	174,4	16,1
100-01_04	3055,333	3235,042	225,5	17,2
100-02_01	2455,400	2714,283	145,6	18,8
100-02_02	2707,249	2981,758	178,5	20,5
100-02_03	2420,566	2558,641	162,5	17,7
100-02_04	2617,450	3114,058	254,2	22,2
100-03_01	1976,533	2150,583	156,9	15,7
100-03_02	1989,433	2434,867	235,0	16,5
100-03_03	2070,666	2405,617	150,9	21,0
100-03_04	1984,350	2259,917	147,1	16,4
100-04_01	1746,124	1985,496	163,0	16,2
100-04_02	1797,667	2183,186	156,0	17,2
100-04_03	1889,801	2117,248	160,9	16,2
100-04_04	1823,743	2098,747	166,2	19,8
100-05_01	2946,000	3256,250	184,3	14,3
100-05_02	2838,583	3046,708	112,4	14,3
100-05_03	2822,083	2991,125	93,7	16,6
100-05_04	2845,500	3069,750	123,1	15,8
100-06_01	2333,267	2491,650	92,5	15,3
100-06_02	2459,699	2760,167	161,6	17,7
100-06_03	2303,350	2523,950	99,6	15,2
100-06_04	2495,500	2795,175	163,6	18,4
100-07_01	1878,300	1949,016	57,6	9,7
100-07_02	1849,000	1931,667	73,2	12,2
100-07_03	1907,533	1974,233	62,0	10,5
100-07_04	2028,500	2305,425	183,1	14,0
100-08_01	1716,896	1901,466	124,9	12,8
100-08_02	1647,734	1708,238	104,4	11,4
100-08_03	1645,714	1865,590	119,4	12,1
100-08_04	1640,381	1727,161	83,1	10,7

Tabela 37 – Dados do Algoritmo MA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	46,8	0,3
10-01_02	467,500	467,500	9,7	0,6
10-01_03	492,750	502,500	47,0	0,4
10-01_04	573,500	612,792	22,5	0,5
10-02_01	541,900	543,550	12,9	0,7
10-02_02	528,967	528,967	101,1	0,6
10-02_03	521,883	797,633	131,7	0,6
10-02_04	781,067	960,250	67,4	0,5
10-03_01	562,900	692,850	53,3	0,6
10-03_02	665,750	763,500	99,5	0,5
10-03_03	733,500	838,583	99,4	0,6
10-03_04	753,667	843,300	64,2	0,5
10-04_01	340,048	351,202	13,6	0,7
10-04_02	363,845	363,845	25,5	0,9
10-04_03	350,038	402,371	61,6	1,0
10-04_04	285,836	289,195	11,8	0,8
10-05_01	672,500	789,667	84,3	0,5
10-05_02	495,833	495,833	53,0	0,5
10-05_03	623,333	659,708	31,5	0,5
10-05_04	487,750	494,500	3,1	0,5
10-06_01	999,600	1195,933	70,4	0,4
10-06_02	446,750	463,600	33,4	0,7
10-06_03	446,400	509,616	25,1	0,6
10-06_04	446,350	518,300	35,9	0,6
10-07_01	647,633	647,633	45,1	0,8
10-07_02	418,467	418,467	14,5	0,5
10-07_03	305,433	305,633	7,1	0,7
10-07_04	340,167	340,167	13,5	0,6
10-08_01	361,429	370,714	13,2	1,2
10-08_02	453,767	453,767	5,7	0,5
10-08_03	363,595	364,822	6,5	0,7
10-08_04	956,190	1109,286	64,1	0,5
20-01_01	887,083	974,708	57,8	1,6
20-01_02	780,417	849,125	40,9	1,7
20-01_03	704,333	743,000	28,5	1,4
20-01_04	672,500	704,833	21,0	1,0
20-02_01	640,150	758,141	53,0	2,6
20-02_02	602,450	645,600	34,1	2,4
20-02_03	594,583	619,350	18,8	2,8
20-02_04	633,700	737,425	49,0	3,5
20-03_01	502,000	543,634	23,7	3,2
20-03_02	522,817	571,575	26,5	3,2
20-03_03	520,283	552,967	16,6	2,0
20-03_04	552,167	607,200	37,9	3,4
20-04_01	454,310	477,355	31,8	2,8
20-04_02	474,933	495,343	11,7	2,2
20-04_03	498,286	531,143	11,7	2,3
20-04_04	466,833	489,943	14,2	2,7
20-05_01	776,167	826,708	29,5	1,6
20-05_02	784,000	811,333	18,9	1,4
20-05_03	771,417	833,208	36,8	2,2
20-05_04	747,417	808,292	45,7	2,0
20-06_01	702,900	771,225	67,5	2,6

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	608,467	641,892	17,2	2,4
20-06_03	602,800	621,409	28,2	2,2
20-06_04	638,167	711,216	26,7	2,8
20-07_01	581,700	629,016	28,3	2,5
20-07_02	578,267	605,875	16,3	4,1
20-07_03	619,367	640,009	21,1	2,9
20-07_04	539,400	565,400	16,3	3,3
20-08_01	452,429	471,572	14,9	2,4
20-08_02	559,893	576,671	14,1	2,7
20-08_03	447,607	481,244	29,0	2,6
20-08_04	540,143	568,638	24,5	4,3
30-01_01	1036,750	1120,917	52,2	3,8
30-01_02	1156,750	1243,042	38,7	4,7
30-01_03	1037,333	1101,292	51,0	3,4
30-01_04	1097,083	1167,125	28,4	4,1
30-02_01	878,650	934,275	36,3	7,0
30-02_02	851,450	929,659	52,2	6,9
30-02_03	881,400	960,641	37,2	7,0
30-02_04	991,800	1044,625	50,6	8,4
30-03_01	706,200	749,883	20,6	4,4
30-03_02	721,167	752,825	24,4	5,4
30-03_03	685,333	735,733	25,4	3,7
30-03_04	732,400	783,167	30,0	5,8
30-04_01	650,786	676,312	16,4	5,1
30-04_02	632,052	691,702	35,4	6,0
30-04_03	703,800	738,762	34,3	6,0
30-04_04	601,795	646,534	20,6	3,5
30-05_01	1101,917	1160,708	33,4	3,9
30-05_02	991,333	1049,833	38,6	3,0
30-05_03	1043,333	1085,708	38,9	3,8
30-05_04	1103,500	1155,625	44,9	3,9
30-06_01	873,200	940,175	28,8	4,9
30-06_02	825,700	872,650	30,5	5,0
30-06_03	893,333	961,633	38,2	6,8
30-06_04	958,350	1013,350	52,3	6,9
30-07_01	706,650	745,691	29,6	5,2
30-07_02	712,733	740,766	15,8	4,3
30-07_03	705,300	731,825	22,8	2,9
30-07_04	738,167	808,000	40,1	5,5
30-08_01	626,857	648,557	15,7	3,1
30-08_02	673,476	709,822	30,4	5,5
30-08_03	714,714	747,285	26,5	4,5
30-08_04	673,271	699,427	14,5	3,0
50-01_01	1672,333	1744,708	57,2	10,0
50-01_02	1535,833	1639,792	48,6	7,6
50-01_03	1564,417	1656,750	46,3	8,3
50-01_04	1572,333	1677,375	50,0	7,9
50-02_01	1312,867	1392,833	64,9	11,9
50-02_02	1286,400	1365,583	62,7	12,6
50-02_03	1258,750	1343,917	55,4	10,0
50-02_04	1264,400	1351,825	51,0	10,1
50-03_01	1221,683	1291,716	47,3	14,1
50-03_02	1149,033	1232,800	67,2	11,0
50-03_03	1086,083	1178,175	47,6	10,8
50-03_04	1062,317	1143,333	48,3	7,6

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	941,891	996,349	47,3	7,7
50-04_02	958,226	1007,619	30,7	7,8
50-04_03	890,457	963,719	31,7	5,4
50-04_04	924,524	986,216	28,3	6,0
50-05_01	1555,500	1613,500	45,2	7,4
50-05_02	1519,000	1616,750	80,4	8,2
50-05_03	1483,667	1548,667	25,0	6,2
50-05_04	1535,167	1600,792	54,4	7,9
50-06_01	1287,833	1354,383	56,3	10,1
50-06_02	1208,667	1261,525	38,8	6,3
50-06_03	1313,250	1401,850	56,0	10,5
50-06_04	1301,100	1382,725	51,5	11,6
50-07_01	1064,167	1125,033	39,7	6,9
50-07_02	1069,750	1183,725	77,8	6,8
50-07_03	1099,117	1204,817	116,2	9,8
50-07_04	1094,400	1136,734	32,9	9,5
50-08_01	953,833	1009,315	47,2	5,7
50-08_02	952,250	990,047	32,9	6,8
50-08_03	928,774	969,414	23,6	4,2
50-08_04	880,155	914,661	26,8	5,5
100-01_01	2927,417	3112,625	122,4	29,8
100-01_02	2859,667	2975,375	81,1	20,5
100-01_03	2905,917	3023,833	55,7	20,4
100-01_04	2961,083	3099,958	91,9	24,2
100-02_01	2386,333	2601,108	113,9	28,8
100-02_02	2541,700	2696,042	148,2	39,3
100-02_03	2323,899	2394,941	85,0	27,7
100-02_04	2488,600	2758,117	136,2	41,1
100-03_01	1987,150	2075,917	94,4	20,6
100-03_02	1991,567	2239,149	146,8	25,2
100-03_03	1997,333	2179,659	106,2	31,5
100-03_04	1959,067	2123,425	86,3	19,6
100-04_01	1735,576	1860,887	117,1	16,5
100-04_02	1743,810	2057,019	129,9	24,2
100-04_03	1840,774	1979,060	112,1	21,8
100-04_04	1793,738	1978,315	131,3	26,3
100-05_01	2894,833	3027,708	78,4	21,8
100-05_02	2827,083	2923,583	51,1	19,9
100-05_03	2739,750	2817,833	61,3	19,4
100-05_04	2852,667	2937,500	59,5	23,5
100-06_01	2304,300	2417,874	65,3	20,9
100-06_02	2392,267	2516,941	109,7	30,6
100-06_03	2300,000	2383,109	96,0	22,1
100-06_04	2399,333	2536,841	118,8	30,1
100-07_01	1863,133	1942,024	35,6	10,8
100-07_02	1879,333	1943,066	36,9	14,9
100-07_03	1885,583	1984,309	51,9	13,4
100-07_04	1959,300	2164,058	101,4	14,9
100-08_01	1724,227	1811,546	89,7	14,1
100-08_02	1633,644	1700,048	58,4	10,5
100-08_03	1680,298	1812,715	84,0	14,4
100-08_04	1653,886	1731,354	47,7	10,1

Tabela 38 – Dados do Algoritmo QMA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	42,5	0,3
10-01_02	467,500	467,500	8,3	0,5
10-01_03	492,750	538,250	39,3	0,5
10-01_04	573,500	613,083	28,2	0,5
10-02_01	541,900	541,900	10,9	0,8
10-02_02	528,967	594,233	92,3	0,7
10-02_03	521,883	720,783	133,9	0,6
10-02_04	781,067	960,250	88,3	0,5
10-03_01	562,900	685,067	50,1	0,6
10-03_02	665,750	763,500	64,3	0,6
10-03_03	733,500	733,500	90,4	0,7
10-03_04	753,667	843,300	64,2	0,5
10-04_01	340,048	348,357	12,6	0,7
10-04_02	363,845	363,845	23,3	0,9
10-04_03	342,610	368,238	43,7	1,1
10-04_04	285,836	290,838	5,6	0,9
10-05_01	672,500	735,250	98,4	0,5
10-05_02	495,833	495,833	42,4	0,5
10-05_03	616,417	657,375	27,2	0,6
10-05_04	487,750	494,500	3,0	0,5
10-06_01	1116,800	1169,933	41,7	0,4
10-06_02	446,750	463,600	61,7	0,7
10-06_03	446,400	509,133	29,1	0,7
10-06_04	446,350	518,300	30,6	0,5
10-07_01	605,167	647,633	22,1	0,9
10-07_02	418,467	418,467	3,7	0,5
10-07_03	305,433	305,433	7,1	0,6
10-07_04	340,167	340,167	7,9	0,6
10-08_01	361,429	370,714	9,3	1,5
10-08_02	453,767	453,767	5,1	0,6
10-08_03	363,595	364,822	3,6	0,8
10-08_04	956,190	1055,419	76,4	0,6
20-01_01	895,917	966,083	71,0	1,9
20-01_02	790,167	842,000	43,2	2,0
20-01_03	697,083	728,292	29,7	1,6
20-01_04	689,333	704,042	16,2	1,2
20-02_01	626,350	745,625	65,7	3,4
20-02_02	601,050	630,317	28,3	3,0
20-02_03	567,800	612,567	21,2	3,1
20-02_04	633,667	756,575	66,0	3,6
20-03_01	495,667	527,950	25,5	3,6
20-03_02	506,350	552,758	22,4	3,6
20-03_03	526,167	543,225	15,7	2,7
20-03_04	562,000	614,417	41,0	4,2
20-04_01	455,486	470,690	11,2	3,2
20-04_02	468,133	490,663	18,5	2,6
20-04_03	490,190	528,389	13,0	3,5
20-04_04	468,162	484,504	11,1	3,3
20-05_01	785,167	824,042	22,4	2,0
20-05_02	780,833	820,417	40,5	1,6
20-05_03	798,167	826,042	65,1	2,3
20-05_04	768,167	816,208	54,3	2,2
20-06_01	703,733	800,583	54,4	3,1

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	600,267	632,150	19,1	2,8
20-06_03	600,767	625,725	29,3	2,6
20-06_04	640,367	698,125	25,4	3,1
20-07_01	581,833	612,125	26,8	3,4
20-07_02	579,467	605,016	19,8	4,8
20-07_03	608,500	630,650	23,9	3,5
20-07_04	551,567	572,000	25,7	4,1
20-08_01	452,019	472,274	13,0	2,7
20-08_02	560,457	579,461	11,6	3,5
20-08_03	446,464	472,536	21,2	3,1
20-08_04	545,976	575,382	26,7	4,5
30-01_01	1058,000	1115,167	40,5	4,7
30-01_02	1166,750	1222,083	38,0	5,4
30-01_03	1011,917	1097,750	44,1	3,9
30-01_04	1101,250	1167,458	28,8	4,8
30-02_01	886,900	949,933	31,7	7,8
30-02_02	854,883	934,492	55,2	8,2
30-02_03	888,450	941,650	34,9	8,4
30-02_04	981,100	1040,100	42,7	11,0
30-03_01	702,500	731,250	18,7	5,1
30-03_02	703,233	754,933	32,9	7,6
30-03_03	693,733	734,216	20,1	4,6
30-03_04	716,033	765,808	22,9	6,6
30-04_01	636,964	674,680	20,4	6,0
30-04_02	627,007	673,488	33,0	6,9
30-04_03	706,476	737,164	23,6	8,2
30-04_04	601,071	627,566	20,3	4,4
30-05_01	1103,000	1186,417	47,2	4,5
30-05_02	998,500	1040,208	22,8	3,4
30-05_03	1026,583	1089,750	60,2	3,9
30-05_04	1099,667	1152,458	34,4	4,7
30-06_01	872,200	936,059	34,7	6,3
30-06_02	833,000	872,341	25,8	6,0
30-06_03	909,183	961,159	48,8	8,5
30-06_04	974,800	1021,550	50,9	8,1
30-07_01	711,750	752,675	44,1	5,4
30-07_02	711,433	737,250	18,5	5,4
30-07_03	689,100	721,058	21,0	3,6
30-07_04	742,067	804,775	39,1	5,9
30-08_01	615,714	645,419	27,1	4,0
30-08_02	675,857	714,374	23,9	6,8
30-08_03	706,724	742,040	25,8	6,1
30-08_04	678,600	700,686	13,9	4,6
50-01_01	1644,917	1727,917	54,8	10,7
50-01_02	1533,833	1645,375	54,6	8,4
50-01_03	1580,167	1645,583	49,6	9,2
50-01_04	1559,833	1668,208	43,2	9,4
50-02_01	1319,483	1415,033	51,5	13,1
50-02_02	1249,317	1358,742	44,6	14,2
50-02_03	1300,117	1361,175	38,1	12,2
50-02_04	1296,000	1353,850	38,2	11,7
50-03_01	1198,633	1296,500	55,7	17,0
50-03_02	1156,100	1240,700	49,1	13,8
50-03_03	1101,767	1207,941	52,1	12,5
50-03_04	1089,300	1136,359	54,7	9,4

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	940,966	1009,025	50,4	9,9
50-04_02	928,488	996,809	40,5	9,0
50-04_03	908,995	959,719	31,4	6,9
50-04_04	910,138	976,935	35,0	7,4
50-05_01	1546,417	1606,292	51,4	8,2
50-05_02	1522,167	1636,125	99,3	10,1
50-05_03	1489,667	1560,042	33,4	6,7
50-05_04	1542,917	1596,500	49,8	8,9
50-06_01	1263,133	1331,258	62,9	11,5
50-06_02	1224,417	1270,217	28,5	7,1
50-06_03	1319,500	1380,492	72,3	11,4
50-06_04	1306,800	1402,900	84,4	13,1
50-07_01	1074,167	1115,550	45,0	7,6
50-07_02	1087,033	1188,100	73,5	10,4
50-07_03	1116,400	1206,967	56,4	11,6
50-07_04	1085,333	1143,484	33,9	10,9
50-08_01	941,905	1003,190	34,6	6,6
50-08_02	969,655	1014,495	27,6	9,6
50-08_03	928,619	965,760	30,6	6,5
50-08_04	873,940	924,468	32,3	5,6
100-01_01	3028,250	3193,125	113,3	33,9
100-01_02	2914,333	3056,958	100,9	21,9
100-01_03	2890,917	3004,667	97,0	22,7
100-01_04	2983,417	3114,792	100,2	28,8
100-02_01	2352,683	2613,708	106,3	35,9
100-02_02	2555,217	2719,542	129,9	50,8
100-02_03	2271,333	2436,400	99,5	25,9
100-02_04	2451,499	2658,325	132,0	45,0
100-03_01	1971,600	2079,609	81,3	23,1
100-03_02	2066,466	2285,167	134,5	36,9
100-03_03	2008,400	2185,016	98,1	30,6
100-03_04	2005,183	2112,633	102,2	23,9
100-04_01	1749,727	1889,469	90,3	21,2
100-04_02	1760,462	1993,590	155,4	30,1
100-04_03	1749,560	2037,519	112,8	30,0
100-04_04	1760,309	1975,289	121,4	33,2
100-05_01	2927,083	3108,958	93,4	23,9
100-05_02	2802,583	2920,042	75,1	21,2
100-05_03	2738,500	2864,958	85,4	21,8
100-05_04	2830,583	2981,208	88,9	24,1
100-06_01	2310,934	2435,608	63,8	23,8
100-06_02	2341,383	2489,875	109,1	30,2
100-06_03	2289,533	2384,700	50,9	25,8
100-06_04	2405,199	2520,008	110,7	38,0
100-07_01	1895,500	1958,441	32,2	12,5
100-07_02	1864,167	1965,966	49,4	16,1
100-07_03	1895,350	1948,700	41,6	13,2
100-07_04	1992,233	2188,642	127,7	24,3
100-08_01	1718,362	1841,584	74,7	18,4
100-08_02	1643,882	1723,681	61,2	12,3
100-08_03	1678,685	1830,628	97,2	19,5
100-08_04	1654,977	1732,753	67,4	12,2

Tabela 39 – Dados do Algoritmo TA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	892,000	27,0	0,4
10-01_02	467,500	467,500	6,9	0,7
10-01_03	492,750	492,750	17,3	0,5
10-01_04	573,500	595,917	23,5	0,6
10-02_01	541,900	562,867	18,5	0,8
10-02_02	528,967	697,600	71,5	0,6
10-02_03	521,883	596,000	92,6	0,7
10-02_04	781,067	925,567	80,1	0,7
10-03_01	562,900	562,900	76,6	0,7
10-03_02	665,750	665,750	44,0	0,6
10-03_03	733,500	856,833	89,2	0,6
10-03_04	753,667	816,383	57,4	0,5
10-04_01	340,048	361,238	9,1	0,8
10-04_02	363,845	375,988	19,4	0,9
10-04_03	350,038	377,928	70,1	0,9
10-04_04	285,836	299,169	7,7	0,8
10-05_01	672,500	758,917	94,6	0,5
10-05_02	495,833	496,583	48,0	0,5
10-05_03	616,417	643,250	22,1	0,6
10-05_04	487,750	487,750	16,1	0,5
10-06_01	1116,800	1143,933	17,9	0,5
10-06_02	447,233	479,400	33,9	0,8
10-06_03	446,400	509,133	58,3	0,8
10-06_04	446,350	518,300	14,1	0,6
10-07_01	647,633	680,033	40,5	0,7
10-07_02	418,467	418,467	23,5	0,6
10-07_03	305,433	305,533	0,1	0,8
10-07_04	340,167	340,167	9,1	0,7
10-08_01	370,714	415,743	32,6	1,1
10-08_02	453,767	453,767	37,7	0,8
10-08_03	363,595	365,048	2,3	0,8
10-08_04	956,190	1055,419	106,7	0,5
20-01_01	906,333	992,333	53,2	1,6
20-01_02	801,167	869,708	27,7	1,7
20-01_03	700,333	753,208	30,9	1,1
20-01_04	671,500	701,208	17,6	0,7
20-02_01	671,717	770,841	76,2	2,6
20-02_02	600,450	651,591	29,2	2,4
20-02_03	567,650	628,216	19,8	1,7
20-02_04	662,150	754,583	48,4	3,2
20-03_01	519,317	542,159	17,4	2,0
20-03_02	536,633	570,658	22,0	2,7
20-03_03	523,117	545,516	14,6	1,5
20-03_04	574,367	626,633	35,3	3,4
20-04_01	451,771	485,559	13,9	2,3
20-04_02	473,910	497,123	12,8	2,0
20-04_03	497,929	526,369	18,6	2,8
20-04_04	474,362	509,607	21,4	3,0
20-05_01	804,250	851,625	24,7	1,6
20-05_02	818,250	858,708	25,8	1,5
20-05_03	817,167	881,250	53,2	2,0
20-05_04	799,000	870,917	48,1	1,6
20-06_01	732,667	846,458	95,9	2,4

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	619,583	651,475	25,7	2,2
20-06_03	604,650	648,950	24,1	2,2
20-06_04	660,667	709,409	32,4	2,4
20-07_01	592,783	626,109	25,6	2,4
20-07_02	565,033	630,092	41,2	2,6
20-07_03	636,833	673,567	30,6	2,8
20-07_04	553,233	599,208	30,9	2,6
20-08_01	453,310	475,310	17,3	1,9
20-08_02	560,886	603,432	21,6	3,2
20-08_03	469,429	505,762	21,7	2,2
20-08_04	570,386	621,848	41,0	3,4
30-01_01	1065,250	1159,417	48,5	3,4
30-01_02	1191,833	1332,042	58,7	3,7
30-01_03	1022,917	1128,667	49,5	3,0
30-01_04	1153,750	1238,958	46,9	4,0
30-02_01	946,783	1042,091	40,9	6,5
30-02_02	913,267	995,425	55,7	6,2
30-02_03	938,983	1004,150	73,3	6,9
30-02_04	1047,500	1102,225	69,5	7,5
30-03_01	693,533	760,825	34,0	3,7
30-03_02	746,150	790,516	28,4	5,4
30-03_03	710,667	741,966	21,5	3,4
30-03_04	724,517	844,250	51,8	5,2
30-04_01	655,762	697,582	22,4	4,2
30-04_02	648,971	703,528	51,0	4,6
30-04_03	730,238	808,268	38,0	6,0
30-04_04	613,738	647,705	19,7	2,7
30-05_01	1132,083	1250,875	70,8	3,4
30-05_02	1023,167	1089,458	26,4	2,5
30-05_03	1091,583	1152,833	51,2	3,0
30-05_04	1135,750	1246,958	57,1	2,7
30-06_01	929,667	976,817	43,0	4,5
30-06_02	859,050	910,100	27,7	3,9
30-06_03	945,800	1018,150	61,8	5,1
30-06_04	993,700	1149,359	54,9	4,8
30-07_01	710,667	788,700	50,9	4,7
30-07_02	705,100	769,833	39,9	3,2
30-07_03	698,133	741,516	21,2	2,4
30-07_04	798,167	855,091	39,1	4,4
30-08_01	616,048	686,522	41,5	3,3
30-08_02	688,286	774,155	58,2	4,7
30-08_03	732,809	790,215	32,8	4,3
30-08_04	672,457	736,905	24,9	3,3
50-01_01	1684,250	1894,167	104,2	7,8
50-01_02	1624,917	1705,958	70,7	6,5
50-01_03	1676,083	1778,208	77,1	6,6
50-01_04	1660,000	1846,458	104,5	7,3
50-02_01	1400,983	1504,883	61,5	12,8
50-02_02	1299,700	1422,342	90,1	10,1
50-02_03	1299,433	1433,659	72,9	9,7
50-02_04	1364,700	1465,150	53,1	9,8
50-03_01	1322,867	1436,817	64,3	12,5
50-03_02	1178,433	1344,966	58,7	10,4
50-03_03	1133,583	1251,933	66,7	9,1
50-03_04	1083,883	1184,833	56,9	7,5

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	1017,179	1093,594	61,1	6,5
50-04_02	993,036	1055,608	34,2	6,8
50-04_03	907,952	973,336	32,7	4,6
50-04_04	926,072	999,718	35,9	4,9
50-05_01	1553,583	1688,208	54,1	5,3
50-05_02	1641,417	1847,375	123,8	6,4
50-05_03	1505,833	1556,333	36,9	3,9
50-05_04	1569,000	1705,292	58,5	6,9
50-06_01	1280,900	1460,383	76,7	8,3
50-06_02	1195,583	1282,825	37,8	4,6
50-06_03	1381,100	1467,075	64,0	8,5
50-06_04	1370,350	1540,258	127,0	9,1
50-07_01	1083,383	1138,534	31,5	5,7
50-07_02	1081,200	1229,242	83,1	5,3
50-07_03	1214,750	1295,125	42,6	7,2
50-07_04	1128,183	1192,783	52,8	6,5
50-08_01	922,719	1015,526	64,6	4,3
50-08_02	966,476	1018,276	33,4	5,4
50-08_03	926,010	969,646	24,0	4,2
50-08_04	886,838	938,562	33,1	3,9
100-01_01	2914,833	3395,083	290,3	20,1
100-01_02	2916,000	3203,417	131,5	13,9
100-01_03	2889,250	3139,042	157,6	13,8
100-01_04	3038,917	3311,083	153,5	17,4
100-02_01	2416,250	2668,907	138,6	23,3
100-02_02	2471,733	2856,125	195,9	25,8
100-02_03	2417,233	2547,208	129,7	19,2
100-02_04	2519,449	3067,824	205,1	32,3
100-03_01	1975,733	2110,349	112,8	16,4
100-03_02	2111,700	2290,075	120,9	20,5
100-03_03	2060,034	2319,266	153,3	24,7
100-03_04	1986,334	2252,659	118,6	17,7
100-04_01	1738,662	1935,952	96,3	14,5
100-04_02	1767,510	2111,024	165,5	18,6
100-04_03	1745,005	2063,166	127,8	18,2
100-04_04	1860,833	2045,211	103,2	16,3
100-05_01	3009,667	3158,042	103,8	13,2
100-05_02	2811,167	2950,833	95,7	11,2
100-05_03	2750,250	2876,375	67,0	12,3
100-05_04	2901,250	3108,208	117,4	12,2
100-06_01	2383,899	2518,775	77,1	15,2
100-06_02	2408,966	2607,992	104,5	16,7
100-06_03	2336,800	2476,807	73,1	13,8
100-06_04	2397,800	2674,350	111,9	20,2
100-07_01	1905,083	1946,800	37,1	9,6
100-07_02	1879,733	1930,250	57,4	10,6
100-07_03	1937,300	1999,466	41,7	10,4
100-07_04	1956,333	2158,958	116,9	13,8
100-08_01	1772,220	1846,590	58,6	12,4
100-08_02	1639,991	1718,055	48,8	10,9
100-08_03	1676,060	1799,407	69,3	11,9
100-08_04	1655,905	1751,143	43,3	10,4

Tabela 40 – Dados do Algoritmo QTA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	892,000	26,7	0,4
10-01_02	467,500	467,500	10,4	0,6
10-01_03	492,750	492,750	10,2	0,5
10-01_04	573,500	599,375	20,3	0,6
10-02_01	541,900	541,900	18,2	0,8
10-02_02	528,967	697,600	77,3	0,6
10-02_03	521,883	596,000	96,8	0,6
10-02_04	781,067	853,317	96,8	0,7
10-03_01	562,900	562,900	56,3	0,6
10-03_02	665,750	665,750	40,1	0,6
10-03_03	733,500	870,667	91,4	0,6
10-03_04	753,667	789,467	28,2	0,5
10-04_01	340,048	359,262	9,4	0,8
10-04_02	363,845	375,988	13,9	0,9
10-04_03	350,038	371,857	61,7	0,9
10-04_04	285,836	295,995	7,9	0,8
10-05_01	672,500	851,083	89,3	0,5
10-05_02	495,833	495,833	7,1	0,6
10-05_03	617,333	634,667	18,8	0,5
10-05_04	487,750	489,750	15,3	0,5
10-06_01	999,600	1143,933	37,1	0,5
10-06_02	447,233	471,500	36,8	0,8
10-06_03	446,400	509,133	60,9	0,8
10-06_04	475,450	518,300	8,3	0,5
10-07_01	647,633	689,100	40,3	0,7
10-07_02	418,467	418,467	24,0	0,6
10-07_03	305,433	305,533	0,7	0,7
10-07_04	340,167	340,167	6,5	0,7
10-08_01	366,714	370,714	28,5	1,2
10-08_02	453,767	453,767	64,6	0,8
10-08_03	363,595	365,048	1,8	0,8
10-08_04	956,190	1055,419	88,8	0,5
20-01_01	882,667	1000,125	62,0	1,9
20-01_02	789,667	839,000	24,1	1,8
20-01_03	710,333	752,458	24,9	1,1
20-01_04	667,250	716,458	21,6	0,8
20-02_01	684,417	768,333	58,8	3,1
20-02_02	611,117	651,050	35,3	2,7
20-02_03	601,983	627,917	11,4	1,8
20-02_04	642,400	733,141	50,0	2,9
20-03_01	512,100	555,492	17,9	2,4
20-03_02	521,767	562,167	26,4	2,8
20-03_03	522,117	546,383	14,5	1,5
20-03_04	577,167	620,475	40,0	3,4
20-04_01	457,010	490,159	27,8	2,5
20-04_02	477,814	493,328	10,9	2,2
20-04_03	506,214	533,893	15,6	3,3
20-04_04	481,143	509,014	21,5	3,0
20-05_01	786,583	833,875	33,9	1,6
20-05_02	804,750	868,625	72,2	1,5
20-05_03	811,167	877,125	49,3	2,0
20-05_04	765,917	861,625	51,9	1,6
20-06_01	741,500	833,867	58,1	2,8

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	608,017	648,042	21,4	2,2
20-06_03	600,800	647,775	33,9	2,2
20-06_04	663,783	716,208	22,9	2,6
20-07_01	595,450	619,316	17,2	2,6
20-07_02	565,033	629,767	30,9	2,9
20-07_03	633,400	668,583	19,5	3,1
20-07_04	553,233	577,850	27,1	2,7
20-08_01	454,000	474,904	33,7	1,9
20-08_02	558,600	598,160	17,2	3,1
20-08_03	448,321	490,370	29,1	2,0
20-08_04	571,286	622,243	32,2	3,3
30-01_01	1070,417	1142,917	48,4	3,8
30-01_02	1198,417	1318,583	48,6	4,5
30-01_03	1007,167	1152,500	50,6	3,8
30-01_04	1092,917	1218,458	56,5	4,1
30-02_01	952,500	1035,100	41,4	6,3
30-02_02	901,933	994,292	61,2	6,2
30-02_03	942,383	1023,433	53,3	6,5
30-02_04	1051,117	1119,500	42,8	8,3
30-03_01	704,033	750,317	33,2	3,4
30-03_02	715,433	799,900	46,9	5,7
30-03_03	690,467	744,700	25,6	3,9
30-03_04	750,267	825,550	60,4	5,2
30-04_01	654,976	699,447	26,8	4,4
30-04_02	661,876	708,784	30,9	5,3
30-04_03	759,786	797,703	29,1	6,3
30-04_04	611,214	647,688	26,0	2,6
30-05_01	1189,833	1256,917	51,9	3,6
30-05_02	1027,833	1086,083	29,3	2,7
30-05_03	1076,167	1137,083	43,7	3,5
30-05_04	1164,417	1246,000	50,3	3,2
30-06_01	915,650	984,300	35,2	4,2
30-06_02	861,150	905,042	39,7	3,6
30-06_03	942,600	1025,050	67,0	5,5
30-06_04	979,050	1126,425	64,4	5,3
30-07_01	715,350	780,958	42,3	4,2
30-07_02	717,283	777,575	27,1	3,5
30-07_03	710,483	739,100	19,9	2,5
30-07_04	801,267	853,192	36,9	4,8
30-08_01	629,286	684,629	35,9	3,5
30-08_02	683,643	777,101	64,7	4,7
30-08_03	734,726	795,375	34,9	4,2
30-08_04	679,886	731,414	33,7	3,9
50-01_01	1765,667	1951,333	127,7	8,4
50-01_02	1631,000	1720,875	84,0	6,8
50-01_03	1612,417	1766,125	58,5	6,4
50-01_04	1645,333	1818,833	74,7	7,4
50-02_01	1351,950	1525,150	81,4	11,6
50-02_02	1268,750	1471,933	80,3	10,6
50-02_03	1279,067	1425,809	70,2	9,5
50-02_04	1305,867	1420,542	69,0	8,0
50-03_01	1261,933	1403,233	97,5	10,4
50-03_02	1244,700	1334,708	61,0	11,5
50-03_03	1157,117	1294,001	71,9	10,3
50-03_04	1097,567	1207,383	45,4	7,7

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	992,988	1110,482	47,1	7,4
50-04_02	976,179	1052,512	34,7	6,7
50-04_03	907,390	968,079	37,2	4,4
50-04_04	937,893	999,045	33,4	5,7
50-05_01	1619,333	1684,833	38,4	5,7
50-05_02	1682,417	1854,667	90,1	6,8
50-05_03	1530,000	1578,000	39,1	4,1
50-05_04	1577,833	1695,458	75,6	6,2
50-06_01	1296,400	1411,867	66,5	8,5
50-06_02	1216,167	1281,250	33,0	4,2
50-06_03	1367,950	1455,275	68,0	8,7
50-06_04	1402,350	1549,258	103,8	10,3
50-07_01	1069,800	1151,817	39,9	5,4
50-07_02	1077,867	1176,466	65,6	5,3
50-07_03	1161,700	1251,975	42,2	8,0
50-07_04	1090,400	1200,150	54,6	6,8
50-08_01	954,548	1053,246	62,0	5,2
50-08_02	962,762	1035,499	30,9	5,2
50-08_03	930,543	967,035	42,9	4,3
50-08_04	884,290	919,285	35,2	3,7
100-01_01	3053,167	3419,958	210,1	23,4
100-01_02	2933,750	3176,833	146,5	15,1
100-01_03	2921,917	3151,958	147,4	13,9
100-01_04	3134,000	3346,375	137,3	18,0
100-02_01	2455,600	2745,016	114,4	23,0
100-02_02	2559,500	2792,766	249,9	28,4
100-02_03	2430,166	2576,908	105,9	19,4
100-02_04	2501,100	3009,583	199,3	35,2
100-03_01	2018,917	2160,216	117,2	18,2
100-03_02	2053,500	2369,083	188,7	26,0
100-03_03	2019,600	2256,083	157,6	19,6
100-03_04	1944,200	2158,091	134,2	16,9
100-04_01	1726,315	1912,621	104,2	15,9
100-04_02	1845,143	2077,959	140,1	19,4
100-04_03	1844,667	2062,502	113,1	19,4
100-04_04	1808,100	2050,460	134,4	19,2
100-05_01	3025,167	3162,792	87,6	12,4
100-05_02	2852,333	3015,625	79,6	12,4
100-05_03	2802,750	2875,458	74,3	12,1
100-05_04	2843,750	3118,042	105,4	13,9
100-06_01	2345,966	2487,725	76,2	15,8
100-06_02	2415,833	2563,641	92,8	17,5
100-06_03	2312,550	2495,667	88,0	13,5
100-06_04	2453,783	2649,491	148,9	18,9
100-07_01	1894,033	1958,266	31,4	9,6
100-07_02	1855,166	1950,275	80,2	10,6
100-07_03	1936,984	1994,367	37,2	11,1
100-07_04	1971,500	2176,691	86,6	12,2
100-08_01	1718,076	1842,512	60,1	12,7
100-08_02	1638,315	1724,736	64,1	10,0
100-08_03	1691,076	1803,470	70,9	10,8
100-08_04	1654,045	1741,077	51,2	9,6

Tabela 41 – Dados do Algoritmo TMA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	24,2	0,3
10-01_02	467,500	467,500	0,2	0,6
10-01_03	492,750	492,750	3,6	0,4
10-01_04	573,500	573,500	16,9	0,4
10-02_01	541,900	541,900	8,9	0,7
10-02_02	528,967	694,909	86,5	0,5
10-02_03	521,883	596,000	45,3	0,6
10-02_04	781,067	781,067	80,6	0,5
10-03_01	562,900	677,283	58,2	0,6
10-03_02	665,750	665,750	24,8	0,5
10-03_03	733,500	733,500	52,4	0,6
10-03_04	753,667	789,033	32,5	0,5
10-04_01	340,048	340,190	9,0	0,8
10-04_02	363,845	363,845	9,3	0,8
10-04_03	350,038	354,095	26,7	0,9
10-04_04	285,836	288,838	5,4	0,9
10-05_01	672,500	672,500	88,2	0,6
10-05_02	495,833	495,833	6,1	0,5
10-05_03	616,417	634,667	18,0	0,5
10-05_04	487,750	487,750	1,8	0,4
10-06_01	999,600	1143,933	52,3	0,4
10-06_02	446,750	447,233	12,6	0,8
10-06_03	446,400	494,400	28,7	0,7
10-06_04	446,350	518,300	26,4	0,5
10-07_01	647,633	680,033	25,6	0,7
10-07_02	418,467	418,467	4,4	0,5
10-07_03	305,433	305,433	0,1	0,6
10-07_04	340,167	340,167	0,0	0,4
10-08_01	361,429	370,714	14,6	1,2
10-08_02	453,767	453,767	25,0	0,6
10-08_03	363,595	363,595	0,7	0,8
10-08_04	956,190	1028,048	66,2	0,5
20-01_01	896,333	939,417	43,7	1,5
20-01_02	783,917	820,792	25,9	1,9
20-01_03	704,000	725,708	15,5	1,1
20-01_04	674,000	701,542	14,2	0,6
20-02_01	646,000	757,625	59,6	2,9
20-02_02	608,700	626,125	24,0	2,2
20-02_03	576,950	601,350	10,8	1,9
20-02_04	641,900	685,375	55,4	2,8
20-03_01	500,167	522,141	14,9	2,3
20-03_02	506,350	535,859	21,4	2,7
20-03_03	524,750	539,417	10,7	1,9
20-03_04	568,000	595,466	19,5	3,7
20-04_01	455,060	465,760	8,4	2,2
20-04_02	471,410	487,353	8,9	2,5
20-04_03	499,171	515,373	10,6	3,2
20-04_04	472,476	487,441	7,1	3,1
20-05_01	770,667	804,375	20,0	1,7
20-05_02	784,500	817,125	43,1	1,5
20-05_03	775,417	837,208	33,3	2,0
20-05_04	748,417	823,667	33,0	1,8
20-06_01	711,100	797,583	45,5	2,3

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	602,467	619,767	11,6	2,3
20-06_03	600,767	617,425	17,2	2,3
20-06_04	631,017	685,616	22,1	3,3
20-07_01	581,383	606,258	15,0	2,8
20-07_02	574,533	599,966	22,9	3,7
20-07_03	613,200	641,616	16,4	3,2
20-07_04	539,400	566,117	16,2	2,9
20-08_01	451,143	465,976	11,4	2,3
20-08_02	560,600	585,818	16,6	3,8
20-08_03	450,607	468,393	14,2	2,3
20-08_04	551,690	586,012	20,0	3,2
30-01_01	1055,750	1084,333	22,6	3,8
30-01_02	1169,167	1234,583	45,2	4,1
30-01_03	1000,167	1064,167	27,9	3,0
30-01_04	1090,083	1143,125	29,0	3,5
30-02_01	863,317	936,784	54,0	5,8
30-02_02	845,617	913,700	49,3	6,8
30-02_03	877,433	928,975	32,9	6,2
30-02_04	996,100	1052,767	47,5	9,0
30-03_01	693,600	721,883	17,7	3,7
30-03_02	700,733	749,941	25,4	5,1
30-03_03	702,667	721,833	15,2	3,9
30-03_04	714,600	761,684	31,6	4,8
30-04_01	639,190	668,154	19,4	5,1
30-04_02	641,395	665,978	13,3	4,7
30-04_03	714,571	749,869	20,8	6,5
30-04_04	608,786	631,827	11,7	3,4
30-05_01	1137,917	1195,375	36,7	3,5
30-05_02	1003,333	1043,708	22,3	2,4
30-05_03	1038,583	1099,292	34,6	2,8
30-05_04	1073,083	1166,000	41,4	3,4
30-06_01	862,200	935,200	40,4	5,1
30-06_02	828,200	861,400	20,4	4,0
30-06_03	905,000	944,542	32,7	7,1
30-06_04	958,250	1003,750	42,9	7,1
30-07_01	707,000	754,859	35,8	4,7
30-07_02	711,017	738,909	19,7	4,0
30-07_03	699,900	719,958	11,5	3,3
30-07_04	756,267	812,575	33,5	5,3
30-08_01	621,119	641,974	19,5	3,4
30-08_02	667,214	701,583	23,4	4,5
30-08_03	704,452	750,387	33,5	4,7
30-08_04	687,629	715,832	17,5	3,7
50-01_01	1633,500	1692,583	41,9	8,1
50-01_02	1540,333	1610,583	37,4	5,9
50-01_03	1602,500	1631,292	28,6	6,0
50-01_04	1569,083	1669,333	51,2	7,3
50-02_01	1309,167	1408,475	66,7	10,7
50-02_02	1266,634	1331,383	30,6	8,3
50-02_03	1268,050	1321,950	44,2	9,2
50-02_04	1265,050	1338,267	39,2	7,8
50-03_01	1194,050	1268,383	58,1	12,1
50-03_02	1166,167	1218,716	35,2	11,7
50-03_03	1114,483	1166,633	39,0	10,0
50-03_04	1058,433	1116,966	30,9	7,5

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	918,324	997,048	32,4	6,7
50-04_02	939,988	993,024	27,7	7,2
50-04_03	906,986	942,110	21,4	5,2
50-04_04	933,619	976,955	23,9	6,1
50-05_01	1541,417	1630,083	41,8	6,7
50-05_02	1507,750	1593,542	101,2	7,3
50-05_03	1513,167	1539,042	18,4	4,4
50-05_04	1541,500	1589,042	27,7	6,7
50-06_01	1250,850	1329,816	57,5	10,2
50-06_02	1209,933	1258,316	25,0	6,0
50-06_03	1289,250	1371,233	59,7	9,6
50-06_04	1292,783	1391,250	54,2	12,8
50-07_01	1079,200	1114,441	22,8	7,6
50-07_02	1059,367	1171,466	53,1	6,6
50-07_03	1105,817	1188,875	43,5	8,5
50-07_04	1085,000	1149,084	41,7	8,8
50-08_01	937,262	1018,911	39,6	4,7
50-08_02	939,745	1003,595	28,3	6,2
50-08_03	927,833	969,352	20,8	5,1
50-08_04	874,774	906,866	21,7	5,2
100-01_01	2943,083	3098,000	79,2	28,5
100-01_02	2872,083	2963,958	49,7	18,0
100-01_03	2805,000	2946,875	103,9	16,2
100-01_04	2958,333	3081,125	67,8	23,1
100-02_01	2375,300	2484,191	66,5	23,0
100-02_02	2432,116	2598,575	90,0	32,3
100-02_03	2310,683	2417,409	62,6	20,9
100-02_04	2496,649	2636,500	100,8	36,9
100-03_01	1963,867	2069,100	78,5	22,8
100-03_02	1977,266	2128,984	93,4	23,0
100-03_03	1974,184	2131,375	83,9	23,6
100-03_04	1966,067	2132,867	91,5	19,6
100-04_01	1708,262	1812,389	60,2	17,1
100-04_02	1819,374	1952,691	77,8	21,5
100-04_03	1785,072	1932,832	87,3	21,3
100-04_04	1756,191	1910,093	91,0	22,0
100-05_01	2872,833	3008,875	80,7	19,5
100-05_02	2830,583	2903,083	56,7	14,8
100-05_03	2758,250	2805,875	26,2	15,8
100-05_04	2807,250	2905,750	50,8	21,3
100-06_01	2323,950	2409,125	52,9	21,4
100-06_02	2357,199	2459,925	70,5	24,1
100-06_03	2311,100	2389,184	49,2	22,9
100-06_04	2401,933	2510,966	77,5	28,1
100-07_01	1884,300	1937,533	27,8	10,2
100-07_02	1869,133	1922,017	60,5	13,6
100-07_03	1882,750	1963,166	32,5	14,7
100-07_04	1925,067	2104,725	92,8	17,7
100-08_01	1710,239	1799,943	39,5	12,1
100-08_02	1624,538	1705,279	40,8	12,1
100-08_03	1644,619	1767,592	50,9	16,0
100-08_04	1639,726	1730,191	37,4	10,5

Tabela 42 – Dados do Algoritmo QTMA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	15,7	0,3
10-01_02	467,500	467,500	0,3	0,6
10-01_03	492,750	492,750	0,0	0,4
10-01_04	573,500	573,500	18,2	0,5
10-02_01	541,900	541,900	9,6	0,7
10-02_02	528,967	561,600	80,1	0,5
10-02_03	521,883	596,000	82,3	0,6
10-02_04	781,067	781,067	77,3	0,6
10-03_01	562,900	667,266	59,2	0,6
10-03_02	665,750	665,750	29,8	0,5
10-03_03	733,500	786,042	63,5	0,5
10-03_04	753,667	789,033	29,9	0,4
10-04_01	340,048	349,584	10,4	0,8
10-04_02	363,845	363,845	11,0	1,0
10-04_03	350,038	350,038	17,1	1,0
10-04_04	285,836	288,838	6,1	0,9
10-05_01	672,500	672,500	93,5	0,5
10-05_02	495,833	495,833	4,5	0,5
10-05_03	617,333	634,667	14,8	0,6
10-05_04	487,750	487,750	5,4	0,4
10-06_01	999,600	1143,933	61,8	0,3
10-06_02	446,750	471,500	29,0	0,8
10-06_03	446,400	494,400	41,3	0,7
10-06_04	446,350	518,300	17,2	0,5
10-07_01	647,633	654,067	17,4	0,8
10-07_02	418,467	418,467	4,4	0,5
10-07_03	305,433	305,433	0,1	0,6
10-07_04	340,167	340,167	0,0	0,4
10-08_01	361,429	370,714	20,6	1,2
10-08_02	453,767	453,767	41,7	0,6
10-08_03	363,595	363,595	0,6	0,8
10-08_04	956,190	1028,048	70,9	0,5
20-01_01	896,667	953,667	47,0	1,4
20-01_02	788,583	815,625	19,9	1,7
20-01_03	700,333	730,917	14,7	1,1
20-01_04	664,500	699,000	12,6	0,6
20-02_01	632,067	725,058	45,8	2,9
20-02_02	590,717	623,375	17,9	2,4
20-02_03	579,400	600,175	12,2	2,0
20-02_04	634,650	664,625	57,8	3,0
20-03_01	503,000	519,750	11,3	2,1
20-03_02	512,017	532,175	25,9	2,6
20-03_03	518,283	539,500	10,6	1,8
20-03_04	573,067	598,325	25,9	3,1
20-04_01	452,057	469,070	10,0	2,1
20-04_02	467,886	485,965	7,2	2,4
20-04_03	496,381	519,178	10,9	3,0
20-04_04	464,262	486,062	9,8	2,7
20-05_01	768,167	797,458	22,8	1,6
20-05_02	791,500	820,125	20,1	1,4
20-05_03	799,750	826,458	25,8	2,0
20-05_04	767,417	816,750	31,8	1,6
20-06_01	697,967	766,075	48,5	2,6

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	598,667	624,525	18,6	2,2
20-06_03	601,200	620,600	14,1	2,3
20-06_04	644,400	688,083	31,5	2,7
20-07_01	573,200	594,083	11,8	2,8
20-07_02	565,033	597,800	23,8	3,4
20-07_03	608,167	641,383	18,0	3,2
20-07_04	540,233	567,175	14,8	2,7
20-08_01	451,143	465,842	13,8	2,2
20-08_02	557,743	588,057	14,3	3,0
20-08_03	444,321	470,310	14,1	2,4
20-08_04	548,857	586,034	18,6	3,6
30-01_01	1027,500	1081,917	24,9	3,6
30-01_02	1158,667	1226,083	37,2	4,3
30-01_03	1004,167	1072,833	29,9	2,5
30-01_04	1091,500	1138,500	24,8	3,1
30-02_01	888,533	938,716	32,6	6,7
30-02_02	865,217	916,159	29,6	6,3
30-02_03	893,533	931,042	38,0	6,8
30-02_04	988,100	1033,025	36,0	8,8
30-03_01	690,250	727,500	12,8	3,5
30-03_02	718,800	741,042	23,6	5,1
30-03_03	697,300	727,884	16,6	3,8
30-03_04	733,767	765,759	22,7	5,1
30-04_01	649,762	669,266	13,4	4,8
30-04_02	617,829	663,539	24,1	4,5
30-04_03	712,786	743,048	21,3	5,9
30-04_04	593,571	625,577	13,5	3,2
30-05_01	1125,917	1178,958	43,9	3,1
30-05_02	1016,750	1045,500	18,0	2,4
30-05_03	1050,833	1083,917	24,8	3,4
30-05_04	1097,083	1159,208	46,8	3,0
30-06_01	881,033	930,792	24,7	5,2
30-06_02	832,500	871,425	25,7	4,4
30-06_03	888,600	945,266	35,0	6,5
30-06_04	967,833	1020,141	45,4	6,8
30-07_01	691,017	749,766	36,4	4,8
30-07_02	702,733	738,225	16,3	3,9
30-07_03	701,033	722,425	15,6	3,0
30-07_04	741,233	817,875	31,8	5,3
30-08_01	621,333	648,036	18,9	3,4
30-08_02	675,345	706,619	30,9	4,2
30-08_03	702,429	756,050	29,7	4,7
30-08_04	679,743	708,076	15,0	3,9
50-01_01	1604,667	1699,250	34,5	7,7
50-01_02	1557,583	1624,042	35,4	5,6
50-01_03	1573,917	1643,500	32,3	6,1
50-01_04	1569,417	1661,500	48,6	6,5
50-02_01	1290,917	1398,133	57,5	10,4
50-02_02	1269,450	1333,450	32,3	7,4
50-02_03	1285,050	1325,608	27,5	8,8
50-02_04	1277,533	1349,742	38,3	8,0
50-03_01	1202,084	1279,333	72,0	12,6
50-03_02	1153,400	1207,716	45,7	9,8
50-03_03	1090,417	1172,758	42,6	9,1
50-03_04	1068,033	1124,233	32,2	9,1

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	936,300	994,859	36,0	6,5
50-04_02	947,797	979,726	23,6	7,1
50-04_03	901,214	939,098	17,2	5,1
50-04_04	923,167	963,390	19,4	6,8
50-05_01	1546,083	1611,958	39,2	7,1
50-05_02	1516,417	1593,958	83,2	6,7
50-05_03	1493,583	1548,125	24,9	4,2
50-05_04	1559,750	1601,833	29,7	6,4
50-06_01	1249,250	1317,150	66,0	8,4
50-06_02	1214,133	1251,292	16,8	6,2
50-06_03	1298,950	1379,925	44,0	9,4
50-06_04	1300,083	1372,825	45,5	11,3
50-07_01	1045,833	1103,700	18,8	6,8
50-07_02	1095,367	1151,883	50,9	6,8
50-07_03	1112,833	1185,750	53,9	7,8
50-07_04	1067,667	1135,367	31,2	8,3
50-08_01	937,290	998,804	34,8	5,6
50-08_02	952,929	996,256	30,2	6,4
50-08_03	927,605	949,626	22,1	5,2
50-08_04	882,012	896,838	18,9	5,2
100-01_01	2936,333	3087,208	132,8	24,9
100-01_02	2870,250	2978,583	74,2	16,5
100-01_03	2861,167	2963,500	60,2	16,3
100-01_04	2945,083	3052,333	60,7	22,1
100-02_01	2380,650	2504,891	62,7	22,5
100-02_02	2460,950	2593,874	105,1	33,3
100-02_03	2279,533	2429,408	74,8	20,9
100-02_04	2452,750	2656,758	109,7	34,2
100-03_01	1969,933	2079,716	62,2	21,2
100-03_02	1945,167	2137,617	111,8	23,4
100-03_03	1997,616	2081,800	73,1	25,1
100-03_04	2018,733	2113,950	52,8	19,3
100-04_01	1740,079	1864,988	72,3	17,2
100-04_02	1820,964	1916,597	75,5	21,1
100-04_03	1783,798	1909,844	85,8	18,7
100-04_04	1832,893	1950,503	69,9	23,8
100-05_01	2891,667	2996,792	81,8	20,0
100-05_02	2809,083	2920,001	42,1	15,9
100-05_03	2724,500	2786,125	32,3	15,3
100-05_04	2799,500	2929,583	59,4	19,4
100-06_01	2302,050	2378,725	51,0	18,9
100-06_02	2362,550	2444,958	72,4	25,4
100-06_03	2318,300	2379,559	45,0	19,2
100-06_04	2413,800	2481,508	44,9	30,4
100-07_01	1885,683	1950,208	34,3	10,4
100-07_02	1862,166	1925,433	35,2	14,9
100-07_03	1885,767	1961,250	33,1	15,0
100-07_04	1971,750	2099,091	75,4	19,3
100-08_01	1729,076	1792,441	46,7	13,1
100-08_02	1639,829	1701,140	32,5	12,0
100-08_03	1681,905	1769,667	51,9	14,1
100-08_04	1631,214	1718,717	30,0	11,9

Tabela 43 – Dados do Algoritmo HMA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	25,8	0,3
10-01_02	467,500	467,500	0,3	0,7
10-01_03	492,750	492,750	0,0	0,4
10-01_04	573,500	573,500	28,3	0,5
10-02_01	541,900	541,900	11,0	0,7
10-02_02	528,967	697,600	71,8	0,6
10-02_03	521,883	596,000	101,2	0,7
10-02_04	781,067	781,067	82,0	0,6
10-03_01	562,900	657,250	56,2	0,7
10-03_02	665,750	665,750	29,8	0,6
10-03_03	733,500	788,250	88,3	0,6
10-03_04	753,667	789,033	33,9	0,5
10-04_01	340,048	359,262	9,6	0,7
10-04_02	363,845	363,845	6,6	0,9
10-04_03	350,038	350,038	13,8	0,9
10-04_04	285,836	289,038	6,2	0,9
10-05_01	672,500	672,500	85,2	0,5
10-05_02	495,833	495,833	5,0	0,5
10-05_03	616,417	648,167	19,4	0,5
10-05_04	487,750	487,750	1,2	0,5
10-06_01	999,600	1143,933	36,3	0,4
10-06_02	446,750	446,750	15,8	0,8
10-06_03	446,400	484,800	39,6	0,7
10-06_04	475,450	518,300	10,9	0,5
10-07_01	605,167	647,633	23,3	0,9
10-07_02	418,467	418,467	3,7	0,5
10-07_03	305,433	305,433	0,1	0,8
10-07_04	340,167	340,167	0,0	0,6
10-08_01	361,429	370,714	15,8	1,2
10-08_02	453,767	453,767	0,0	0,5
10-08_03	363,595	363,595	0,6	0,9
10-08_04	956,190	1028,048	44,3	0,5
20-01_01	897,583	933,583	42,3	1,6
20-01_02	779,417	808,667	22,5	1,8
20-01_03	700,083	722,458	13,5	1,2
20-01_04	674,500	699,667	10,4	0,6
20-02_01	633,067	722,441	49,0	3,2
20-02_02	603,633	623,292	18,2	2,3
20-02_03	566,450	601,500	12,9	2,0
20-02_04	622,833	664,125	47,6	3,2
20-03_01	495,833	524,392	15,0	2,4
20-03_02	510,683	523,133	8,8	2,4
20-03_03	518,283	540,250	11,4	2,0
20-03_04	557,167	590,150	26,4	3,4
20-04_01	454,238	466,654	7,8	2,2
20-04_02	463,314	479,990	8,1	2,4
20-04_03	496,000	517,572	7,9	3,2
20-04_04	470,000	482,309	9,3	2,9
20-05_01	768,167	806,958	26,8	1,6
20-05_02	783,750	812,583	19,4	1,5
20-05_03	793,917	844,333	30,7	2,0
20-05_04	755,917	809,667	40,1	1,6
20-06_01	718,467	794,466	41,0	2,7

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	605,200	626,659	10,7	2,3
20-06_03	605,400	616,550	14,5	2,2
20-06_04	666,433	690,825	15,4	3,0
20-07_01	579,700	600,417	17,1	3,3
20-07_02	565,033	607,950	20,1	3,4
20-07_03	606,033	635,917	14,4	3,4
20-07_04	539,400	565,975	15,2	3,1
20-08_01	447,929	459,843	13,4	2,3
20-08_02	562,886	587,176	11,8	3,9
20-08_03	446,607	467,089	12,4	2,3
20-08_04	554,000	587,607	20,5	3,7
30-01_01	1033,417	1099,292	29,0	3,6
30-01_02	1187,833	1229,000	30,5	4,3
30-01_03	1018,167	1066,500	30,7	2,9
30-01_04	1083,167	1154,625	28,4	3,6
30-02_01	890,750	943,116	36,2	7,1
30-02_02	869,317	909,875	32,7	6,9
30-02_03	887,683	935,067	31,8	6,8
30-02_04	990,400	1043,109	31,7	8,7
30-03_01	693,333	724,050	15,7	3,4
30-03_02	714,667	736,984	26,8	5,6
30-03_03	683,467	727,616	16,8	4,0
30-03_04	724,800	765,750	18,0	5,7
30-04_01	642,152	670,341	15,5	5,2
30-04_02	608,190	661,672	18,7	5,1
30-04_03	716,571	743,041	19,9	6,9
30-04_04	595,800	621,953	12,2	2,9
30-05_01	1133,167	1183,958	42,1	3,1
30-05_02	990,917	1049,708	20,5	2,5
30-05_03	1048,833	1085,458	24,8	3,2
30-05_04	1085,333	1146,667	44,2	3,6
30-06_01	877,750	923,975	31,6	5,4
30-06_02	837,600	873,608	24,9	4,5
30-06_03	909,267	953,850	28,3	6,4
30-06_04	969,100	1025,000	41,2	7,3
30-07_01	703,417	736,217	24,3	5,6
30-07_02	702,267	739,992	16,1	3,5
30-07_03	693,300	718,466	13,6	3,0
30-07_04	762,200	812,550	33,9	5,5
30-08_01	621,119	647,600	17,6	3,3
30-08_02	678,952	712,476	28,1	5,7
30-08_03	713,000	754,607	32,3	5,2
30-08_04	678,314	704,671	13,4	4,5
50-01_01	1637,000	1715,375	40,3	8,3
50-01_02	1577,583	1626,500	37,4	5,8
50-01_03	1580,417	1649,500	37,1	6,1
50-01_04	1612,417	1671,167	38,2	7,1
50-02_01	1319,417	1391,325	34,4	9,8
50-02_02	1258,800	1344,966	43,8	7,8
50-02_03	1283,617	1338,900	27,2	8,7
50-02_04	1302,500	1362,475	39,0	8,0
50-03_01	1237,500	1278,392	41,8	14,1
50-03_02	1169,800	1231,550	41,7	11,3
50-03_03	1097,350	1190,275	42,8	9,4
50-03_04	1087,000	1120,666	25,8	7,5

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	950,609	1008,883	26,4	7,6
50-04_02	953,559	994,221	28,3	7,0
50-04_03	907,200	950,961	18,5	5,4
50-04_04	928,357	976,099	26,9	6,5
50-05_01	1510,083	1633,375	40,1	6,1
50-05_02	1521,000	1613,000	72,5	7,4
50-05_03	1505,500	1556,875	29,0	4,0
50-05_04	1546,583	1616,542	31,6	6,2
50-06_01	1269,700	1346,300	48,3	9,5
50-06_02	1228,733	1262,650	20,3	5,0
50-06_03	1278,616	1367,225	41,1	8,1
50-06_04	1339,500	1390,575	48,2	11,5
50-07_01	1075,617	1111,800	23,3	6,1
50-07_02	1119,133	1154,042	34,2	6,5
50-07_03	1143,700	1186,792	44,6	8,4
50-07_04	1103,467	1143,133	24,1	8,9
50-08_01	945,536	994,629	33,2	5,5
50-08_02	945,995	1008,831	28,7	7,4
50-08_03	934,267	967,293	17,9	6,0
50-08_04	881,552	917,853	22,0	4,8
100-01_01	2914,750	3073,667	92,0	28,0
100-01_02	2936,417	3000,250	50,6	18,8
100-01_03	2838,583	2959,833	83,7	15,3
100-01_04	2957,333	3063,750	64,9	22,9
100-02_01	2415,483	2534,516	74,6	23,4
100-02_02	2470,733	2675,525	120,2	34,3
100-02_03	2304,733	2436,550	63,8	18,4
100-02_04	2475,000	2645,824	97,0	38,6
100-03_01	1956,300	2062,583	75,4	20,8
100-03_02	1961,300	2189,458	114,0	21,0
100-03_03	2024,534	2134,642	83,7	23,7
100-03_04	1953,034	2093,175	54,3	20,0
100-04_01	1754,886	1869,950	68,5	17,8
100-04_02	1778,281	1935,934	95,4	21,9
100-04_03	1794,974	1903,869	91,3	20,8
100-04_04	1778,829	1921,274	90,6	23,1
100-05_01	2908,333	3023,000	70,6	19,1
100-05_02	2843,750	2919,292	50,4	16,3
100-05_03	2754,250	2816,583	44,6	15,0
100-05_04	2848,500	2921,250	41,8	19,0
100-06_01	2311,533	2413,534	47,4	19,8
100-06_02	2349,700	2452,325	64,5	21,9
100-06_03	2305,566	2373,550	56,0	18,4
100-06_04	2373,733	2505,358	73,7	27,8
100-07_01	1878,266	1946,716	34,7	13,4
100-07_02	1860,333	1928,784	38,4	14,2
100-07_03	1918,083	1970,233	27,6	12,5
100-07_04	1967,267	2133,309	81,3	18,0
100-08_01	1718,286	1783,941	31,9	14,5
100-08_02	1626,996	1704,398	42,1	13,1
100-08_03	1642,583	1768,805	53,3	14,7
100-08_04	1655,631	1732,560	36,7	14,0

Tabela 44 – Dados do Algoritmo QHMA.

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
10-01_01	879,750	879,750	25,4	0,3
10-01_02	467,500	467,500	0,3	0,7
10-01_03	492,750	492,750	0,0	0,5
10-01_04	573,500	573,500	21,7	0,5
10-02_01	541,900	541,900	11,5	0,7
10-02_02	528,967	688,425	87,8	0,6
10-02_03	521,883	596,000	85,0	0,7
10-02_04	781,067	781,067	85,4	0,6
10-03_01	562,900	665,933	58,0	0,7
10-03_02	665,750	665,750	32,5	0,5
10-03_03	733,500	786,042	61,1	0,6
10-03_04	753,667	771,350	32,8	0,6
10-04_01	340,048	340,190	10,4	0,7
10-04_02	363,845	363,845	3,1	0,9
10-04_03	350,038	350,038	21,6	1,0
10-04_04	285,836	288,838	6,6	1,0
10-05_01	672,500	672,500	73,9	0,6
10-05_02	495,833	495,833	26,8	0,5
10-05_03	616,417	634,667	17,5	0,5
10-05_04	487,750	487,750	1,0	0,7
10-06_01	1116,800	1143,933	27,4	0,4
10-06_02	446,750	459,375	26,3	0,9
10-06_03	446,400	494,400	36,5	0,8
10-06_04	446,350	518,300	28,1	0,5
10-07_01	647,633	660,500	16,7	0,9
10-07_02	418,467	418,467	0,0	0,5
10-07_03	305,433	305,633	0,1	0,9
10-07_04	340,167	340,167	7,9	1,0
10-08_01	361,429	370,714	22,1	1,3
10-08_02	453,767	453,767	0,0	0,6
10-08_03	363,595	363,595	0,6	0,9
10-08_04	956,190	1028,048	68,2	0,5
20-01_01	900,667	939,875	40,3	1,8
20-01_02	785,250	802,958	16,8	2,0
20-01_03	693,833	715,167	12,4	1,6
20-01_04	670,500	695,750	12,0	0,8
20-02_01	653,317	712,083	49,5	3,3
20-02_02	607,033	622,250	14,0	2,9
20-02_03	566,450	593,191	10,6	2,6
20-02_04	629,000	663,050	45,0	4,5
20-03_01	495,833	518,866	12,2	2,9
20-03_02	505,967	517,992	14,5	3,4
20-03_03	520,617	535,817	9,4	2,9
20-03_04	565,000	587,966	18,1	4,2
20-04_01	447,629	464,195	7,0	2,9
20-04_02	467,029	481,734	9,4	3,0
20-04_03	497,524	512,862	9,3	4,2
20-04_04	466,629	480,857	7,7	3,7
20-05_01	776,167	791,250	19,8	2,0
20-05_02	787,750	817,250	23,4	1,7
20-05_03	797,167	833,000	33,2	2,5
20-05_04	752,167	818,042	39,1	1,9
20-06_01	728,900	800,225	46,4	3,0

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
20-06_02	598,667	620,058	11,8	2,9
20-06_03	584,533	616,800	12,5	2,5
20-06_04	658,217	697,567	23,1	2,9
20-07_01	576,850	599,466	17,5	3,3
20-07_02	579,133	606,875	19,5	4,5
20-07_03	614,833	641,034	14,1	3,5
20-07_04	544,233	559,542	9,4	3,8
20-08_01	447,929	457,343	9,8	3,2
20-08_02	562,171	589,728	14,6	4,1
20-08_03	451,179	465,750	22,3	3,0
20-08_04	553,690	579,864	23,7	4,3
30-01_01	1039,000	1078,208	22,1	4,4
30-01_02	1155,250	1232,292	40,7	4,9
30-01_03	1010,167	1065,083	26,0	3,8
30-01_04	1081,667	1143,375	32,4	4,4
30-02_01	883,217	946,758	51,5	7,9
30-02_02	881,783	915,542	36,3	8,6
30-02_03	901,933	944,167	44,4	8,2
30-02_04	993,200	1061,950	37,9	10,3
30-03_01	701,000	725,467	11,6	4,6
30-03_02	691,000	727,034	17,0	7,1
30-03_03	694,600	726,133	14,3	4,6
30-03_04	732,367	761,575	24,1	6,5
30-04_01	631,376	668,292	15,5	5,7
30-04_02	624,448	648,234	15,1	6,6
30-04_03	707,810	746,036	18,8	8,6
30-04_04	611,250	627,587	8,0	4,1
30-05_01	1114,833	1194,333	41,0	3,7
30-05_02	999,083	1049,958	18,6	3,3
30-05_03	1049,833	1086,750	25,1	3,9
30-05_04	1093,667	1169,792	37,2	4,0
30-06_01	877,533	930,116	22,0	6,0
30-06_02	849,950	874,400	14,9	5,6
30-06_03	902,350	981,625	44,4	7,5
30-06_04	974,550	1041,125	45,3	6,8
30-07_01	696,783	748,167	28,5	6,2
30-07_02	702,300	744,708	19,1	4,1
30-07_03	700,517	718,134	10,7	3,7
30-07_04	763,667	814,650	34,9	6,8
30-08_01	622,571	657,945	14,6	3,9
30-08_02	680,905	710,524	22,2	6,5
30-08_03	689,195	751,393	24,9	6,5
30-08_04	680,029	715,914	18,3	4,6
50-01_01	1623,167	1714,875	67,8	10,5
50-01_02	1577,500	1646,458	29,4	8,0
50-01_03	1619,583	1646,333	24,8	7,9
50-01_04	1610,667	1667,958	27,1	9,1
50-02_01	1345,617	1415,942	35,3	13,0
50-02_02	1274,350	1367,333	51,2	8,9
50-02_03	1288,750	1342,950	27,5	11,2
50-02_04	1288,567	1371,600	46,9	9,0
50-03_01	1233,033	1322,900	49,0	16,0
50-03_02	1182,250	1239,892	45,1	13,8
50-03_03	1116,250	1195,383	33,1	12,2
50-03_04	1091,333	1135,734	23,3	9,1

Instância	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo Médio (s)
50-04_01	952,205	999,031	23,7	8,8
50-04_02	945,940	996,135	21,8	8,5
50-04_03	916,962	947,376	17,4	6,8
50-04_04	917,452	976,190	26,4	7,6
50-05_01	1553,833	1637,292	40,0	7,4
50-05_02	1546,583	1632,375	72,2	8,1
50-05_03	1494,333	1572,167	34,6	4,7
50-05_04	1548,917	1624,042	37,6	7,7
50-06_01	1274,250	1365,067	57,8	9,7
50-06_02	1218,434	1267,691	23,7	6,2
50-06_03	1345,100	1394,167	53,8	8,4
50-06_04	1337,600	1442,675	60,7	11,0
50-07_01	1075,483	1130,642	30,6	6,3
50-07_02	1076,700	1176,483	47,2	7,5
50-07_03	1150,033	1214,734	43,4	8,9
50-07_04	1098,167	1156,600	28,6	9,6
50-08_01	945,179	996,244	33,1	6,7
50-08_02	964,452	1007,410	24,2	7,5
50-08_03	926,010	961,203	20,7	5,9
50-08_04	884,917	915,983	18,9	5,2
100-01_01	2940,500	3145,417	85,1	32,8
100-01_02	2936,583	3041,583	73,1	21,2
100-01_03	2853,750	3004,458	88,4	17,5
100-01_04	2947,917	3115,250	85,5	27,9
100-02_01	2413,449	2570,983	80,8	25,9
100-02_02	2472,533	2678,992	113,5	38,0
100-02_03	2356,184	2478,574	73,6	25,8
100-02_04	2511,300	2695,024	98,6	39,4
100-03_01	1963,783	2083,941	79,1	25,7
100-03_02	2057,416	2210,801	109,6	26,2
100-03_03	2027,100	2202,967	82,6	27,6
100-03_04	1982,817	2140,833	80,5	26,6
100-04_01	1773,014	1898,317	57,2	22,9
100-04_02	1777,224	1967,703	96,9	28,1
100-04_03	1778,582	1924,609	111,0	26,0
100-04_04	1797,667	1939,547	80,1	27,3
100-05_01	2938,917	3065,875	69,5	27,3
100-05_02	2816,083	2958,792	60,5	18,9
100-05_03	2748,750	2854,500	66,0	17,2
100-05_04	2821,583	2953,458	73,0	19,9
100-06_01	2347,067	2419,475	49,2	20,4
100-06_02	2312,949	2513,375	83,8	25,1
100-06_03	2324,167	2446,733	59,5	22,8
100-06_04	2432,216	2543,284	76,8	29,2
100-07_01	1885,683	1946,999	27,0	15,6
100-07_02	1887,266	1962,099	43,3	16,5
100-07_03	1896,516	1955,383	33,2	19,0
100-07_04	2006,333	2150,667	85,8	18,6
100-08_01	1733,940	1801,136	34,9	18,0
100-08_02	1618,077	1701,756	44,7	17,5
100-08_03	1676,881	1778,271	55,7	19,7
100-08_04	1665,079	1716,524	30,1	17,1

Apêndice V – Melhores Soluções

Tabela 47 – Melhores Soluções Conhecidas.

Instância	Solução	Estratégia
10-01_01	879,750	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-01_02	467,500	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-01_03	492,750	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-01_04	573,500	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-02_01	541,900	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-02_02	528,967	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-02_03	521,883	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-02_04	781,066	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-03_01	562,900	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-03_02	665,750	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-03_03	733,500	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-03_04	605,533	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-04_01	340,048	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-04_02	363,845	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-04_03	342,610	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-04_04	285,836	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-05_01	672,500	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-05_02	495,833	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-05_03	616,417	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-05_04	487,750	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-06_01	999,600	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-06_02	446,750	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-06_03	446,400	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-06_04	446,350	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-07_01	605,167	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-07_02	418,467	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-07_03	305,433	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-07_04	340,167	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-08_01	361,429	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-08_02	453,767	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-08_03	363,595	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
10-08_04	956,190	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
20-01_01	859,583	Modelos Matemáticos
20-01_02	759,583	Modelos Matemáticos
20-01_03	685,000	Modelos Matemáticos
20-01_04	660,750	Modelos Matemáticos
20-02_01	609,217	Modelos Matemáticos
20-02_02	587,117	Modelos Matemáticos
20-02_03	562,000	Modelos Matemáticos
20-02_04	618,750	Modelos Matemáticos
20-03_01	478,500	Modelos Matemáticos
20-03_02	498,483	Modelos Matemáticos
20-03_03	514,683	Modelos Matemáticos
20-03_04	535,333	Modelos Matemáticos
20-04_01	428,476	Modelos Matemáticos
20-04_02	461,443	Modelos Matemáticos
20-04_03	482,262	Modelos Matemáticos

Instância	Solução	Estratégia
20-04_04	446,000	Modelos Matemáticos
20-05_01	757,833	Modelos Matemáticos
20-05_02	761,000	Modelos Matemáticos
20-05_03	761,917	Modelos Matemáticos & Algoritmos Experimentais
20-05_04	718,333	Modelos Matemáticos
20-06_01	669,450	Modelos Matemáticos
20-06_02	593,800	Modelos Matemáticos
20-06_03	583,533	Modelos Matemáticos
20-06_04	607,217	Modelos Matemáticos
20-07_01	556,900	Modelos Matemáticos
20-07_02	548,300	Modelos Matemáticos
20-07_03	597,000	Modelos Matemáticos
20-07_04	538,367	Modelos Matemáticos
20-08_01	447,690	Modelos Matemáticos
20-08_02	544,286	Modelos Matemáticos
20-08_03	439,178	Modelos Matemáticos
20-08_04	521,843	Modelos Matemáticos
30-01_01	1012,750	Modelos Matemáticos
30-01_02	1074,083	Modelos Matemáticos
30-01_03	975,417	Modelos Matemáticos
30-01_04	998,500	Modelos Matemáticos
30-02_01	799,283	Modelos Matemáticos
30-02_02	798,650	Modelos Matemáticos
30-02_03	811,000	Modelos Matemáticos
30-02_04	919,200	Modelos Matemáticos
30-03_01	655,517	Modelos Matemáticos
30-03_02	666,833	Modelos Matemáticos
30-03_03	658,667	Modelos Matemáticos
30-03_04	672,467	Modelos Matemáticos
30-04_01	605,143	Modelos Matemáticos
30-04_02	575,638	Modelos Matemáticos
30-04_03	666,714	Modelos Matemáticos
30-04_04	565,190	Modelos Matemáticos
30-05_01	1099,750	Algoritmos Experimentais
30-05_02	950,167	Modelos Matemáticos
30-05_03	1005,083	Modelos Matemáticos
30-05_04	1052,583	Modelos Matemáticos
30-06_01	822,500	Modelos Matemáticos
30-06_02	804,000	Modelos Matemáticos
30-06_03	851,200	Modelos Matemáticos
30-06_04	884,200	Modelos Matemáticos
30-07_01	691,017	Algoritmos Experimentais
30-07_02	673,300	Modelos Matemáticos
30-07_03	673,533	Modelos Matemáticos
30-07_04	705,700	Modelos Matemáticos
30-08_01	582,000	Modelos Matemáticos
30-08_02	643,124	Modelos Matemáticos
30-08_03	652,433	Modelos Matemáticos
30-08_04	647,414	Modelos Matemáticos

Instância	Solução	Estratégia
50-01_01	1485,750	Modelos Matemáticos
50-01_02	1500,333	Modelos Matemáticos
50-01_03	1559,250	Algoritmos Experimentais
50-01_04	1559,833	Algoritmos Experimentais
50-02_01	1290,917	Algoritmos Experimentais
50-02_02	1223,650	Algoritmos Experimentais
50-02_03	1243,400	Algoritmos Experimentais
50-02_04	1264,400	Algoritmos Experimentais
50-03_01	1178,100	Algoritmos Experimentais
50-03_02	1134,467	Algoritmos Experimentais
50-03_03	1086,083	Algoritmos Experimentais
50-03_04	1048,233	Algoritmos Experimentais
50-04_01	918,324	Algoritmos Experimentais
50-04_02	886,560	Modelos Matemáticos
50-04_03	867,143	Modelos Matemáticos
50-04_04	910,138	Algoritmos Experimentais
50-05_01	1506,083	Algoritmos Experimentais
50-05_02	1506,833	Algoritmos Experimentais
50-05_03	1483,667	Algoritmos Experimentais
50-05_04	1529,917	Algoritmos Experimentais
50-06_01	1248,833	Algoritmos Experimentais
50-06_02	1195,583	Algoritmos Experimentais
50-06_03	1276,650	Algoritmos Experimentais
50-06_04	1289,384	Algoritmos Experimentais
50-07_01	1045,833	Algoritmos Experimentais
50-07_02	1042,133	Algoritmos Experimentais
50-07_03	1099,117	Algoritmos Experimentais
50-07_04	1067,667	Algoritmos Experimentais
50-08_01	907,512	Algoritmos Experimentais
50-08_02	936,848	Algoritmos Experimentais
50-08_03	913,143	Algoritmos Experimentais
50-08_04	873,940	Algoritmos Experimentais
100-01_01	2908,250	Algoritmos Experimentais
100-01_02	2836,500	Algoritmos Experimentais
100-01_03	2805,000	Algoritmos Experimentais
100-01_04	2906,250	Algoritmos Experimentais
100-02_01	2349,233	Algoritmos Experimentais
100-02_02	2432,116	Algoritmos Experimentais
100-02_03	2271,333	Algoritmos Experimentais
100-02_04	2450,800	Algoritmos Experimentais
100-03_01	1925,650	Algoritmos Experimentais
100-03_02	1945,167	Algoritmos Experimentais
100-03_03	1949,567	Algoritmos Experimentais
100-03_04	1931,600	Algoritmos Experimentais
100-04_01	1708,262	Algoritmos Experimentais
100-04_02	1743,810	Algoritmos Experimentais
100-04_03	1739,560	Algoritmos Experimentais
100-04_04	1719,414	Algoritmos Experimentais
100-05_01	2834,417	Algoritmos Experimentais

Instância	Solução	Estratégia
100-05_02	2789,583	Algoritmos Experimentais
100-05_03	2724,500	Algoritmos Experimentais
100-05_04	2799,500	Algoritmos Experimentais
100-06_01	2267,533	Algoritmos Experimentais
100-06_02	2297,600	Algoritmos Experimentais
100-06_03	2271,017	Algoritmos Experimentais
100-06_04	2336,533	Algoritmos Experimentais
100-07_01	1859,666	Algoritmos Experimentais
100-07_02	1839,166	Algoritmos Experimentais
100-07_03	1882,750	Algoritmos Experimentais
100-07_04	1922,800	Algoritmos Experimentais
100-08_01	1698,072	Algoritmos Experimentais
100-08_02	1604,072	Algoritmos Experimentais
100-08_03	1621,905	Algoritmos Experimentais
100-08_04	1631,214	Algoritmos Experimentais