



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE TECNOLOGIA – CT
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA – CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E ENGENHARIA DE
PETRÓLEO - PPGCEP



TESE DE DOUTORADO

ESTIMADOR DE ESTADOS PARA *PLUNGER LIFT*

Osmar de Araújo Dourado Júnior

Orientador: Prof. Dr. Adrião Duarte Dória Neto

Co-orientador: Prof. Dr. Pablo Javier Alsina

Natal / RN, Junho de 2017

Estimador de Estados para *Plunger Lift*

Osmar de Araújo Dourado Júnior

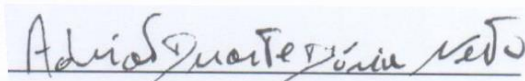
Natal / RN, Junho de 2017

Osmar de Araújo Dourado Júnior

Estimador de Estados para Plunger Lift

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Petróleo PPGCEP, da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciência e Engenharia de Petróleo.

Aprovado em 19 de Junho de 2017.



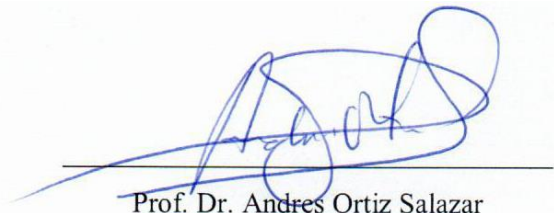
Prof. Dr. Adrião Duarte Dória Neto
Orientador – UFRN



Prof. Dr. Pablo Javier Alsina
Co-orientador – UFRN



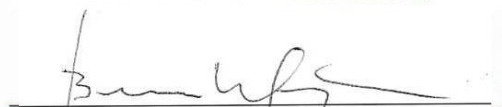
Prof. Dr. André Laurindo Maitelli
Membro Interno – UFRN



Prof. Dr. Andres Ortiz Salazar
Membro Interno - UFRN



Prof. Dr. Oscar Gabriel Filho
Membro Externo - PETROBRAS



Dr. Benno Waldemar Assmann
Membro Externo – PETROBRAS

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
Sistema de Bibliotecas - SISBI
Catalogação de Publicação na Fonte. UFRN - Biblioteca Central Zila Mamede

Dourado Junior, Osmar de Araujo.

Estimador de Estados para Plunger Lift / Osmar de Araujo
Dourado Junior. - 2017.
152 f.: il.

Tese (doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do
Norte, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-
Graduação em Ciências e Engenharia de Petróleo. Natal, RN, 2017.

Orientador: Prof. Dr. Adrião Duarte Dória Neto.

Coorientador: Prof. Dr. Pablo Javier Alsina.

1. Elevação artificial - Tese. 2. Plunger lift - Tese. 3.
Filtro de Kalman estendido - Tese. I. Dória Neto, Adrião Duarte.
II. Alsina, Pablo Javier. III. Título.

RN/UF/BCZM

CDU 622.276.5:681.5

DOURADO, Osmar de Araújo, Jr. - Título. Dissertação de Mestrado, UFRN, Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Petróleo. Área de Concentração: Pesquisa e Desenvolvimento em Ciência e Engenharia de Petróleo. Linha de Pesquisa: Elevação Artificial, Natal – RN, Brasil.

Orientador: Prof. Dr. . Adrião Duarte Dória Neto

Co-orientador: Prof^a Dr. Pablo Javier Alsina

RESUMO

O objetivo desta Tese é apresentar um Estimador de Estado para poços de *Plunger Lift* com base no algoritmo *Extended Kalman Filter* (EKF). O estimador de estado é uma operação conjunta da aplicação para o modelo dinâmico de *Plunger Lift* (PL) na abordagem de Espaço de Estados e algoritmo EKF. O modelo é constituído por um conjunto de equações diferenciais e algébricas (DAEs) discretas e modeladas na forma de equações no espaço de estados, levando em conta os sinais de medição na presença de ruído. O algoritmo EKF é aplicado ao modelo de espaço de estado, resultando num estimador de estado capaz de processar o sinal de medição, proporcionando assim estimativas das variáveis de estado, que neste problema são a velocidade da golfada e a pressão no topo do revestimento. A simulação computacional realizada com dados de um poço real é apresentada e os resultados mostraram que o estimador de estados proposto é capaz de fornecer previsões para poços de petróleo operados por PL.

Palavras-Chaves: Elevação Artificial, *Plunger Lift*, Sistemas não lineares, Filtro de Kalman, Fluxo de gás e líquidos

ABSTRACT

The aim of this Thesis is to present a State Estimator for Plunger Lift wells based on the Extended Kalman Filter (EKF) algorithm. The state estimator is a joint operation of the application for the Plunger Lift (PL) dynamic model in State Space approach and EKF algorithm. The model is constituted by a set of discrete differential algebraic equations (DAEs) discretized and modeled in the form of equations in state space taking into account the measurement signals in the presence of noise. EKF algorithm is applied to the state space model, resulting in a state estimator able to process the measurement signal thus providing estimates of the state variables, that in this problem are slug velocity and casinghead pressure. The computational simulation performed with data from a real well is presented and the results showed that the state estimator proposed is able to provide predictions for oil wells operated by PL.

Keywords:Artificial Lift, Plunger Lift, Nonlinear Systems, Kalman Filter, Gas and Liquid Flow.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me fazer acreditar e me ajudar a encontrar soluções para resolução dos diversos problemas que iam surgindo à medida que esta Tese ia se desenvolvendo. Agradeço a meu orientador, Prof. Adrião D. Dória Neto pelo grande apoio e incentivo. Agradeço ao Prof. Pablo J. Alsina pelo convite para integrar o projeto da planta piloto para *Plunger Lift* e pelo grande apoio e incentivo. Agradeço ao Engenheiro Edson Henrique Bolonhini pela grande colaboração com o simulador de modelo para *Plunger Lift*. Agradeço àqueles que puderam contribuir com explicações sobre mecânica de fluidos. Agradeço aos meus pais pela compreensão quanto às várias horas de trabalho e renúncia a momentos de lazer. Agradeço a meus colegas de trabalho no Instituto Federal de Alagoas Campus Maceió pelo incentivo e compreensão. Agradeço à minha esposa Gisele por todo o seu amor e incentivo sem os quais não teria a concluído este trabalho.

SUMÁRIO

Capítulo 1 Introdução Geral	1
1. Introdução Geral	2
1.1 Formulação do Problema e Objetivos	5
1.2 Proposta da Tese	6
1.3 Organização	6
Capítulo 2 Estado da Arte	7
2. Estado da Arte	8
2.1 Introdução.....	8
2.2 Modelos Estáticos.....	9
2.3 Modelos Dinâmicos	10
2.4 Aplicação de técnicas inteligentes à elevação artificial.....	12
Capítulo 3 <i>Plunger Lift</i>	14
3. <i>Plunger Lift</i>	15
3.1 Introdução.....	15
3.2 Instalação típica	15
3.2.1 Equipamentos da cabeça do poço	15
3.2.2 Downhole.....	17
3.3 Funcionamento para poços de óleo	20
3.3.1 Subida do pistão	20
3.3.2 Produção de gás.....	20
3.3.3 Aumento de Pressão.....	21
Capítulo 4 Modelagem Dinâmica	22
4. Modelagem Dinâmica	23
4.1 Introdução.....	23
4.2 Etapa 1A: Subida da Golfada	25
4.2.1 Equações diferenciais	25
4.2.2 Equações Algébricas.....	28
4.3 Etapa 1B: Produção da Golfada	35
4.3.1 Equações diferenciais	36
4.3.2 Equações Algébricas.....	37

4.4	Etapa 2A: Produção de Gás com Líquido na linha de produção	40
4.4.1	Equações diferenciais	41
4.4.2	Equações Algébricas.....	42
4.5	Etapa 2B: Produção de gás sem líquido.....	50
4.5.1	Equações diferenciais	51
4.5.2	Equações algébricas.....	51
4.6	Etapa 3: Crescimento de Pressão.....	53
4.6.1	Equações diferenciais	54
4.6.2	Equações algébricas.....	54
4.7	Metodologia da Solução.....	54
4.8	Conclusão.....	55
Capítulo 5 Modelo em Espaço de Estados.....		57
5.	Modelo em Espaço de Estados	58
5.1	Introdução.....	58
5.2	Sistemas Dinâmicos	58
5.2.1	Sistemas Lineares Invariantes no Tempo.....	59
5.2.2	Sistemas Lineares Variantes no Tempo.....	59
5.3	Sistemas Não Lineares	59
5.3.1	Linearização	60
5.4	Sistemas de Equações Diferenciais e Algébricas	61
5.5	Modelagem plunger lift como sistemas de EDAs em tempo contínuo	63
5.5.1	Etapa 1A: Subida do Pistão.....	65
5.5.2	Etapa 1B: Produção da Golfada	68
5.5.3	Etapa 2A Produção de Gás com líquido.....	71
5.5.4	Etapa 2B: Produção de Gás sem líquido	75
5.5.5	Etapa 3: Crescimento de Pressão.....	78
5.5.6	Métodos numéricos.....	79
5.6	Representação do modelo plunger lift em espaço de estados em tempo discreto	
		82
Capítulo 6 Filtro de Kalman Estendido		86
6.	Filtro de Kalman Estendido	87
6.1	Introdução.....	87
6.2	Filtro de Kalman Discreto.....	87

6.3	Filtro de kalman Linearizado	91
6.4	Filtro de Kalman Estendido	93
Capítulo 7 Estimador de Estados para Dinâmica de Elevação Plunger Lift		97
7.	Estimador de Estados para Simular a Dinâmica de Elevação Plunger Lift.....	98
7.1	Materiais e métodos utilizados	98
7.2	Estimador de estados para plunger lift	98
7.3	Planta Plunger Lift	99
7.4	Filtro de Kalman Estendido Discreto	100
Capítulo 8 Simulação Computacional.....		102
8.	Simulação Computacional	103
8.1	Dados de entrada do poço real.....	103
8.2	Dados de Entrada do poço exemplo	105
8.3	Simulador do modelo PL em espaço de estados	106
8.3.1	Validação.....	106
8.3.2	Poço Exemplo	109
8.4	Estimador de Estados para Plunger Lift	112
8.4.1	Validação.....	112
8.4.2	Poço exemplo.....	121
Capítulo 9 Conclusões		124
9.	Conclusões	125
9.1	Perspectivas	126
10.	Referências bibliográficas	127

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 Representação simplificada de um poço de petróleo (Adaptado da Figura 6.13 de (THOMAS, 2004).)	3
Figura 3.1. Diagrama de uma instalação típica para Plunger Lift Convencional	16
Figura 3.2. Lubrificadores.	17
Figura 3.3. Válvula motora.	18
Figura 3.4. Sensor de Chegada.	18
Figura 3.5. Controlador para Plunger Lift.	18
Figura 3.6. Bumper-Spring.	19
Figura 3.7. Tubing-Stop.	19
Figura 3.8. Diferentes modelos de pistões.	19
Figura 4.1. Subida da Golfada e Pistão	26
Figura 4.2. Conservação de Massa de gás	27
Figura 4.3. Perda de pressão na linha de produção	28
Figura 4.4. Perda de carga na coluna de produção	29
Figura 4.5. Perda de carga no pistão e golfada de líquido	29
Figura 4.6. Perda de carga entre o líquido no fundo da coluna e o pistão	30
Figura 4.7. Perda de carga de líquido no fundo da coluna de produção	30
Figura 4.8. Perda de Carga no Espaço Anular	31
Figura 4.9. Velocidade do gás na linha de produção a montante	32
Figura 4.10. Densidade do gás no topo da coluna de produção	32
Figura 4.11. Massa de gás na coluna de produção acima da golfada	33
Figura 4.12. Velocidade do gás no fundo da coluna	34
Figura 4.13. Produção da Golfada	35
Figura 4.14. Conservação da Quantidade de Movimento na Linha de Produção	37
Figura 4.15. Comprimento da golfada na linha	39
Figura 4.16. Produção de gás com líquido na linha de produção	40
Figura 4.17. Conservação de massa de gás	41
Figura 4.18. Posição da golfada	42
Figura 4.19. Conservação da quantidade de movimento na linha de produção enquanto a golfada não alcança o separador	43
Figura 4.20. Pressão na linha de produção entre a golfada e o separador a montante	44
Figura 4.21. Pressão na linha de produção entre a coluna e a golfada a jusante	44

Figura 4.22. Pressão no topo da coluna de produção	45
Figura 4.23. Velocidade do gás na linha de produção a jusante da golfada	46
Figura 4.24. Velocidade do gás na linha de produção a montante da golfada	46
Figura 4.25. Densidade do gás no separador	47
Figura 4.26. Densidade do gás no topo da coluna de produção	48
Figura 4.27. Densidade do gás na linha entre o poço e a golfada a montante	48
Figura 4.28. Comprimento da golfada na linha	49
Figura 4.29. Produção de gás	50
Figura 4.30. Crescimento de Pressão	53
Figura 4.31. Diagrama da operação do PL	55
Figura 5.1. Representação em espaço de estados para uma dada etapa do modelo PL	84
Figura 5.2. Um ciclo do PL	85
Figura 6.1. Iteração do Filtro de Kalman	90
Figura 7.1. Estimador de Estados para PL com EKF	99
Figura 8.1. Pressão no topo do revestimento	107
Figura 8.2. Velocidade da Golfada	108
Figura 8.3. Pressão na Cabeça do Poço	108
Figura 8.4. Simulação da Pressão no Topo do Revestimento para 3 ciclos	110
Figura 8.5. Simulação da Velocidade de Golfada para 3 ciclos	110
Figura 8.6. Simulação da Pressão no Topo da coluna de produção para 3 ciclos	111
Figura 8.7. Curvas de Simulação do Terceiro Ciclo	111
Figura 8.8. Variável de Estado Pressão no Topo do Revestimento da Etapa 1A	114
Figura 8.9. Variável de Estado Velocidade da Golfada da Etapa 1A	114
Figura 8.10. Predição da Variável Observada na Etapa 1A	115
Figura 8.11. Variável de Estado Pressão no Topo do Revestimento da Etapa 1B	117
Figura 8.12. Variável de Estado Velocidade do Pistão da Etapa 1B	117
Figura 8.13. Predição da Variável Observada da Etapa 1B	118
Figura 8.14. Ciclo completo do poço real	120
Figura 8.15. Ciclo completo do poço exemplo	123

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1. Coeficientes dos polinômios do método Adams-Moulton	80
Tabela 6.1 Algoritmo do Filtro de Kalman Estendido	96
Tabela 8.1. Dados de um poço real para validação	103
Tabela 8.2. Dados de medição de um poço real	104
Tabela 8.3. Dados de um poço exemplo	105
Tabela 8.4. Dados de medição de um poço real e os resultados do simulador do modelo em espaço de estados	106
Tabela 8.5. Resultados de simulação do Modelo no terceiro ciclo	112
Tabela 8.6. Erro Médio Percentual na Predição	119
Tabela 8.7. Resultados de Predição	121
Tabela 8.8. Resultados de predição para o poço exemplo	122

Lista de Siglas e Abreviaturas

API	<i>American Petroleum Institute</i>
BSW	<i>Basic Sediments and Water</i>
CSA	<i>Coupled Simulated Annealing</i>
<i>csg</i>	Revestimento
<i>dwn</i>	Abaixo do pistão
EDA	Equação Diferencial e Algébrica
EDO	Equação Diferencial Ordinária
EEPL	Estimador de Estados para <i>Plunger Lift</i>
EKF	<i>Extended Kalman Fiter</i>
FBHP	<i>Flowing Bottom Hole Pressure</i>
GAP-RBF	<i>Growing and Pruning Radial Basis Function</i>
IPR	<i>Inflow Performance Relationship</i>
LSSVM	<i>Least-Squares Supported Vector Machine</i>
LTI	<i>Linear Time Invariant</i>
MIMO	<i>Multiple Inputs Multiple Outputs</i>
NMPC	<i>Nonlinear Model Predictive Control</i>
<i>pd</i>	Linha de produção
PL	<i>Plunger Lift</i>
<i>PM</i>	Peso molecular
<i>RGL</i>	Razão Gás-Líquido
RNA	Redes Neurais Artificiais
SMPL	Simulador do Modelo <i>Plunger Lift</i>
<i>tbg</i>	Coluna de produção
<i>up</i>	Acima da golfada

UKF

Unscented Kalman Filter

Lista de Símbolos

A_{tbg} Área da seção transversal da coluna de produção

A_{pd} Área da seção transversal da linha de produção

$m_{g\ csg}$ Massa de gás no espaço anular

$m_{g\ dwn}$ Massa da coluna de gás abaixo do pistão

m_{plg} Massa do pistão

$m_{g\ up}$ Massa da coluna de gás acima da golfada

$m_{g\ pd}$ Massa de gás na linha de produção

$m_{g\ tbg}$ Massa do gás na coluna de produção

ρ_g^{std} Densidade do gás nas condições padrão

$\rho_{g\ dwnB}$ Densidade de gás na base da coluna abaixo do pistão

$\rho_{g\ upT}$ Densidade do gás no topo da coluna acima da golfada

$\rho_{g\ sep}$ Densidade do gás no separador

ρ_l Densidade do líquido

Q_{max} Vazão máxima do reservatório

P_e Pressão estática do reservatório

$P_{g\ csgB}$ Pressão do gás na base do espaço anular

$P_{g\ csgT}$ Pressão do gás no topo do espaço anular

$\bar{P}_{g\ csg}$ Pressão média do gás no espaço anular

$P_{g\ dwnB}$ Pressão do gás na base da coluna de produção abaixo do pistão

$P_{g\ dwnT}$ Pressão do gás no topo da coluna de produção abaixo do pistão

$\bar{P}_{g\ dwn}$ Pressão média do gás na coluna de produção abaixo do pistão

$P_{g\ pdB}$ Pressão do gás a montante da linha de produção

$\bar{P}_{g\ up}$ Pressão média do gás na coluna de produção acima da golfada

$\bar{P}_{g\ pd}$ Pressão média do gás na linha de produção entre a coluna de produção e a golfada

P_{sep} Pressão do separador

P_{slgT} Pressão do gás no topo da golfada

P_{gtbT} Pressão do gás no topo da coluna de produção

$P_{g\ puB}$ Pressão do gás na linha de produção entre a golfada e o separador a montante

$P_{g\ pdB}$ Pressão do gás na linha de produção entre a golfada e a coluna a montante

$P_{g\ pdT}$ Pressão do gás na linha de produção entre a golfada e a coluna a jusante

PM Massa molecular do gás

R Constante universal dos gases

g Aceleração da gravidade

H_{bup} Altura de líquido na extremidade da coluna de produção devido ao abastecimento do reservatório.

H_{plg} Altura do pistão

H_{pd} Distância do poço à golfada

L_{cauda} Profundidade da extremidade da coluna de produção

L_{pd} Comprimento da linha de produção

L_{plg} Comprimento do pistão

L_{slg} Comprimento da golfada

$(\bar{Z} \bar{T})_{g\ csg}$ Fator de compressibilidade e temperatura médios do gás no espaço anular

$(\bar{Z} \bar{T})_{g\ dwn}$ Fator de compressibilidade e temperatura médios do gás na coluna de produção abaixo do pistão.

$(Z T)_{g\ dwn_B}$ Fator de compressibilidade e temperatura do gás na base da coluna abaixo do pistão

$(Z T)_{slg_T}$ Fator de compressibilidade e temperatura do gás no topo da golfada

$(\bar{Z} \bar{T})_{g\ up}$ Fator de compressibilidade e temperatura médios do gás na coluna de produção acima da golfada.

$(\bar{Z} \bar{T})_{sup}$ Fator de compressibilidade e temperatura médios do gás na superfície

$(\bar{Z} \bar{T})_{g\ tbg}$ Fator de compressibilidade e temperatura médios do gás na coluna de produção

$Z_{g\ sep}$ Fator de compressibilidade do gás no separador

$Z_{g\ dwn_B}$ Fator de compressibilidade do gás na base da coluna abaixo do pistão

$Z_{g\ dwn_T}$ Fator de compressibilidade do gás no topo da coluna abaixo do pistão

$Z_{g\ tbg_T}$ Fator de compressibilidade do gás no topo da coluna de produção

Z_{slg_T} Fator de compressibilidade do gás no topo da golfada

$\bar{Z}_{g\ pd}$ Fator de compressibilidade do gás na linha de produção entre a coluna de produção e a golfada

$\bar{Z}_{g\ pu}$ Fator de compressibilidade do gás na linha de produção entre a golfada e o separador

$T_{g\ dwnB}$ Temperatura do gás na base da coluna abaixo do pistão

$T_{g\ dwnT}$ Temperatura do gás no topo da coluna abaixo do pistão

T_{sup} Temperatura do gás na superfície

$\bar{f}_{g\ dwn}$ Fator de atrito médio do gás na coluna de produção abaixo do pistão

$\bar{f}_{g\ pro}$ Fator de atrito médio do gás na linha de produção

$\bar{f}_{g\ up}$ Fator de atrito médio do gás na coluna de produção acima da golfada

$\bar{f}_{g\ pd}$ Fator de atrito médio do gás na linha de produção entre a coluna de produção e a golfada

$\bar{f}_{g\ pu}$ Fator de atrito médio do gás na linha de produção entre a golfada e o separador

f_{slg} Fator de atrito da golfada

$\bar{v}_{g\ pro}$ Velocidade média do gás na linha de produção

$v_{g\ proB}$ Velocidade do gás na coluna de produção a montante

$\bar{v}_{g\ dwn}$ Velocidade média do gás na coluna de produção abaixo do pistão

$v_{g\ dwnB}$ Velocidade do gás na base da coluna de produção abaixo do pistão

$\bar{v}_{g\ up}$ Velocidade média do gás na coluna de produção acima da golfada

$\bar{v}_{g\ pd}$ Velocidade média do gás na linha de produção entre a coluna de produção e a golfada

$v_{g\ pdB}$ Velocidade do gás na linha de produção entre a coluna de produção e a golfada a montante

$v_{g\ tbgT}$ Velocidade do gás no topo da coluna de produção

$v_{g\ sep}$ Velocidade do gás no separador

v_{slg} Velocidade da golfada

D_{prod} Diâmetro da linha de produção

D_{tbg} Diâmetro da coluna de produção

\mathbf{f} : vetor de funções diferenciais não-lineares

\mathbf{g} : vetor de funções algébricas não-lineares

χ : vetor de estados

ϕ : vetor de funções diferenciais e algébricas

y : variável observada

h : função de saída

\mathbf{F} : vetor de equações algébricas equivalente em tempo discreto

\mathbf{A} : matriz de transição de estados não-linear do processo

\mathbf{w} : vetor de ruído do processo

v : escalar ruído de medição

$\bar{\chi}_k$: estimativa de estado *a priori* em tempo discreto

χ_k : estimativa de estado *a posteriori* em tempo discreto

\mathbf{K}_k : ganho de Kalman em tempo discreto

\mathbf{P}_k : matriz de covariância do erro de estimação *a posteriori* em tempo discreto

\mathbf{P}_{k+1}^- : matriz de covariância do erro de estimação *a priori* em tempo discreto

\mathbf{R}_k : matriz de covariância do ruído de medição em tempo discreto

\mathbf{Q}_k : matriz de covariância do ruído de processo em tempo discreto

\mathbf{H}_k : matriz que fornece a conexão sem ruído entre a medição e o vetor de estados no instante t_k

ϵ : inteiro próximo de zero

Capítulo 1
Introdução Geral

1. Introdução Geral

Um poço de petróleo é uma perfuração na superfície terrestre utilizada para produzir petróleo e/ou gás natural. A seguir os principais elementos de um poço de petróleo (Devold, 2013) serão apresentados com sua respectiva definição.

O reservatório é uma estrutura composta de rocha porosa, como arenito ou calcário lavado na qual petróleo e gás se depositam. Os hidrocarbonetos são formados a partir da deposição de material orgânico como plantas e animais há centenas de milhões de anos sob efeito de altas pressões e temperaturas. Para que um reservatório se forme, a rocha porosa precisa ser coberta por um material que evite que os hidrocarbonetos escapem da estrutura, como sal, xisto ou rocha de barro. O óleo e o gás encontram-se pressurizados nos poros da rocha de formação. Quando um poço é perfurado na estrutura do reservatório, a pressão de formação hidrostática expulsa os hidrocarbonetos da rocha para dentro do poço. Quando o poço flui, gás, óleo e água são extraídos, e os níveis mudam à medida que o reservatório é esgotado.

Após o poço ser perfurado, ele deve ser completado (Bellarby, 2009). Uma vez que o poço foi perfurado, ele deve ser completado. A completação de um poço consiste em uma série de etapas, como a instalação do revestimento do poço, a conclusão, a instalação da cabeça de poço e a instalação de equipamentos de elevação ou o tratamento da formação, se necessário. A instalação do revestimento do poço é uma parte importante do processo de perfuração e revestimento, o qual consiste em uma série de tubos de metal instalados no furo recentemente perfurado. O revestimento serve para fortalecer os lados do poço, garantindo que nenhum óleo ou gás natural se escoe à medida que é trazido à superfície e evite que outros fluidos ou gases penetrem na formação através do poço. A parte mais profunda do revestimento em um poço, e instalado por último, é o revestimento de produção. Este revestimento fornece um conduto da superfície do poço para a formação de produção de petróleo. Após o revestimento ter sido instalado, a coluna de produção é inserida no interior do revestimento, desde a abertura do poço na parte superior até a formação na parte inferior. Os hidrocarbonetos que são extraídos sobem pela coluna de produção até a superfície.

A cabeça de poço é um conjunto de equipamentos montado na abertura do poço para regular e monitorar a extração de hidrocarbonetos da formação subterrânea. Isso também evita que o petróleo ou o gás natural escapem do poço, e evite explosões devido a formações de alta pressão. As formações que estão sob alta pressão normalmente requerem cabeças de poço que possam suportar a alta pressão dos gases e líquidos que possam escapar. Estes devem ser capazes de suportar pressões de até 140 MPa (1.400 Bar). A cabeça do poço consiste de três componentes: a

cabeça do revestimento, a cabeça de produção e a "árvore de Natal" (PERRIN, 1999).



Figura 1.1 Representação simplificada de um poço de petróleo (Adaptado da Figura 6.13 de Thomas (2004).)

Plunger Lift (PL) é um método para elevação de fluidos (óleo, água e/ou condensados) de poços de gás e óleo. O pistão viaja livre e ciclicamente para cima e para baixo dentro da coluna

de produção (Bellarby, 2009) e depende da pressão do poço para subir. Os poços operados por PL têm seus custos de operação reduzidos quando comparados a qualquer outro método de elevação artificial porque utilizam a energia fornecida pela pressão da formação geológica com o objetivo de elevar os líquidos acumulados no fundo da coluna de produção. Em Baruzzi (1994) há uma discussão sobre como o líquido se acumula no fundo da coluna de produção e o gás segrega para o anular.

Uma grande vantagem na aplicação do método PL é resolver os problemas decorrentes da acumulação de parafina nas paredes da coluna de produção, pois qualquer pistão movendo-se em um poço provavelmente eliminará a formação de parafina. O método é utilizado principalmente para elevação de fluidos para poços com as seguintes características:

- Poços de gás com problemas de carregamento de líquidos
- Poços de óleo com alta RGL
- Poços de *Gas Lift* Intermitentes com problemas de *fallback* (Hernandez *et al.*, 1993)
- Controle de Parafina

Durante a operação do PL a válvula de fluxo é aberta e durante um tempo posterior permanecerá fechada, tempo este denominado de *shut-in*. Durante o *shut-in*, o fluxo de gás pela linha é interrompido quando a válvula de superfície é fechada, permitindo que o pistão caia ao fundo do poço. Depois de decorrido um tempo pré-determinado, a válvula de superfície é aberta e a pressão na coluna de produção começa a cair até aproximadamente a baixa pressão da linha de surgência. A força diferencial através do pistão devido à redução de pressão na coluna de produção acima da coluna de líquido e à alta pressão do poço abaixo do pistão, consegue elevar o pistão e uma porção do líquido acima do pistão à superfície. O ciclo operacional de válvula aberta e válvula fechada para poços operados com PL é repetido durante todo o período de produção de líquidos e gás de um poço.

A operação para PL descrita acima é aplicável em poços de alta RGL e para poços de gás que experimentam problemas de carregamento de líquido. Um projeto para esses poços deve buscar, além da taxa de produção diária máxima, a máxima pressão no topo do revestimento e um tempo de ciclo ótimo.

Poços operados por PL estão inseridos em ambientes submetidos a perturbações de diversas naturezas, como ruídos térmicos e eletromagnéticos. Os modelos disponibilizados na literatura não admitem a presença de ruídos. Ainda que alguns autores tenham apresentado modelos e construísssem plantas experimentais para realizar a validação, as perturbações não foram tratadas (Fonsêca, 2001), (Rosina, 1983).

1.1 Formulação do Problema e Objetivos

Os modelos para PL publicados se prestam à simulação de plantas determinísticas e descrevem o funcionamento ideal de uma planta PL. Tratar uma planta PL não apenas como um modelo dinâmico determinístico, mas como um processo físico sujeito a ruídos, torna a análise e simulação mais próxima do comportamento de um poço real. Para realizar a previsão da operação e do desempenho de uma planta PL neste trabalho, fez-se necessário desenvolver um Estimador de Estados (Simon, 2006).

O desenvolvimento do Estimador de Estados para PL tem os seguintes requisitos:

- O modelo dinâmico determinístico deve ser reformulado em Espaço de Estados, na qual divide-se o Modelo em Processo e Medição.
- Informações a respeito dos ruídos presentes no Processo e na Medição.
- Implementação do algoritmo EKF – *Extended Kalman Filter*.

Com o modelo dinâmico na forma de Espaço de Estados desenvolveu-se o simulador computacional de uma planta PL. A planta é simulada conforme os dados de reservatório, poço, fluidos e pistão. São fornecidas como respostas dados sobre o comportamento das variáveis de estado e variável observada. Neste trabalho as variáveis de estado são a velocidade da golfada e a pressão no topo do revestimento. A variável observada é a pressão no topo da coluna de produção, também denominada depressão na cabeça do poço. O modelo dinâmico para *Plunger Lift* apresentado em Baruzzi (1994) foi escolhido para este trabalho.

O algoritmo EKF recebe da planta a variável observada e realiza um processamento estocástico fornecendo Predições das Variáveis de Estado e da Variável Observada. O algoritmo EKF deve conter em sua implementação as equações dinâmicas do Modelo, sendo este dividido em Modelo de Processo e Modelo de Medição. O Filtro de Kalman tem sido empregado com excelentes resultados em situações com dinâmica não linear e/ou dados de observação (medições) não lineares.

O objetivo de Desenvolver o Estimador de Estados para *Plunger Lift* (EEPL) é contribuir no campo de predições de desempenho de poços a partir dos dados de campo. Alcançado esse objetivo, pode-se estender o EEPL a aplicações de monitoramento em tempo real. Nesse tipo de aplicação, o EEPL recebe o sinal de medida da planta e fornece estimativas de grandezas importantes no desempenho da planta que não podem ser diretamente medidas. O processamento do algoritmo EKF garante estimativas ótimas desde que seus parâmetros sejam corretamente ajustados.

1.2 Proposta da Tese

Desenvolver um Estimador de Estados para *Plunger Lift* é a proposta desta Tese. Um modelo para PL foi reformulado para simular plantas com um comportamento mais realista, próximo daqueles encontrados na prática. A técnica estocástica do algoritmo EKF – *Extended Kalman Filter* (Haykin, 2001) foi adaptada ao problema.

Este trabalho é uma contribuição nas pesquisas de elevação artificial uma vez que a abordagem em espaço de estados para modelos dinâmicos de elevação artificial, e não apenas PL, abre possibilidade de aplicação de técnicas inteligentes, de maneira a melhorar as técnicas de monitoramento e previsão de desempenho de produtividade.

1.3 Organização

Esta Tese está organizada da seguinte maneira. No Capítulo 1 é apresentado, de maneira geral, o método de elevação *Plunger Lift* que é o problema a que esta Tese se propõe a resolver e a solução encontrada. No Capítulo 2, são apresentadas as principais publicações que motivam o desenvolvimento deste trabalho e situa o trabalho entre as contribuições na área de elevação artificial. No Capítulo 3, a técnica *Plunger Lift* é apresentada em termos práticos.

A fundamentação do EEPL é composta pelos Capítulos 4, 5 e 6. No Capítulo 4 é feita a Modelagem Dinâmica das 5 etapas em tempo contínuo. No Capítulo 5 o modelo para *Plunger Lift* é analisado como sistemas de equações diferenciais e algébricas (EDAs). A formulação para representação dos modelos em Espaço de Estados discreto é apresentada juntamente com os métodos para discretização e resolução dos sistemas de EDAs. No Capítulo 6, o Filtro de Kalman Estendido aplicado ao modelo em espaço de estados discreto é apresentado.

No Capítulo 7, o Estimador de Estados para *Plunger Lift* é apresentado. No Capítulo 8 são realizadas simulações, com dados de dois poços e são apresentadas as curvas e os resultados, os quais são comparados com aqueles obtidos em outras publicações. O EEPL é executado para as duas plantas e os resultados comparados com previsões de modelos determinísticos publicados. Por fim, no Capítulo 9 são apresentadas as conclusões e perspectivas.

Capítulo 2
Estado da Arte

2. Estado da Arte

2.1 Introdução

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica dos principais artigos que levaram ao desenvolvimento do modelo que está sendo empregado nesta Tese.

Os poços naturais surgentes são caracterizados por uma alta pressão do reservatório, em que os fluidos nele contidos alcançam livremente a superfície. Ou seja, o fluxo de fluidos – água, óleo e gás – a partir do reservatório para as instalações de produção deve-se exclusivamente à energia do reservatório, o que geralmente ocorre no início da vida produtiva do poço.

Quando a pressão do reservatório diminui desde a depleção (Beggs, 2003), o que ocorre geralmente no final da vida produtiva de um poço surgente, ou quando a vazão do poço está muito abaixo do que poderia produzir, os fluidos não alcançam a superfície sem uma suplementação à energia natural do reservatório. Os principais parâmetros que se alteram com depleção são a razão gás/óleo ou a razão gás/líquido e corte de água.

As técnicas de elevação artificial são propostas para elevar os fluidos do reservatório até a superfície. Isso é feito usando equipamentos específicos que reduzam a pressão do poço em fluxo e, conseqüentemente, aumentando a vazão. Os métodos de elevação artificial atuam de duas maneiras distintas: elevando a pressão no fundo da coluna a partir de uma pressão a montante menor ou reduzindo a pressão no fundo da coluna (Brown, 1980). O objetivo da elevação artificial é modificar o desempenho da saída do poço, reduzindo a pressão do poço em fluxo, assim os fluidos podem ser transportados a partir do reservatório para ser produzidos na superfície.

Como a análise da produção do poço depende de cada técnica de elevação artificial, a análise nodal (Brown & Lea, 1985) é feita para os mais comumente utilizados métodos de elevação artificial, tais como *gas lift* (Hamedi *et al.*, 2011), (Jaralla & Narimani, 2011), (Handfield *et al.*, 2009), o bombeio centrífugo submerso (Takacs, 2009), ou bombeio mecânico (Liu & Qi, 2011). Para PL, em especial, a análise nodal é combinada com a análise de pressão (Morrow *et al.*, 2006)..

Os trabalhos publicados de maior relevância no contexto de modelagem mecânica para o PL são apresentados a seguir.

2.2 Modelos Estáticos

Os modelos estáticos estão fundamentados no trabalho pioneiro de Foss & Gaul (1965). Neste trabalho foi obtido um conjunto de gráficos baseado numa combinação de análise teórica, trabalho experimental e observações no Campo *Ventura Avenue*, da Companhia Shell na Califórnia, EUA. Foi investigado o balanço de forças sobre o pistão sem a contribuição do reservatório. Essencialmente, neste trabalho, é desenvolvida uma equação para descrever a pressão média no topo do revestimento necessária para elevar um certo volume de golfada de líquido a partir de uma certa profundidade do poço. A equação foi desenvolvida inicialmente por uma expressão que descreve a pressão mínima no topo do revestimento, a qual foi assumida que ocorre à medida que o pistão se aproxima da superfície com a golfada. Com o pistão próximo à superfície, a pressão mínima no topo do revestimento foi equacionada como a soma da perda de pressão por fricção do gás na coluna de produção (*tubing*), a pressão requerida para elevar o pistão, a pressão necessária para elevar a golfada de líquido, a perda de pressão por fricção da golfada de líquido, e a contra-pressão na cabeça do poço. Por este trabalho, a frequência do ciclo do PL foi estimada baseada numa velocidade média de subida do pistão de 1.000 ft/min, enquanto que as velocidades de descida foram de 2.000 ft/min através do gás e de 172 ft/min através da golfada. Não foram levadas em conta o peso da coluna, a fricção do pistão, e o *fallback* de líquido neste modelo. Denomina-se *fallback* de líquido ao escoamento anular de líquido que é deixado para trás durante o movimento ascendente do pistão pela folga coluna/pistão.

O trabalho de Hacksma (1972) utilizou os gráficos de desempenho do PL elaborados no Trabalho de Foss & Gaul (1965) juntamente com a curva de IPR (*Inflow Performance Relationship*) para prever o desempenho de um poço operado pelo método de elevação. As condições operacionais para produção ótima (RGL ótima) foram previstas nas condições mais altas ou mais baixas que a de RGL ótima. De um gráfico apropriado para PL, Hacksma obtivera uma grande quantidade de taxas de produção e correspondentes pressões médias no revestimento. As pressões médias do revestimento são corrigidas pelo gradiente de gás no anular, resultando nas FBHP - *Flowing Bottom Hole Pressure* - médias. Essas FBHP médias em função das taxas de produção média são superpostas sobre as curvas de IPR do poço. A intersecção da curva de IPR e curva de desempenho do PL superposta define o ponto de operação ótimo do poço em termos da taxa de fluxo e de FBHP. O tamanho da golfada por ciclo do PL pode ser encontrado por interpolação no gráfico de desempenho do PL na pressão média do revestimento do ponto de operação.

No livro de Abercrombie (1983), discute-se a respeito de equipamentos, operação, e projeto de sistemas de PL. As tabelas de desempenho do PL apresentadas por Abercrombie baseiam-se nos gráficos de desempenho de Foss & Gaul mas com velocidade de queda de 1000 ft/min, visto que esta velocidade foi o dado mais representativo do conjunto de observações. Os gráficos de desempenho do PL são então plotados sobre uma curva de IPR corrigida pela pressão média do topo do revestimento para encontrar o ponto de operação ótimo para o sistema PL.

2.3 Modelos Dinâmicos

A modelagem computacional tem permitido o desenvolvimento de modelos dinâmicos mais úteis para os processos do PL. Muitos autores têm discutido a respeito dos modelos dinâmicos desenvolvidos para permitir a análise e otimização do PL, entretanto as considerações feitas no desenvolvimento desses modelos e o nível de detalhamento variam bastante.

Um dos primeiros modelos dinâmicos foi desenvolvido por Lea (1982) para a fase de subida do pistão. Neste trabalho, mostrou-se que a velocidade do pistão aumenta à medida que ele sobe desde o fundo do poço. Foi verificado que os requisitos de gás no anular calculados usando-se os primeiros modelos estáticos Foss & Gaul estavam 16% mais altos. Também foi apresentada uma análise, acoplando o reservatório de um poço de gás descarregando o líquido acumulado no fundo da coluna através de controle temporal do PL.

Rosina (1983) apresentou um modelo dinâmico para PL convencional durante a etapa de subida. Neste trabalho, um modelo rigoroso para expansão de gás do anular para dentro da coluna de produção, ascensão da bolha de gás na mesma velocidade que o pistão e o pistão atravessando a golfada de líquido de acordo com dados experimentais, resultou em um conjunto de equações diferenciais que podem ser resolvidas numericamente. Os resultados desse modelo foram comparados em um poço experimental de 60 ft. O comportamento do *fallback* de líquido predito pelo modelo estava de acordo com o esperado para uma instalação de *Gas Lift* Intermitente, já que se considera que a frente de bolha e o pistão movem-se à mesma velocidade.

Mower *et al.* (1985) realizaram uma investigação de laboratório em um poço instrumentado, instrumentação essa que forneceu pressão, velocidade, e informação volumétrica de gás e líquido durante a ascensão e descida de quinze diferentes pistões comerciais. Como resultado, um banco de dados substancial foi compilado com informações que incluem o escorregamento de gás pelo pistão, o *fallback*, e as velocidades de subida e queda do pistão.

Marcano & Chacín (1994) desenvolveram um modelo dinâmico do ciclo completo para

PL. Uma grande contribuição deste trabalho foi a modelagem do *fallback* de líquido pelo pistão. O *fallback* foi considerado tanto devido à bolha de Taylor no líquido até o gás alcançar o pistão, quanto à perda de líquido através do pistão, tomado como função linear da velocidade do pistão e determinada empiricamente para cada tipo de pistão. Uma equação de IPR (para produção do reservatório estabilizada) foi utilizada para descrever a influência do reservatório acoplado ao sistema. Também foi considerada a presença de líquido no anular.

Baruzzi & Alhanati (1995) fizeram uma modelagem dinâmica para analisar a operação do PL em poços de óleo. O estudo mostrou que o tempo mínimo de *buildup* que fornecerá a energia suficiente para que a golfada de líquido acima do pistão seja elevada resulta na mais alta taxa de produção. Denomina-se *buildup* ao período em que a linha de produção é mantida fechada, durante o qual a pressão na coluna de produção e no anular revestimento-coluna sobe continuamente. Neste trabalho também foi utilizada uma equação de IPR (para produção estabilizada) para descrever o acoplamento do reservatório ao sistema.

Gasbarri & Wiggins (2001) desenvolveram um modelo dinâmico para PL em poços de gás que inclui regime transiente, fluxo de gás monofásico na coluna de produção acima do pistão e golfada. O atraso para a pressão na coluna de produção acima da golfada decair, no início da subida do pistão resultou numa aceleração do pistão significativamente mais baixa que a observada no trabalho Lea (1982), ainda que todas as velocidades fossem similares. O fluxo de gás transitório na coluna de produção foi considerado importante durante o período de *Blowdown*, termo que denomina a produção adicional após o pistão atingir a superfície, aumentando o tempo de fluxo para cada ciclo. A influência e acoplamento do reservatório foi modelada usando os conceitos do trabalho Rawlins & Schellhardt (1935) para produção estabilizada de gás. O simulador dinâmico apresentado é utilizado para investigar vários cenários de operação de poços de petróleo e gás. Maggard *et al.* (2000) apresentou um estudo da aplicação do PL para o problema de remoção de água em poços de *tight gas*. Foi desenvolvido um modelo que inclui o fluxo de gás no reservatório, efeitos do poço/anel e ciclos dinâmicos do PL. O desempenho transitório do reservatório também foi incluído no modelo.

O artigo McCoy *et al.* (2003) é um caso de campo que mostra como o monitoramento da posição do pistão pode ser aplicado para otimizar a operação do PL. A posição do pistão pode ser rastreada a partir da superfície, monitorando os sinais acústicos gerados, à medida que o pistão cai ao longo da tubulação. Quando o pistão passa por uma *tubing collar recess*, um pulso acústico ascendente através do gás é gerado dentro da coluna de produção e pode ser controlada na superfície por um microfone ou um transdutor sensível à pressão.

O artigo Chava *et al.* (2008) fornece uma visão geral dos vários tipos de PL disponíveis

no domínio público e propõe uma nova abordagem para a modelagem de PL. Devido à disponibilidade dos dados de pressão e temperatura fornecidos por pistões inteligentes, esses dados são acoplados com as equações de conservação fundamentais da dinâmica, massa e energia que governam a dinâmica do PL.

O artigo Chava *et al.* (2010) apresenta um modelo atualizado que leva em conta somente as quedas de pressão devidas à gravidade, mas reproduz satisfatoriamente a dinâmica da instalação de um campo no leste do Texas, EUA. Uma comparação entre as previsões do novo modelo e os correspondentes resultados de alguns modelos anteriores PL disponíveis no domínio público.

O artigo de Alsina *et al.* (2011) apresenta um laboratório para estudos e pesquisa para *Plunger Lift*. Na planta apresentada do trabalho, diversos tipos de pistões são testados e realizadas medições e coleta de dados que foram usados para aperfeiçoar os modelos dinâmicos, e resultou em um simulador em tempo real.

2.4 Aplicação de técnicas inteligentes à elevação artificial

O trabalho Salahshoor *et al.* (2013) apresentou uma solução para o problema de instabilidade de encapsulamento-encaminhamento para um poço de produção de *gas lift*, com base na integração de um modelo dinâmico de interpretação *online* e um modelo preditivo de controle não linear (NMPC – *Nonlinear Model Predictive Control*). A dinâmica essencial da instabilidade do no revestimento é recursivamente capturada por Redes Neurais Artificiais (RNA) de função de base radial de crescimento e poda (GAP-RBF – *Growing and Pruning Radial Basis Function*) adaptativa numa estrutura de modelo não-linear. Filtro de Kalman Estendido (EKF – *Extended Kalman Filter*) e o *unscented Kalman filter* (UKF) são comparativamente investigados para treinar de forma adaptativa RNAs GAP-RBF modificadas. A metodologia NMPC é desenvolvida com base no modelo RNA não-linear identificado para a estabilização em tempo real da instabilidade do revestimento em um reservatório de óleo equipado com um poço de *Gas Lift*. Para os poços operados por PL, Kamari (2016) apresenta um modelo preditivo para produzir as taxas de produção líquida máxima com base no algoritmo LSSVM (*least-squares supported-vector machine*). A técnica de otimização CSA (*coupled simulated annealing*) é usada para a sintonia de parâmetros.

O artigo de Dourado *et al.* (2017) baseado nesta Tese apresenta um Estimador de Estados para *Plunger Lift* (SEPL – *State Space Estimator for Plunger Lift*), baseado em um modelo de

sistemas de EDAs não lineares em Espaço de Estados estocástico discreto. O algoritmo EKF foi adaptado para aplicação em sistemas de EDAs e realiza a predição das variáveis de estados. Plantas de PL são simuladas admitindo os ruídos presentes no processo e na medição. Com o SEPL, realizou-se predição do desempenho da planta a partir de um único sinal de medição fornecido pela planta simulada. As curvas de predições fornecidas pelo SEPL mostram que é possível ter um monitoramento em tempo real de variáveis do processo somente com o sensor da variável observada.

Capítulo 3

Plunger Lift

3. Plunger Lift

3.1 Introdução

Este capítulo apresenta a técnica de elevação PL, abordando aspectos práticos, como seu esquema de instalação física, os equipamentos e o funcionamento para operação em poços produtores de óleo.

3.2 Instalação típica

Uma instalação típica para poços operados por PL, conforme mostrado na Figura 3.1, divide-se em equipamentos de cabeça do poço (*wellhead*) e equipamentos de fundo (*downhole*). A operação para esta montagem acontece da seguinte maneira: o pistão se encontra no fundo do poço, quando ocorre o tempo de crescimento de pressão (*buildup*). Nesse instante o controlador envia um sinal de abertura para a válvula de fluxo (*motor valve*), reduzindo a pressão na coluna de produção (*tubing*) e conseqüentemente cria o diferencial de pressão necessário para elevar o líquido e o pistão à superfície. O gás e líquido produzidos passam através da saída superior, e o excesso de gás abaixo do pistão passa através da inferior. O controlador envia um sinal de fechamento para a *motor valve* e o pistão cai para o fundo do poço e o ciclo recomeça.

3.2.1 Equipamentos da cabeça do poço

Basicamente os componentes são:

- Lubrificador: localizado no topo da *wellhead*, é um receptáculo para o pistão carregado com mola (Figura 3.2) projetado para absorver o impacto da chegada do pistão à superfície. A proposta do lubrificador é colocar o pistão no poço e recuperá-lo para inspeções periódicas sem ter que interromper o fluxo do poço ou utilizar ferramentas especiais de *wireline* (Bellarby, 2009). No interior do lubrificador há um dispositivo para segurar o pistão, constituído de mola e absorvedor de impactos para amortecer o choque do pistão na superfície já que o pistão chega à superfície em alta velocidade.
- Válvula motora: usada para abrir e fechar o poço e é operada pelo controlador (Figura 3.3). Assim que o gás é colocado no diafragma, a válvula se abre. Quando o gás é exaurido,

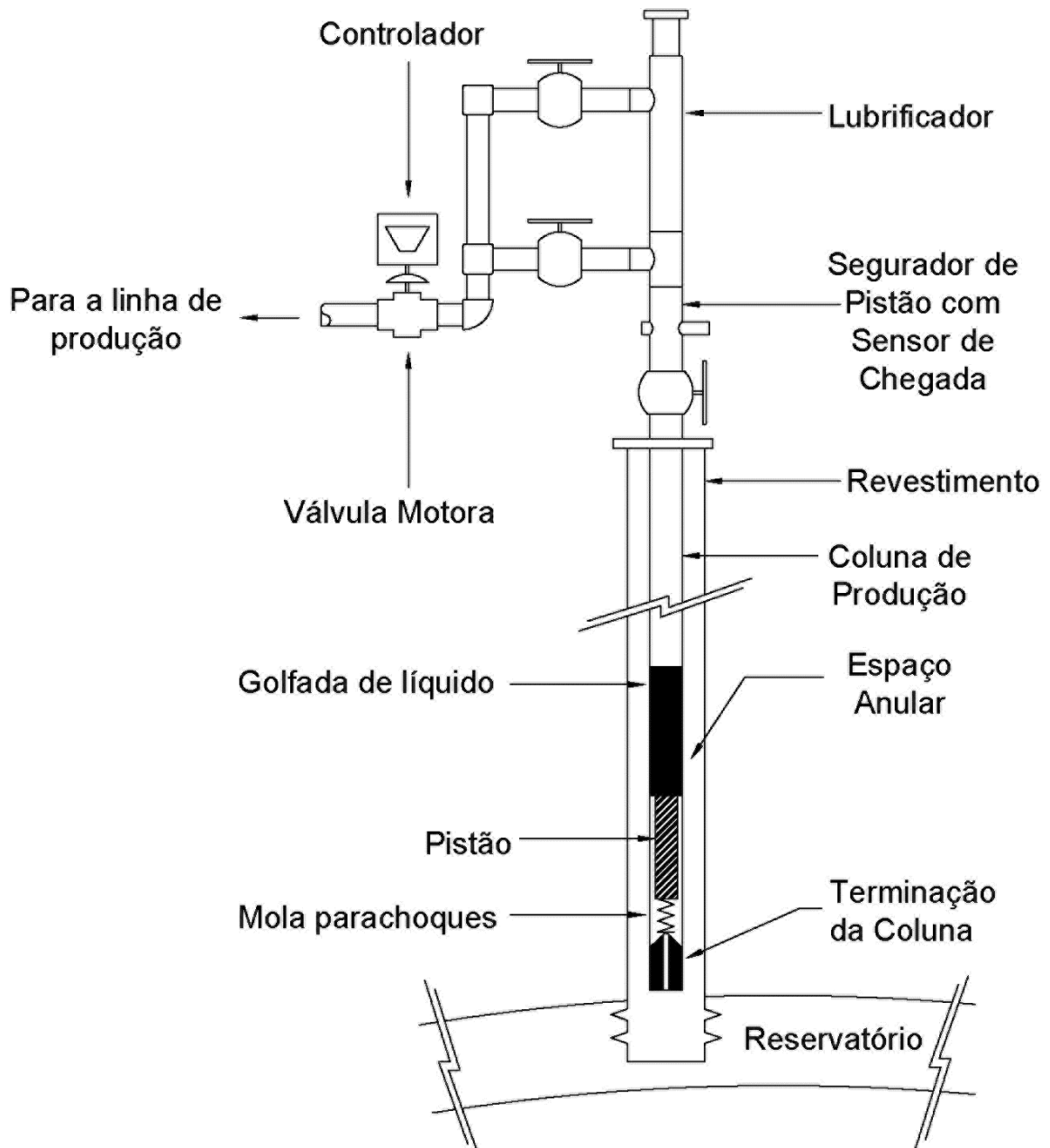


Figura 3.1. Diagrama de uma instalação típica para *Plunger Lift* Convencional

de maneira a remover a pressão, a válvula motora é fechada. Uma mola interna faz com que a mesma permaneça fechada quando não houver pressão do gás aplicada.

- Sensor de Chegada: usado para detectar a chegada do pistão à superfície (Figura 3.4) enviando um sinal ao controlador para várias funções de controle que ajudem a otimizar a produção e reduzir o tempo em campo necessário para fazer um ajuste fino no sistema.
- Controlador: independentemente da simplicidade ou sofisticação do controlador, a tarefa primária do controlador (

- Figura 3.5) é abrir e fechar a válvula motora, o que provoca a abertura e fechamento o poço, levando em conta o controle das pressões do poço e a remoção efetiva de fluidos.

3.2.2 Downhole

- Mola parachoques: colocada no fundo do poço e usada como um absorvedor de choque (Figura 3.6) para o pistão quando ele cai ao fundo durante o ciclo e para prevenir danos potenciais ao *downhole fishing neck*.
- Terminaçãoda coluna: utilizado quando não há *niple* de assentamento na coluna de produção (
- Figura 3.7) e é montado por sobre a mola parachoques, podendo ser retirado via *wireline*.

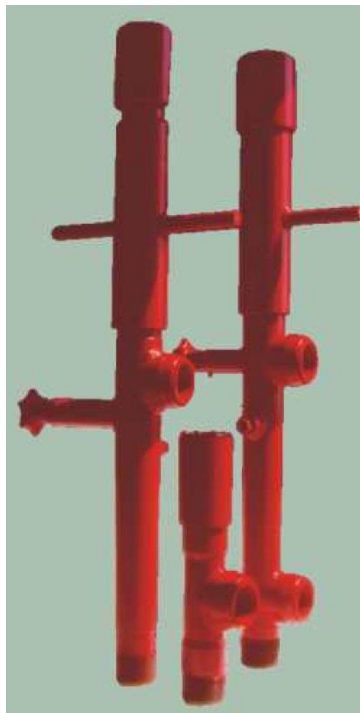


Figura 3.2. Lubrificadores.

Fonte: <http://uhspe.org/wp-content/uploads/2014/11/Weatherford-Artificial-Lifts-Plunger-Lift-Systems.pdf>

- Pistão: interface sólida entre o gás e o líquido. O pistão oferece um selo parcial entre o gás e o líquido, reduz o *fallback* de líquido e utiliza de maneira mais eficiente a energia do gás na elevação de líquidos. Há diversos tipos de pistões Mower *et al.* (1985), conforme mostrado na Figura 3.8, tais como o *Brush Plunger*, *Spiral Plunger*, *T-Pad Plunger* e outros.



Figura 3.3. Válvula motora.

Fonte: <http://etcorp.ca/wp-content/uploads/2015/11/motor-valve.png>



Figura 3.4. Sensor de Chegada.

Fonte: <http://www.okcproducts.com/images/tripmate-lrg.png>



Figura 3.5. Controlador para *Plunger Lift*.

Fonte:

<http://alrdcpicturesandanimations.s3.amazonaws.com/photographs/artificialliftphotographs/Plunger%20Lift%20Surface.jpg>



Figura 3.6. *Bumper-Spring*.

Fonte: <http://uhspe.org/wp-content/uploads/2014/11/Weatherford-Artificial-Lifts-Plunger-Lift-Systems.pdf>



Figura 3.7. *Tubing-Stop*.

Fonte: <http://www.weatherford.com/doc/wft020977>



Figura 3.8. Diferentes modelos de pistões.

Fonte: <http://www.epiclift.com/wp-content/uploads/2015/07/plungercollage31.png>

3.3 Funcionamento para poços de óleo

O ciclo de produção completo para uma instalação de PL está dividido em três partes distintas: Subida do Pistão, Produção de Gás e Crescimento de Pressão.

3.3.1 Subida do pistão

Durante esta etapa, a válvula de controle de ciclo abre-se e a alta pressão do gás contido no espaço anular revestimento-coluna de produção expande-se para dentro da coluna de produção, acelerando o pistão e a golfada de líquido na direção ascendente, até que a golfada seja produzida. Os fluidos do reservatório devem fluir para dentro da coluna de produção, acumulando-se para o próximo ciclo.

Esta etapa foi dividida em duas sub-etapas:

3.3.1.1 Etapa 1 A: Subida do pistão

A válvula da linha de produção é aberta, e o gás proveniente do espaço anular expande-se para dentro da coluna. Sendo assim, o pistão e a golfada de líquido – que se encontra no topo do pistão – são aceleradas ascendentemente.

3.3.1.2 Etapa 1 B: Produção da golfada

Assim que a golfada alcança a superfície, o líquido começa a fluir para a linha de produção. A velocidade do pistão e da golfada crescem rapidamente nesta situação. Nesta etapa somente a dinâmica para a golfada entre a coluna de produção e a linha de produção é analisada.

3.3.2 Produção de gás

Nesta etapa é analisada a dinâmica do gás, produzido desde o reservatório até a coluna de produção. Esta etapa tem início com a chegada do pistão à superfície e encerra com o fechamento da válvula motora. A válvula da linha de produção é fechada após a produção da golfada e de um período em que seja produzido somente gás, denominado de *afterflow*.

3.3.2.1 Etapa 2A: Produção de Gás com líquido na linha de produção

Nesta etapa, no que se refere à golfada, é analisada a dinâmica da mesma no interior da linha de produção, desde o momento em que o pistão alcança a cabeça do poço, até que seja totalmente produzida para o separador.

3.3.2.2 Etapa 2B: Produção de Gás sem líquido na linha de produção

Após a golfada ser produzida, e a válvula motora permanecer aberta, tem início a etapa de pós-fluxo (*afterflow*). Nessa etapa analisa-se a dinâmica do fluxo de gás em direção ao separador.

Com a válvula de controle de ciclo aberta, o pistão é mantido na superfície pela pressão diferencial provocada pelo fluxo de gás ascendente na coluna de produção. O poço está então produzindo gás da coluna de produção para a linha de surgência. Se a velocidade do gás na coluna de produção é alta o suficiente para elevar os líquidos à superfície, então algum volume de líquido adicional também será produzido com o gás. Durante o período de *afterflow*, à medida que a vazão de gás diminui, a tendência dos líquidos é de não serem mais carregados para a superfície, devido a velocidade do gás tornar-se muito baixa e os líquidos assim tendem a cair e acumular-se no fundo da coluna de produção. Se o período de *afterflow* tornar-se muito longo, a pressão no fundo da coluna de produção irá aumentar até a pressão estática do reservatório de modo a interromper o fluxo da formação.

3.3.3 Aumento de Pressão

Esta Etapa é iniciada quando a válvula de controle de ciclo é fechada. O pistão cai da *wellhead* para a *bumper spring* no fundo do poço. O gás acumula-se dentro do espaço anular, fazendo com que a pressão aumente. Os fluidos fluem do reservatório para a *wellbore*, gerando uma nova golfada. O líquido deixado como *fallback* das etapas anteriores também contribuem para o volume da golfada que está sendo gerada. Após o pistão alcançar o fundo e a pressão no espaço anular alcançar um valor pré-determinado, a válvula abre-se e o ciclo está completo. Assim a etapa de Subida do Pistão inicia-se novamente.

Capítulo 4
Modelagem Dinâmica

4. Modelagem Dinâmica

4.1 Introdução

Neste capítulo discute-se a modelagem dinâmica em parâmetros concentrados do problema abordado na Seção 3.3, isto é, modelar o funcionamento do PL para poços de óleo, tratando-se portanto de um fenômeno de fluxo de fluidos. O modelo para PL adotado nesta Tese foi baseado no trabalho de Baruzzi (1994).

O objetivo é modelar a produção de óleo e gás desde o reservatório, passando pela coluna de produção, linha de produção até o vaso separador. Abaixo estão relacionados os principais mecanismos de controle:

- Fluxo de fluidos óleo e gás para fora do reservatório na Etapa 1A e Etapa 3.
- Fluxo de fluidos óleo e gás para dentro e fora do poço na Etapa 1A e Etapa 1B.
- Fluxo de fluidos óleo e gás para dentro e fora da linha de produção na Etapa 2A e Etapa 2B.
- Fluxo de fluidos óleo e gás para dentro do vaso separador na Etapa 2A e Etapa 2B.

Com a modelagem são necessários dados de medição, tais como

- Pressão do gás no topo do espaço anular ($P_{g\ csgT}$).
- Pressão do gás na Cabeça do Poço ($P_{g\ tbgT}$).
- Pressão do gás no Separador (P_{sep}).

Um conjunto de equações é então apresentado, dividindo-se em equações diferenciais ordinárias e equações algébricas. As equações diferenciais, em sua maioria, são equações de conservação de balanço: balanço de massa e de momento (Bird *et al.*, 2002). O comportamento dinâmico de cada etapa é governado pelas seguintes equações de conservação:

1. a equação da continuidade (4.1), que especifica a conservação de massa em um volume de controle $V(t)$ de área $S(t)$;

2. a equação de momento linear (4.2), que especifica a conservação de momento linear para o volume de controle $V(t)$.

$$\iiint_{V(t)} \frac{\partial}{\partial t} \rho \, dV + \iint_{S(t)} \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) \, dS = 0 \quad (4.1)$$

$$\iiint_{V(t)} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) dV + \iint_{S(t)} \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = - \iint_{S(t)} p \vec{n} dS - \iint_{S(t)} \vec{n} \cdot \tau dS + \iiint_{V(t)} \rho \vec{g} dV \quad (4.2)$$

Em que

ρ : densidade

τ : tensão de cisalhamento

p : pressão

V : volume

S : área

\vec{v} : vetor velocidade

\vec{n} : vetor unitário de direção

\vec{g} : vetor aceleração

Há equações diferenciais que não representam balanços. Nessas equações, as variáveis que se apresentam na forma diferencial são avaliadas através de discretização por diferenças centradas Kreyszig (2006). As equações algébricas, também conhecidas por equações constitutivas, completam as equações de conservação de balanço fornecendo as definições requeridas de algumas variáveis. As equações constitutivas nesta modelagem pertencem às seguintes classes:

- Taxas de transferência de massa.
- Relações de propriedades: tais como fatores de compressibilidade e fatores de atrito.

As velocidades médias do gás dos trechos, seja da coluna ou da linha de produção, são sempre calculadas a partir da velocidade a montante do trecho correspondente. As velocidades médias são consideradas constantes no modelo. Quanto às velocidades a montante, estas são deduzidas a partir das vazões mássicas nesses pontos.

As pressões médias são utilizadas para calcular as massas de gás na linha de produção (índice *pd*) e das colunas dos seguintes trechos:

- Espaço anular (índice *csg*)
- Abaixo do pistão (índice *dwn*)
- Acima da golfada (índice *up*)
- Coluna de produção (índice *tbg*)

Neste modelo, as seguintes simplificações são feitas:

- Pistão perfeitamente selante apenas durante o movimento de subida e sem ocorrência de *fallback*;
- Acumulação de líquido no espaço anular durante a etapa de *buildup*;

- Acumulação de líquido produzido pelo reservatório somente na extremidade da coluna de produção, sem ser carregado pelo gás proveniente tanto do reservatório quanto do anular, enquanto a linha de produção estiver aberta;
- Efeito da passagem de gás pelo líquido desprezível.

4.2 Etapa 1A: Subida da Golfada

A Figura 4.1 apresenta as principais variáveis envolvidas na modelagem da Etapa 1A, que analisa a subida do pistão e golfada dentro da coluna de produção.

4.2.1 Equações diferenciais

4.2.1.1 Vazão mássica de gás do reservatório

Obtida através da vazão de líquido do reservatório pela massa específica.

$$\dot{m}_{gres}(t) = \rho_g^{std} \cdot RGL \cdot Q_{ires} \quad (4.3)$$

4.2.1.2 Variação de nível de líquido no fundo da coluna de produção

A taxa de variação do nível de líquido é função da vazão do reservatório.

$$\frac{d}{dt} H_{bup}(t) = \frac{1}{A_{ibg}} \cdot Q_{ires} \quad (4.4)$$

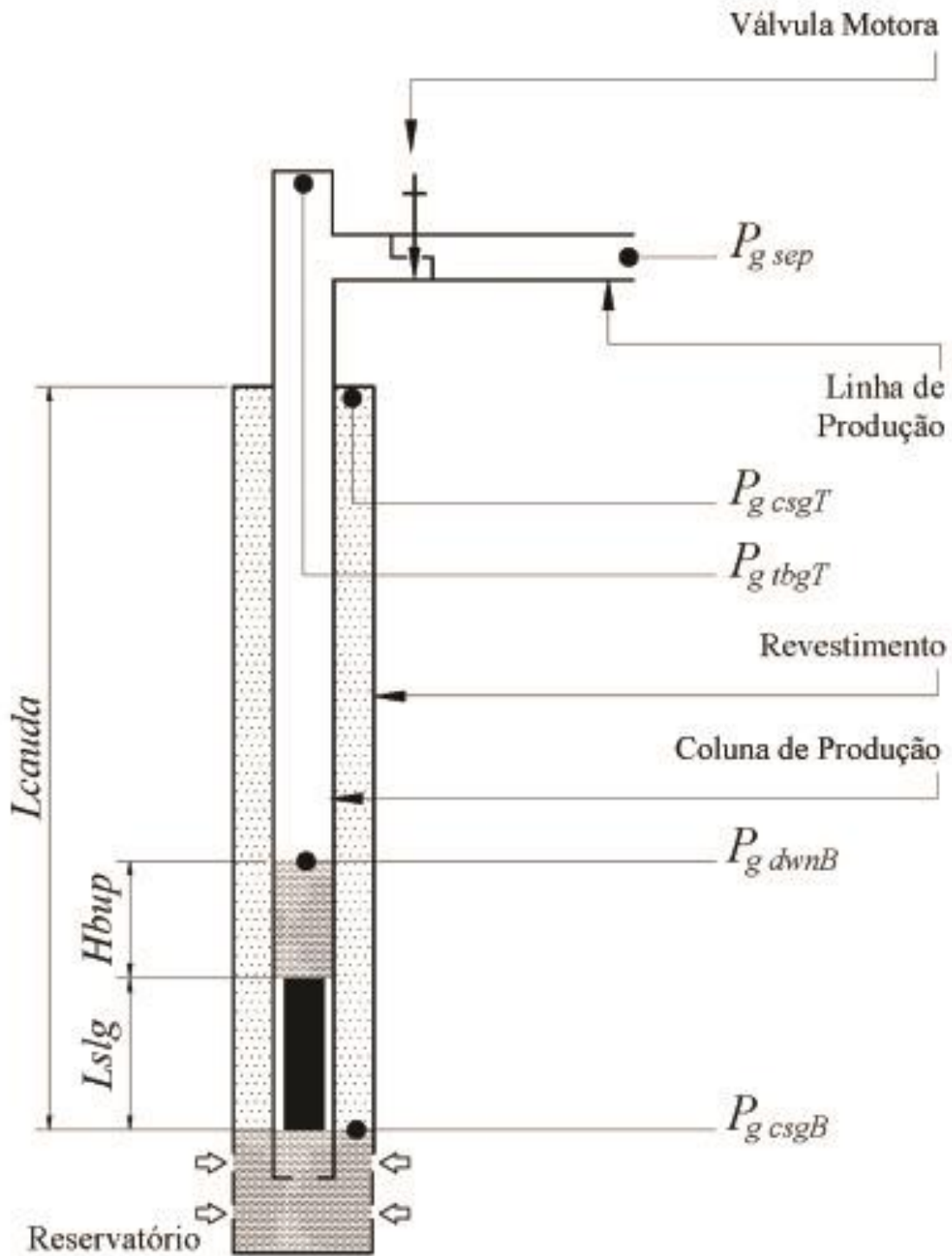


Figura 4.1. Subida da golfada e pistão

4.2.1.3 Posição do Pistão

A golfada move-se à mesma velocidade que o pistão, logo a taxa de variação da altura do

pistão (a posição do mesmo na coluna) é igual à velocidade da golfada.

$$\frac{dH_{plg}(t)}{dt} = v_{slg}(t) \quad (4.5)$$

4.2.1.4 Aceleração da golfada

A taxa de variação da velocidade da golfada é sua aceleração

$$\frac{dv_{slg}(t)}{dt} = a_{slg}(t) \quad (4.6)$$

4.2.1.5 Conservação de Massa de gás

A Equação (4.7) representa a conservação de massa aplicada ao gás contido no volume de controle constituído pelo anular, reservatório e bolha de gás abaixo do pistão. A taxa de variação no tempo da massa de gás no espaço anular e da bolha de gás abaixo do pistão é igual à vazão mássica instantânea de gás produzida pelo reservatório. Basicamente esta equação calcula a massa da coluna de gás abaixo do pistão. O diagrama da Figura 4.2 mostra a posição das variáveis no poço.

$$\dot{m}_{gres}(t) = \frac{d}{dt} m_{gcsg} + (t) \frac{d}{dt} m_{gdwn}(t) \quad (4.7)$$

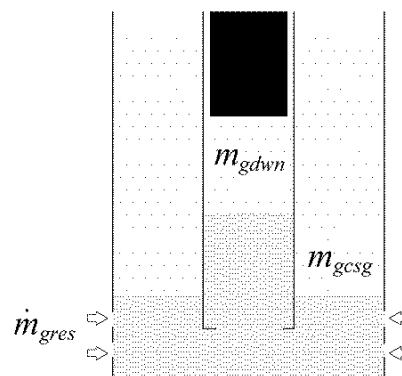


Figura 4.2. Conservação de Massa de gás

4.2.2 Equações Algébricas

4.2.2.1 Conservação da Quantidade de Movimento na Linha de Produção

A resolução da equação de perda de carga abaixo deverá fornecer o mesmo valor da variável P_{sep} , que é uma condição inicial, conforme já fora mencionado. A Figura 4.3 apresenta um diagrama da perda de pressão na linha de produção.

$$P_{sep}(t) = P_{gtbgT}(t) \cdot e^{\left[-\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{pd}}{(\bar{Z}\bar{T})_{sup}} \left(\frac{\bar{J}_{g\ pd} \bar{v}_{g\ pd}(t) |\bar{v}_{g\ pd}(t)|}{2D_{pd}} \right) \right]} \quad (4.8)$$

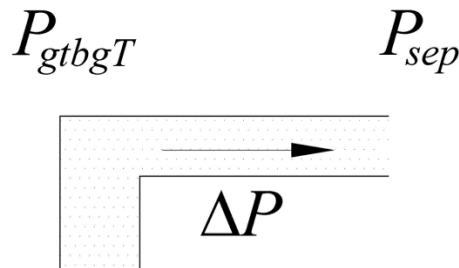


Figura 4.3. Perda de pressão na linha de produção

4.2.2.2 Perda de carga na coluna de produção entre a golfada e a superfície

Assim como ocorre para o gás abaixo do pistão, as forças de atrito são mais relevantes. A perda de carga por atrito, conforme a equação de Darcy-Weisbach, é função da velocidade média do gás na coluna acima da golfada. Tal velocidade média é admitida como sendo a velocidade da golfada.

$$P_{gtbgT}(t) = P_{slgT}(t) \cdot e^{\left[-\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{cauda} - H_{plg}(t) - L_{plg} - L_{slg}}{(\bar{Z}\bar{T})_{gup}} \left(\frac{\bar{J}_{g\ up} v_{s|g} |v_{s|g}|}{2D_{tbg}} \right) \right]} \quad (4.9)$$

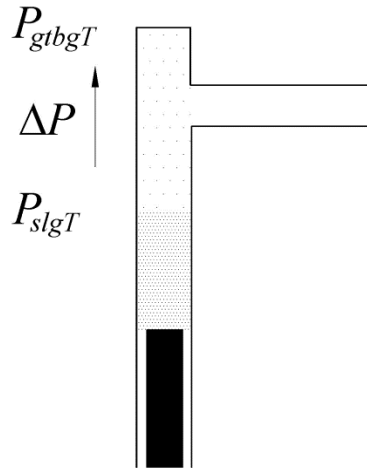


Figura 4.4. Perda de carga na coluna de produção

4.2.2.3 Perda de carga no pistão e na golfada de líquido

Em se tratando da pressão sobre a golfada de líquido, as forças devido às pressões, ao atrito e à gravidade são consideradas de maior relevância, resultando na equação abaixo. A Figura 4.5 apresenta um diagrama com as pressões envolvidas na coluna de produção.

$$P_{slgT}(t) = P_{gdwnT}(t) - \rho_l \frac{f_{slg} L_{slg} v_{slg}^2(t)}{2D_{ibg}} - \left(\frac{m_{plg}(t)}{A_{ibg}} + \rho_l \cdot L_{slg} \right) (g + a_{slg}(t)) \quad (4.10)$$

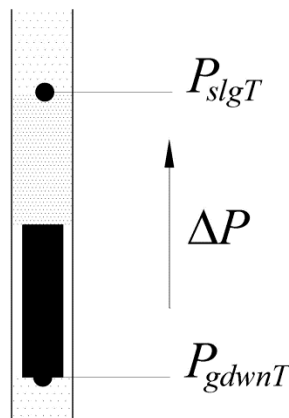


Figura 4.5. Perda de carga no pistão e golfada de líquido

4.2.2.4 Perda de carga na coluna de produção entre o líquido no fundo da coluna e o pistão

As forças devido ao atrito são dominantes em relação à força gravitacional e às forças inerciais, sendo assim responsáveis pela variação de momento linear na subida da bolha de gás.

$$P_{g\,dwnT}(t) = P_{g\,dwnB}(t) \cdot \exp \left[- \frac{PM}{R} \frac{H_{plg}(t) - H_{bup}(t)}{(\bar{Z}\bar{T})_{dwn}} \left(g + \frac{\bar{f}_{g\,dwn} \bar{v}_{g\,dwn} |\bar{v}_{g\,dwn}|}{2 D_{tbg}} \right) \right] \quad (4.11)$$

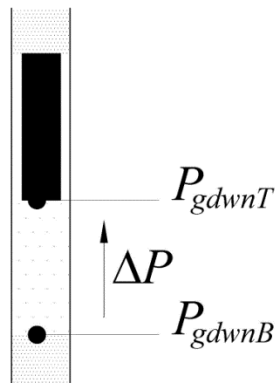


Figura 4.6. Perda de carga entre o líquido no fundo da coluna e o pistão

4.2.2.5 Perda de carga de líquido no fundo da coluna de produção

A pressão na base da bolha abaixo do pistão é a pressão no topo da coluna de líquido acumulada no fundo da coluna de produção.

$$P_{g\,dwnB}(t) = P_{g\,csgB}(t) - \rho_l \cdot g \cdot H_{bup}(t) \quad (4.12)$$

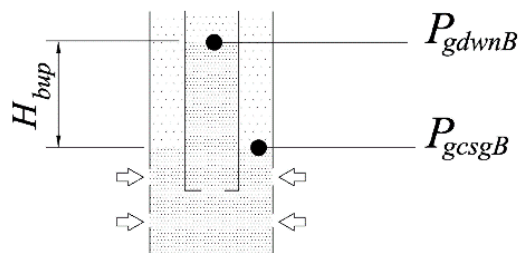


Figura 4.7. Perda de carga de líquido no fundo da coluna de produção

4.2.2.6 Perda de Carga no Espaço Anular

Devido ao fluxo de gás no anular ocorrer a baixas velocidades, os efeitos de fricção e aceleração são desprezados. Assim, a perda de pressão sobre o gás pode ser aproximada pela equação do gradiente de pressão sobre uma coluna estática de gás.

$$P_{g\ csgB}(t) = P_{g\ csgT}(t) \cdot \exp\left(\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{cauda}}{(\bar{Z}\bar{T})_{g\ csg}}\right) \quad (4.13)$$

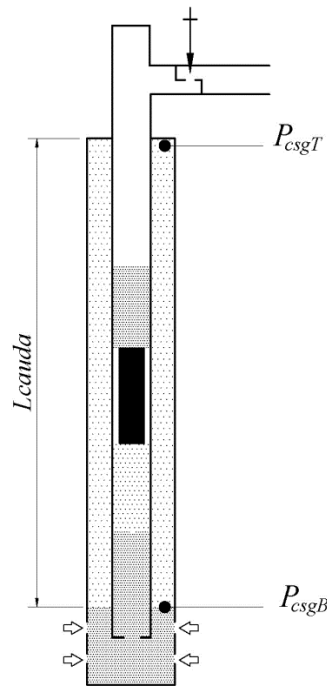


Figura 4.8. Perda de Carga no Espaço Anular

4.2.2.7 Velocidade do gás na linha de produção a montante

A velocidade do gás à montante da linha de produção, admitida como a velocidade média na linha, é calculada através da equação da continuidade, conforme equação (4.14).

$$\bar{v}_{gpd}(t) = \frac{A_{tbg}}{A_{pd}} v_{gupT}(t) \quad (4.14)$$

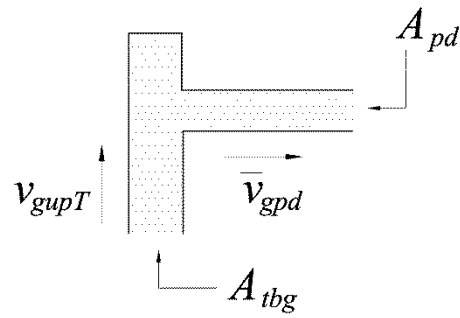


Figura 4.9. Velocidade do gás na linha de produção a montante

4.2.2.8 Velocidade do gás no topo da coluna acima da golfada

Devido ao escoamento do gás da coluna para a linha de produção, a vazão mássica de gás no topo da coluna é igual a menos a variação da massa de gás no volume de controle constituído pela coluna de gás acima da golfada.

$$\rho_{gupT}(t) \cdot v_{gupT}(t) \cdot A_{prod} = -\frac{d}{dt} m_{gup}(t) \quad (4.15)$$

4.2.2.9 Densidade do gás no topo da coluna de produção

A densidade do gás na posição mostrada na Figura 4.10 é dada pela equação de estado abaixo:

$$\rho_{gupT}(t) = \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{gtbgT}(t)}{(ZT)_{gupT}} \quad (4.16)$$

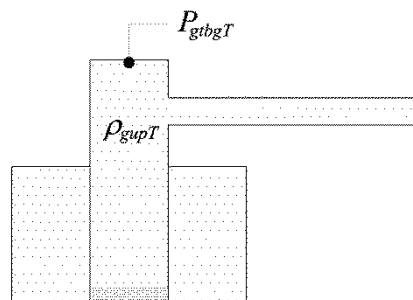


Figura 4.10. Densidade do gás no topo da coluna de produção

4.2.2.10 Massa de gás na coluna de produção acima da golfada

A massa da coluna de gás no espaço entre a golfada e o topo da coluna mostrada na Figura 4.11 é calculada pela pressão média no trecho considerado.

$$m_{gup}(t) = \bar{P}_{gup}(t) \cdot \frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{cauda} - H_{plg}(t) - L_{plg} - L_{slg}}{(\bar{Z}\bar{T})_{gup}} \cdot A_{tbg} \quad (4.17)$$

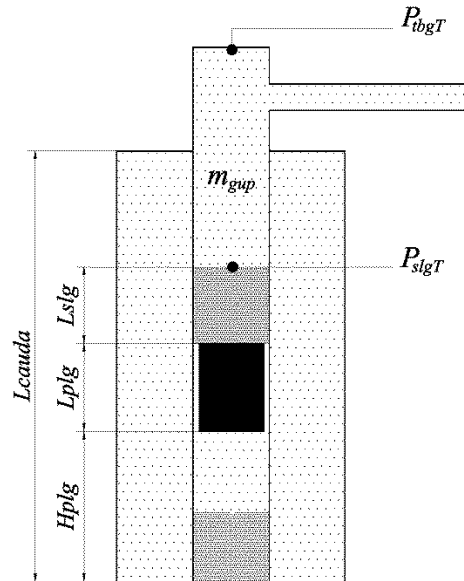


Figura 4.11. Massa de gás na coluna de produção acima da golfada

4.2.2.11 Velocidade do gás no fundo da coluna de produção

A vazão mássica de gás no fundo da coluna é admitida como sendo a variação no tempo da massa de gás no volume de controle constituído pelo trecho da coluna de produção abaixo do pistão, e relaciona-se com a velocidade do gás no fundo da coluna conforme Equação (4.18).

$$\rho_{g\,dwnB}(t) \cdot v_{g\,dwnB}(t) \cdot A_{tbg} = \frac{d}{dt} m_{g\,dwn}(t) \quad (4.18)$$

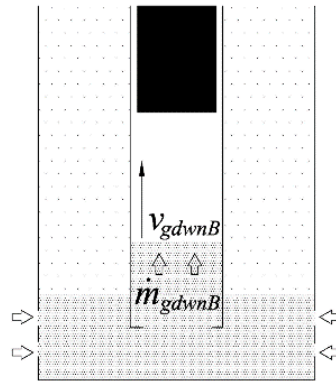


Figura 4.12. Velocidade do gás no fundo da coluna

4.2.2.12 Densidade do gás no fundo da coluna de produção

$$\rho_{g\,dwnB}(t) = \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{g\,dwnB}(t)}{(ZT)_{g\,dwnB}} \quad (4.19)$$

4.2.2.13 Massa de Gás no Espaço Anular

$$m_{g\,csg}(t) = \bar{P}_{g\,csg}(t) \cdot \frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{cauda}}{(\bar{Z}\bar{T})_{g\,csg}} \quad (4.20)$$

4.2.2.14 Vazão de líquido do reservatório

O modelo de IPR para reservatórios bifásicos utiliza a equação de Vogel (Guo *et al.*, 2007), em que a pressão na base do espaço anular, $P_{g\,csgB}$ é considerada como a pressão de fundo do poço em fluxo, P_{wf}

$$Q_{l\,res} = Q_{max} \cdot \left(1 - \frac{0,2}{P_R} P_{g\,csgB}(t) - \frac{0,8}{P_R^2} P_{g\,csgB}^2(t) \right) \quad (4.21)$$

4.3 Etapa 1B: Produção da Golfada

A Figura 4.13 apresenta as principais variáveis envolvidas na modelagem da Etapa 1B, que analisa a produção da golfada na coluna de produção.

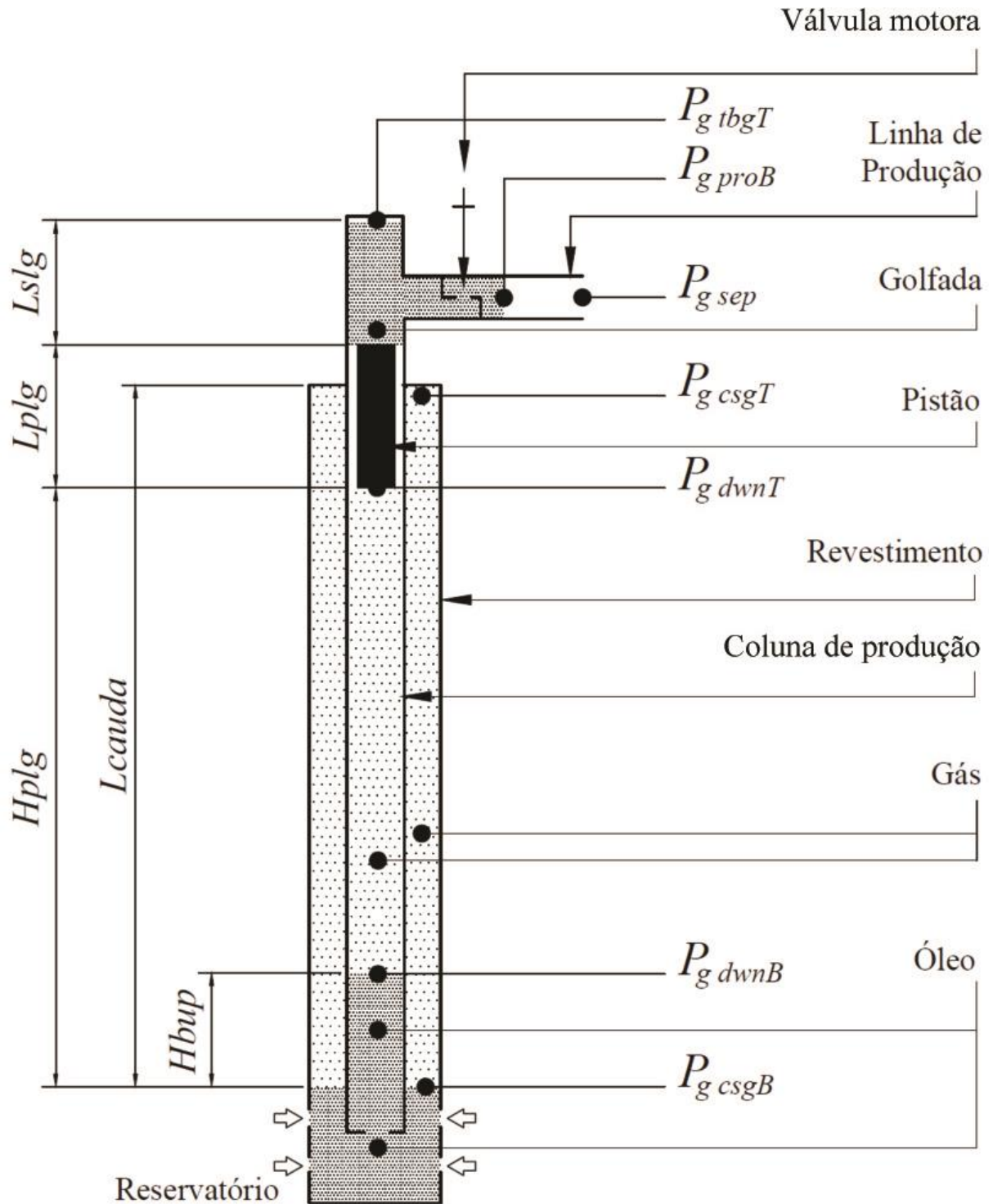


Figura 4.13. Produção da golfada

4.3.1 Equações diferenciais

Devido à presença de golfada na linha, às equações diferenciais da etapa anterior será acrescentada a equação da velocidade da golfada na linha de produção. A velocidade e aceleração da golfada na coluna de produção serão escritas como $v_{s\lg t}(t)$ e $a_{s\lg t}(t)$

4.3.1.1 Posição do Pistão

A golfada move-se à mesma velocidade que o pistão, logo a taxa de variação da altura do pistão (a posição do mesmo na coluna) é igual à velocidade da golfada.

$$\frac{dH_{plg}(t)}{dt} = v_{s\lg t}(t) \quad (4.22)$$

4.3.1.2 Aceleração da golfada

A taxa de variação da velocidade da porção da golfada contida na coluna de produção é sua aceleração, conforme equação abaixo.

$$\frac{dv_{s\lg t}(t)}{dt} = a_{s\lg t}(t) \quad (4.23)$$

4.3.1.3 Aceleração da golfada na linha de produção

A taxa de variação da velocidade da porção da golfada contida na linha de produção é sua aceleração, conforme equação abaixo.

$$\frac{dv_{s\lg p}(t)}{dt} = a_{s\lg p}(t) \quad (4.24)$$

4.3.2 Equações Algébricas

Algumas equações da Etapa 1A permanecem válidas nessa etapa e nas demais, isto é, Etapa 2A, Etapa 2B e Etapa 3: equação para perda de carga na coluna de produção entre o líquido no fundo da coluna e o pistão (4.11), perda de carga de líquido no fundo da coluna de produção (4.12), perda de carga no espaço anular (4.13), velocidade do gás na base da coluna de gás abaixo do pistão (4.18), densidade do gás na base da coluna de gás abaixo do pistão (4.19), massa de gás no espaço anular (4.20), e vazão de líquido do reservatório (4.21).

4.3.2.1 Conservação da Quantidade de Movimento na Linha de Produção

A Equação (4.25) representa a perda de carga na linha de produção. Nesta equação, devido ao líquido também estar presente na linha de produção, há que se quantificar o comprimento da golfada na linha. Através da equação da continuidade, determina-se que o volume de líquido na linha de produção é o volume inicial da golfada menos o volume de líquido na coluna de produção. A velocidade do gás a montante é admitida igual à velocidade da golfada na linha.

$$P_{g\ sep}(t) = P_{g\ pdB}(t) \cdot e^{\left[\frac{PM}{R} \frac{L_{pd} - L_{slg\ p}}{(\bar{z}\bar{T})_{sup}} \left(\frac{\bar{f}_{g\ pd} v_{slg\ p}(t) |v_{slg\ p}(t)|}{2D_{pd}} \right) \right]} \quad (4.25)$$

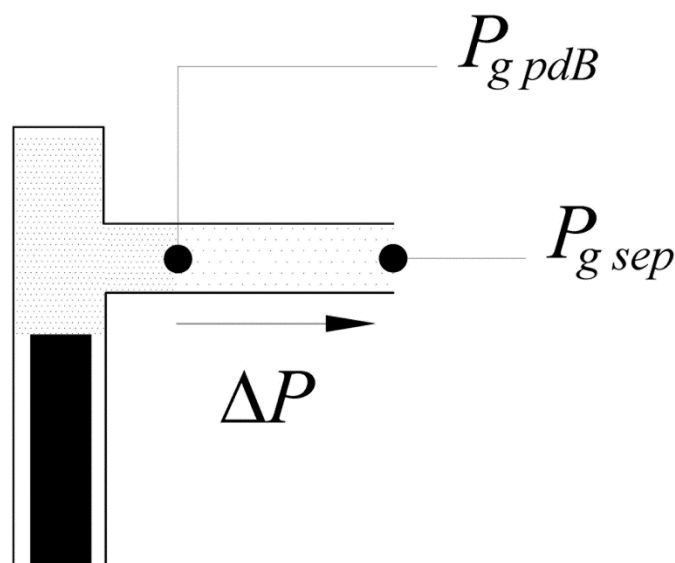


Figura 4.14. Conservação da Quantidade de Movimento na Linha de Produção

4.3.2.2 Perda de carga na golfada de líquido na linha de produção

Deve-se levar em conta a perda de carga nas três curvas ($k=3$) entre a coluna e a linha de produção devido à influência da velocidade da golfada na coluna de produção.

$$P_{g\ pdB}(t) = P_{tbgT}(t) - \frac{k}{2} \rho_l v_{slg}(t) |v_{slg}(t)| + \rho_l \frac{\bar{f}_{slg\ p} L_{slg\ p} v_{slg\ p}(t) |v_{slg\ p}(t)|}{2 \cdot D_{pd}} + \rho_l L_{slg\ p} a_{slg\ p}(t) \quad (4.26)$$

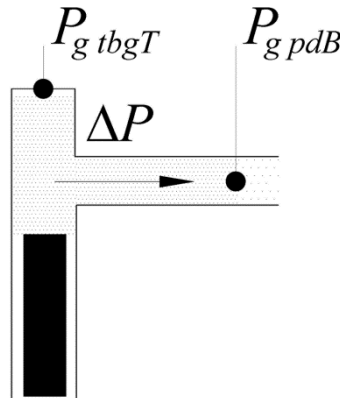


Figura 4.15. Perda de carga na golfada de líquido na linha de produção

4.3.2.3 Perda de carga no pistão e na golfada de líquido

A pressão no topo da golfada é a pressão no topo da coluna, e o comprimento da golfada na coluna de produção, conforme vai sendo produzida na linha, é variável de acordo com a posição do pistão.

$$P_{g\ tbgT}(t) = P_{g\ dwnT}(t) - \rho_l \frac{f_{slg} L_{slg\ t} v_{slg}^2(t)}{2 \cdot D_{tbg}} - \left(\frac{m_{plg}}{A_{tbg}} + \rho_l \cdot L_{slg\ t} \right) \cdot (g + a_{slg}(t)) \quad (4.27)$$

4.3.2.4 Velocidade da golfada na linha de produção

A velocidade do gás à montante da linha da linha de produção, admitida como a velocidade média na linha, é calculada através da equação da continuidade, conforme Equação (4.28).

$$v_{slg p}(t) = \frac{A_{tbg}}{A_{pd}} v_{slg}(t) \quad (4.28)$$

4.3.2.5 Comprimento da golfada na coluna de produção

O comprimento da golfada na coluna varia com a posição do pistão conforme equação abaixo.

$$L_{slgt} = L_{tbg} - H_{plg}(t) - L_{plg} \quad (4.29)$$

4.3.2.6 Comprimento da golfada na linha de produção

O comprimento da golfada na linha de produção é calculado pela equação da continuidade, em que o volume de líquido na linha de produção é o volume inicial da golfada menos o volume de líquido na coluna de produção acima do pistão.

$$L_{slgp} = (L_{slg} - L_{slgt}) \cdot \frac{A_{tbg}}{A_{pd}} \quad (4.30)$$

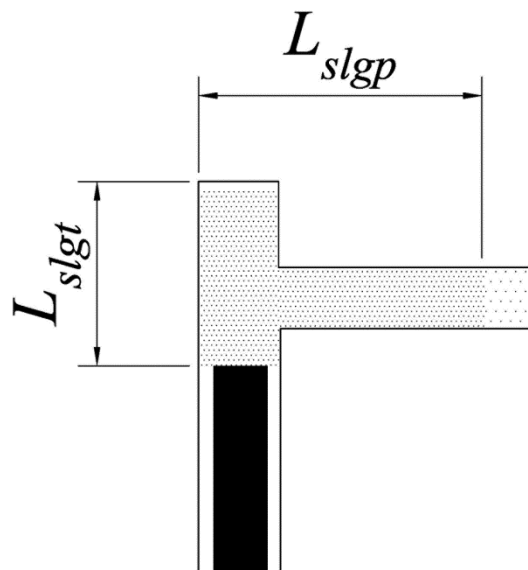


Figura 4.16. Comprimento da golfada na linha

4.4 Etapa 2A: Produção de Gás com Líquido na linha de produção

São considerados dois instantes na dinâmica desta etapa:

- Enquanto a golfada não alcança o separador
- Após a golfada alcançar o separador

Conseqüentemente, haverá duas equações distintas no cálculo do balanço de momento sobre a golfada e para o balanço de momento do gás entre a golfada e o separador.

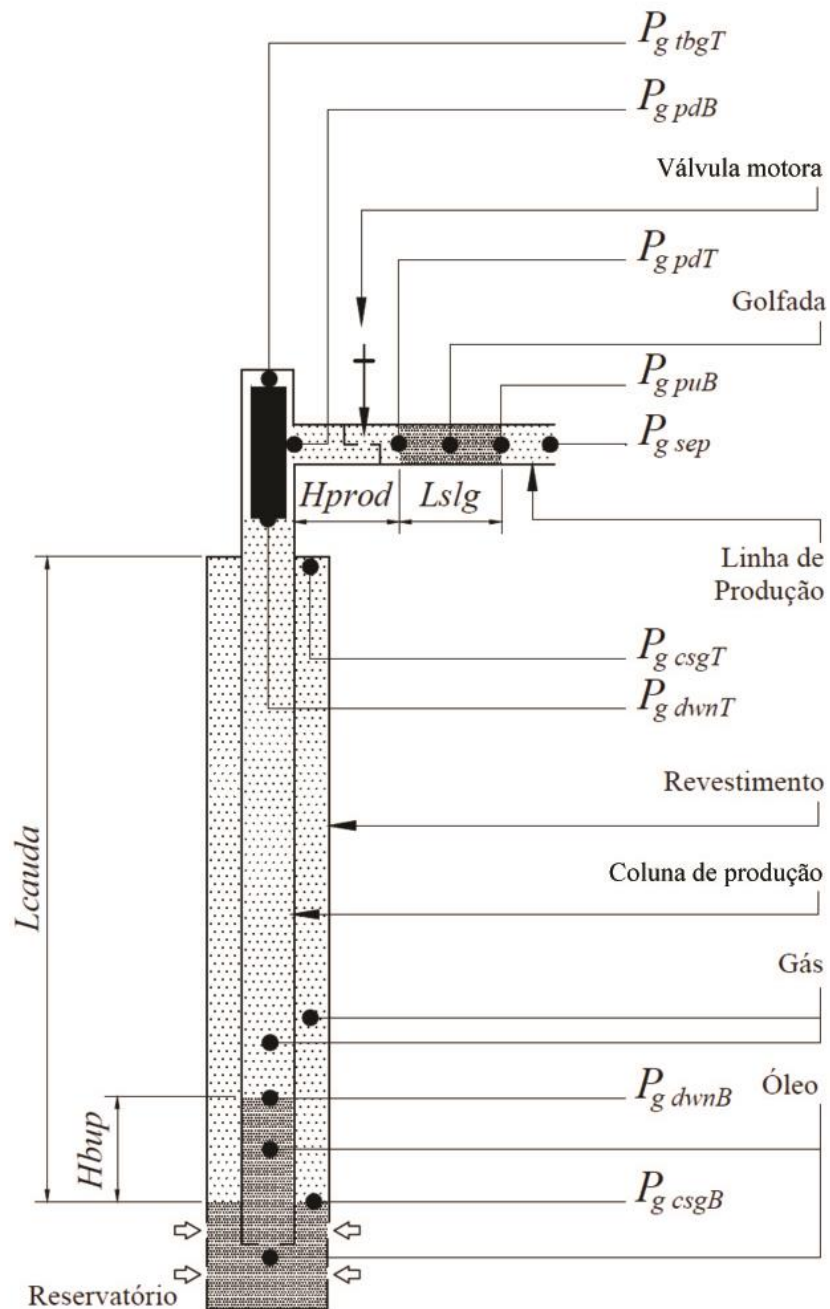


Figura 4.17. Produção de gás com líquido na linha de produção

4.4.1 Equações diferenciais

As equações diferenciais para a vazão mássica de gás do reservatório (4.3) e para a altura da coluna de líquido no fundo da coluna (4.4) se repetem nesta e nas demais etapas. Em relação à Etapa 1 B, a equação para a velocidade da golfada (4.24) é repetida. Àquelas equações já citadas serão acrescentadas as equações diferenciais exclusivas da Etapa 2 A que são descritas abaixo.

4.4.1.1 Conservação de massa de gás

A Equação (4.31) representa a conservação de massa para o gás no volume de controle constituído pelo anular, coluna de produção e linha de produção entre o poço e a golfada, que deve ser igual à vazão mássica produzida pelo reservatório.

$$\dot{m}_{g\ res}(t) = \frac{d}{dt} m_{g\ csg}(t) + \frac{d}{dt} m_{g\ dwn}(t) + \frac{d}{dt} m_{g\ pd}(t) \quad (4.31)$$

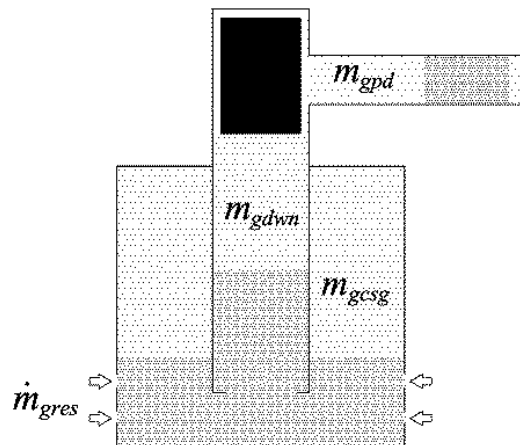


Figura 4.18. Conservação de massa de gás

4.4.1.2 Vazão mássica de gás no topo da coluna

A vazão mássica do gás no topo da coluna de produção é obtida por um balanço de massa de gás no volume de controle constituído pela coluna de produção.

$$\frac{d}{dt} m_{g\text{ tbgT}}(t) = \dot{m}_{g\text{ dwnB}}(t) - \frac{d}{dt} m_{g\text{ dwn}}(t) \quad (4.32)$$

4.4.1.3 Posição da golfada

Como a golfada encontra-se totalmente na linha de produção, sua posição está relacionada à velocidade por

$$\frac{d}{dt} H_{pd}(t) = v_{slg\ p}(t) \quad (4.33)$$

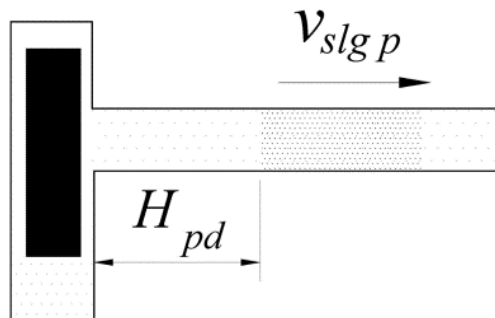


Figura 4.19. Posição da golfada

4.4.2 Equações Algébricas

Nesta etapa há transferência de massa de gás e óleo entre diversos trechos (fronteiras), o que influencia na determinação das velocidades e pressões, principalmente. As fronteiras em questão estão entre:

- O topo da coluna de produção e a linha de produção.
- A linha de produção e o separador.

Na passagem dos fluidos por qualquer dessas fronteiras ocorre perda de carga devido a conexões (Fox *et al.*, 2004) isto é, três curvas.

As velocidades são determinadas através da equação da continuidade, já que vazão mássica de gás deve ser conservada, apesar da mudança de volume que ocorre no fluido durante a passagem de um trecho para outro.

4.4.2.1 Conservação da quantidade de movimento na linha de produção enquanto a golfada não alcança o separador

Conforme pode ser verificado na Figura 4.17, a linha de gás entre a golfada e o separador tem como pressão a montante $P_{g\ puB}(t)$. O comprimento da linha de gás varia conforme a golfada se aproxima do separador e o comprimento da golfada na linha tem uma relação com o comprimento da golfada na coluna de produção dado pela equação da continuidade. A velocidade do gás a montante é assumido como a velocidade da golfada. Deve-se admitir também a queda de pressão nas 3 curvas ($k=3$) devido a passagem do gás da linha para o separador.

$$P_{sep}(t) = P_{g\ puB}(t) \cdot e^{\left[\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{pd} - H_{pd}(t) - L_{s\ lgp}}{Z_g \cdot p_{uT} \cdot T_{sup}} \cdot \left(\frac{\bar{f}_{g\ pu} \cdot v_{s\ lgp}(t) \cdot |v_{s\ lgp}(t)|}{2D_{pd}} \right) \right]} - \frac{k}{2} \cdot \rho_{g\ sep}(t) \cdot v_{g\ puT}(t) \cdot |v_{g\ puT}(t)| \quad (4.34)$$

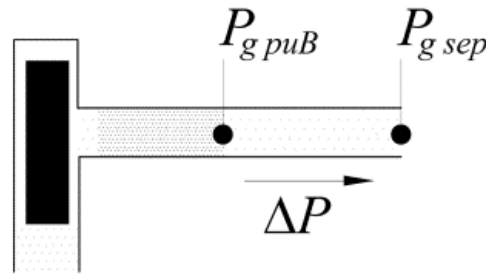


Figura 4.20. Conservação da quantidade de movimento na linha de produção enquanto a golfada não alcança o separador

4.4.2.2 Conservação da quantidade de movimento na linha de produção quando a golfada alcançar o separador

Nesta situação, a pressão no separador será a pressão do gás na linha de produção a montante descontada a perda de carga provocada pela passagem da golfada da linha para o vaso separador devida às 3 curvas ($k=3$).

$$P_{sep}(t) = P_{g\ puB}(t) - \frac{k}{2} \cdot \rho_l \cdot v_{s\ lgp}(t) \cdot |v_{s\ lgp}(t)| \quad (4.35)$$

4.4.2.3 Pressão na linha de produção entre a golfada e o separador a montante

Esta equação representa a perda de carga sobre a golfada. A pressão a montante da linha de gás entre a golfada e o vaso separador é a pressão a montante da golfada descontadas as perdas por atrito e aceleração.

$$P_{g\ puB}(t) = P_{g\ pdT}(t) - \rho_l \cdot L_{s\ lg\ p} \cdot \left(a_{s\ lg}(t) + \frac{f_{s\ lg} \cdot v_{s\ lg\ p}(t) |v_{s\ lg\ p}(t)|}{2 \cdot D_{pd}} \right) \quad (4.36)$$

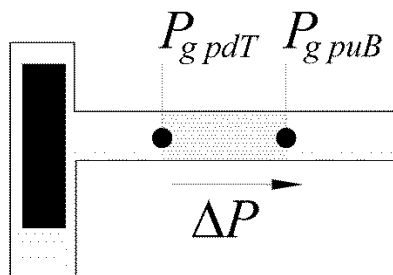


Figura 4.21. Pressão na linha de produção entre a golfada e o separador a montante

4.4.2.4 Pressão na linha de produção entre a coluna e a golfada a jusante

A pressão a jusante da linha de gás entre o poço e a golfada é calculada através da pressão e velocidade do gás neste ponto.

$$P_{g\ pdT}(t) = P_{g\ pdB}(t) \cdot e^{\left[\frac{PM}{R} \cdot \frac{H_{pd}(t)}{Z_{g\ pd} T_{sup}} \left(\frac{\bar{f}_{g\ pd} \cdot \bar{v}_{g\ pd}(t) |\bar{v}_{g\ pd}(t)|}{2D_{pd}} \right) \right]} \quad (4.37)$$

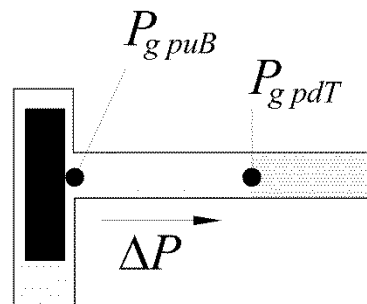


Figura 4.22. Pressão na linha de produção entre a coluna e a golfada a jusante

4.4.2.5 Pressão na linha de produção entre a coluna e a golfada a montante

Esta equação representa a perda de carga provocada pela passagem do gás da coluna de produção para a linha devida às três curvas ($k=3$), em que a pressão à montante é a pressão no topo da coluna de gás abaixo do pistão descontado o peso do mesmo (Figura 4.17).

$$P_{g\ pdB}(t) - P_{g\ tbgT}(t) - \frac{k}{2} \rho_{g\ tbgT}(t) \cdot v_{g\ tbgT}(t) \cdot |v_{g\ tbgT}(t)| \quad (4.38)$$

4.4.2.6 Pressão no topo da coluna de produção

A pressão na coluna de produção na superfície é calculada através da pressão no topo da coluna de gás descontando a perda de pressão no pistão, conforme equação abaixo.

$$P_{g\ tbgT}(t) = P_{g\ dwnT}(t) - \frac{m_{plg} \cdot g}{A_{tbg}} \quad (4.39)$$

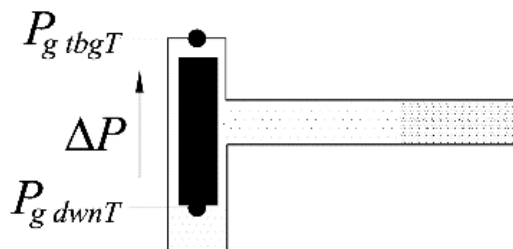


Figura 4.23. Pressão no topo da coluna de produção

4.4.2.7 Velocidade do gás na linha de produção a jusante da golfada

A velocidade do gás junto ao separador é aproximada fazendo a vazão mássica nesse ponto igual à vazão mássica do gás à montante junto à golfada

$$v_{g\ puT}(t) = v_{s\ lgp}(t) \cdot \frac{\rho_{g\ puB}}{\rho_{g\ sep}} \quad (4.40)$$

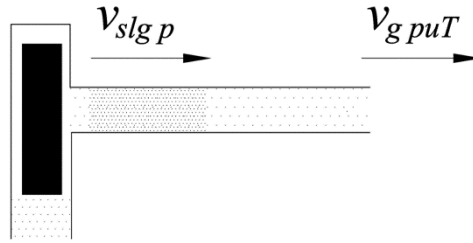


Figura 4.24. Velocidade do gás na linha de produção a jusante da golfada

4.4.2.8 Velocidade do gás na linha de produção a montante da golfada

A velocidade do gás na linha de produção junto ao poço relaciona-se com a velocidade do no topo da coluna de produção pela equação da continuidade

$$v_{gpbB}(t) = v_{gtbT}(t) \cdot \frac{\rho_{gtbT}}{\rho_{gpdB}} \cdot \frac{A_{tbg}}{A_{pd}} \quad (4.41)$$

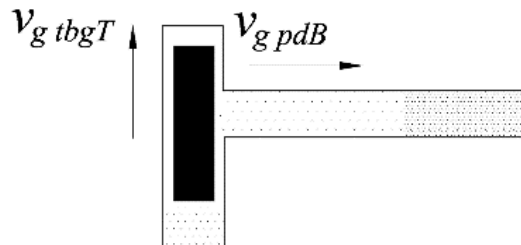


Figura 4.25. Velocidade do gás na linha de produção a montante da golfada

4.4.2.9 Velocidade do gás no topo da coluna de produção

A velocidade do gás no topo da coluna de produção está associada à vazão mássica do gás nesse ponto.

$$v_{gtbT}(t) = \dot{m}_{gtbT} \cdot \frac{1}{\rho_{gtbT} \cdot A_{tbg}} \quad (4.42)$$

4.4.2.10 Densidade do gás no separador

A densidade do gás no separador, conforme mostrado na Figura 4.26 é dada pela equação de estado abaixo

$$\rho_{g\ sep} = \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{g\ sep}(t)}{Z_{g\ sep} T_{sup}} \quad (4.43)$$

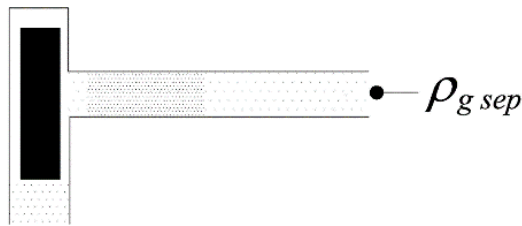


Figura 4.26. Densidade do gás no separador

4.4.2.11 Densidade do gás na linha entre a golfada e o separador a montante

A densidade do gás à montante da coluna de gás entre golfada e separador é calculada pela equação de estado com a pressão naquele ponto, conforme mostrado na Figura 4.27.

$$\rho_{g\ puB}(t) = \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{g\ puB}(t)}{Z_{g\ puB} T_{sup}} \quad (4.44)$$

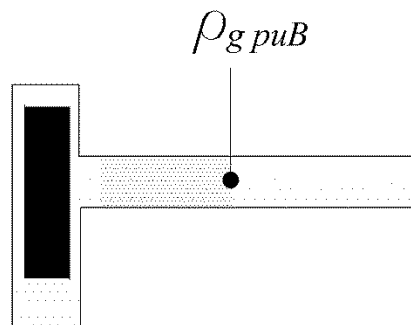


Figura 4.27 Densidade do gás a montante entre golfada e separador

4.4.2.12 Densidade do gás no topo da coluna de produção

A densidade do gás no topo da cluna de gás é calculada pela equação de estado com a pressão naquele ponto conforme mostrado na Figura 4.28.

$$\rho_{g\ tbgT} = \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{g\ tbgT}(t)}{Z_{\rho_{g\ tbgT}} T_{sup}} \quad (4.45)$$

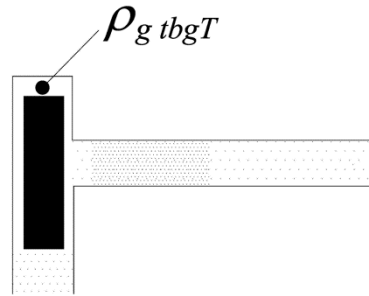


Figura 4.28. Densidade do gás no topo da coluna de produção

4.4.2.13 Densidade do gás na linha entre o poço e a golfada a montante

A densidade do gás à montante da linha entre golfada e poço é calculada pela equação de estado no ponto mostrado pela Figura 4.29.

$$\rho_{g\ pdB}(t) = \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{g\ pdB}(t)}{Z_{g\ pdB} T_{sup}} \quad (4.46)$$

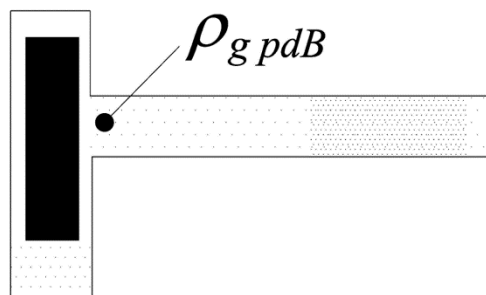


Figura 4.29. Densidade do gás na linha entre o poço e a golfada a montante

4.4.2.14 Comprimento da golfada

$$L_{slgp} = L_{pd} - H_{pd}(t) \quad (4.47)$$

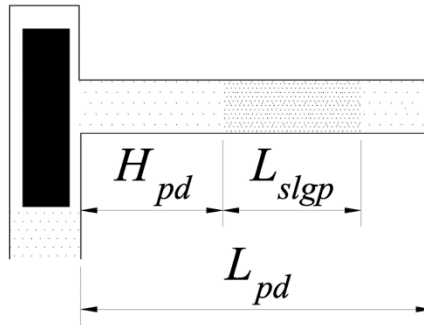


Figura 4.30. Comprimento da golfada na linha

4.4.2.15 Massa de gás na linha de produção entre o poço e a golfada

A massa de gás desse trecho da linha é calculada pela pressão média.

$$m_{g\ pd}(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{PM}{R} \cdot \frac{(P_{g\ pdB}(t) + P_{g\ pdT}(t))}{\bar{Z}_{g\ pd} \bar{T}_{sup}} \cdot A_{prod} \cdot H_{pd} \quad (4.48)$$

4.5 Etapa 2B: Produção de gás sem líquido

Esta etapa inicia-se após a golfada chegar ao vaso separador e não houver mais líquido na linha. A válvula da linha de produção permanece aberta por um dado período de tempo chamado pós-fluxo.

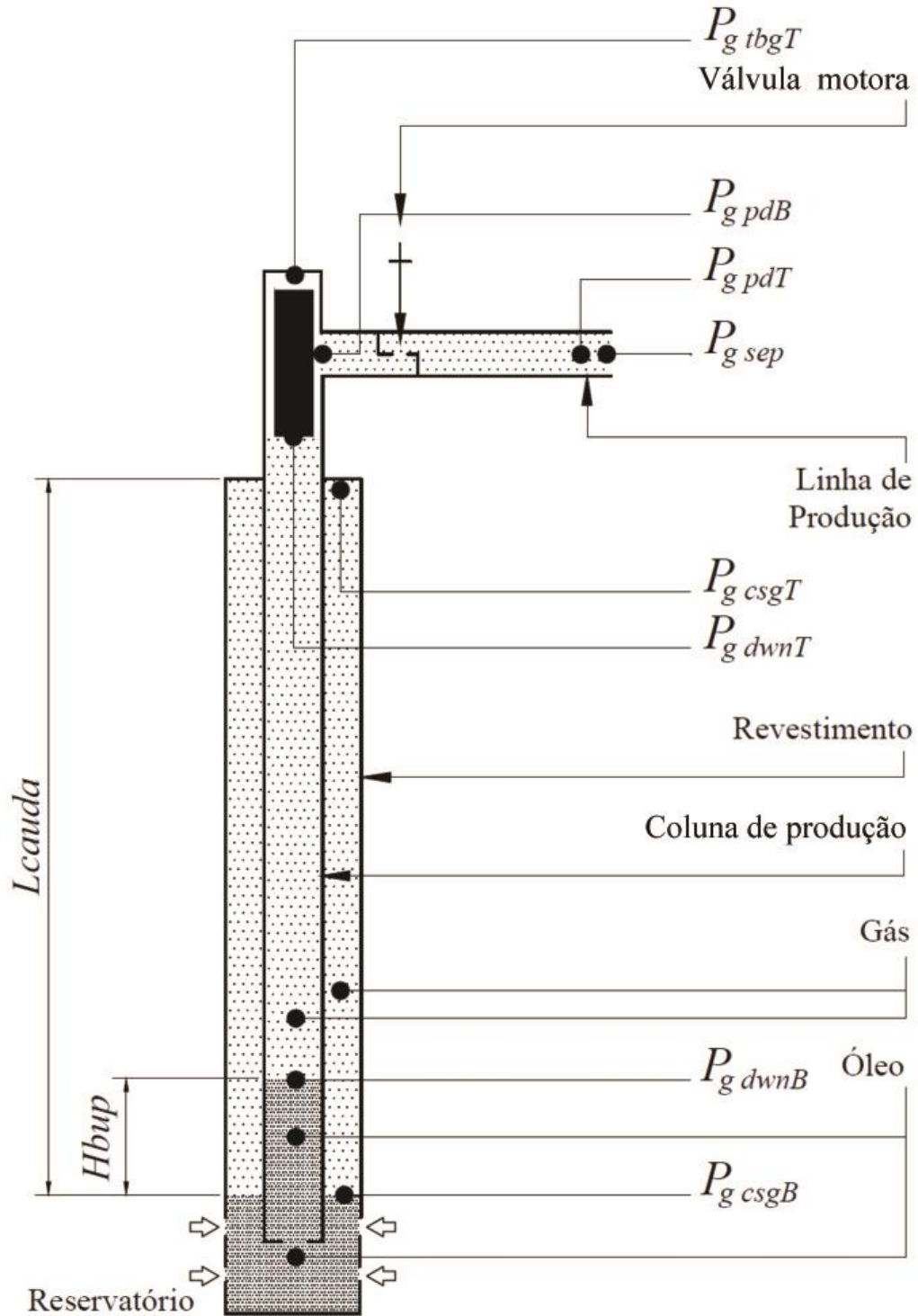


Figura 4.31. Produção de gás

4.5.1 Equações diferenciais

Em relação à Etapa 2 A, as equações diferenciais que compõem esta etapa são as mesmas para a vazão de gás do reservatório (4.3), para a altura da coluna de líquido no fundo da coluna (4.4) e para a vazão mássica do gás no topo da coluna de produção (4.32).

4.5.1.1 Balanço de massa do gás

Este balanço de massa do gás considera o volume de controle constituído por espaço anular, coluna de produção, linha de produção, igual à vazão mássica de gás que entra no volume de controle, isto é no reservatório $\dot{m}_{g\ res}(t)$ menos a vazão mássica que sai do volume de controle, isto é, no vaso separador $\dot{m}_{g\ sep}(t)$.

$$\dot{m}_{g\ sep}(t) = \dot{m}_{g\ res}(t) - \frac{d}{dt} m_{g\ down}(t) - \frac{d}{dt} m_{g\ csg}(t) - \frac{d}{dt} m_{g\ pd}(t) \quad (4.49)$$

4.5.2 Equações algébricas

Como a golfada já fora produzida ao final da Etapa 2A, na linha de produção a equação para a conservação da quantidade de movimento será a equação da perda de uma linha de gás. A vazão mássica de gás produzida no separador também será analisada. As seguintes equações para perda de carga no gás da Etapa 2A serão repetidas nesta etapa: (4.38) e (4.39).

4.5.2.1 Conservação da quantidade de movimento

Devido à produção exclusiva de gás, conforme Figura 4.31, a linha de gás tem o mesmo comprimento da linha de produção e a velocidade é aquela do gás na linha. Na passagem do gás desde a linha para o separador ocorre uma perda de carga localizada devido às três curvas e a velocidade é a do gás no separador.

$$P_{sep}(t) = P_{g\ pdB}(t) \cdot e^{-\left[\frac{PM}{R} \frac{L_{pd}}{\bar{Z}_{g\ pd} T_{sup}} \left(\frac{\bar{f}_{g\ pd} \cdot \bar{v}_{g\ pd} | \bar{v}_{g\ pd}}{2D_{pd}} \right) \right]} - \frac{k}{2} \rho_{g\ sep} \cdot v_{g\ sep}(t) | v_{g\ sep}(t) \quad (4.50)$$

4.5.2.2 Velocidade do gás no separador

A velocidade do gás no separador está relacionada à vazão mássica do gás na linha de produção junto ao separador.

$$v_{g\ sep}(t) = \dot{m}_{g\ sep} \cdot \frac{1}{\rho_{g\ sep} \cdot A_{pd}} \quad (4.51)$$

4.5.2.3 Massa do gás na coluna de produção

A massa do gás na coluna de produção é calculada pela pressão média da coluna de gás entre o topo da coluna de produção e o gás que se acumula no fundo do poço.

$$m_{g\ dwn}(t) = \bar{P}_{g\ dwn}(t) \cdot \frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{tbg} - H_{bup}(t)}{(\bar{Z}\bar{T})_{g\ dwn}} \cdot A_{tbg} \quad (4.52)$$

4.6 Etapa 3: Crescimento de Pressão

Esta etapa tem um comportamento estático, com o reservatório abastecendo somente o espaço anular e a coluna de produção, já que a linha permanece fechada pela válvula motora. A Figura 4.32 mostra que o gás ocupa uma coluna entre o topo da coluna de produção e o líquido acumulado na coluna de produção devido ao abastecimento do reservatório.

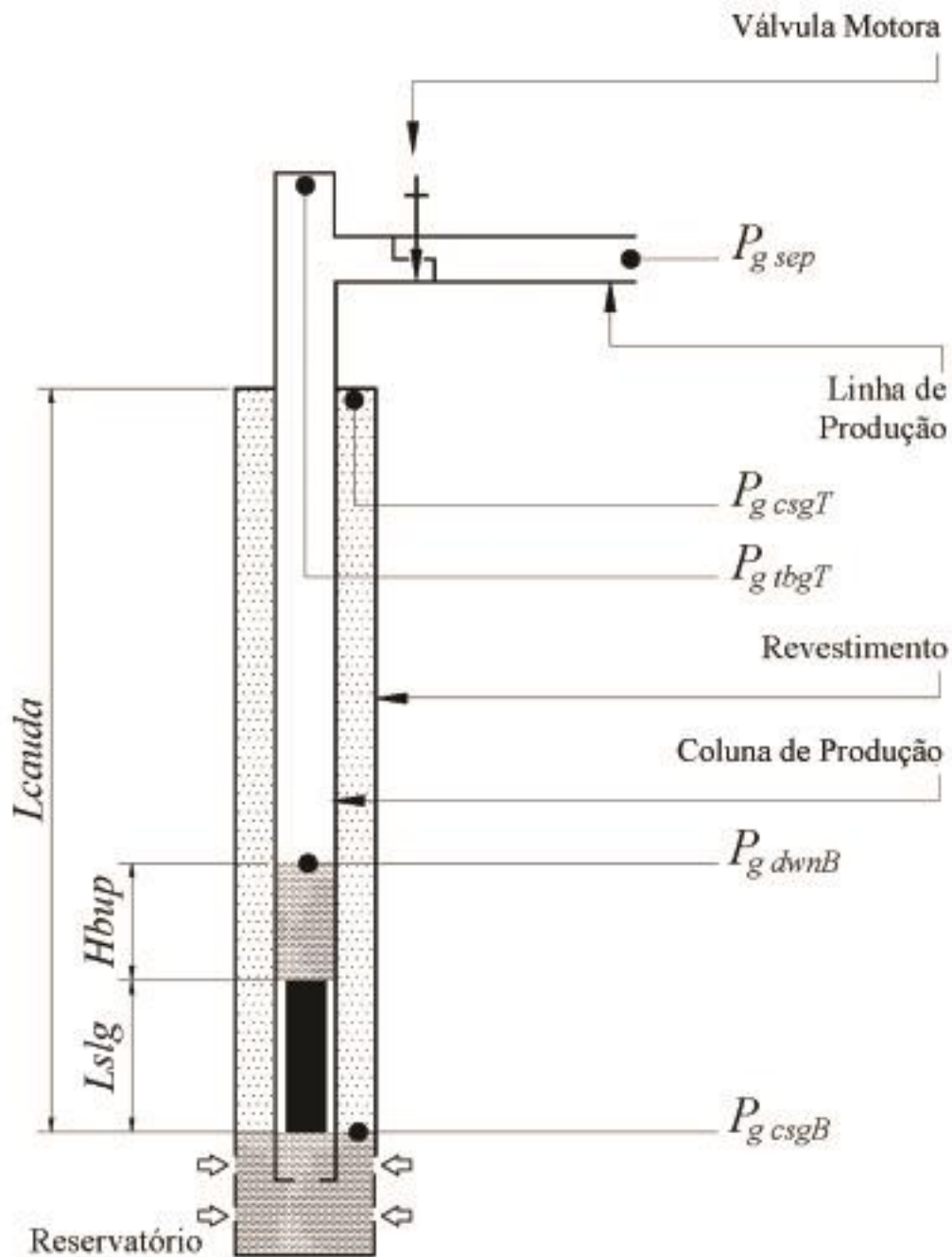


Figura 4.32. Crescimento de Pressão

4.6.1 Equações diferenciais

As equações diferenciais da Etapa 1A, com exceção daquelas relativas à golfada se repetem nesta etapa, isto é, somente as equações (4.3), (4.4) e (4.7) permanecem válidas.

4.6.2 Equações algébricas

As equações a seguir são para a coluna estática de gás da linha de produção.

4.6.2.1 Pressão na coluna de produção na superfície

A pressão no topo da coluna de produção é calculada através da equação da pressão estática de uma coluna de gás a partir da pressão no topo da coluna de líquido no fundo da coluna.

$$P_{tgT}(t) = P_{gdwnB}(t) \cdot e^{\left[\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{cauda} - H_{bup}(t) - L_{s1g}}{(\bar{Z}\bar{T})_{gdwn}} \cdot g \right]} \quad (4.53)$$

4.6.2.2 Massa de gás na coluna de produção

A massa da coluna de gás na coluna de produção durante a Etapa 3 é calculada pela pressão média do gás no trecho entre o líquido no fundo e o topo da coluna de produção.

$$m_{gtg}(t) = \frac{PM}{R} \cdot \frac{\bar{P}_{gtg}(t)}{(\bar{Z}\bar{T})_{gtg}} \cdot A_{tg} \cdot (L_{cauda} - H_{bup}(t) - L_{s1g}) \quad (4.54)$$

4.7 Metodologia da Solução

Com o objetivo de explicar como são calculadas as pressões no topo de uma coluna de gás, a jusante de uma linha de gás e no topo e a jusante de uma golfada de líquido, admitindo as perdas (por atrito, aceleração, gravidade e/ou conexões) das categorias acima relacionadas, será

utilizada como exemplo, a Equação (4.11), para o cálculo da pressão no topo de uma coluna de gás admitindo perdas por atrito e gravidade. Um dos argumentos desta função é a velocidade média na coluna entre o líquido no fundo da coluna e o pistão, que por sua vez depende da pressão no topo desta coluna, $P_{g\ down T}$, como pode ser verificado pela Equação (4.18). Conclui-se pois que as equações (4.9), (4.11) e (4.37) são transcendentais, e devem ser resolvidas recursivamente. O método numérico adotado para resolução das três equações anteriormente citadas é o de Newton-Raphson (Kreyszig, 2006).

As equações para pressões nas linhas de gás –(4.8), (4.25), (4.37)– também seguem o conceito das equações transcendentais, porém não apresentam perdas por gravidade, somente devido ao atrito do gás nas paredes da linha de produção. Variações dessas equações são as seguintes: (4.34) e (4.50), por admitirem a perda de carga nas conexões.

Para o cálculo dos fatores de atrito e compressibilidade além das perdas nas conexões, são seguidos os mesmos procedimentos do ANEXO C de Baruzzi (1994).

4.8 Conclusão

A operação do PL foi descrita pelo conjunto de equações correspondentes a cada Etapa na sequência mostrada no diagrama da Figura 4.33.

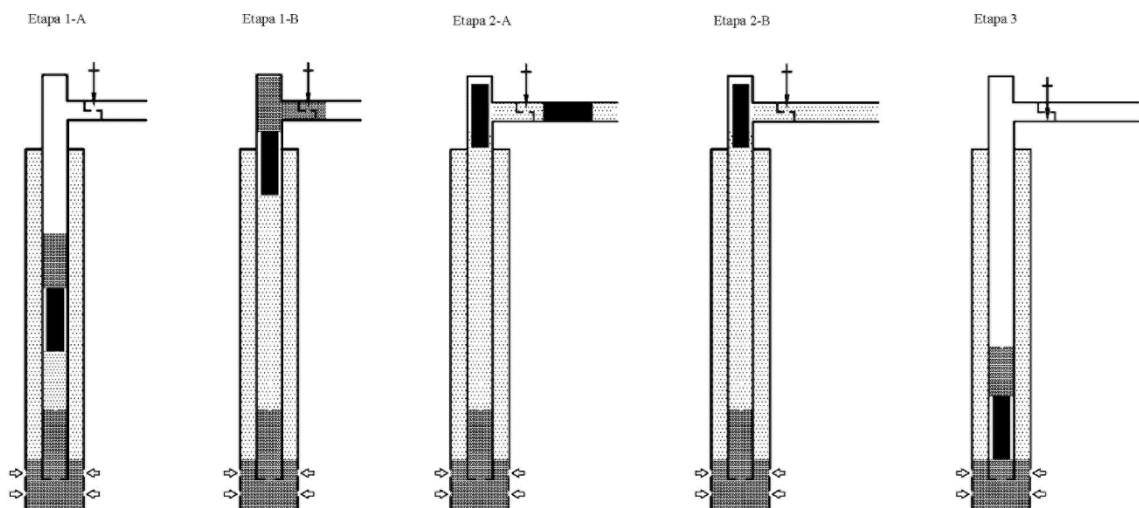


Figura 4.33. Diagrama da operação do PL

Conforme fora apresentado, o fundamento desta modelagem é o cálculo da pressão nos seguintes pontos:

No topo de uma coluna de gás admitindo perdas por atrito e gravidade.

- À jusante de uma linha de gás admitindo perdas por atrito e/ou conexões.
- No topo e à jusante de uma golfada de líquido admitindo perdas por atrito, em conexões, aceleração e/ou gravidade (na coluna de produção).

A solução do sistema de equações de equações das Etapas em que foi definido o modelo permite estudar o funcionamento do método de elevação *Plunger Lift*.

Capítulo 5
Modelo em Espaço de Estados

5. Modelo em Espaço de Estados

5.1 Introdução

Neste capítulo será abordado o procedimento para modelagem em espaço de estados do modelo apresentado no Capítulo 4.

O Estado de um sistema dinâmico é formalmente definido (Haykin, 1999) como um conjunto de quantidades que resume todas as informações sobre o comportamento passado do sistema que são necessárias para descrever unicamente seu comportamento futuro, exceto por efeitos puramente externos provenientes da entrada aplicada (excitação). A proposta da representação em Espaço de Estados é transformar a forma de qualquer sistema de equações diferenciais de ordem elevada para um sistema equivalente de equações diferenciais de primeira ordem.

5.2 Sistemas Dinâmicos

Muitos sistemas físicos (Ioannou & Sun, 1995) são descritos pelo conjunto de equações diferenciais da forma: `

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)), & \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ y(t) = h(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \end{cases} \quad (5.1)$$

em que

$\mathbf{x}(t)$ vetor de dimensão nx ($\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^{nx}$) que representa os estados diferenciais do sistema,

$\mathbf{u}(t)$ vetor de dimensão l ($\mathbf{u} \in \mathfrak{R}^l$) que representa a variável de entrada ou entrada de controle do sistema,

$y(t)$ escalar ($y \in \mathfrak{R}$) que representa a variável de saída que pode ser medidas,

\mathbf{f} vetor de funções lineares ($\mathbf{f} : \mathfrak{R}^{nx} \times \mathfrak{R}^l \rightarrow \mathfrak{R}^{nx}$) que descreve a dinâmica do sistema físico,

h função linear de saída do sistema ($h : \mathfrak{R}^{nx} \times \mathfrak{R}^l \rightarrow \mathfrak{R}$).

\mathbf{x}_0 vetor de estados no instante inicial

5.2.1 Sistemas Lineares Invariantes no Tempo

Para sistemas contínuos, ter-se-á a seguinte forma geral para Representação em Espaço de Estados ou Modelo em Espaço de Estados de um sistema LTI (*Linear Time Invariant*) e MIMO (*Multiple Inputs, Multiple Outputs*):

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}^T \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (5.2)$$

Em que $\mathbf{A} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathfrak{R}^{n \times l}$, $\mathbf{C} \in \mathfrak{R}^{1 \times n}$ e $\mathbf{D} \in \mathfrak{R}^{l \times 1}$ são matrizes com elementos invariantes no tempo, as quais recebem as seguintes denominações:

- A** Matriz de Estados
- B** Matriz de Entradas
- C** Matriz de Saídas
- D** Vetor de Acoplamento entrada-saída

5.2.2 Sistemas Lineares Variantes no Tempo

Quando o vetor \mathbf{f} e h são funções lineares de $\mathbf{x}(t)$ e $\mathbf{u}(t)$, a Equação (5.1) pode ser reescrita como:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t) \mathbf{u}(t), & \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)^T \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t) \mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (5.3)$$

em que as A, B, C e D possuem as mesmas dimensões que aquelas da Equação(5.2), mas com elementos variantes no tempo.

5.3 Sistemas Não Lineares

Para os sistemas físicos representados na forma da Equação (5.1) com o vetor \mathbf{f} e função h realizando os mapeamentos não lineares, abaixo:

$$\mathbf{f} : \mathfrak{R}^{n \times} \times \mathfrak{R}^l \rightarrow \mathfrak{R}^{n \times}$$

e

$$h: \mathfrak{R}^{n_x} \times \mathfrak{R}^l \rightarrow \mathfrak{R}$$

Após identificar as variáveis de estado, entrada e saída de um sistema de equações diferenciais não lineares em parâmetros concentrados, procede-se à representação geral do modelo de espaço de estados não linear de dimensão finita na forma matricial:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{pmatrix} \frac{d}{dt} x_1(t) \\ \frac{d}{dt} x_2(t) \\ \vdots \\ \frac{d}{dt} x_{n_x}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ f_2(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \vdots \\ f_{n_x}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \end{pmatrix} \\ y(t) = h(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \end{cases} \quad (5.4)$$

5.3.1 Linearização

A maioria dos problemas de Engenharia, no que se refere à análise e projeto de sistemas não lineares em sistemas mecânicos, elétricos, de fluidos, térmicos e outras áreas da Engenharia necessitam de conhecimento sobre uma gama considerável de técnicas de análise. Devido a uma maior familiarização com as técnicas de análise para sistemas lineares (Larminat, 2007), uma prática comum é a linearização do sistema em questão em torno de algum ponto de operação e assim analisar o modelo linear resultante (Hangos & Cameron, 2001) e Haykin (2001). A linearização das equações pode ser aplicada tanto às equações diferenciais quanto às algébricas e pode ser feita em qualquer ponto conveniente do espaço de estados em regime permanente.

Seja um modelo em Espaço de Estados de um sistema não linear, conforme Equações (5.4) e (5.5). Pode-se então obter um modelo na forma de um sistema LTI conforme Equação (5.2) fazendo com que as correspondentes matrizes do espaço de estados sejam as derivadas parciais dos estados e equações de saída em relação aos estados e variáveis de entrada conforme as equações abaixo:

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

$$\mathbf{B} = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{u_0} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial u_l} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial u_l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial u_l} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1l} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nl} \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{C} = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x_0} = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial h_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial h_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_m}{\partial x_1} & \frac{\partial h_m}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial h_m}{\partial x_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mn} \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

$$\mathbf{D} = \left. \frac{\partial h}{\partial u} \right|_{u_0} = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial u_1} & \frac{\partial h_1}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial h_1}{\partial u_l} \\ \frac{\partial h_2}{\partial u_1} & \frac{\partial h_2}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial h_2}{\partial u_l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_m}{\partial u_1} & \frac{\partial h_m}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial h_m}{\partial u_l} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1l} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{m1} & d_{m2} & \cdots & d_{ml} \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

Essas matrizes são avaliadas no ponto de operação escolhido $\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0$.

5.4 Sistemas de Equações Diferenciais e Algébricas

As equações do modelo PL abordado nesta tese satisfaz às seguintes considerações. São modelos de processos em parâmetros concentrados, que por sua vez resultam em um modelo na

forma de Equações Diferenciais e Algébricas (EDA), são problemas de valor inicial e todas as propriedades físicas, em cada fase, são admitidas como funções das variáveis de estado termodinâmicas (como pressões e temperaturas) de uma determinada fase, somente. Sendo assim, as equações desse modelo em particular são de dois tipos

- Equações diferenciais Ordinárias (EDOs) não lineares explícitas de primeira ordem com condições iniciais
- Equações Algébricas.

As equações diferenciais originam-se da conservação de balanços. As equações algébricas são normalmente de origem mista: elas podem ser chamadas de equações constitutivas. Juntamente com as equações acima, há outros elementos do modelo associados a elas, tais como:

- Considerações sobre o modelo,
- variáveis e parâmetros,
- condições iniciais,
- especificações dos parâmetros do modelo e constantes.

As variáveis são quantidades variantes no tempo ou dependentes do tempo em equações de modelo de processos. Na terminologia da teoria de sistemas as variáveis são chamadas de sinais. Nesta tese, $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^{n_x}$ é denominado vetor de variáveis diferenciáveis, uma vez que sua derivada no tempo $\frac{d}{dt}\mathbf{x}$ está explicitamente apresentada no modelo EDA. O vetor $\mathbf{z} \in \mathcal{R}^{n_z}$ é denominado vetor de variáveis algébricas uma vez que suas derivadas não aparecem explicitamente. Deve-se levar em conta também que as variáveis algébricas podem ser menos “suaves” que as variáveis diferenciáveis para uma única derivação, isto é, as variáveis algébricas podem ser não diferenciáveis.

Os parâmetros são quantidades constantes ou consideradas constantes em um modelo de processo em particular.

Uma classe de EDA, considerada uma extensão das EDO explícitas, também conhecidas como EDO com restrições são os sistemas semiexplícitos (Ascher, 1998) definidos da forma abaixo

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t)) \quad (5.9)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t)) = 0 \quad (5.10)$$

em que a EDO (5.9) para $\mathbf{x}(t)$ difere daquela em (5.4) por depender do vetor de variáveis algébricas $\mathbf{z}(t)$ e a solução deve satisfazer também às restrições algébricas do vetor de funções

(5.10). O vetor \mathbf{f} é um vetor de funções diferenciais não lineares $\mathbf{f}: \mathfrak{R}^{nx} \times \mathfrak{R}^{nz} \rightarrow \mathfrak{R}^{nx}$ e $\mathbf{g}: \mathfrak{R}^{nx} \times \mathfrak{R}^{nz} \rightarrow \mathfrak{R}^{nz}$ é um sistema algébrico de nz equações não lineares.

5.5 Modelagem *plunger lift* como sistemas de EDAs em tempo contínuo

As equações do modelo dinâmico para PL apresentadas na Seção 4 é um modelo dinâmico em parâmetros concentrados aplicado a poços de óleo composto de um total de cinco etapas. O modelo de cada etapa é um sistema de EDAs da forma representada pelas Equações (5.9) e (5.10).

Por substituição sequencial da pressão à montante pela pressão à jusante menos a perda de carga, desde o espaço anular na superfície até o vaso separador, o conjunto de equações para $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t))$ e $\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t))$ é reduzido a somente duas, que representam a equação diferencial balanço de massa de gás e a equação algébrica conservação de momento, que são respectivamente o primeiro elemento do vetor $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t))$ e o primeiro elemento do vetor $\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t))$. Essas duas equações formam o vetor de funções ϕ (5.11) do vetor de estados $\chi(t)$, cujos elementos são o estado diferencial $v_{slg}(t)$ e o estado algébrico P_{gcsGT} mostrado na Equação (5.12).

$$\phi(\chi(t), t) = \begin{bmatrix} \text{balanço de massa} \\ \text{balanço de momento} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t), t) \\ g_1(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t), t) \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

$$\chi(t) = \begin{bmatrix} \text{velocidade da golfada} \\ \text{pressão na cabeça do revestimento} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{slg}(t) \\ P_{gcsGT}(t) \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Em que $\chi \in \mathfrak{R}^2$ e $\phi: \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^2$.

A variável observada, ou de saída, é a mesma para todas as etapas, isto é, a pressão na cabeça do poço e h é a função de medição.

$$y(t) = P_{gcbGT}(t) \quad (5.13)$$

$$h(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t), t) = [\text{equação da pressão na cabeça do poço}] \quad (5.14)$$

Nas seções a seguir serão apresentados basicamente os sistemas de equações correspondentes às equações de estado e às saídas relativas a cada etapa do ciclo PL.

5.5.1 Etapa 1A: Subida do Pistão

O vetor de variáveis diferenciáveis da Etapa 1A é mostrado na Equação (5.15) e o vetor de funções diferenciais é mostrado na Equação (5.16). O vetor de variáveis algébricas desta etapa é mostrado na Equação (5.17) e o vetor de funções algébricas é mostrado na Equação (5.18)

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} m_{g\,dwn}(t) \\ m_{g\,res}(t) \\ H_{plg}(t) \\ v_{slg}(t) \\ H_{bup}(t) \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t)) = \begin{bmatrix} \dot{m}_{g\,res}(t) - \frac{d}{dt} m_{g\,csg}(t) \\ \rho_g^{std} \cdot GLR \cdot Q_{l\,res} \\ v_{slg}(t) \\ a_{slg}(t) \\ \frac{1}{A_{tbg}} \cdot Q_{l\,res} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} P_{g\,tbgT}(t) \\ P_{slgT}(t) \\ P_{g\,dwnT}(t) \\ P_{g\,dwnB}(t) \\ P_{g\,csgB}(t) \\ P_{g\,csgT}(t) \\ \bar{v}_{g\,up}(t) \\ \bar{v}_{g\,dwn}(t) \\ \bar{v}_{g\,pro}(t) \\ m_{g\,up}(t) \\ m_{g\,csg}(t) \\ \rho_{g\,upT}(t) \\ \rho_{g\,dwnB}(t) \\ Q_{l\,res}(t) \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t)) = \begin{bmatrix}
 P_{sep}(t) - P_{g\,ibgT}(t) \cdot e^{\left[-\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{pd}}{(\bar{Z}\bar{T})_{sup}} \left(\frac{\bar{f}_{g\,pd} \bar{v}_{g\,pd}(t) |\bar{v}_{g\,pd}(t)|}{2D_{pd}} \right) \right]} \\
 P_{g\,ibgT}(t) - P_{slgT}(t) \cdot e^{\left[-\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{ibg} - H_{plg}(t) - L_{plg} - L_{slg}}{(\bar{Z}\bar{T})_{g\,up}} \left(g + \frac{\bar{f}_{g\,up} \bar{v}_{slg} |v_{slg}|}{2D_{ibg}} \right) \right]} \\
 P_{slgT}(t) - P_{g\,dwnT}(t) + \rho_l \frac{f_{slg} L_{slg} v_{slg}^2(t)}{2 \cdot D_{ibg}} + \\
 \left(\frac{m_{plg}}{A_{ibg}} + \rho_l \cdot L_{slg} \right) \cdot (g + a_{slg}(t)) \\
 P_{g\,dwnT}(t) - P_{g\,dwnB}(t) \cdot e^{\left[-\frac{PM}{R} \cdot \frac{H_{plg}(t) - H_{bup}(t)}{(\bar{Z}\bar{T})_{dwn}} \left(g + \frac{\bar{f}_{g\,dwn} \bar{v}_{g\,dwn} |\bar{v}_{g\,dwn}|}{2D_{ibg}} \right) \right]} \\
 P_{g\,dwnB}(t) - P_{g\,csgB}(t) + \rho_l \cdot g \cdot H_{bup}(t) \\
 P_{g\,csgB}(t) - P_{g\,csgT}(t) \cdot e^{\left(\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{ibg}}{(\bar{Z}\bar{T})_{g\,csg}} \right)} \\
 v_{g\,upT}(t) + \frac{d}{dt} m_{g\,up}(t) \cdot \frac{1}{\rho_{g\,upT}(t) \cdot A_{ibg}} \\
 \bar{v}_{g\,dwn}(t) - \frac{d}{dt} m_{g\,dwn}(t) \cdot \frac{1}{\rho_{g\,dwnB}(t) \cdot A_{ibg}} \\
 \bar{v}_{g\,pd}(t) - \frac{A_{ibg}}{A_{pd}} v_{g\,upT}(t) \\
 m_{g\,up}(t) - \bar{P}_{g\,up}(t) \cdot \frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{ibg} - H_{plg}(t) - L_{plg} - L_{slg}}{(\bar{Z}\bar{T})_{g\,up}} \cdot A_{ibg} \\
 m_{g\,csg}(t) - \bar{P}_{g\,csg}(t) \cdot \frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{ibg}}{(\bar{Z}\bar{T})_{g\,csg}} \\
 \rho_{g\,upT}(t) - \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{g\,ibgT}(t)}{(\bar{Z}\bar{T})_{g\,upT}} \\
 \rho_{g\,dwnB}(t) - \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{g\,dwnB}(t)}{(\bar{Z}\bar{T})_{g\,dwnB}} \\
 Q_{l\,res} - Q_{max} \cdot \left(1 - \frac{0,2}{P_R} P_{g\,csgB}(t) - \frac{0,8}{P_R^2} P_{g\,csgB}^2(t) \right)
 \end{bmatrix} \tag{5.18}$$

5.5.1.1 Variáveis de Estado e Equações de Estado

O modelo não linear que descreve a dinâmica da Etapa 1A tem como base as equações de balanço (4.7) e (4.8), em que as variáveis de estado são aquelas do vetor expresso por (5.12). Cada equação de balanço é resolvida numericamente para os instantes $t+1$ e t .

$$\phi(\chi(t), t) = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} m_{g\ down}(t) + \frac{d}{dt} m_{g\ csg}(t) - \dot{m}_{g\ res}(t) \\ P_{sep}(t) - P_{g\ tbgT}(t) \cdot \\ \exp \left[-\frac{M}{R} \cdot \frac{L_{pd}}{Z_{sup} T_{sup}} \left(\frac{\bar{f}_{g\ pd} \bar{v}_{g\ pd}(t) |\bar{v}_{g\ pd}(t)|}{2D_{pd}} \right) \right] \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

5.5.1.2 Variável de Saída e Equação de Saída

A função de saída $H(\mathbf{x}(t), t)$, apresentada na Equação (5.20) está definida na Seção 4.2.2.

$$h((\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t))) = P_{slgT}(t) \cdot e^{\left[\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{tbg} - H_{plg}(t) - L_{plg} - L_{slg}}{(ZT)_{g\ up}} \left(g + \frac{\bar{f}_{g\ up} \bar{v}_{slg} |v_{slg}|}{2D_{tbg}} \right) \right]} \quad (5.20)$$

5.5.2 Etapa 1B: Produção da Golfada

Nesta etapa, o vetor de variáveis diferenciais é mostrado na Equação (5.21), e o vetor de funções diferenciais é mostrado na Equação (5.22).

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{m}_{g\ dwn}(t) \\ \dot{m}_{g\ res}(t) \\ \dot{H}_{plg}(t) \\ \dot{v}_{slg}(t) \\ \dot{H}_{bup}(t) \\ \dot{v}_{slg\ p}(t) \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t)) = \begin{bmatrix} \dot{m}_{g\ res}(t) - \frac{d}{dt} m_{g\ csg}(t) \\ \rho_g^{std} \cdot GLR \cdot Q_{l\ res} \\ v_{slg}(t) \\ a_{slg}(t) \\ \frac{1}{A_{tbg}} \cdot Q_{l\ res} \\ a_{slg\ p}(t) \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

O vetor de variáveis algébricas desta Etapa está expresso na Equação (5.23), enquanto o vetor de funções diferenciáveis está expresso na Equação (5.24)

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} P_{g\ proB}(t) \\ P_{g\ tbgT}(t) \\ P_{g\ dwnT}(t) \\ P_{g\ dwnB}(t) \\ P_{g\ csgB}(t) \\ P_{g\ csgT}(t) \\ \bar{v}_{slg\ p}(t) \\ \bar{v}_{g\ dwn}(t) \\ \rho_{g\ dwnB}(t) \\ m_{g\ csg}(t) \\ Q_{l\ res}(t) \\ L_{slg\ t}(t) \\ L_{slg\ p}(t) \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t)) = \begin{bmatrix}
 P_{sep}(t) - P_{g\ pdB}(t) \cdot e^{\left[\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{pd} - L_{slg\ p}}{(Z\bar{T})_{sup}} \left(\frac{\bar{f}_{g\ pd} v_{slg\ p}(t) |v_{slg\ p}(t)|}{2D_{pd}} \right) \right]} \\
 P_{g\ pdB}(t) - P_{tbgT}(t) + \frac{k}{2} \rho_l v_{slg}(t) |v_{slg}(t)| + \\
 \rho_l \frac{\bar{f}_{slg\ p} L_{slg\ p} v_{slg\ p}(t) |v_{slg\ p}(t)|}{2 \cdot D_{pd}} - \rho_l L_{slg\ p} a_{slg\ p}(t) \\
 P_{g\ tbgT}(t) - P_{g\ dwnT}(t) + \rho_l \frac{f_{slg} L_{slg\ t} v_{slg}^2(t)}{2 \cdot D_{tbg}} + \\
 \left(\frac{m_{plg}}{A_{tbg}} + \rho_l \cdot L_{slg\ t} \right) \cdot (g + a_{slg}(t)) \\
 P_{g\ dwnT}(t) - P_{g\ dwnB}(t) \cdot e^{\left[\frac{PM}{R} \cdot \frac{H_{plg}(t) - H_{bup}(t)}{(Z\bar{T})_{dwn}} \left(g + \frac{\bar{f}_{g\ dwn} \bar{v}_{g\ dwn} |\bar{v}_{g\ dwn}|}{2D_{tbg}} \right) \right]} \\
 P_{g\ dwnB}(t) - P_{g\ csgB}(t) + \rho_l \cdot g \cdot H_{bup}(t) \\
 P_{g\ csgB}(t) - P_{g\ csgT}(t) \cdot e^{\left(\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{tbg}}{(Z\bar{T})_{g\ csg}} \right)} \\
 v_{slg\ p}(t) - v_{slg}(t) \cdot \frac{A_{tbg}}{A_{pd}} \\
 \bar{v}_{g\ dwn}(t) - \frac{d}{dt} m_{g\ dwn}(t) \cdot \frac{1}{\rho_{g\ dwnB}(t) \cdot A_{tbg}} \\
 \rho_{g\ dwnB}(t) - \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{g\ dwnB}(t)}{(Z\bar{T})_{g\ dwnB}} \\
 m_{g\ csg}(t) - \bar{P}_{g\ csg}(t) \cdot \frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{tbg}}{(Z\bar{T})_{g\ csg}} \cdot A_{tcsG} \\
 Q_{l\ res} - Q_{max} \cdot \left(1 - \frac{0,2}{P_R} P_{g\ csgB}(t) - \frac{0,8}{P_R^2} P_{g\ csgB}^2(t) \right) \\
 L_{slg\ t} - L_{tbg} + H_{plg}(t) + L_{plg} \\
 L_{slg\ p} - (L_{slg} - L_{slg\ t}) \cdot \frac{A_{tbg}}{A_{pd}}
 \end{bmatrix} \tag{5.24}$$

5.5.2.1 Variáveis de Estado e Equações de Estado

Para a Etapa 1B o vetor de funções de estado é mostrado abaixo

$$\phi(\chi(t), t) = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} m_{g\,dwn}(t) + \frac{d}{dt} m_{g\,csg}(t) - \dot{m}_{g\,res}(t) \\ P_{sep}(t) - P_{g\,pdB}(t) \cdot e^{\left[\frac{PM}{R} \frac{L_{pda} - L_{slg\,p}}{(\bar{Z}\bar{T})_{sup}} \left(\frac{\bar{f}_{g\,pd} v_{slg\,p}(t) v_{slg\,p}(t)}{2D_{prod}} \right) \right]} \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

5.5.2.2 Variável de Saída e Equação de Saída

A equação de saída para esta etapa é o terceiro elemento do vetor $\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t))$ e corresponde à equação de $P_{g\,ibgT}(t)$.

$$h(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t), t) = P_{g\,dwnT}(t) - \rho_l \frac{f_{slg} L_{slg} v_{slg}^2(t)}{2 \cdot D_{ibg}} - \left(\frac{m_{plg}(t)}{A_{ibg}} - \rho_l \cdot L_{slg} \right) \cdot (g + a_{slg}(t)) \quad (5.26)$$

5.5.3 Etapa 2A Produção de Gás com líquido

Para a Etapa 2A, a Equação (5.27) apresenta o vetor de variáveis diferenciáveis e a Equação (5.28) apresenta o vetor de funções diferenciais.

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} m_{g \text{ dwn}}(t) \\ m_{g \text{ res}}(t) \\ m_{g \text{ tbgT}}(t) \\ H_{\text{prod}}(t) \\ H_{\text{bup}}(t) \\ v_{\text{slg p}}(t) \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t)) = \begin{bmatrix} \dot{m}_{g \text{ res}}(t) - \frac{d}{dt} m_{g \text{ csG}}(t) - \frac{d}{dt} m_{g \text{ pd}}(t) \\ \rho_g^{\text{std}} \cdot GLR \cdot Q_{l \text{ res}} \\ \dot{m}_{g \text{ dwnB}}(t) - \frac{d}{dt} m_{g \text{ dwn}}(t) \\ v_{\text{slg p}}(t) \\ \frac{1}{A_{\text{tbg}}} \cdot Q_{l \text{ res}} \\ a_{\text{slg p}}(t) \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

O vetor de variáveis algébricas e de funções algébricas estão representados pelas Equações (5.29) e (5.30), respectivamente.

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} P_{g \text{ puB}}(t) \\ P_{g \text{ pdT}}(t) \\ P_{g \text{ pdB}}(t) \\ P_{g \text{ tbgT}}(t) \\ P_{g \text{ dwnT}}(t) \\ P_{g \text{ dwnB}}(t) \\ P_{g \text{ csgB}}(t) \\ P_{g \text{ csgT}}(t) \\ L_{slg \text{ p}}(t) \\ \rho_{g \text{ sep}}(t) \\ v_{g \text{ puT}}(t) \\ v_{g \text{ pdB}}(t) \\ \rho_{g \text{ tbgT}}(t) \\ v_{g \text{ tbgT}}(t) \\ v_{g \text{ dwnB}}(t) \\ \rho_{g \text{ puB}}(t) \\ \rho_{g \text{ pdB}}(t) \\ \rho_{g \text{ dwnB}}(t) \\ m_{g \text{ pdB}}(t) \\ m_{g \text{ csg}}(t) \\ Q_{l \text{ res}}(t) \end{bmatrix} \tag{5.29}$$

$$\begin{aligned}
 & P_{sep}(t) - P_{g\ puB}(t) \cdot e^{\left[\frac{PM}{R} \frac{L_{pd} - H_{pd}(t) - L_{slgp}}{Z_{g\ pu} T_{sup}} \left(\frac{\bar{f}_{g\ pu} \cdot v_{slgp}(t) |v_{slgp}(t)|}{2D_{pd}} \right) \right]} + \frac{k}{2} \rho_{g\ sep}(t) \cdot v_{g\ puT}(t) |v_{g\ puT}(t)| \\
 & P_{g\ puB}(t) - P_{g\ pdT}(t) + \rho_l \cdot L_{slgp} \cdot \left(a_{slg}(t) + \frac{f_{slg} \cdot v_{slgp}(t) |v_{slgp}(t)|}{2D_{pd}} \right) \\
 & P_{g\ pdT}(t) - P_{g\ pdB}(t) \cdot e^{\left[\frac{PM}{R} \frac{H_{pd}(t)}{Z_{g\ pd} T_{sup}} \left(\frac{\bar{f}_{g\ pd} \cdot \bar{v}_{g\ pd}(t) |v_{g\ pd}(t)|}{2D_{pd}} \right) \right]} \\
 & P_{g\ pdB}(t) - P_{g\ tbgT}(t) - \frac{k}{2} \rho_{g\ tbgT}(t) \cdot v_{g\ tbgT}(t) |v_{g\ tbgT}(t)| \\
 & P_{g\ tbgT}(t) - P_{g\ dwnT}(t) + \frac{m_{plg} \cdot g}{A_{tbg}} \\
 & P_{g\ dwnT}(t) - P_{g\ dwnB}(t) \cdot e^{\left[\frac{PM}{R} \frac{L_{tbg} - H_{bup}(t)}{(Z\bar{T})_{dwn}} \left(g + \frac{\bar{f}_{g\ dwn} \cdot \bar{v}_{g\ dwn}(t) |v_{g\ dwn}(t)|}{2D_{tbg}} \right) \right]} \\
 & P_{g\ dwnB}(t) - P_{g\ csdB}(t) + \rho_l \cdot g \cdot H_{bup}(t) \\
 & P_{g\ csdB}(t) - P_{g\ csdT}(t) \cdot e^{\left(\frac{PM}{R} \frac{L_{cnda}}{(Z\bar{T})_{g\ csdB}} \right)} \\
 & L_{slgp} - L_{pd} + H_{pd}(t) \\
 & \rho_{g\ sep} - \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{g\ sep}(t)}{Z_{g\ sep} T_{sup}} \\
 & v_{g\ puT}(t) - v_{slgp}(t) \cdot \frac{\rho_{g\ puB}}{\rho_{g\ sep}} \\
 & v_{g\ pdB}(t) - v_{g\ tbgT}(t) \cdot \frac{\rho_{g\ tbgT}}{\rho_{g\ pdB}} \cdot \frac{A_{tbg}}{A_{pd}} \\
 & \rho_{g\ tbgT} - \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{g\ tbgT}(t)}{Z_{g\ tbgT} T_{sup}} \\
 & v_{g\ tbgT}(t) - \dot{m}_{g\ tbgT} \cdot \frac{1}{\rho_{g\ tbgT} \cdot A_{tbg}} \\
 & v_{g\ dwnB}(t) - \dot{m}_{g\ dwnB} \cdot \frac{1}{\rho_{g\ dwnB} \cdot A_{tbg}} \\
 & \rho_{g\ puB} - \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{g\ puB}(t)}{Z_{g\ puB} T_{sup}} \\
 & \rho_{g\ pdB} - \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{g\ pdB}(t)}{Z_{g\ pdB} T_{sup}} \\
 & \rho_{g\ dwnB} - \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{g\ dwnB}(t)}{(Z\bar{T})_{g\ dwnB}} \\
 & m_{g\ pd}(t) - \bar{P}_{g\ pd}(t) \cdot \frac{PM}{R} \cdot \frac{H_{pd}(t) \cdot A_{pd}}{(Z\bar{T})_{g\ pd}} \\
 & m_{g\ csdB}(t) - \bar{P}_{g\ csdB}(t) \cdot \frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{tbg} \cdot A_{csdB}}{(Z\bar{T})_{g\ csdB}} \\
 & Q_{i\ res} - Q_{max} \cdot \left(1 - \frac{0,2}{P_R} P_{g\ csdB}(t) - \frac{0,8}{P_R^2} P_{g\ csdB}^2(t) \right)
 \end{aligned} \tag{5.30}$$

5.5.3.1 Variáveis de Estado e Equações de Estado

Para a Etapa 2A, o vetor de funções de estado é mostrado abaixo

$$\phi(\chi(t), t) = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} m_{g\,dwn}(t) - \dot{m}_{g\,res}(t) + \frac{d}{dt} m_{g\,csg}(t) + \frac{d}{dt} m_{g\,pd}(t) \\ P_{sep}(t) - P_{g\,puB}(t) \cdot e^{\left[-\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{pd} - H_{pd}(t) - L_{slgp}}{\bar{Z}_{g\,pu} T_{sup}} \left(\frac{\bar{f}_{g\,pu} \cdot v_{slg\,p}(t) |v_{slg\,p}(t)|}{2D_{pd}} \right) \right]} \\ + \frac{k}{2} \cdot \rho_{g\,sep}(t) \cdot v_{g\,puT}(t) |v_{g\,puT}(t)| \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

5.5.3.2 Variável de Saída e Equação de Saída

O vetor de saída desta etapa é o quinto elemento do vetor $\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t))$, que corresponde à equação de $P_{g\,tbgT}(t)$.

$$h(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t), t) = P_{g\,dwnT}(t) - \frac{m_{plg} \cdot g}{A_{tbg}} \quad (5.32)$$

5.5.4 Etapa 2B: Produção de Gás sem líquido

Para a Etapa 2B, o vetor de variáveis diferenciáveis e de equações diferenciais são representados pelas Equações (5.33) e (5.34), respectivamente. O vetor de variáveis algébricas e de funções algébricas são representados pelas Equações (5.35) e (5.36), respectivamente.

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{m}_{g\ sep}(t) \\ \dot{m}_{g\ res}(t) \\ \dot{m}_{g\ tbgT}(t) \\ \dot{H}_{bup}(t) \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t)) = \begin{bmatrix} \dot{m}_{g\ res}(t) - \frac{d}{dt}m_{g\ dwn}(t) - \frac{d}{dt}m_{g\ csg}(t) - \frac{d}{dt}m_{g\ pd}(t) \\ \rho_g^{std} \cdot GLR \cdot Q_{l\ res} \\ \dot{m}_{g\ dwnB}(t) - \frac{d}{dt}m_{g\ dwn}(t) \\ \frac{1}{A_{tbg}} \cdot Q_{l\ res} \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} P_{g\ pdB}(t) \\ P_{g\ tbgT}(t) \\ P_{g\ dwnT}(t) \\ P_{g\ dwnB}(t) \\ P_{g\ csgB}(t) \\ P_{g\ csgT}(t) \\ v_{g\ pdB}(t) \\ v_{g\ sep}(t) \\ \rho_{g\ sep}(t) \\ v_{g\ tbgT}(t) \\ \rho_{g\ tbgT}(t) \\ v_{g\ dwnB}(t) \\ \rho_{g\ pdB}(t) \\ \rho_{g\ dwnB}(t) \\ m_{g\ pdB}(t) \\ m_{g\ dwn}(t) \\ m_{g\ csg}(t) \\ Q_{l\ res}(t) \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t)) = \left[\begin{array}{l}
 P_{sep}(t) - P_{gpdB}(t) \cdot e^{-\left[\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{pd}}{\bar{Z}_{gpd} T_{sup}} \left(\frac{\bar{f}_{gpd} \cdot \bar{v}_{gpd}(t) |\bar{v}_{gpd}(t)|}{2D_{pd}} \right) \right]} + \\
 \frac{k}{2} \cdot \rho_{gsep}(t) \cdot v_{gsep}(t) |v_{gsep}(t)| \\
 P_{gpdB}(t) - P_{gtbgT}(t) - \frac{k}{2} \rho_{gtbgT}(t) \cdot v_{gtbgT}(t) |v_{gtbgT}(t)| \\
 P_{gtbgT}(t) - P_{gdwnT}(t) + \frac{m_{plg} \cdot g}{A_{tbg}} \\
 P_{gdwnT}(t) - P_{gdwnB}(t) \cdot e^{-\left[\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{tbg} - H_{bup}(t)}{(\bar{Z}\bar{T})_{dwn}} \left(g + \frac{\bar{f}_{gdwn} \bar{v}_{gdwn} |\bar{v}_{gdwn}|}{2D_{tbg}} \right) \right]} \\
 P_{gdwnB}(t) - P_{gcsdB}(t) + \rho_l \cdot g \cdot H_{bup}(t) \\
 P_{gcsdB}(t) - P_{gcsdT}(t) \cdot e^{-\left(\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{cauda}}{(\bar{Z}\bar{T})_{gcsdB}} \right)} \\
 \rho_{gsep} - \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{gsep}(t)}{\bar{Z}_{gsep} T_{sup}} \\
 v_{gsep}(t) - \dot{m}_{gsep} \cdot \frac{1}{\rho_{gsep} \cdot A_{tbg}} \\
 v_{gpbB}(t) - v_{gtbgT}(t) \cdot \frac{\rho_{gtbgT}}{\rho_{gpdB}} \cdot \frac{A_{tbg}}{A_{pd}} \\
 \rho_{gtbgT} - \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{gtbgT}(t)}{\bar{Z}_{gtbgT} T_{sup}} \\
 v_{gtbgT}(t) - \dot{m}_{gtbgT} \cdot \frac{1}{\rho_{gtbgT} \cdot A_{tbg}} \\
 v_{gdwnB}(t) - \dot{m}_{gdwnB} \cdot \frac{1}{\rho_{gdwnB} \cdot A_{tbg}} \\
 \rho_{gpbB} - \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{gpbB}(t)}{\bar{Z}_{gpbB} T_{sup}} \\
 \rho_{gdwnB} - \frac{PM}{R} \cdot \frac{P_{gdwnB}(t)}{(\bar{Z}\bar{T})_{gdwnB}} \\
 m_{gpd}(t) - \bar{P}_{gpd}(t) \cdot \frac{PM}{R} \cdot \frac{H_{pd}(t) \cdot A_{pd}}{(\bar{Z}\bar{T})_{gpd}} \\
 m_{gdwn}(t) - \bar{P}_{gdwn}(t) \cdot \frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{tbg} - H_{bup}(t) \cdot A_{tbg}}{(\bar{Z}\bar{T})_{gdwn}} \\
 m_{gcsdB}(t) - \bar{P}_{gcsdB}(t) \cdot \frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{tbg} \cdot A_{tcsdB}}{(\bar{Z}\bar{T})_{gcsdB}} \\
 Q_{lres} - Q_{max} \cdot \left(1 - \frac{0,2}{P_R} P_{gcsdB}(t) - \frac{0,8}{P_R^2} P_{gcsdB}^2(t) \right)
 \end{array} \right] \quad (5.36)$$

5.5.4.1 Variáveis de Estado e Equações de Estado

Para a Etapa 2B o vetor de funções de estado é mostrado abaixo

$$\phi(\chi(t), t) = \left[P_{g, sep}(t) - P_{g, pdB}(t) \cdot e^{-\left[\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{pd}}{\bar{Z}_{g, pd} T_{sup}} \left(\frac{\bar{f}_{g, pd} \cdot \bar{v}_{g, pd}(t) | \bar{v}_{g, pd}(t)}{2D_{pd}} \right) \right]} + \frac{k}{2} \cdot \rho_{g, sep}(t) \cdot v_{g, sep}(t) | v_{g, sep}(t) \right] \quad (5.37)$$

Com a variável de estados sendo somente, já que não há golfada nesta etapa.

$$\chi(t) = P_{g, csgT}(t) \quad (5.38)$$

5.5.4.2 Variável de Saída e Equação de Saída

A equação da variável de saída, $P_{g, tbgT}(t)$ que corresponde ao terceiro elemento do vetor $\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t))$ está representada pela Equação (5.39).

$$h(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t), t) = P_{g, downT}(t) - \frac{m_{plg} \cdot g}{A_{tbg}} \quad (5.39)$$

5.5.5 Etapa 3: Crescimento de Pressão

Nesta etapa, o vetor de variáveis diferenciáveis e de funções diferenciais são mostrados nas Equações (5.40) e (5.41), respectivamente. Os vetores de variáveis algébricas, e de funções algébricas estão representados pelas Equações (5.42) e (5.43), respectivamente.

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} m_{g\,tbg}(t) \\ m_{g\,res}(t) \\ H_{bup}(t) \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t)) = \begin{bmatrix} \dot{m}_{g\,res}(t) - \frac{d}{dt} m_{g\,csg}(t) \\ \rho_g^{std} \cdot GLR \cdot Q_{l\,res} \\ \frac{1}{A_{tbg}} \cdot Q_{l\,res} \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} P_{g\,tbgT}(t) \\ P_{g\,downB}(t) \\ P_{g\,csgB}(t) \\ P_{g\,csgT}(t) \\ m_{g\,tbg}(t) \\ m_{g\,csg}(t) \\ Q_{l\,res}(t) \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t)) = \begin{bmatrix} P_{g\,tbgT}(t) - P_{g\,downB}(t) \cdot e^{\left[\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{prod} - H_{bup}(t) - L_{slg}}{(\bar{Z}\bar{T})_{g\,down}} \cdot g \right]} \\ P_{g\,downB}(t) - P_{g\,csgB}(t) + \rho_l \cdot g \cdot H_{bup}(t) \\ P_{g\,csgB}(t) - P_{g\,csgT}(t) \cdot e^{\left(\frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{cauda}}{(\bar{Z}\bar{T})_{g\,csg}} \right)} \\ m_{g\,tbg}(t) - \frac{PM}{R} \cdot \frac{\bar{P}_{g\,tbg}(t)}{(\bar{Z}\bar{T})_{g\,tbg}} \cdot A_{tbg} \cdot (L_{cauda} - H_{bup}(t) - L_{slg}) \\ m_{g\,csg}(t) - \bar{P}_{g\,csg}(t) \cdot \frac{PM}{R} \cdot \frac{L_{tbg} \cdot A_{rcsg}}{(\bar{Z}\bar{T})_{g\,csg}} \\ Q_{l\,res} - Q_{max} \cdot \left(1 - \frac{0,2}{P_R} P_{g\,csgB}(t) - \frac{0,8}{P_R^2} P_{g\,csgB}^2(t) \right) \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

5.5.5.1 Variáveis de Estado e Equações de Estado

Para a Etapa 3 o vetor de funções de estado é mostrado abaixo

$$\phi(\chi(t), t) = \left[P_{tbgT}(t) - P_{g\,dwnB}(t) \cdot e^{\left[\frac{PM \cdot L_{prod} - H_{bup}(t) - L_{slg}}{R \cdot (\bar{Z}\bar{T})_{g\,dwn}} \right] \cdot g} \right] \quad (5.44)$$

Com a variável de estados sendo

$$\chi(t) = P_{g\,csgT}(t) \quad (5.45)$$

5.5.5.2 Variável de Saída e Equação de Saída

A equação de saída da Etapa 3 corresponde ao primeiro elemento do vetor $\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t))$, isto é, a equação para $P_{g\,tbgT}(t)$, expressa em (5.46).

$$h(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t), t) = P_{g\,dwnB}(t) \cdot e^{\left[\frac{PM \cdot L_{prod} - H_{bup}(t) - L_{slg}}{R \cdot (\bar{Z}\bar{T})_{g\,dwn}} \right] \cdot g} \quad (5.46)$$

5.5.6 Métodos numéricos

Define-se índice de uma EDA como o número de derivações necessárias para transformar um sistema de Equações Diferenciais e Algébricas em um sistema de Equações Diferenciais Ordinárias explícitas para todas as variáveis. Para o sistema EDA semiexplícito representado pelas Equações (5.9) e (5.10), o índice é 1 se $\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}}$ for não singular, porque neste caso basta uma diferenciação do vetor de equações algébricas para obter $\dot{\mathbf{z}}$.

Os métodos numéricos para a solução de EDAs dividem-se em duas classes:

- Discretização direta;
- Reformulação, por exemplo, redução de índice combinada com discretização.

Conforme em aplicações práticas as EDAs são de índice 1, podem-se aplicar os métodos voltados a EDOs às EDAs de baixo índice. Os métodos empregados são os seguintes

- Discretização: Adams-Moulton
- Resolução: Newton-Raphson

5.5.6.1 Método de discretização Adams-Moulton

Através do método de passo múltiplo Adams-Moulton, os termos diferenciais $\dot{\mathbf{x}}$ do conjunto de EDOs da Equação (5.9) serão aproximados pela fórmula de discretização abaixo

$$\frac{\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k}{\Delta t_k} = \sum_{j=0}^{p-1} \beta_j \mathbf{f}_{k+1-j} \quad (5.47)$$

Em que Δt_k é o comprimento do passo e p é a ordem do polinômio interpolador, até a 6ª ordem. Os coeficientes do polinômio na j -ésima ordem são representados por β_j (Chapra, 2009), os quais são listados na Tabela 5.1. até a ordem $p = 6$. \mathbf{f}_{k+1-j} é uma aproximação para $\mathbf{f}(\mathbf{x}_{k+1-j}, \mathbf{z}_{k+1-j}, t_{k+1-j})$ isto é, a equação diferencial (5.9) avaliada em t_{k+1-j} .

Tabela 5.1. Coeficientes dos polinômios do método Adams-Moulton

Ordem	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
2	1/2	1/2				
3	5/12	8/12	-1/12			
4	9/24	19/24	-5/24	1/24		
5	251/720	646/720	-264/720	106/720	-19/720	
6	475/1440	1427/1440	-798/1440	482/1440	-173/1440	27/1440

Isto resulta em um sistema algébrico discreto não linear que é um sistema dinâmico semiexplícito, considerando que o método implícito de passo múltiplo Adams-Moulton é composto pelo sistema de equações diferenciais e sistema algébrico, ambos em tempo discreto abaixo.

$$\mathbf{F}_{k+1} = \mathbf{0} \quad (5.48)$$

O lado esquerdo da igualdade da Equação (5.49) é o vetor \mathbf{F}_{k+1} de dimensão $(n_x + n_z) \times 1$ em que \mathbf{g}_{k+1} é uma abreviação para $\mathbf{g}(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{z}_{k+1})$, isto é, o vetor de equações algébricas (5.10) avaliado em t_{k+1} .

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k - \Delta t_k \sum_{j=0}^{p-1} \beta_j \mathbf{f}_{k+1-j} \\ \mathbf{g}_{k+1} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (5.49)$$

5.5.6.2 Resolução de Sistemas de Equações Não Lineares pelo Método Newton-Raphson

O sistema resultante semiexplícito discreto (5.49) pode ser resolvido para \mathbf{x}_{k+1} , \mathbf{z}_{k+1} usando o método de Newton, conforme mostrado na Equação (5.50) para a iteração l . Deve-se notar que a matriz jacobiana é não singular em $\Delta t_k = 0$, como também $\frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} \mathbf{g}_{k+1-j}$ é não singular, já que esta é uma condição necessária para que o vetor de variáveis algébricas \mathbf{z} seja implícito.

$$\begin{bmatrix} I - \Delta t_k \sum_{j=0}^{p-1} \beta_j \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}_{k+1-j} & -\Delta t_k \sum_{j=0}^{p-1} \beta_j \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} \mathbf{f}_{k+1-j} \\ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}_{k+1-j} & \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} \mathbf{g}_{k+1-j} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_{k+1} \\ \Delta \mathbf{z}_{k+1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1}^l - \mathbf{x}_k^l - \Delta t_k \sum_{j=0}^{p-1} \beta_j \mathbf{f}_{k+1-j}^l \\ \mathbf{g}_{k+1}^l \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

As equações para balanço de massa e de momento são retiradas do sistema de equações algébricas não lineares em tempo discreto \mathbf{F}_{k+1} (5.49). Os elementos representados no sistema (5.49) são vetores. O primeiro elemento do sistema é um vetor de funções de dimensão $n_x \times 1$ das equações diferenciais e o outro elemento de \mathbf{F}_{k+1} é um vetor de dimensão $n_z \times 1$ das equações algébricas em tempo discreto. Para formar o vetor de funções dinâmicas em tempo discreto $\phi(\chi(t_{k+1}), t_{k+1})$ ou ϕ_{k+1} por conveniência, o primeiro elemento do vetor de função de equações diferenciais em tempo discreto e o primeiro elemento do vetor de funções

de equações algébricas em tempo discreto são tomados, que são a equação de balanço de massa e a equação de balanço de momento, respectivamente.

$$\phi_{k+1} = \begin{bmatrix} \phi_{1k+1} \\ \phi_{2k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1k+1} - x_{1k} - \Delta t_k \sum_{j=0}^{p-1} \beta_j f_{1k+1-j} \\ g_{1k+1} \end{bmatrix} \quad (5.51)$$

O vetor de estados χ_{k+1} (5.52) é a solução do sistema discreto (5.51), que deve ser resolvido pelo método de Newton-Raphson (5.53)

$$\chi_{k+1} = \begin{bmatrix} \chi_{1k+1} \\ \chi_{2k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{s1g}(t_{k+1}) \\ P_{gcsGT}(t_{k+1}) \end{bmatrix} \quad (5.52)$$

$$\chi_{k+1}^l = \chi_k^l - \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_{1k+1}}{\partial \chi_{1k+1}} & \frac{\partial \phi_{1k+1}}{\partial \chi_{2k+1}} \\ \frac{\partial \phi_{2k+1}}{\partial \chi_{1k+1}} & \frac{\partial \phi_{2k+1}}{\partial \chi_{2k+1}} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \phi_{k+1}^l \quad (5.53)$$

Assume-se que na iteração l o sistema converge quando

$$|\chi_{k+1}^l - \chi_{k+1}^{l-1}| < \epsilon \quad (5.54)$$

em que ϵ é um inteiro próximo de zero.

5.6 Representação do modelo *plunger lift* em espaço de estados em tempo discreto

Cada etapa do modelo PL tem a seguinte formulação, em equações de espaço de estados em tempo discreto

$$\begin{cases} \chi_{k+1} &= \mathbf{A}(\chi_k) + \mathbf{w}_k \\ y_{k+1} &= h(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{z}_{k+1}) + v_{k+1} \end{cases} \quad (5.55)$$

Em que $\mathbf{A}(\chi_k) \in \mathfrak{R}^{2 \times 1}$ representa a matriz de transição de estados não linear que corresponde ao lado direito da Equação (5.53) quando l é a iteração em que a iteração em que a execução do método do método de Newton converge. Para obter as variáveis diferenciais

\mathbf{x}_{k+1} e as variáveis algébricas \mathbf{z}_{k+1} , o vetor de estados χ_{k+1} deve ser substituído no sistema algébrico equivalente em tempo discreto \mathbf{F}_{k+1} em (5.49). No sistema (5.55), y_{k+1} é o escalar que representa a variável de saída medida, que deve ser calculada pela função de medição $h(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{z}_{k+1})$ que conforme mencionado previamente é a equação de pressão na cabeça do poço em tempo discreto.

De maneira a simular a operação de um poço PL real, as equações dinâmicas do modelo foram modificadas de modo a incluir os ruídos presentes na medição e no processo.

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_k &\sim (0, \mathbf{Q}_k) \\ v_k &\sim (0, \mathbf{R}_k) \end{aligned} \quad (5.56)$$

Em que \mathbf{w} é o vetor de ruído de processo de dimensão 2×1 considerada uma sequência de ruído branco com média zero e matriz de covariância do ruído de processo \mathbf{Q}_k (5.57) e v é o escalar ruído de medição, considerado uma sequência de ruído branco com média zero e covariância do ruído de medição \mathbf{R}_k (5.58). Além do mais, o ruído escalar v_k tem correlação cruzada nula com a sequência \mathbf{w}_k (5.59).

$$E[\mathbf{w}_i \mathbf{w}_j^T] = \begin{cases} \mathbf{Q}_i, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (5.57)$$

$$E[v_i v_j^T] = \begin{cases} \mathbf{R}_i, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (5.58)$$

$$E[\mathbf{w}_i v_j^T] = 0, \quad \text{para todo } i \text{ e } j \quad (5.59)$$

Cada etapa do modelo PL tem a mesma sequência de operações descrita anteriormente, conforme mostrada na Figura 5.1. Neste diagrama, os vetores do instante anterior ao início de uma dada etapa são representados pelo índice κi , sendo o instante zero para a Etapa 1A ou o instante final de uma etapa anterior para as outras etapas. No início da execução da etapa, o instante t_k é atualizado para o instante $t_{\kappa i}$ pelo bloco Δ . O vetor de funções dinâmicas ϕ_{k+1} é então formado. Através do método de Newton-Raphson é obtida a matriz de transição de estados \mathbf{A}_{k+1} . E em seguida, adicionando o ruído w_k à matriz de transição de estados, é calculado o vetor de estados atualizado χ_{k+1} . Os vetores de variáveis diferenciáveis e algébricas são obtidos substituindo o vetor χ_{k+1} no sistema \mathbf{F}_{k+1} . Por fim, a variável observada é calculada pela equação de h_{k+1} adicionando o ruído v_{k+1} .

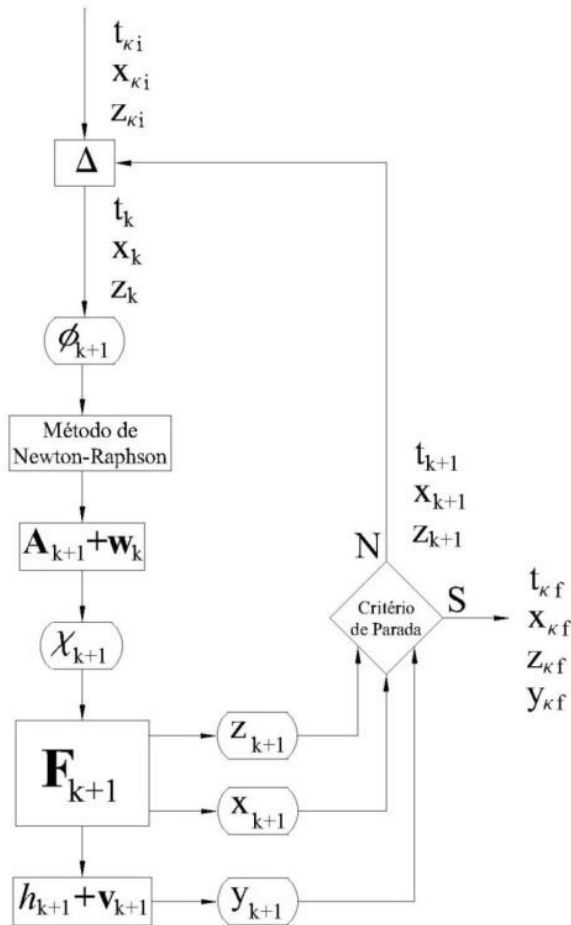


Figura 5.1. Representação em espaço de estados para uma dada etapa do modelo PL

Cada etapa é terminada pelo seu próprio critério de parada:

- Etapa 1A: a golfada chega à superfície;
- Etapa 1B: o pistão alcança a superfície;
- Etapa 2A: a golfada é completamente produzida no vaso separador;
- Etapa 2B: após o tempo de pós-fluxo terminar;
- Etapa 3: após a pressão na cabeça do revestimento atingir o valor da pressão máxima de abertura da válvula de fluxo.

Se, entretanto, o critério de parada não for atingido, o instante t_{k+1} é atualizado para o instante t_k , assim como os vetores de estados diferenciáveis e algébricos.

A Figura 5.2 mostra um ciclo de operação do PL. Os cinco blocos da figura representam as Etapas do PL na sequência de operação. Cada bloco tem a mesma estrutura conforme Figura 5.1.

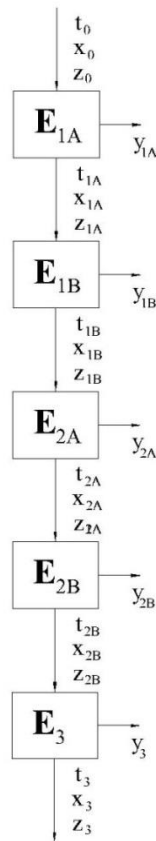


Figura 5.2. Um ciclo do PL

Para a Etapa 1A temos o bloco E_{1A} . Como está no início do ciclo este bloco é inicializado no instante de tempo discreto t_0 e recebe os vetores de variáveis diferenciais e algébricas neste instante. Após o critério de parada da Etapa 1A ser alcançado, o bloco fornece a saída observada ao final do instante chamada de t_{1A} . Os vetores de variáveis algébricas e diferenciais do instante final da Etapa 1A são transferidos ao bloco da Etapa 1B, chamado E_{1B} . Ao final do processamento dessa etapa quando o critério de parada é atingido o vetor de variáveis diferenciais e algébricas no instante t_{1B} são fornecidos ao próximo bloco, chamado E_{2A} , que executa a Etapa 2A. Este processo sequencial é repetido para a Etapa 2B e Etapa 3, quando o ciclo do PL é encerrado.

Capítulo 6
Filtro de Kalman Estendido

6. Filtro de Kalman Estendido

6.1 Introdução

Os problemas de estimação de estados desconhecidos a partir de um conjunto de medições do processo devem levar em conta o ruído presente nessas medidas. As informações de um processo físico em particular são obtidas de estimativas realizadas, as quais derivam de medições elétricas “ruidosas” a partir de sensores mecânicos, inerciais, óticos, acústicos ou magnéticos. Devido à natureza estatística do ruído, deve-se abordar o problema de estimação através de métodos estocásticos.

O filtro de Kalman (Haykin, 2001) requer para sua correta formulação e solução que os seguintes passos sejam cumpridos:

- a. Modelagem do processo aleatório;
- b. Processamento recursivo dos dados de medição contendo ruídos.

Nesta Seção será apresentado o desenvolvimento do algoritmo Filtro de Kalman Estendido para um processo descrito por sistemas de EDAs de maneira geral. Inicialmente será discutido o algoritmo Filtro de Kalman Discreto, admitindo que o processo seja formado por um sistema de EDAs lineares. Em seguida, será abordado o caso de sistema de EDAs não lineares e as propostas para aplicação do Filtro de Kalman, com o desenvolvimento do algoritmo do Filtro de Kalman Linearizado e, finalmente, o algoritmo do Filtro de Kalman Estendido (EKF – *Extended Kalman Filter*).

O vetor de estados nesta Tese tem a notação χ_k e é formado por elementos do vetor de variáveis diferenciáveis \mathbf{x}_k e do vetor de variáveis algébricas \mathbf{z}_k no instante discreto t_k .

6.2 Filtro de Kalman Discreto

O processo linear a ser estimado pode ser modelado na forma

$$\chi_{k+1} = \Phi_k \chi_k + \mathbf{w}_k \quad (6.1)$$

A observação do processo, ou as medições ocorrem em instantes discretos, conforme a relação linear

$$y_k = \mathbf{H}_k \boldsymbol{\chi}_k + v_k \quad (6.2)$$

em que

$\boldsymbol{\chi}_k$: vetor $n \times 1$ de estado do processo no instante t_k

Φ_k : matriz de transição de estados linear $n \times n$ que relaciona $\boldsymbol{\chi}_k$ a $\boldsymbol{\chi}_{k+1}$

\mathbf{W}_k : vetor $n \times 1$ assumido como sendo uma sequência de ruído branco com uma estrutura de covariância conhecida

y_k : escalar de medição no instante t_k

\mathbf{H}_k : matriz $m \times n$ que fornece a conexão sem ruído entre a medição e o vetor de estados no instante t_k .

v_k : escalar ruído de medição, assumido como sendo uma sequência de ruído branco com uma estrutura de covariância conhecida.

Há uma estimativa do processo em algum instante t_k que é baseado no conhecimento sobre o processo anterior a t_k . Essa estimativa anterior, ou *a priori*, é representada como $\bar{\boldsymbol{\chi}}_k$, em que o “chapéu” representa a estimativa e o “menos” sobrescrito representa que essa é a melhor estimativa antes de obter a medição no instante t_k . Define-se então o erro de estimação *a priori* como a diferença entre o valor verdadeiro da variável de estado e a estimativa, conforme:

$$\mathbf{e}_k^- = \boldsymbol{\chi}_k - \bar{\boldsymbol{\chi}}_k \quad (6.3)$$

A partir da estimativa *a priori* $\bar{\boldsymbol{\chi}}_k$, será usada a medição y_k com o objetivo de obter uma estimativa melhorada através da combinação linear da medição contendo ruído e a estimativa *a posteriori* de acordo com a equação:

$$\boldsymbol{\chi}_k = \bar{\boldsymbol{\chi}}_k + \mathbf{K}_k \left(y_k - \mathbf{H}_k \bar{\boldsymbol{\chi}}_k \right) \quad (6.4)$$

em que

$\hat{\boldsymbol{\chi}}_k$: estimativa atualizada

\mathbf{K}_k : fator de combinação a ser determinado

O objetivo é encontrar um fator de mistura \mathbf{K}_k que forneça uma estimativa atualizada que seja admitida como ótima.

Definindo o erro de estimação *a posteriori* \mathbf{e}_k , será formulada uma equação para a matriz de covariância do erro \mathbf{P}_k

$$\mathbf{e}_k = \boldsymbol{\chi}_k - \boldsymbol{\chi}_k \quad (6.5)$$

$$\mathbf{P}_k = E[\mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^T] \quad (6.6)$$

Voltando a discussão sobre otimização, deseja-se encontrar o fator \mathbf{K}_k particular que minimize os termos individuais da diagonal principal de \mathbf{P}_k , devido a esses termos representarem as variâncias dos erros de estimação para os elementos do vetor de estados a serem estimados. Usando uma aproximação de cálculo diferencial (Simon, 2006), realiza-se a otimização, e o resultado é:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (6.7)$$

Da forma como está apresentada, esta equação fornece um \mathbf{K}_k que minimiza o erro de estimação médio quadrático chamado de Ganho de Kalman.

A matriz de covariância do erro de estimação *a posteriori*, isto é, associada à estimativa ótima pode ser calculada como:

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- \quad (6.8)$$

Como pode ser observado das equações de atualização da estimativa *a posteriori* (6.4) e do Ganho de Kalman \mathbf{K}_k (6.7), necessita-se de duas grandezas anteriores à medição no instante t_k . São elas $\boldsymbol{\chi}_k^-$ e \mathbf{P}_k^- . A determinação das mesmas requer a atualização da estimativa *a priori*. Assim como $\boldsymbol{\chi}_k$ é atualizada através da matriz de transição de estados, a estimativa *a priori* será feita da mesma maneira, mas ignorando o efeito do ruído \mathbf{w}_k da Equação (6.1), já que ele tem média zero e é decorrelacionado dos ruídos em instantes anteriores. Logo, chega-se à equação

$$\boldsymbol{\chi}_{k+1}^- = \Phi_k \boldsymbol{\chi}_k \quad (6.9)$$

A matriz de covariância do erro associada com a estimativa a priori da próxima iteração $\hat{\chi}_{k+1}^-$ é obtida da equação do erro

$$\mathbf{e}_{k+1}^- = \chi_{k+1}^- - \hat{\chi}_{k+1}^- \quad (6.10)$$

E a expressão para a matriz de covariância do erro *a priori* da iteração seguinte é

$$\mathbf{P}_{k+1}^- = \Phi_k \mathbf{P}_k \Phi_k^T + \mathbf{Q}_k \quad (6.11)$$

Estas são as grandezas necessárias no instante t_{k+1} . As equações e a sequência de operações que faz um sumário do algoritmo do Filtro de Kalman são mostrados na Figura 6.1.

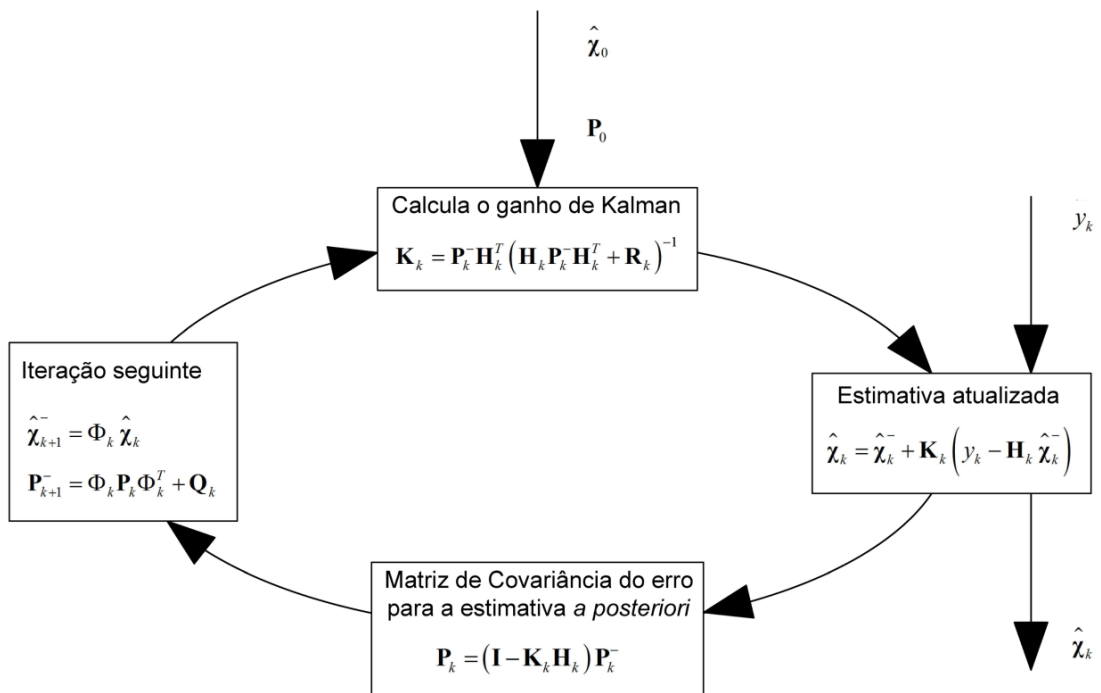


Figura 6.1. Fluxograma do filtro de kalman

6.3 Filtro de kalman Linearizado

Em aplicações envolvendo dinâmica não linear e/ou dados de observação (medições) não lineares é requerida a linearização do problema. Há duas maneiras de fazê-lo.

1. Filtro de Kalman linearizado: linearizar através de uma trajetória nominal no espaço de estados que não dependa dos dados de medição.
2. Filtro de Kalman Estendido: linearizar através de uma trajetória que é atualizada pelas estimativas que dependem das medições.

Seja um processo em tempo discreto a ser estimado e sua correspondente equação de medição do sistema (5.55) repetido abaixo

$$\begin{cases} \boldsymbol{\chi}_{k+1} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\chi}_k) + \mathbf{w}_k \\ y_{k+1} = h(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{z}_{k+1}) + v_{k+1} \end{cases} \quad (6.12)$$

em que $\mathbf{A}(\boldsymbol{\chi}_k)$ é a matriz de transição de estados do modelo dinâmico ou processo não linear e h é a função não linear dos vetores de variáveis diferenciáveis \mathbf{x}_{k+1} e algébricas \mathbf{z}_{k+1} no instante t_{k+1} , \mathbf{w}_k e v_k são processos de ruído branco com correlação cruzada nula.

Com este modelo, será realizada uma estimação ótima de estados. Para realizá-la, assume-se que será possível gerar uma trajetória de estado nominal (referência), \mathbf{x}_n satisfazendo à equação diferencial determinística:

$$\boldsymbol{\chi}_{k+1}^* = \mathbf{A}(\boldsymbol{\chi}_k^*) \quad (6.13)$$

Associada à trajetória de estado nominal, tem-se a sequência de medições nominal,

$$y_{k+1}^* = h(\mathbf{x}_{k+1}^*, \mathbf{z}_{k+1}^*) \quad (6.14)$$

Considera-se agora a perturbação do estado a partir da trajetória nominal considerada:

$\delta\boldsymbol{\chi}_k = [\boldsymbol{\chi}_k - \boldsymbol{\chi}_k^*]$. A Equação (6.12) é reescrita como`

$$\left[\boldsymbol{\chi}_{k+1} - \boldsymbol{\chi}_{k+1}^* \right] = \mathbf{A}(\boldsymbol{\chi}_k) - \mathbf{A}(\boldsymbol{\chi}_k^*) + \mathbf{w}_k \quad (6.15)$$

A Equação (6.15) pode ser expressa com uma série de Taylor expandida sobre $\boldsymbol{\chi}_k^*$, desprezando os termos de ordem mais alta:

$$\left[\boldsymbol{\chi}_{k+1} - \boldsymbol{\chi}_{k+1}^* \right] = \left. \frac{\partial \mathbf{A}(\boldsymbol{\chi}_k)}{\partial \boldsymbol{\chi}} \right|_{\boldsymbol{\chi}=\boldsymbol{\chi}_k^*} \cdot \left[\boldsymbol{\chi}_k - \boldsymbol{\chi}_k^* \right] + \mathbf{w}_k \quad (6.16)$$

A qual será chamada de equação de perturbação, escrita como:

$$\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\chi}_{k+1} = \boldsymbol{\Phi}_k(\boldsymbol{\chi}_k^*) \boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\chi}_k + \mathbf{w}_k \quad (6.17)$$

em que $\boldsymbol{\Phi}_k(\boldsymbol{\chi}_k^*)$ é a matriz $n \times n$ de derivadas parciais de \mathbf{A} avaliada ao longo da trajetória nominal:

$$\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\chi}_k^*) = \left. \frac{\partial \mathbf{A}(\boldsymbol{\chi})}{\partial \boldsymbol{\chi}} \right|_{\boldsymbol{\chi}=\boldsymbol{\chi}_k^*} \quad (6.18)$$

De maneira similar, pode-se considerar as perturbações das medições para cada instante $t = t_k$, através da equação de saída do sistema (6.12) e (6.14), como:

$$\left[y_k - y_k^* \right] = h(\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k) - h(\mathbf{x}_{k+1}^*, \mathbf{z}_{k+1}^*) + v_k \quad (6.19)$$

Uma linearização dessa relação resulta no modelo de medição com perturbação

$$\boldsymbol{\delta}y_k = \mathbf{H}(\mathbf{x}_k^*, \mathbf{z}_k^*) \boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\chi}_k + v_k \quad (6.20)$$

em que $\mathbf{H}(\mathbf{x}_k^*, \mathbf{z}_k^*)$ é a matriz $m \times n$ de derivadas parciais de h avaliado ao longo de sua trajetória nominal:

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}_k^*, \mathbf{z}_k^*) = \left. \frac{\partial h(\mathbf{x}_k^*, \mathbf{z}_k^*)}{\partial \boldsymbol{\chi}} \right|_{\boldsymbol{\chi}=\boldsymbol{\chi}_k^*} \quad (6.21)$$

Com o modelo descrito pelas equações (6.17) e (6.20) pode-se considerar a aplicação da teoria de filtragem linear da Seção 6.2. Usando a trajetória nominal *a priori* $\boldsymbol{\chi}_k^*$, *i.e.*, a solução à Equação (6.13), as matrizes $\Phi(\boldsymbol{\chi}_k^*)$ e $\mathbf{H}(\mathbf{x}_k^*, \mathbf{z}_k^*)$ podem então ser calculadas. A saída desse filtro seria a estimativa ótima de $\boldsymbol{\chi}_k$, representado por $\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\chi}_k$. Este resultado permite estabelecer uma estimativa para o estado total como

$$\boldsymbol{\chi}_k = \boldsymbol{\chi}_k^*(t) + \boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\chi}_k \quad (6.22)$$

Esta forma de estimador é chamada de filtro de Kalman Linearizado.

6.4 Filtro de Kalman Estendido

A ideia básica do Filtro de Kalman Estendido é fazer a linearização com a trajetória estimada $\hat{\mathbf{x}}_k$, ao invés de usar uma trajetória nominal previamente calculada, como no caso do Filtro de Kalman Linearizado. Assim Equação (6.18) deve ser modificada para que as derivadas parciais sejam calculadas para uma trajetória que foi atualizada com as estimativas do filtro, que por sua vez dependem das amostras da sequência de medição.

Com a equação de medição linearizada (6.20), realiza-se uma expansão resultando em

$$y - h(\mathbf{x}_k^*, \mathbf{z}_k^*) = \mathbf{H}(\mathbf{x}_k^*, \mathbf{z}_k^*) \boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\chi}_k + v_k \quad (6.23)$$

Em seguida é feita a atualização da estimativa do incremento $\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\chi}_k$ a conforme a Equação (6.4)

$$\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\chi}_k = \boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\chi}_k^- + \mathbf{K}_k \left(y - h(\mathbf{x}_k^*, \mathbf{z}_k^*) - \mathbf{H}(\mathbf{x}_k^*, \mathbf{z}_k^*) \boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\chi}_k^- \right) \quad (6.24)$$

Agora, será somada $h(\mathbf{x}_k^*, \mathbf{z}_k^*)$ com o termo $\mathbf{H}(\mathbf{x}_k^*, \mathbf{z}_k^*) \boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\chi}_k^-$, fornecendo assim a estimativa da predição da medida, \hat{y}_k^-

$$\hat{y}_k^- = h(\mathbf{x}_k^*, \mathbf{z}_k^*) + \mathbf{H}(\mathbf{x}_k^*, \mathbf{z}_k^*) \delta \chi_k^- \quad (6.25)$$

o que permite calcular a diferença, ou resíduo da medição, $y_k - \hat{y}_k^-$. O resíduo da medição é formado exatamente como deve ser feito no Filtro de Kalman Estendido, isto é, a medição contendo ruído menos a medição predita baseado na trajetória corrigida, ao invés da trajetória nominal.

Voltando à equação de atualização da estimativa, mas somando χ_k^* a ambos os lados da equação, como

$$\chi_k^* + \delta \chi_k = \chi_k^* + \delta \chi_k^- + \mathbf{K}_k (y_k - \hat{y}_k^-) \quad (6.26)$$

Sabendo que $\chi_k^*(t) + \delta \chi_k = \chi_k$ e $\chi_k^* + \delta \chi_k^- = \chi_k^-$, chega-se ao resultado abaixo.

$$\chi_k = \chi_k^- + \mathbf{K}_k (y_k - \hat{y}_k^-) \quad (6.27)$$

que é a equação linear de atualização da estimativa já conhecida, em que a estimativa *a priori* é corrigida através da soma ao resíduo da medição ponderado pelo ganho de Kalman \mathbf{K}_k .

A estimativa *a priori* da próxima iteração, χ_{k+1}^- é a solução da equação diferencial não linear

$$\chi_{k+1}^- = \mathbf{A}(\chi_k) \quad (6.28)$$

Com $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-$ determinado, a medição predita $\hat{\mathbf{z}}_{k+1}^-$ pode ser formada como

$$\hat{y}_{k+1}^- = h(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-, \hat{\mathbf{z}}_{k+1}^-) \quad (6.29)$$

Assim o resíduo da medição é formado como a diferença $(y_{k+1} - \hat{y}_{k+1}^-)$. Com estas informações, o filtro está pronto para passar ao próximo passo recursivo.

Para finalizar, repetem-se as conhecidas equações de covariância do erro

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- \quad (6.30)$$

$$\mathbf{P}_{k+1}^- = \Phi_k \mathbf{P}_k \Phi_k^T + \mathbf{Q}_k \quad (6.31)$$

com as matrizes Φ_k e \mathbf{H}_k definidas como no filtro linearizado da Seção 6.3. A Tabela 6.1 resume o algoritmo recursivo do Filtro de Kalman Estendido.

Tabela 6.1 Algoritmo do Filtro de Kalman Estendido

1. As equações de sistema e de medida são dadas como segue:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\chi}_{k+1} &= \mathbf{A}(\boldsymbol{\chi}_k) + \mathbf{w}_k \\ y_{k+1} &= h(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{z}_{k+1}) + v_{k+1} \\ \mathbf{w}_k &\sim (0, \mathbf{Q}_k) \\ v_k &\sim (0, \mathbf{R}_k)\end{aligned}$$

2. Inicialize o filtro como segue:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\chi}_0 &= E(\boldsymbol{\chi}_0) \\ \mathbf{P}_0 &= E\left[(\boldsymbol{\chi}_0 - \boldsymbol{\chi}_0)(\boldsymbol{\chi}_0 - \boldsymbol{\chi}_0)^T\right]\end{aligned}$$

3. Para $k = 1, 2, \dots$, execute o seguinte.

(a) Calcule a seguinte matriz de derivada parcial:

$$\Phi_k = \left. \frac{\partial \mathbf{A}(\boldsymbol{\chi})}{\partial \boldsymbol{\chi}} \right|_{\boldsymbol{\chi}=\hat{\boldsymbol{\chi}}_k}$$

(b) Execute a atualização da estimativa de estado e covariância do erro de estimação como segue:

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_{k+1}^- &= \Phi_k \mathbf{P}_k \Phi_k^T + \mathbf{Q}_k \\ \boldsymbol{\chi}_{k+1}^- &= \mathbf{A}(\boldsymbol{\chi}_k)\end{aligned}$$

(c) Calcule as estimativas *a priori* dos vetores de variáveis diferenciais e algébricas:

$$\mathbf{F}_{k+1}^- = 0$$

(d) Calcule a seguinte matriz de derivada parcial:

$$\mathbf{H}_{k+1} = \left. \frac{\partial h(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{z}_{k+1})}{\partial \boldsymbol{\chi}} \right|_{\boldsymbol{\chi}=\hat{\boldsymbol{\chi}}_{k+1}^-}$$

(e) Execute a atualização da estimativa de estado e covariância do erro de estimação como segue:

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_{k+1} &= \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^T \left(\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_{k+1} \right)^{-1} \\ \boldsymbol{\chi}_{k+1} &= \hat{\boldsymbol{\chi}}_{k+1}^- + \mathbf{K}_{k+1} \left(y_{k+1} - h(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-, \hat{\mathbf{z}}_{k+1}^-) \right) \\ \mathbf{P}_{k+1} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}) \mathbf{P}_{k+1}^-\end{aligned}$$

Capítulo 7

Estimador de Estados para Dinâmica de Elevação *Plunger Lift*

7. Estimador de Estados para Simular a Dinâmica de Elevação *Plunger Lift*

7.1 Materiais e métodos utilizados

O Estimador de Estados para *Plunger Lift* foi escrito na linguagem de programação MATLAB. O algoritmo EKF, conforme Tabela 6.1, foi implementado em MATLAB, juntamente com os modelos das etapas e do método de discretização Adams-Moulton. O método de Newton-Raphson foi implementado num momento inicial, mas foi abandonado devido a problemas de convergência durante a execução do algoritmo EKF. Para resolver os sistemas de EDAs utilizou-se a função pré-existente do MATLAB chamada *fsolve* ajustada para as opções disponíveis na página (*fsolve*). As matrizes jacobianas do processo e da medição foram calculadas através da função pré-existente do MATLAB chamada *numjac*, cujas opções estão disponíveis na página (*numjac.m*).

7.2 Estimador de estados para *plunger lift*

O estimador de estados desenvolvido nesta Tese é aplicada ao modelo PL adotado para as predições das variáveis de estado velocidade da golfada na coluna de produção e pressão no topo do revestimento e está restrita às Etapa 1A e Etapa 1B, que analisa a subida do pistão até que a golfada seja totalmente produzida na linha de produção. Isto é, se concentra nas etapas dedicadas à modelagem da elevação da golfada dentro da coluna de produção. O conjunto que compõe o Estimador de Estados para PL (EEPL) consiste de um simulador para o modelo PL em espaço de estados, o qual fornece as variáveis de estado e a variável de medição. O algoritmo EKF discreto abordado na Seção 6.4 recebe o vetor de variável de medição e executa o processamento estocástico de maneira a obter estimativas das variáveis de estado. A Figura 7.1 ilustra a operação do estimador de estados baseado no algoritmo EKF discreto. Na figura o bloco “Sistema discreto PL” e o bloco “Medição” representam o modelo em espaço de estados discreto da Equação (5.55). O bloco “Filtro de Kalman Estendido Discreto” executa o cálculo das estimativas conforme algoritmo da Tabela 6.1 e elimina os ruídos contidos nas medições.

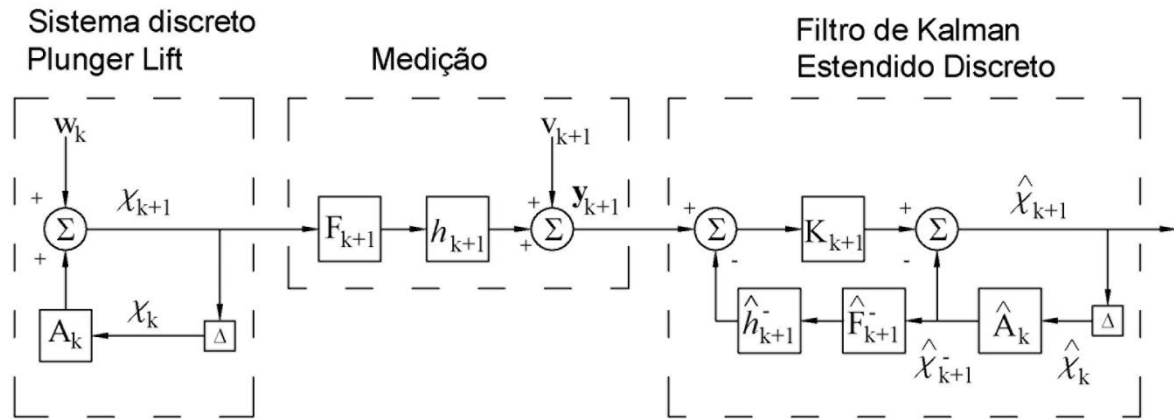


Figura 7.1. Estimador de Estados para PL com EKF

As previsões ao final da Etapa 1B (instante t_{1B}) χ_{1B} e os vetores das variáveis diferenciais \mathbf{x}_{1B} e $\hat{\mathbf{z}}_{1B}$, que são obtidos resolvendo sistema (5.49) para χ_{1B} , isto é $\mathbf{F}_{1B} = 0$, são repassados à Etapa 2A. Será então realizado o cálculo do modelo em espaço de estados da Etapa 2A tendo como dados de entrada as previsões fornecidas pela Etapa 1B mas sem executar o algoritmo EKF. Logo será feito um processamento determinístico com dados de previsão. Este mesmo tipo de processamento será feito também com as etapas na sequência, Etapa 2B e Etapa 3. Considera-se portanto que, ao executar o cálculo dos modelos a partir das previsões fornecidas pela Etapa 1B está-se fazendo a previsão do comportamento do poço como um todo.

7.3 Planta *Plunger Lift*

De maneira a simular um poço operado por PL encontrado na prática, o bloco denominado “Medição” da Figura 7.1 é responsável por fornecer a variável observada “pressão na cabeça do poço” em que o bloco “Sistema discreto PL” é ajustado para as condições de um poço de PL em operação. A variável observada, também denominada de sinal de medição é enviado ao bloco “Filtro de Kalman Estendido Discreto” onde a estimativa de estados será executada.

Para descrever o funcionamento do bloco “Sistema discreto *Plunger Lift*” e do bloco

“Medição” deve-se reportar à Seção 5.6 (Representação do modelo *plunger lift* em espaço de estados em tempo discreto). Entretanto, conforme mencionado na seção anterior, o procedimento descrito se refere à Etapa 1A e à Etapa 1B.

7.4 Filtro de Kalman Estendido Discreto

O estimador de estados para as Etapas 1A e 1B seguem o algoritmo do filtro de Kalman Estendido, conforme Tabela 6.1.

O algoritmo EKF é um processamento ótimo de dados recursivo que trabalha com os dados de medição disponíveis, independentemente de sua precisão, para a estimação dos valores das variáveis de interesse. O algoritmo EKF requer o conhecimento do sistema, a planta, e a dinâmica dos dispositivos de medição, além de qualquer informação disponível sobre as condições iniciais das variáveis de interesse.

O algoritmo EKF envolve duas etapas: predição e correção. Na etapa de predição as estimativas do estado atual e da covariância do erro são processadas usando o modelo dinâmico para obter as estimativas para a próxima iteração do algoritmo. Na etapa de correção, a estimativa é corrigida pelo modelo de observação, onde a covariância do erro do estimador é minimizada. Assim, uma estimação de estados melhorada é obtida.

Para iniciar a estimação de estados, é necessário ter os valores iniciais das estimativas de estado *a posteriori*, χ_0 , bem como da Matriz de Covariância do Erro *a posteriori*, \mathbf{P}_0 , no instante inicial da iteração do algoritmo EKF. Para estimação das variáveis de estado da Etapa 1A, ao vetor χ_0 são atribuídas as mesmas condições iniciais de operação do poço. No capítulo sobre simulação computacional, a inicialização será abordada com maiores detalhes. Para a estimação das variáveis de estado da Etapa 1B, à χ_0 será atribuída os valores das estimativas da última iteração na Etapa 1A (instante t_{1A}), isto é, χ_{1A} , uma vez que a Etapa 1B sucede a Etapa 1A.

Durante a etapa de predição, as estimativas de estado *a priori* χ_{k+1}^- , dada pela Equação (7.1), e a matriz de covariância *a priori* \mathbf{P}_{k+1}^- definida em (7.2), já estão disponíveis no instante t_{k+1} e são baseadas no conhecimento sobre o processo, em instantes anteriores a t_{k+1} . Após as estimativas de estado *a priori* serem determinadas, as estimativas dos vetores de

variáveis diferenciáveis e algébricas, $\bar{\mathbf{x}}_{k+1}$ e $\hat{\bar{\mathbf{z}}}_{k+1}$, são determinadas resolvendo o sistema (5.49) para $\bar{\boldsymbol{\chi}}_{k+1}$, isto é, $\bar{\mathbf{F}}_{k+1} = 0$.

$$\bar{\boldsymbol{\chi}}_{k+1} = \mathbf{A}(\bar{\boldsymbol{\chi}}_k) \quad (7.1)$$

$$\bar{\mathbf{P}}_{k+1} = \Phi_k \mathbf{P}_k \Phi_k^T + \mathbf{Q}_k \quad (7.2)$$

Na etapa denominada de correção, o ganho de Kalman \mathbf{K}_{k+1} dado pela Equação (7.3) é o fator de combinação que fornece uma estimativa atualizada do processo, admitido como ótimo. A finalidade do ganho de Kalman é realizar a minimização da matriz de covariância *a posteriori* \mathbf{P}_{k+1} . O vetor das estimativas de estado *a posteriori* é calculado de acordo com a Equação (7.4) a partir da estimativa de estados *a priori* $\bar{\boldsymbol{\chi}}_{k+1}$, através da combinação linear das medições contendo ruídos \mathbf{y}_{k+1} e da medição predita $h(\bar{\mathbf{x}}_{k+1}, \hat{\bar{\mathbf{z}}}_{k+1})$. Por fim, a Estimativa *a posteriori* da matriz de covariância do erro de estimação é calculada pela Equação (7.5) que leva em conta a estimativa obtida na predição, $\bar{\mathbf{P}}_{k+1}$.

$$\mathbf{K}_{k+1} = \bar{\mathbf{P}}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}^T (\mathbf{H}_{k+1} \bar{\mathbf{P}}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_{k+1})^{-1} \quad (7.3)$$

$$\bar{\boldsymbol{\chi}}_{k+1} = \bar{\boldsymbol{\chi}}_{k+1} + \mathbf{K}_{k+1} \left(\mathbf{y}_{k+1} - h(\bar{\mathbf{x}}_{k+1}, \hat{\bar{\mathbf{z}}}_{k+1}) \right) \quad (7.4)$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}) \bar{\mathbf{P}}_{k+1} \quad (7.5)$$

A qualidade das estimativas é influenciada pelo ruído de processo \mathbf{Q}_k na etapa de predição, e pelo ruído de medição \mathbf{R}_{k+1} na etapa de correção. Se o ruído de processo for elevado, significa que as medidas \mathbf{y}_{k+1} terão maior influência na predição, já que o ganho de Kalman se torna elevado. Por outro lado, se o ruído de medição for muito maior que o ruído de processo, as medições deixarão de ter influência na predição, já que o ganho de Kalman fica em um valor baixo nessa situação, fazendo com que o filtro utilize apenas os dados de modelo para obter as estimativas de estados $\bar{\boldsymbol{\chi}}_{k+1}$.

Capítulo 8
Simulação Computacional

8. Simulação Computacional

Neste capítulo serão apresentados dados de campo de um poço real ao sistema de predição de estados para PL, os quais são adequados ao propósito de validação. A seguir, com os dados de um poço exemplo o EEPL fará a predição dos dados operacionais do poço, como os tempos de poço fechado, duração do ciclo e vazão da produção.

Na inicialização, é definido o estado geral do poço no instante anterior à operação dinâmica do método de elevação. Os dados recebidos de um arquivo de entrada contêm informações sobre:

- Poço: dimensões da coluna de produção e da linha de produção, pressão máxima no revestimento, pressão do separador, pressão e vazão de teste de produção, rugosidade dos tubos, fatores de perdas de cargas em curvas, profundidade média dos canhoneados;
- Pistão: dimensões, massa e tipos;
- Fluidos: grau API, densidades relativas da água, do gás e do óleo, e BSW.

A partir desses dados, são calculadas as pressões e massas dos fluidos, em todos os volumes de controle do poço, como espaço anular, coluna de produção e linha de produção.

8.1 Dados de entrada do poço real

Os dados da Tabela 8.1 são encontrados em Baruzzi & Alhanati (1995) e usados para simulação do modelo PL, os quais permitem realizar a Validação, uma vez que os parâmetros que permitem determinar o desempenho do poço real foram medidos e os dados relacionados na Tabela 8.2. Esses dados, quando comparados aos dados de saída do Simulador do Modelo *Plunger Lift* (SMPL) ou do Estimador de Estados do *Plunger Lift* (EEPL) permitem avaliar o desempenho das estimativas. Nas seções seguintes, ao ser mencionado Validação, está-se executando SMPL ou EEPL para um poço real configurado conforme os dados da Tabela 8.1.

Tabela 8.1. Dados de um poço real para validação

Parâmetros do Poço

Comprimento da linha de produção (m)	450
Diâmetro interno da linha de produção (cm)	7,366
Profundidade da coluna de produção (m)	1.176
Diâmetro interno da coluna de produção (cm)	5,067
Diâmetro externo da coluna de produção (cm)	6,033
Diâmetro interno do revestimento (cm)	12,573
Profundidade média do canhoneado (m)	1.152
Rugosidade da parede da coluna de produção (cm)	0,026
Pressão do separador (kPa)	482,633
Propriedades do Fluido	
BSW (%)	0
Grau API	45
Gravidade específica da água	1,07
Gravidade específica do gás	0,75
RGL (m ³ /m ³)	949
Características do Reservatório	
Pressão estática (kPa)	6.019,123
Pressão de fundo em fluxo (kPa)	2.551,060
Vazão à pressão de fundo (m ³ /d)	7,4
Propriedades do Pistão	
Massa (kg)	3,6
Velocidade média de queda no gás (m/s)	10,16
Velocidade média de queda no líquido (m/s)	0,874

Tabela 8.2. Dados de medição de um poço real

Item	Poço Real
Vazão de produção (m ³ /d)	7.4
Período do Ciclo (s)	907
Tempo de chegada da golfada à superfície (s)	128
Tempo de chegada do pistão à superfície (s)	171
Velocidade média de subida do pistão (m/s)	6,675
Tempo de fechamento da válvula de fluxo (s)	225
Tempo da etapa de crescimento da pressão (s)	682
Pressão mínima no revestimento (kPa)	2.089,11
Pressão máxima na cabeça do poço (kPa)	2.358,01
Pressão mínima na cabeça do poço (kPa)	710,16

8.2 Dados de Entrada do poço exemplo

As características do poço exemplo estão na Tabela 8.3 e encontrados em Baruzzi & Alhanati (1995). O poço configurado com as características desta tabela não possui os dados de desempenho correspondentes como acontece para os dados de Validação. Entretanto, permitem simular uma planta PL.

Tabela 8.3. Dados de um poço exemplo

Parâmetros do Poço	
Comprimento da linha de produção (m)	1.000
Diâmetro interno da linha de produção (cm)	7,366
Profundidade da coluna de produção (m)	1.200
Diâmetro interno da coluna de produção (cm)	5,067
Diâmetro externo da coluna de produção (cm)	6,033
Diâmetro interno do revestimento (cm)	12,573
Profundidade média do canhoneado (m)	1.200
Rugosidade da parede da coluna de produção (cm)	0,026
Pressão do separador (kPa)	689,476
Propriedades do Fluido	
BSW (%)	50
Grau API	45
Gravidade específica da água	1,07
Gravidade específica do gás	0,75
RGL (m ³ /m ³)	650
Características do Reservatório	
Pressão estática (kPa)	5.177,963
Pressão de fundo em fluxo (kPa)	3.433,589
Vazão à pressão de fundo (m ³ /d)	15
Propriedades do Pistão	
Massa (kg)	3,6
Velocidade média de queda no gás (m/s)	10,16
Velocidade média de queda no líquido (m/s)	0,874

8.3 Simulador do modelo PL em espaço de estados

O Simulador do Modelo PL (SMPL) em espaço de estados desenvolvido neste trabalho tem a tarefa de executar a dinâmica do modelo PL fornecendo os vetores de sinais das variáveis de estado (pressão no topo do revestimento e velocidade da golfada) e de variável observada (pressão no topo da coluna de produção), sem admitir os ruídos de processo presentes na dinâmica do PL nem o ruído de medição, este presente na aquisição de dados da variável. O SMPL fornece, portanto, dados de uma planta ideal (sem ruídos). Como o SMPL não realiza previsão de estados, o algoritmo EKF não é utilizado.

8.3.1 Validação

Os dados de campo de um poço real da Tabela 8.1 são apresentados como dados de entrada para validação do simulador.

A pressão máxima do revestimento, isto é, a pressão na cabeça do revestimento de 2.523,481 kPa (366 Psi) necessária para abrir a válvula de fluxo, foi obtida através de ajuste das condições do poço durante a Etapa 3. Os resultados desta simulação são mostrados na Tabela 8.4. Três itens principais em relação aos dados do poço real podem ser observados abaixo.

- A velocidade média de subida do pistão é aproximadamente igual.
- A pressão mínima no revestimento é um pouco menor.
- A duração da etapa de crescimento da pressão é bem maior.

Os demais valores obtidos do simulador do modelo são considerados aceitáveis.

Tabela 8.4. Dados de medição de um poço real e os resultados do simulador do modelo em espaço de estados

Item	Poço Real	Resultados do modelo
Vazão de produção (m ³ /d)	7.4	7.6
Período do Ciclo (s)	907	1008
Tempo de chegada da golfada à superfície (s)	128	157

Tempo de chegada do pistão à superfície (s)	171	166
Velocidade média de subida do pistão (m/s)	6,812	7,102
Tempo de fechamento da válvula de fluxo (s)	225	219
Tempo da etapa de crescimento da pressão (s)	682	789
Pressão mínima no revestimento (kPa)	2.089,11	2.033,95
Pressão máxima na cabeça do poço (kPa)	2.358,01	2.206,32
Pressão mínima na cabeça do poço (kPa)	710,16	482,63

A Figura 8.1 mostra a curva da variável de estado pressão no topo do revestimento e a Figura 8.2 exhibe a curva da variável de estado velocidade da golfada. No gráfico da Figura 8.1 é traçada a curva com as medições das pressões na cabeça do revestimento em 10 instantes distintos realizadas no poço real. A curva do simulador do modelo é plotada juntamente com a curva de medições no poço real, com o objetivo de verificar que o comportamento da saída do simulador se assemelha ao das medições, com o erro médio da simulação sendo de 1,75%. Para a variável de estado velocidade da golfada, que nesta Tese é admitida como sendo igual à velocidade do pistão, não há nesta base de dados medições realizadas para que se possa comparar com a saída do simulador. Por esta razão, na Figura 8.2 é plotada apenas a saída do simulador do modelo para a velocidade da golfada na coluna de produção, para a Etapa 1A e Etapa 1B.

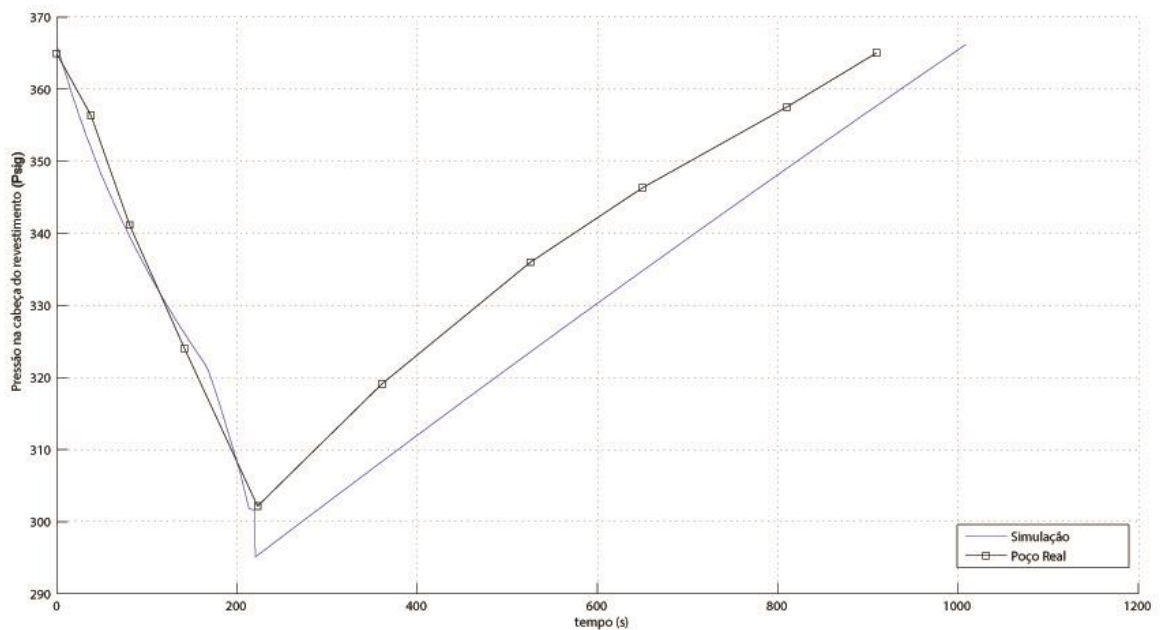


Figura 8.1. Pressão no topo do revestimento

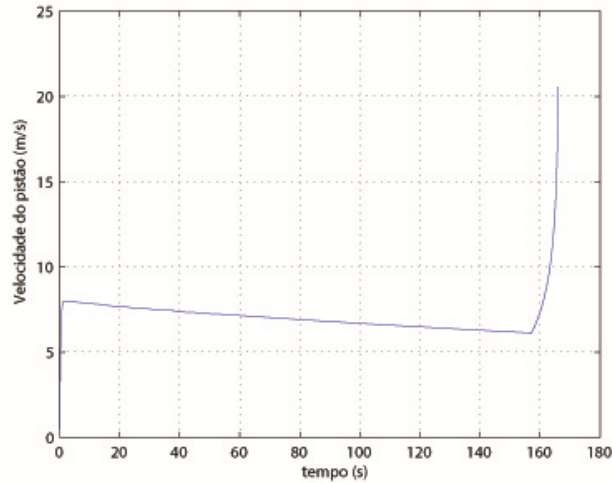


Figura 8.2. Velocidade da Golfada

A variável observada pressão no topo da coluna de produção é plotada na Figura 8.3 em conjunto com a curva formada pela medição de pressão na cabeça do poço em 12 instantes diferentes. Apesar de ser verificada uma pressão aproximadamente constante durante toda a Etapa 1A, o comportamento da curva de simulação do modelo pode ser considerado semelhante ao da curva formada pelas medições no poço real com o erro médio da simulação sendo de 5,51%.

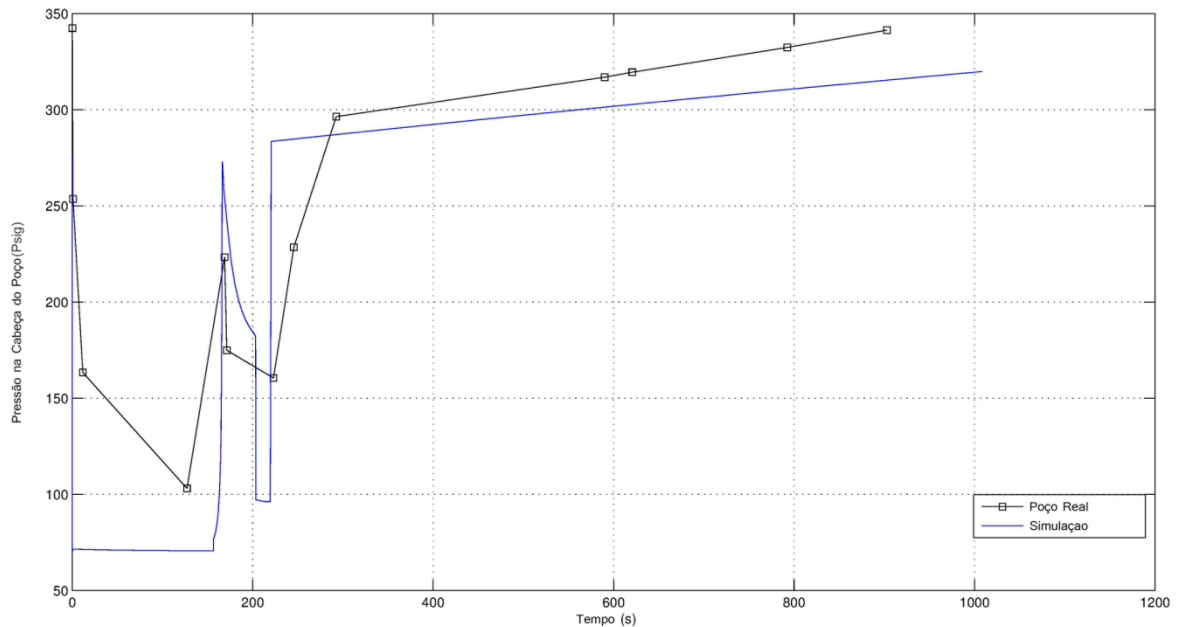


Figura 8.3. Pressão no topo da coluna de produção

8.3.2 Poço Exemplo

O simulador do modelo em espaço de estados será executado com os dados fictícios de um poço exemplo uma vez que o SMPL teve eficiência comprovada através da validação abordada na Seção 8.3.1. A simulação foi realizada para 3 ciclos de operação. Os comportamentos das variáveis de estado são mostrados na Figura 8.4 para a pressão no topo do revestimento e na Figura 8.5 para a velocidade da golfada. A Figura 8.6 mostra a curva da variável observada pressão no topo da coluna de produção. Para todos os ciclos, a pressão máxima na cabeça do revestimento para abertura da válvula de fluxo foi ajustada para 2.413,165 kPa (350 Psig) e o tempo de pós-fluxo foi ajustado para 200 s.

Na Figura 8.7 as curvas das variáveis de estado e variável de medição estão plotadas. Quando a válvula de fluxo é aberta no instante 1.580 s, observa-se que a pressão na cabeça do poço começa a decair, a golfada sofre uma rápida aceleração e a pressão na cabeça do poço decai instantaneamente a um valor aproximadamente igual à pressão do separador. Quando a golfada alcança a superfície, no instante 1.807 s, a pressão na cabeça do revestimento é reduzida até atingir um valor aproximadamente constante. A golfada é novamente submetida a uma forte aceleração até ser completamente produzida na linha de produção. A pressão na cabeça do poço tem um grande aumento, devido à perda de pressão na linha de produção. No instante 1.821 s, quando o pistão alcança a superfície, a pressão na cabeça do revestimento começa a decair até que a válvula de fluxo seja fechada. A velocidade da golfada e a pressão na cabeça do poço começam a decair até que a golfada comece a ser produzida no separador. Quando a golfada alcança o separador no instante 1.939 s, a pressão na cabeça do poço decai instantaneamente. Após passar o tempo de pós-fluxo, quando a válvula de controle de fluxo é fechada no instante 2.018 s, a pressão na cabeça do revestimento começa a aumentar até que ela alcança o valor máximo, durante o período conhecido como *buildup* ou de crescimento de pressão. A pressão na cabeça do poço naquele instante é aumentada rapidamente e continua a aumentar durante o período de *buildup*, que termina no instante 2.367 s. Este ciclo completo tem a duração de 787 s.

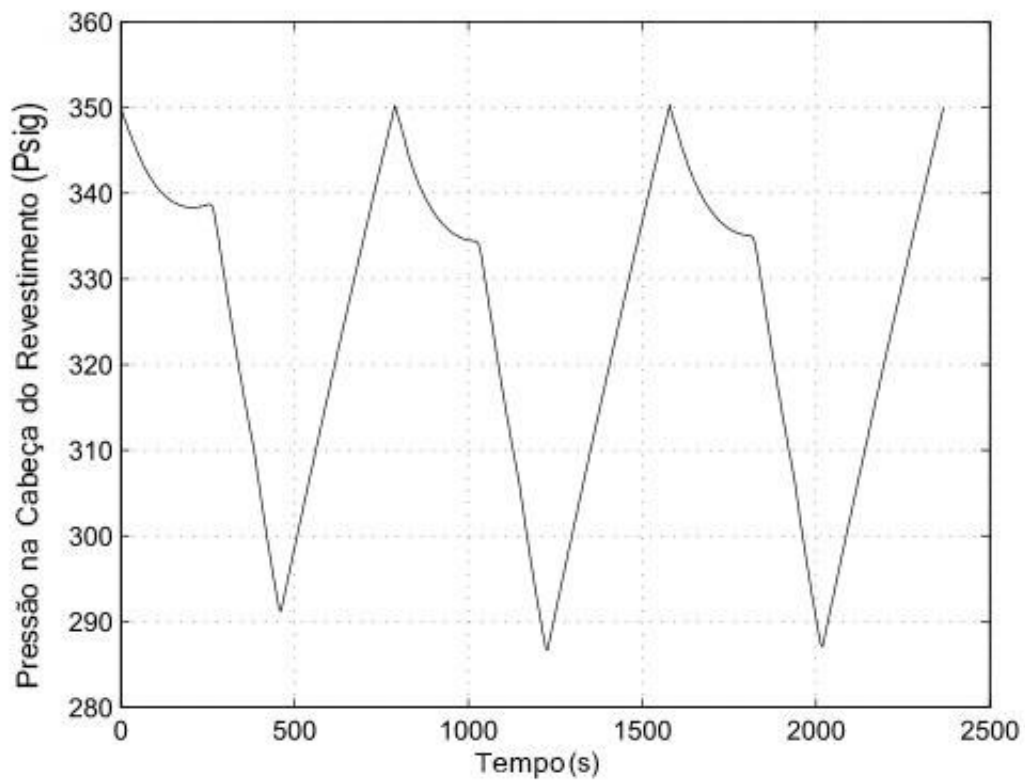


Figura 8.4. Simulação da pressão no topo do revestimento para 3 ciclos

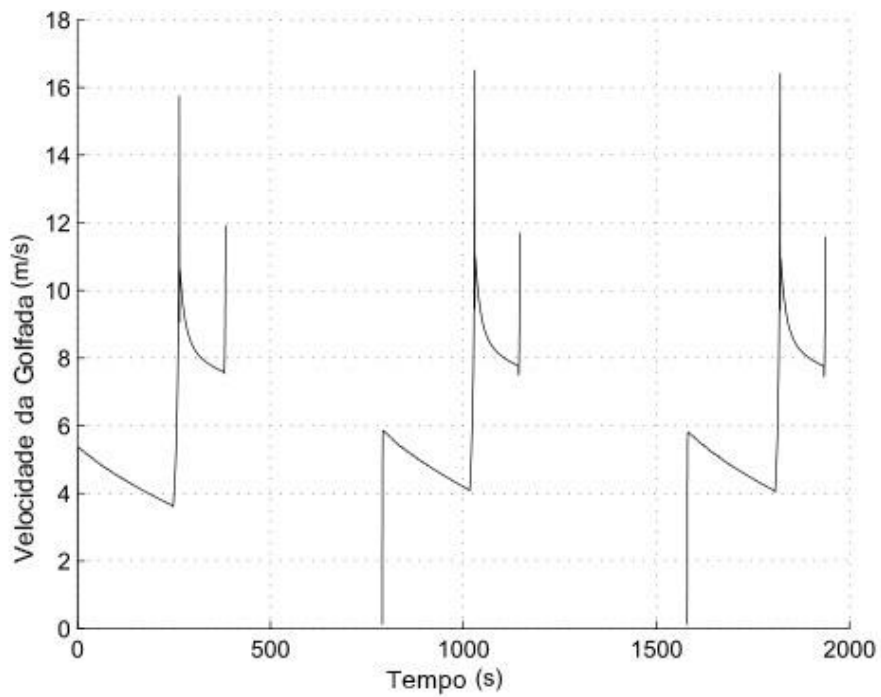


Figura 8.5. Simulação da velocidade de golfada para 3 ciclos

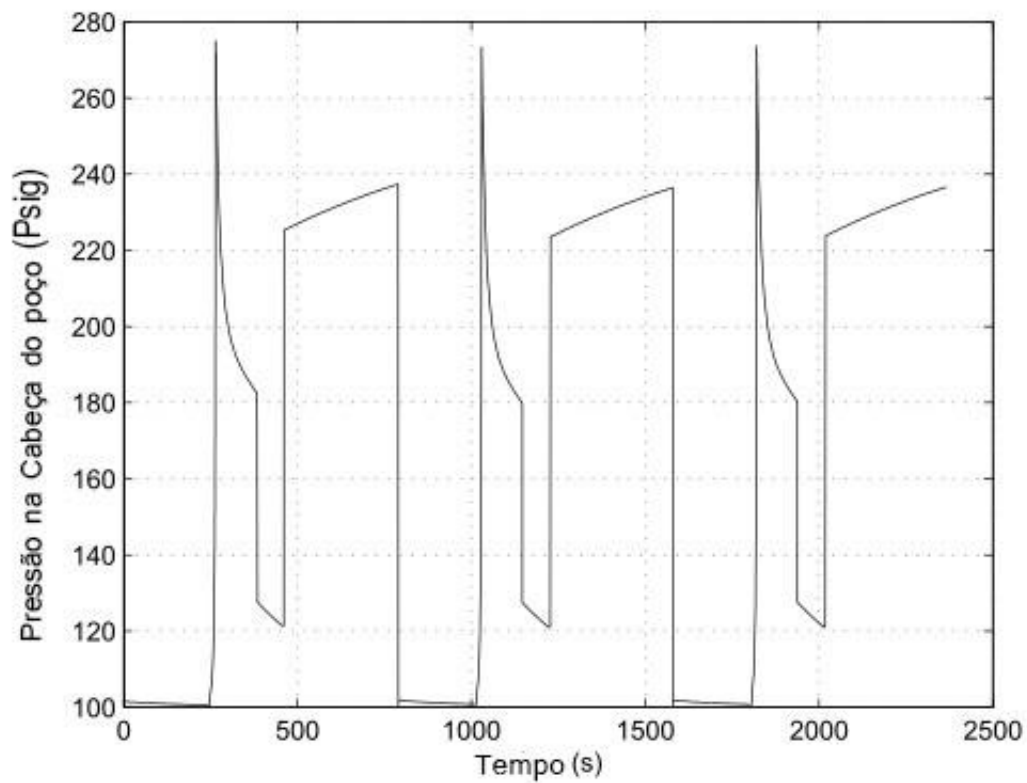


Figura 8.6. Simulação da pressão no topo da coluna de produção para 3 ciclos

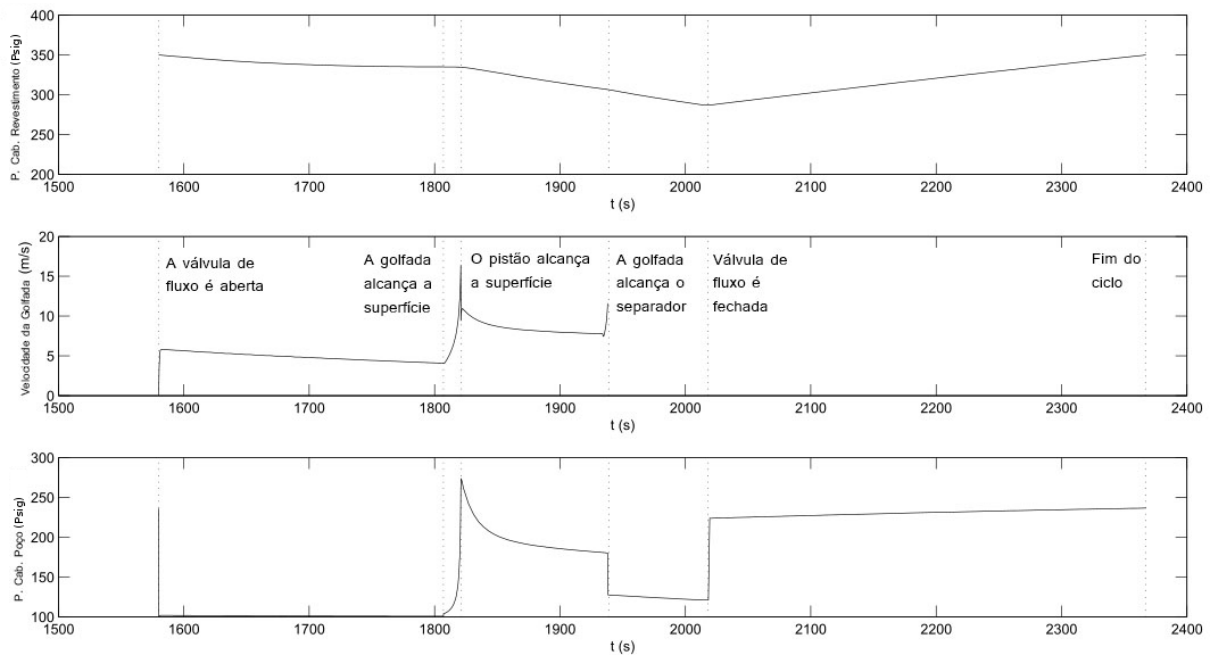


Figura 8.7. Curvas de Simulação do Terceiro Ciclo

A Tabela 8.5 apresenta os resultados de simulação ao final do terceiro ciclo.

Tabela 8.5. Resultados de simulação do modelo no terceiro ciclo

Vazão de Produção (m ³ /d)	21
Período do ciclo (s)	787
Tempo de chegada da golfada à superfície (s)	227
Tempo de chegada do pistão à superfície (s)	241
Velocidade média de subida do pistão (m/s)	5
Tempo de fechamento da válvula de fluxo (s)	438
Tempo da etapa de <i>buildup</i> (s)	349
Tempo de queda do pistão (s)	217
Comprimento da golfada na coluna de produção (m)	104
Tempo de chegada da golfada ao separador (s)	359

8.4 Estimador de Estados para *Plunger Lift*

Conforme abordado no Capítulo 7, o Simulador do Modelo PL (SMPL) em espaço de estados desenvolvido neste trabalho fornece as curvas das variáveis de estado e da variável de medição. Para simular a operação de uma planta de PL, os ruídos de processo e de medição foram adicionados às respostas do SMPL. O Estimador de Estados para *Plunger Lift* baseado no Algoritmo EKF fornece previsões das variáveis de estado e do sinal de medição fornecido pela planta contaminado com ruídos.

8.4.1 Validação

Para as estimativas iniciais $\hat{\chi}_0$, foram atribuídos os mesmos estados iniciais do SMPL para a Etapa 1A.

$$\chi_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ P_{maxcsg} \end{bmatrix}$$

em que P_{maxcsg} assim como na Seção 8.3.1 é de 2.523,481 kPa (366 Psi). O outro elemento deste vetor corresponde ao valor inicial da velocidade da golfada, a qual assume o valor zero uma vez que o pistão inicia o movimento de subida a partir do repouso.

A matriz de covariância do erro de estimação *a posteriori* inicial foi definida com os seguintes valores abaixo. Os valores da diagonal principal foram ajustados de modo a não ficarem muito baixos, pois nessa situação, se \mathbf{P}_0 for baixo o filtro não tem memória e demora a realizar previsões (Maybeck ,1979), (Brown & Hwang, 1997), (Papoulis & Pillai, 2002).

$$\mathbf{P}_0 = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

As unidades dos elementos da diagonal principal de \mathbf{P}_0 são m^2/s^2 e Pa^2 .

Após análise dos dados, as matrizes de covariância do ruído processo, \mathbf{Q}_k , e de ruído de medição \mathbf{R}_k foram ajustadas de modo que a matriz \mathbf{Q}_k não se tornasse muito baixa, o que levaria a um baixo ganho de Kalman e consequentemente faria com que as estimativas *a priori* e *a posteriori* fossem aproximadamente iguais, resultando que as estimativas fiquem muito divergentes do sinal real. Simultaneamente, \mathbf{R}_k foi ajustada de modo a não ficar muito menor que a matriz \mathbf{Q}_k , evitando assim que o Ganho de Kalman fique muito elevado, a ponto de o algoritmo EKF não realizar filtragem e utilizar apenas as medidas (Maybeck ,1979), (Brown & Hwang, 1997), (Papoulis & Pillai, 2002).

$$\mathbf{Q}_k = \begin{bmatrix} 1 \times 10^{-5} & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_k = 100$$

As unidades dos elementos da diagonal principal de \mathbf{Q}_k são m^2/s^2 e Pa^2 . A unidade para \mathbf{R}_k é Pa^2 .

Foram gerados gráficos para avaliar a eficiência na estimação de estados da Etapa1A. As curvas denominadas de modelo são fornecidas pelo SMPL. As curvas denominadas de Planta conforme Seção 7.3, (Planta Plunger Lift) reproduzem o comportamento de um poço real, uma vez que admite os ruídos presentes no processo e na medição. As curvas de previsão são fornecidas pelo EEPL. A razão para que fossem apresentadas conjuntamente essas três curvas em um mesmo gráfico é permitir a visualização das variáveis de estado fornecidas pela planta e uma comparação das variáveis de estado preditas com os sinais das variáveis de estado livres de ruídos do Modelo.

A Figura 8.8 e Figura 8.9 apresentam curvas de previsão das variáveis de estado com

um comportamento semelhante, em relação à sua respectiva curva do modelo. Ambas seguem o sinal do modelo, embora o sinal da Planta contenha perturbações gaussianas. O motivo para tal é a definição adequada da matriz de covariância do ruído de processo Q_k .

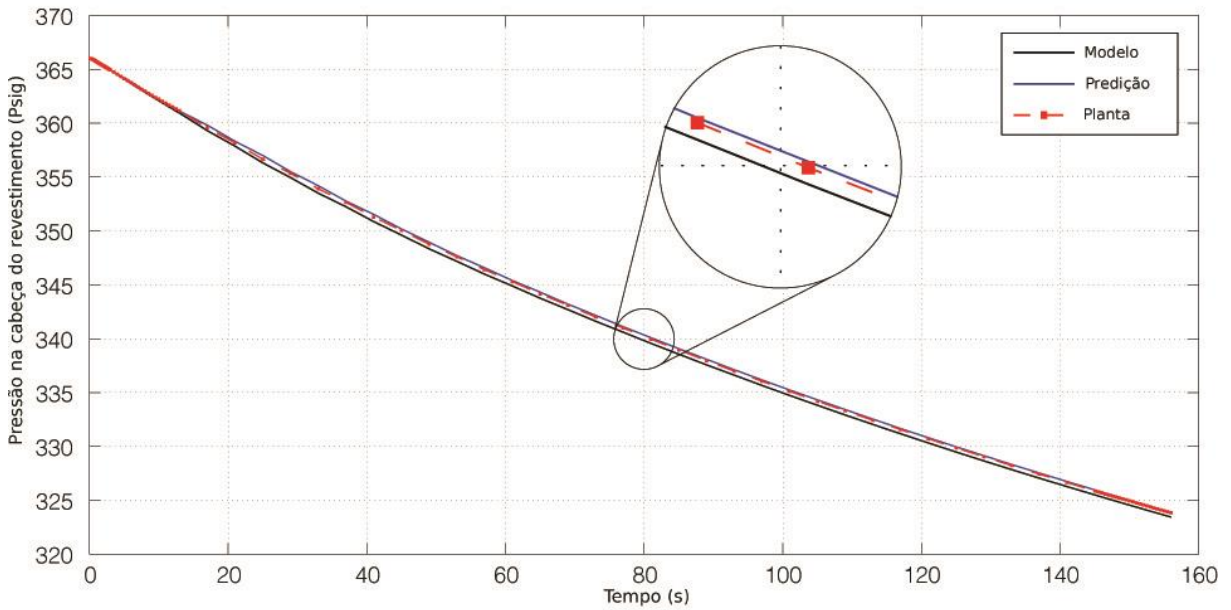


Figura 8.8. Variável de estado pressão no topo do revestimento (Etapa 1A)

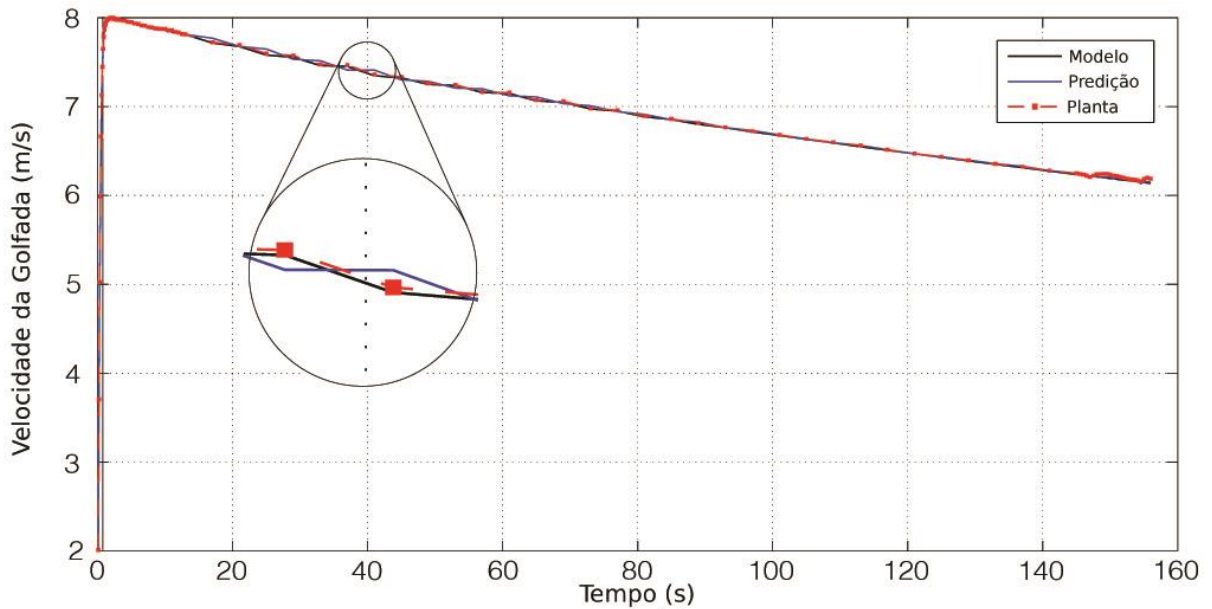


Figura 8.9. Variável de estado velocidade da golfada (Etapa 1A)

Na Figura 8.10 observa-se o algoritmo EKF fornece respostas de predição de maneira aproximadamente instantânea após receber a variável observada da planta. O motivo para esse

comportamento é a definição correta da matriz de covariância *a posteriori* inicial \mathbf{P}_0 .

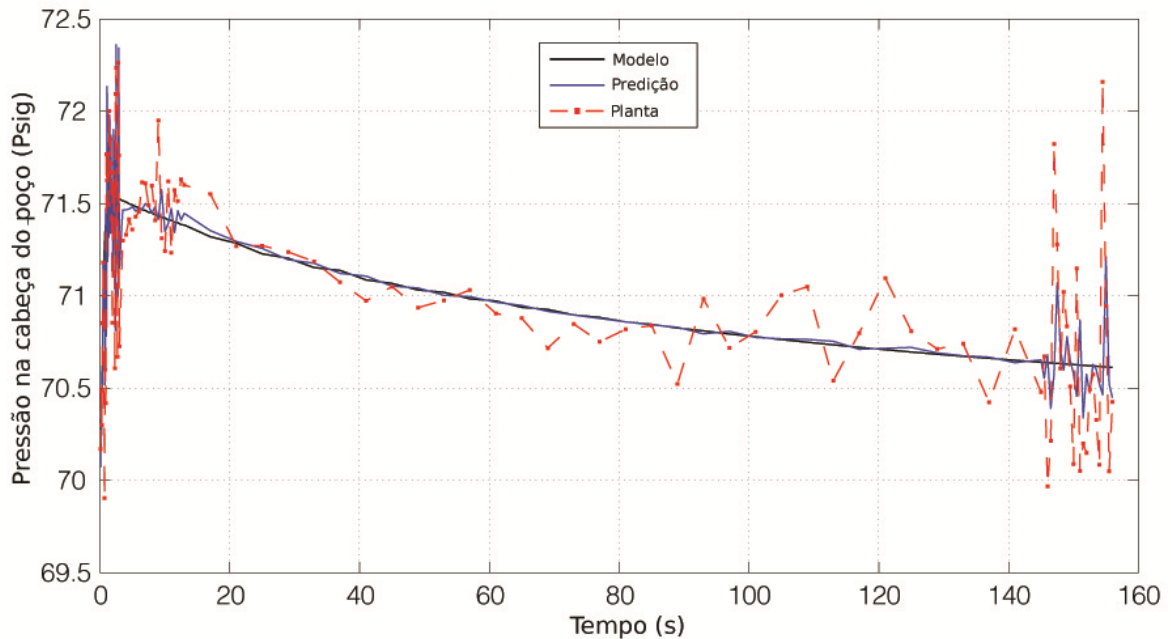


Figura 8.10. Predição da Variável Observada na Etapa 1A

Durante os instantes iniciais são observadas rápidas oscilações no sinal da planta, devido ao efeito transiente provocado pela abertura da válvula de fluxo e início de subida do pistão. Efeito transiente também é observado devido à chegada da golfada à superfície e posterior passagem da mesma para a linha de produção, nos instantes finais da Etapa 1A. Nesses instantes de efeitos transientes, a curva de Predição acompanha o sinal da Planta. Deve-se garantir um ajuste correto da matriz de covariância do ruído de medição \mathbf{R}_k em relação à matriz de covariância do ruído do processo \mathbf{Q}_k . Por exemplo, se $\mathbf{R}_k \ll \mathbf{Q}_k$ o algoritmo EKF não realiza filtragem, pois se \mathbf{R}_k for baixo, o ganho de Kalman \mathbf{K}_k da Equação (6.7) se torna muito elevado e aproximadamente igual à matriz \mathbf{H}_k definida na Tabela 6.1. Como resultado da Equação (6.27) o estado predito χ_k sofre pequena influência do modelo uma vez que $\bar{\chi}_k$ é bem menor que \mathbf{H}_k . Nesta situação o algoritmo EKF não filtra, mas acompanha as medidas que são admitidas como confiáveis. Para que a Predição da variável observada não siga o sinal da variável medida, faz-se necessário um ajuste da matriz de covariância do ruído de processo \mathbf{Q}_k para os instantes em que ocorrem transitórios. Entre os instantes em que ocorrem os efeitos transientes observa-se um comportamento balanceado do sinal de saída predito no sentido de

que é influenciado pelo Modelo e pelo sinal de variável medida devido ao ajuste correto de \mathbf{R}_k em relação a \mathbf{Q}_k .

Para inicialização da Etapa 1B, foi utilizado como estimativa de estado inicial *a posteriori* a estimativa de estados da última iteração da Etapa 1A. A matriz de covariância do erro de estimação *a posteriori* \mathbf{P}_0 da etapa anterior foi utilizada na Etapa 1B e as matrizes de covariância dos erros também são as mesmas.

A duração da Etapa 1B é bem menor que da etapa anterior, apenas o período entre a chegada da golfada à superfície e a chegada do pistão à superfície. Esta curta duração, entretanto, não foi empecilho para a estimação de estados. Pode-se observar na Figura 8.11 que a predição acompanha o Modelo, desprezando o ruído presente no sinal da Planta. Na Figura 8.12, a curva de Predição sofre mais uma influência dos dados da variável medida, mas, no geral, tende a acompanhar a curva do Modelo.

Na Figura 8.13 observa-se a curva de Predição em torno da curva do Modelo, mas recebendo influência da perturbação encontrada no sinal da variável medida. O comportamento das curvas de predição para a Etapa 1B é resultado do ajuste adequado das matrizes de covariância de modo a evitar quatro situações (Maybeck ,1979), (Brown & Hwang, 1997), (Papoulis & Pillai, 2002):

- Modelamento errado do estado, caso em que a matriz \mathbf{Q}_k é baixa.
- O algoritmo EKF não realiza filtragem, caso em que \mathbf{R}_k é muito pequena em relação a \mathbf{Q}_k .
- O algoritmo EKF despreza o sinal de medição, caso em que \mathbf{Q}_k é muito pequena em relação a \mathbf{R}_k .
- O algoritmo EKF demora a realizar predições, caso em que \mathbf{P}_0 é muito baixa.

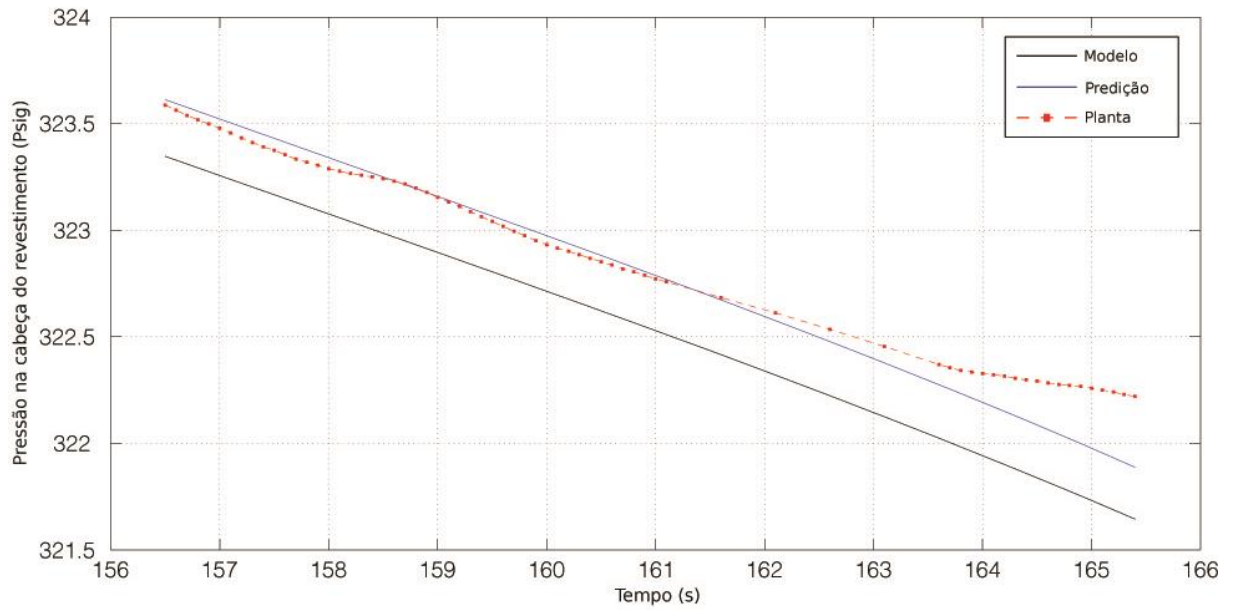


Figura 8.11. Variável de estado pressão no topo do revestimento (Etapa 1B)

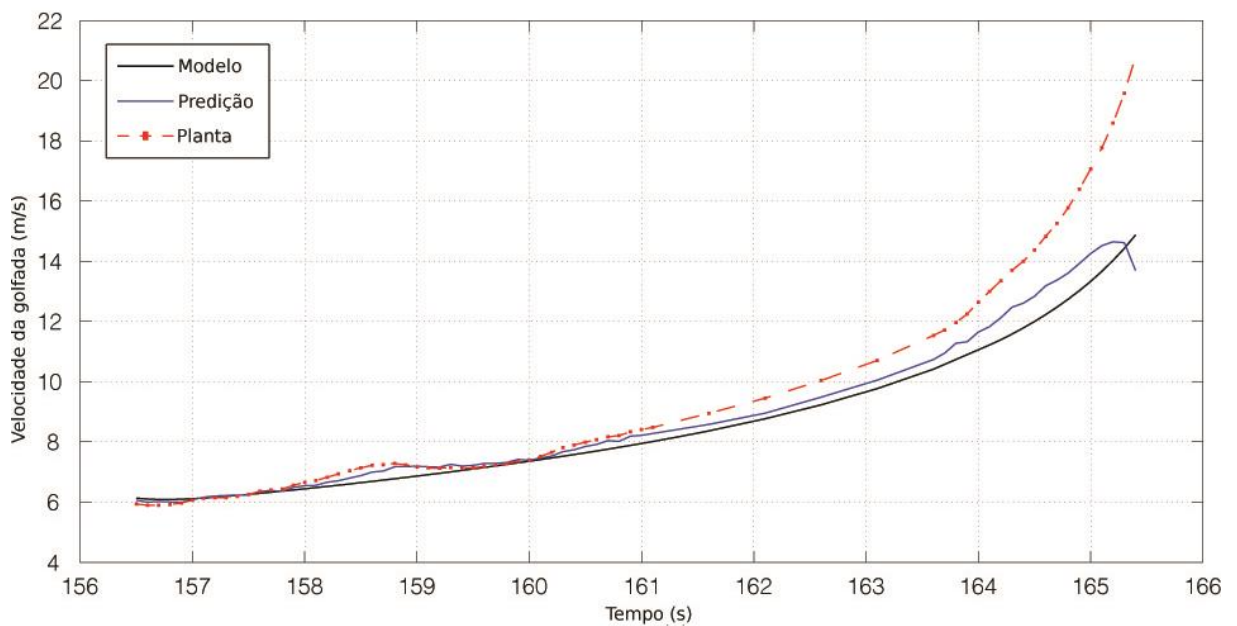


Figura 8.12. Variável de estado velocidade do pistão (Etapa 1B)

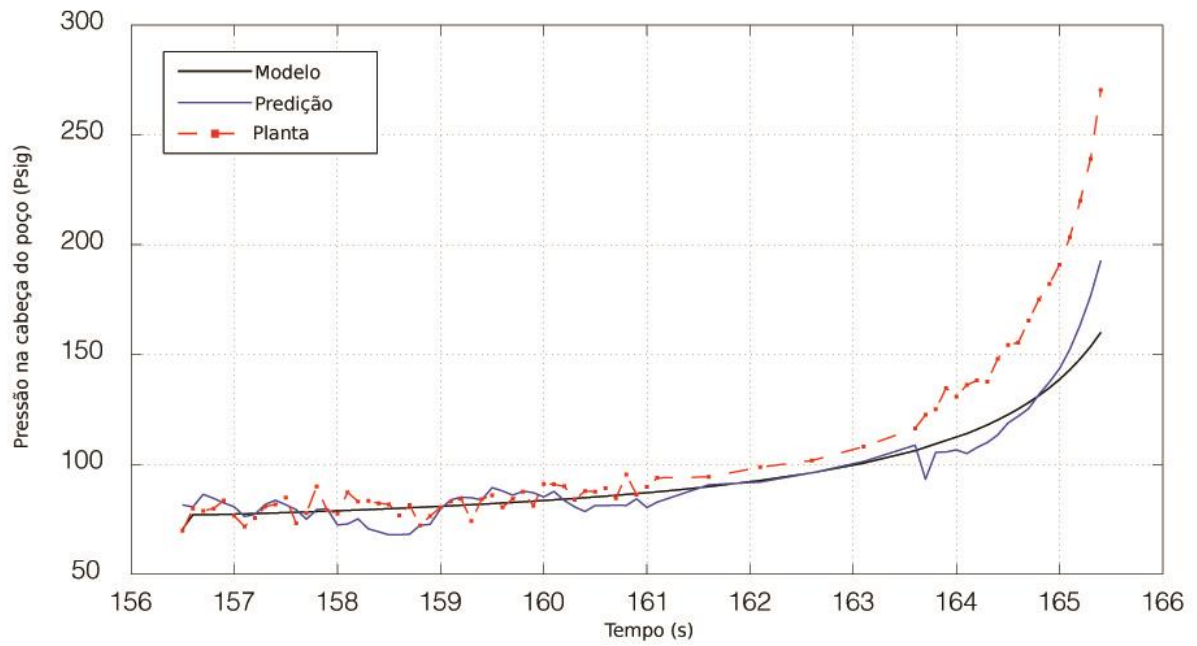


Figura 8.13. Predição da variável observada (Etapa 1B)

A eficiência na predição das variáveis de estado bem como da variável medida pode ser avaliada pelo erro médio percentual entre a resposta do estimador de estados e a resposta do simulador do modelo na Tabela 8.6. Os erros de predição estão abaixo de -1%, exceto para a variável de estado velocidade da golfada na Etapa 1B que está próxima a -5%. Conforme análise da curva de predição da

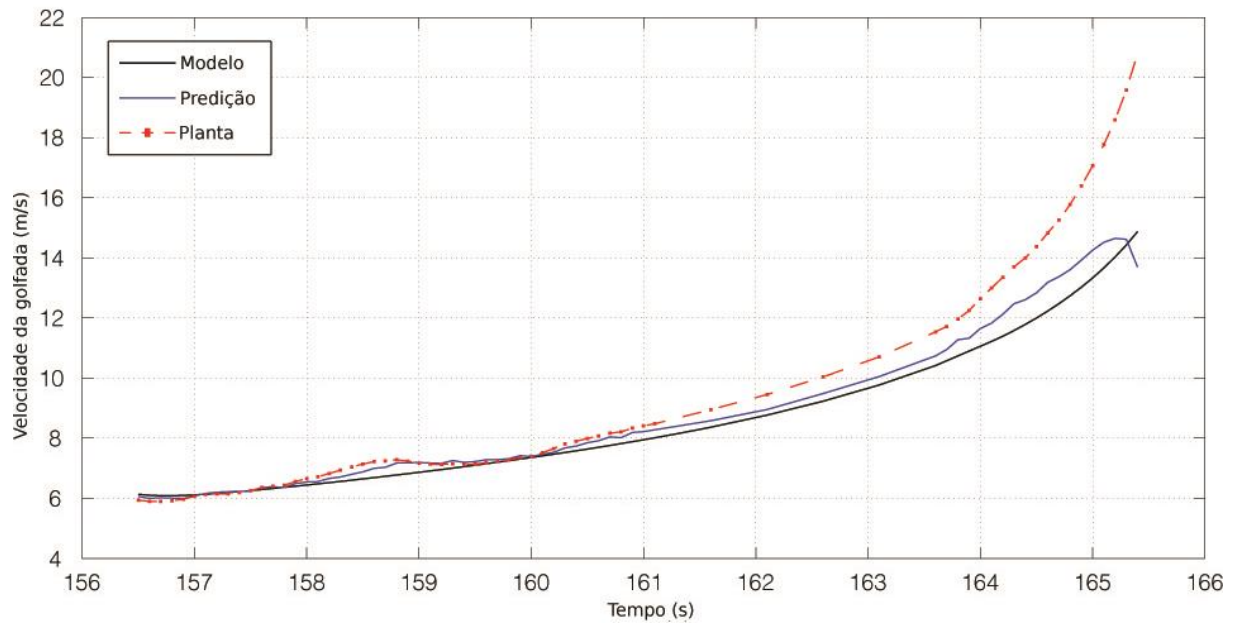


Figura 8.12, já se esperava um erro maior na predição desta variável de estado, mas que, ainda assim, é um valor aceitável para a aplicação.

Tabela 8.6. Erro Médio Percentual na Predição entre o SMPL e o EEPL

Etapa	Pressão na Cabeça do Poço	Pressão na Cabeça do Revestimento	Velocidade da Golfada
1A	-0,002	-0,071	-0,083
1B	-0,662	-0,071	-4,465

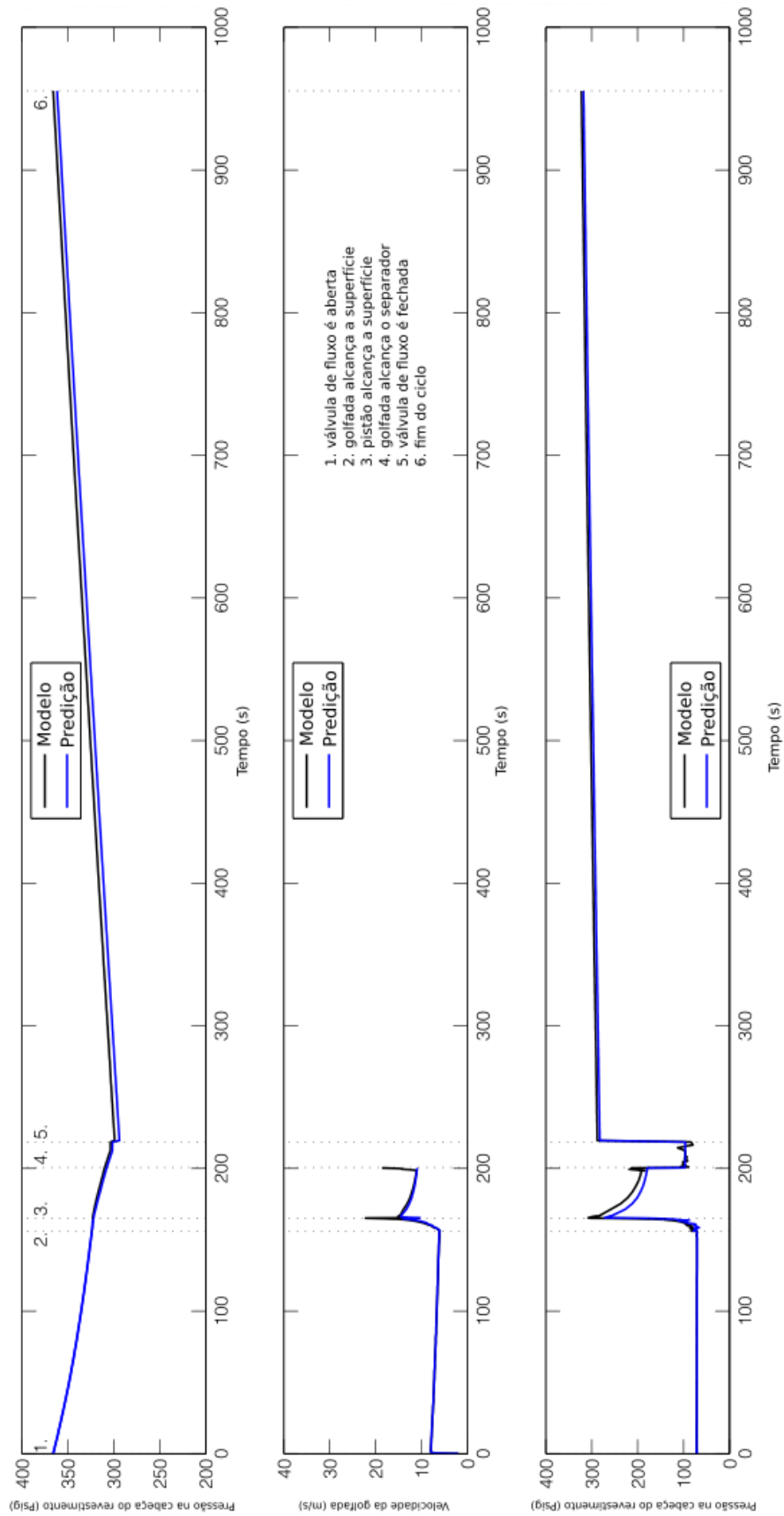


Figura 8.14. Ciclo completo do poço real

Os resultados de predição para o ciclo completo estão relacionados na Tabela 8.7. Os dados de Campo e os correspondentes resultados de Predição do Modelo apresentados no artigo Baruzzi & Alhanati (1995) são comparados aos Resultados do EEPL discutidos nesta seção. É importante enfatizar que as predições do EEPL foram realizadas admitindo os ruídos no processo e na medição, e que os dados de Predição do Modelo de Baruzzi & Alhanati (1995) não leva em conta tais ruídos. As seguintes predições merecem destaque: a velocidade média de subida do pistão, pressão no revestimento e pressão máxima na cabeça do poço, tempo de chegada do pistão à superfície e período do ciclo. Tais predições são boas aproximações em relação às medições realizadas no poço real. Esses resultados obtidos na validação comprovam que o EEPL é capaz de ser utilizado em aplicações práticas, gerando predições confiáveis.

Tabela 8.7. Resultados de Predição

item	Poço Real	Predição do Modelo	Resultados do EEPL
Vazão de produção (m ³ /d)	7,4	7,5	7,6
Período do Ciclo (s)	907	1165	992
Tempo de chegada da golfada à superfície (s)	128	116	156
Tempo de chegada do pistão à superfície (s)	171	120	166
Velocidade média de subida do pistão (m/s)	6,812	9,840	7,101
Tempo de fechamento da válvula de fluxo (s)	225	173	219
Tempo da etapa de crescimento da pressão (s)	682	992	773
Pressão mínima no revestimento (kPa)	2.089,111	1.902,953	2.027,0586
Pressão máxima na cabeça do poço (kPa)	2.358,007	2.178,743	2.199,427
Pressão mínima na cabeça do poço (kPa)	710,16	489,528	482,633

8.4.2 Poço exemplo

O estudo realizado durante a validação habilita o EEPL a realizar predições. Foi simulada uma planta de elevação por PL com os dados do poço exemplo apresentados na Tabela 8.3, para apenas um ciclo, admitindo os ruídos de processo e medição das etapas. O objetivo é realizar a predição dos dados de produtividade do poço simulado com o EEPL. Os resultados do EEPL estão apresentados na Tabela 8.8 juntamente com resultados de Predição

do Modelo apresentados no artigo (Baruzzi & Alhanati, 1995) para fins de comparação.

Fazendo uma leitura dos dados da Tabela 8.8, conclui-se que os resultados de predição com EEPL em uma planta (conforme definição na Seção 7.3) são bastante próximos daqueles obtidos no simulador de modelo proposto por (Baruzzi, 1994). Isto significa que EEPL consegue fornecer predições com baixo nível de ruído e de comportamentos que seguem os sinais do modelo, tendo como entrada um sinal de medição ruidoso. Os sinais do modelo servem como referências, pois são sinais “ideais” uma vez que o modelo é determinístico. A Figura 8.15 apresenta o ciclo completo para o poço exemplo. Observam-se os ruídos presentes na planta e as predições que seguem os sinais da planta. Entre as marcações 1 e 2 verifica-se o comportamento de subida da golfada com um tempo estimado de 248s. Em um tempo de aproximadamente 120 s, conforme Tabela 8.8, a golfada percorre a linha de produção até ser produzida, entre as marcações 3 e 4 do gráfico. Após a válvula de fluxo ser fechada na marcação 5, pode-se observar o comportamento das pressões durante o período da etapa de crescimento de pressão, estimado em 325 s.

Tabela 8.8. Resultados de predição para o poço exemplo

Ítem	Predição do Modelo	Resultados do EEPL
Período do Ciclo (s)	860	787
Tempo de chegada da golfada à superfície (s)	247	248
Tempo de chegada do pistão à superfície (s)	263	264,1
Velocidade média de subida do pistão (m/s)	4,572	4,544
Tempo de início da produção no separador (s)	378	382,577
Tempo de fechamento da válvula de fluxo (s)	462	462,1
Tempo da etapa de crescimento da pressão (s)	398	325
Tempo de queda do pistão (s)	227	216,286
Comprimento da golfada na coluna (m)	104	104
Vazão de produção (m ³ /d)	21	20,7767

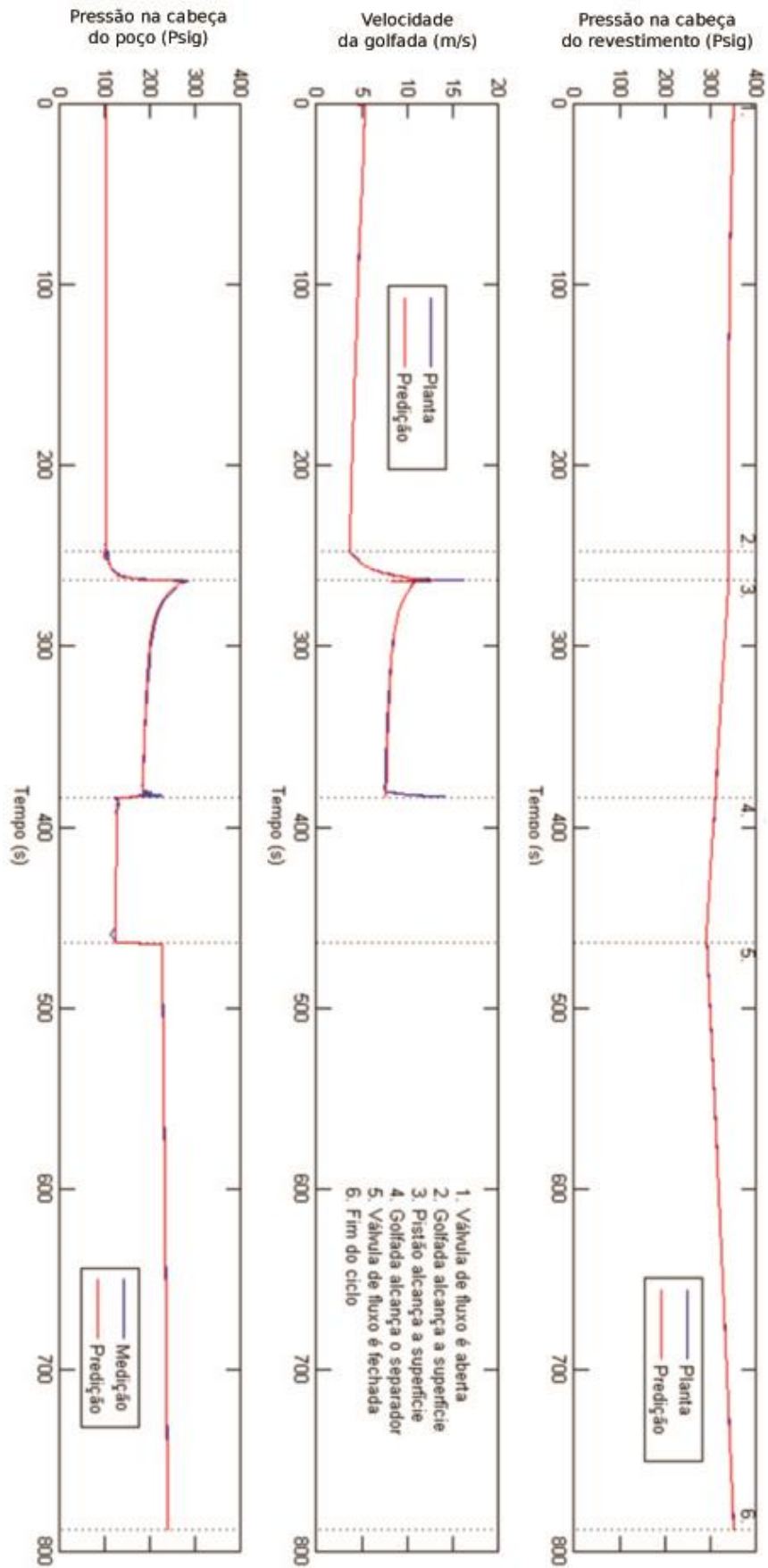


Figura 8.15. Ciclo completo do poço exemplo

Capítulo 9
Conclusões

9. Conclusões

Através da análise do Modelo para PL de (Baruzzi, 1994) como um conjunto de sistemas de EDAs, em que cada etapa tem seu sistema EDA correspondente, foi empregada como contribuição relatada nesta Tese, a abordagem do modelo em espaço de estados. A Modelagem em Espaço de Estados permite a aplicação de uma grande quantidade de técnicas, tais como predição de estados, otimização e controle preditivo. Todas essas técnicas se propõem a melhorar o desempenho e a produtividade do poço, na medida em que variáveis que influenciam na produtividade de um poço podem ser estimados e/ou controlados. Através da predição das pressões requeridas para elevar o pistão com a coluna de líquido acima dele combinada de um modelo analítico do reservatório, é possível maximizar a produção de gás na condição de que o líquido acumulado durante o período que o poço está em fluxo possa ser elevado à superfície. Isto é possível desde que a pressão que se acumula durante o tempo de *shut-in* seja suficiente para elevar o pistão e golpada. Os tempos de fluxo e *shut-in* são determinados de maneira iterativa através de simulação do desempenho do reservatório. Este procedimento levou a um aumento na produção de poços operados por PL como relatado em (Ozkan, 2003). A velocidade do pistão pode ser monitorada de maneira a automatizar mudanças no ciclo levando a aumentos significativos na produção (Morrow Jr. & Rogers Jr., 1992).

Os ruídos presentes nas aplicações práticas de um poço PL foram admitidos neste trabalho, o que permitiu simular uma planta PL realista, graças ao tratamento do modelo na abordagem de espaço de estados.

A base de dados para validação do EEPL foi retirada de (Baruzzi, 1994). Há outras bases de dados que podem ser encontradas em publicações. Entretanto, nem todas podem ser diretamente aplicadas, pois faltavam dados de reservatório, principalmente. Após tentativas de adaptação das bases de dados de simulação de poços encontradas, por exemplo, em (Gasbarri, 1996) e (Rosina, 1983), com o objetivo de aumentar o número de exemplos a serem apresentados nesta Tese, optou-se por utilizar apenas o poço exemplo da Tabela 8.1 e Tabela 8.3 que, aliás, também estão presentes em (Gasbarri, 1996).

O desempenho na predição através do algoritmo EKF, o qual foi adaptado para processar um espaço de estados baseado em EDAs, pode ser verificado através de curvas de predição, planta e modelo. A planta fornece a variável observada, que contém ruídos e o EEPL fornece a curva de predição. Na predição das variáveis de estado observou-se um

comportamento semelhante ao da curva do modelo. Este bom desempenho nas predições se deve à correta sintonia dos parâmetros do algoritmo EKF.

9.1 Perspectivas

Uma aplicação para o EEPL seria o monitoramento em tempo real de variáveis, tais como velocidade da golfada, vazão de líquido do reservatório, volume de líquido acumulado durante o período de crescimento da pressão, velocidade de queda do pistão e *fallback*. Nesse tipo de aplicação, o sistema EEPL receberia o sinal da variável observada. A execução do algoritmo EKF forneceria os vetores de predições das variáveis diferenciáveis e algébricas e, em seguida, calcular-se-iam as variáveis de desempenho que se desejam monitorar. Essa aplicação do EEPL elimina a necessidade de sensores dedicados a cada grandeza que se deseja monitorar, pois a partir de uma única medição, da variável observada, serão feitas predições de alta resolução garantida pelo algoritmo EKF, desde que corretamente sintonizado. Essa aplicação em tempo real necessita de aplicação de métodos inteligentes de ajuste dos parâmetros de sintonia do algoritmo EKF, tais como aqueles encontrados em (Al-Ghossini *et al.*, 2016) e a técnica de correspondência de covariância proposta por Mohan *et al.* (2015).

10. Referências bibliográficas

ABERCROMBIE, B. *Technology of artificial lift methods*. Tulsa, OK, USA: PennWell Publ. Co, 1983. V. 2b

AL-GHOSSINI, H.; LOCMONT, F.; SECHILARIU, M.; GAGNEUR, L.; FORGEZ, C. Adaptive-tuning of extended Kalman filter used for small scale wind generator control. *Renewable Energy*, v. 85, p. 1237-1245, Janeiro 2016.

ALSINA, P. J.; FONSECA, D. A. D. M.; DOURADO, O. D. A. J. A pilot plant for artificial lift studies. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, 21, 2011, Natal. **Anais ...** Natal: ABCM. 2011.

ASCHER, U. M.; PETZOLD, L. R.. *Computer methods for ordinary differential equations and differential algebraic equations*. 2. ed. Philadelphia: SIAM Press, 1998.

BARUZZI, J. O. A. *Modelagem do plunger lift convencional*. 1994. 129f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia de Petróleo, Universidade Estadual de Campinas. Campinas.

BARUZZI, J. O. A.; ALHANATI, F. J. S. Optimum plunger lift operation. In: PRODUCTION OPERATIONS SYMPOSIUM, 1995. Oklahoma City, OK, USA. **Anais ...** Oklahoma City: SPE, 1995. V. 1, p. 117-131.

BECKER, D. J.; ROWLAN, O. L.; MCCOY, J. N.; PODIO, A. L. Plunger lift optimization by monitoring and analyzing wellbore acoustic signals and tubing and casing pressures. In: SPE EASTERN REGIONAL MEETING, 2006. Canton, Ohio, USA. **Anais ...** Canton: SPE, 2006. V. 1.

BEGGS, H. D. *Production optimization using nodal analysis*. 2. ed. Tulsa, OK, USA: OGCI and Petroskills Publications, 2003.

BELLARBY, J. *Well completion design*. 1. ed. Aberdeen, UK: Elsevier Science, 2009.

BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. *Transport phenomena*. 2. ed. NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2002.

BRAGANZA, E.; ROST, E.; GONZALEZ, E.; SALLEO, A. Plunger-lift advancements, including velocity and pressure analysis. In: SPE ASIA PACIFIC IMPROVED OIL RECOVERY CONFERENCE, 2001. Kuala Lumpur, Malaysia. **Anais ...** Kuala Lumpur: SPE, 2011. V. 1.

BROWN, K. E. *The technology of artificial lift methods, part a introduction of artificial lift systems; beam pumping; design analysis; gas lift*. 1. ed. Madison, Wisconsin: PPC Books, 1980. V. 2.

BROWN, K. E.; LEA, J. F. Nodal systems analysis of oil and gas wells. *Journal of Petroleum Technology*, v. 37, n. 10, p. 1751–1763, 1985.

BROWN, R. G.; HWANG, P. Y. C. *Introduction to random signals and applied kalman*. 3. ed. New York, NY: Wiley, 1997.

CAETANO, M. A. L. Filtro de Kalman - Teoria e Aplicação para Iniciantes. Mudanças Abruptas. Disponível em: http://www.mudancasabruptas.com.br/Filtro%20de%20Kalman_Iniciantes.pdf. Acesso em: 2017.

CHACÍN, J.; DOTY, D. Modeling and optimization of plunger lift assisted intermittent gas lift installations. *SPE Advanced Technology Series*, v. 2, n. 1, p. 25-33, 1994.

CHAPRA, S. C. A. C. R. P. *Numerical methods for engineers*. 6. ed. New York: McGraw-Hill Higher Education, 2009.

CHAVA, G. K.; FALCONE, G.; TEODORIU, C. Development of a new plunger-lift model using smart plunger data. In: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION, 2008. Denver, Colorado, USA. **Anais ...** Denver: SPE, 2008. V. 1.

CHAVA, G. K.; FALCONE, G.; TEODORIU, C. Plunger lift modeling toward efficient liquid unloading in gas wells. *SPE Projects, Facilities & Construction*, v. 5, n. 1, p. 38-45, 2010.

DEVOLD, H. *Oil and gas production handbook: an introduction to oil and gas production, transport, refining and petrochemical industry (color edition)*. 3. ed. Oslo: LULU Press, 2013.

DOURADO, O. D. A. J.; DÓRIA, A. D. N.; ALSINA, P. J. State Space Estimator for Plunger Lift. *Journal of Petroleum Science and Engineering* v. In Press, Accepted Manuscript, 2017.

FONSÊCA, D. A. D. M. *Desenvolvimento de uma planta piloto para estudos de poços de petróleo produzindo por plunger lift*. 2011. 136f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia de Computação e Automação, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal.

FOSS, D. L.; GAUL; B., R. Plunger-Lift Performance Criteria With Operating Experience – Ventura Avenue Field. *API drilling and production practice*, 1965.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. *Introduction to fluid mechanics*. 6. ed. NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2004.

FSOLVE. MathWorks Documentation. Disponível em: <https://www.mathworks.com/help/optim/ug/fsolve.html>. Acesso em: 15 maio 2017.

GASBARRI, S. *Development of a plunger lift model for gas wells*. 1996. 96f. Thesis (Master of Science) – School of Petroleum and Geological Engineering, University of Oklahoma. Norman, Oklahoma.

- GASBARRI, S.; WIGGINS, M. L. A dynamic plunger lift model for gas wells. *SPE Production & Facilities*, v. 16, n. 2, p. 89–96, 2001.
- GUO, B.; LYONS, W. C.; GHALAMBOR, A. *Petroleum production engineering, a computer-assisted approach*. Burlington, MA, USA: Gulf Professional Publishing., 2007.
- HACKSMA, J. D. Predict plunger lift performance. In: Annual Southwestern Petroleum Short Course, 1972. Lubbock-TX, USA. **Trabalhos Técnicos ...** Lubbock.
- HAMEDI, H.; RASHIDI, F.; KHAMEHCHI, E. A novel approach to the gas-lift allocation optimization problem. *Journal of Petroleum Science and Technology*, v. 29, n. 4, p. 418–427, 2011.
- HANDFIELD, T. C.; NATIONS, T.; NOONAN, S. G. SAGD. Gas lift completions and optimization: a field case study at surmount. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, v. 48, n. 11, p. 51-54, 2009.
- HANGOS, K.; CAMERON, I. *Process modelling and model analysis*. San Diego: Academic Press, 2001.
- HAYKIN, S. *Neural networks, a comprehensive foundation*. 2. ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 1999.
- HAYKIN, S. *Kalman filtering and neural networks*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- HERNANDEZ, A.; MARACANO, L.; CAICEDO, S.; CABUNARU, R. Liquid fall-back measurements in intermittent gas lift with plunger. In: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION, 1993. Houston, Texas. **Anais ...**: Houston: SPE, 1993. p.429-438.
- IOANNOU, P. A.; SUN, J. *Robust and adaptive control*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc., 1995.
- JARALLA, J. W. H; NARIMANI, M.; MUBARAK, A. M. Assessing gas-lift capability to support asset design. In: SPE PROJECT AND FACILITIES CHALLENGES CONFERENCE AT METS, 2011. Doha, Qatar. **Anais ...** Doha: SPE, 2011.
- KAMARI, A.; BAHADORI, A.; MOHAMMADI, A. H. Prediction of Maximum Possible Liquid Rates Produced From Plunger Lift by Use of a Rigorous Modeling Approach. *SPE Production & Operations*. ISSN SPE #180912-PA, 2016.
- KHALIL, H. K. *Nonlinear systems*. 2. ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, Inc., 1996.
- KREYSZIG, E. *Advanced engineering mathematics*. 9. ed. NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2006.
- LARMINAT, P. *Analysis and control of linear systems*. Newport Beach, CA, USA: ISTE, 2007.

LEA, J. F. Dynamic analysis of plunger lift operations. *Journal of Petroleum Technology*, v. 34, n. 11, p. 2167–2629, 1982.

LEA, J. F.; NICKENS, H. V.; WELLS, M. R. *Gas well deliquification*. 2. ed. Burlington, MA, USA: Gulf Professional Publishing, 2008.

LEA, J. F.; ROWLAN, O. L.; MCCOY, J. N. Measurements and calculation of key events during the plunger lift cycle. In: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION, 2007, Anaheim, California, U.S.A. **Anais ...** Anaheim: SPE, 2007.

LIU, X.; QI, Y. A modern approach to the selection of sucker rod pumping systems in cbm wells. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. In Press, Accepted Manuscript, 2011.

MAGGARD, J. B.; WATTENBARGER, R. A.; SCOTT, S. L. Modeling plunger lift for water removal from tight gas wells. In: SPE/CERI GAS TECHNOLOGY SYMPOSIUM, 2000, Calgary, Alberta, Canada. **Anais...** Calgary: SPE, 2000.

MARCANO, L.; CHACÍN, J. Mechanistic design of conventional plunger-lift installation. *SPE Advanced Technology Series*, v. 2, n. 1, p. 15-24, 1994.

MAYBECK, P. S. *Stochastic models, estimation, and control*. Burlington, MA: Elsevier, 1979. V. 1.

MCCOY, J.; ROWLAN, L.; PODIO, A. L. Plunger-lift monitoring by analyzing wellbore high-frequency acoustic signals and tubing and casing pressures. *SPE Production & Facilities*, v. 18, n. 2, p. 97-103, 2003.

Mohan, S.; Naik, N.; Gemson, R.M.O.; Ananthasayanam, M.R. *Introduction to the Kalman Filter and Tuning its Statistics for Near Optimal Estimates and Cramer Rao Bound*. 2015. 402f Technical Report – Department of Electrical Engineering Indian Institute of Technology. Kanpur.

MORROW JR., S. J.; ROGERS JR., J. R. Increasing production using microprocessors and tracking plunger-lift velocity. In: SPE MID-CONTINENT GAS SYMPOSIUM, 1992, Amarillo, Texas. **Anais ...** Amarillo: SPE, 1992. p. 43-47.

MORROW, S. J.; HEARN, W. Plunger-lift advancements, including velocity and pressure analysis. In: LATIN AMERICAN & CARIBBEAN PETROLEUM ENGINEERING CONFERENCE, 2007, Buenos Aires, Argentina. **Anais ...** Buenos Aires: SPE, 2007.

MORROW, S. J.; HEARN, W.; CISNEROS, R. New techniques for plunger lift in conventional and nonconventional gas. In: SPE EASTERN REGIONAL MEETING, 2006, Canton, Ohio, USA. **Anais ...** Canton: SPE, 2006.

MOWER, L. N.; LEA, J. F.; BEAUREGARD, E.; FERGUSON, P. L. Defining the characteristics and performance of gas-lift plungers. In: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION, 1985, Las Vegas, Nevada, USA. **Anais...** Las Vegas: SPE, 1985.

MUNSON, B. R.; DONALD, F. Y.; THEODORE, H. O. *Fundamentals of fluid mechanics*. 5. ed. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2005.

NUMJAC.M. MathWorks MATLAB Newsgroup. Disponível em: http://www.mathworks.com/matlabcentral/newsreader/view_thread/23776. Acesso em: 15 maio 2017.

OZKAN, E. *Optimization of Plunger Lift Performance in Stripper Gas Wells*. 2003. 102f. Technical Report – Colorado School of Mines. Pittsburgh, Pennsylvania.

PAPOULIS, A.; PILLAI, S. U. *Probability, random variables, and stochastic processes*. 4. ed. New York, NY: McGraw-Hill Higher Education, 2002.

PERRIN, D. *Well completion and servicing (oil and gas field development techniques)*. Paris: Editions Technips, 1999.

RAWLINS, E. L.; SCHELLHARDT, M. A. *Backpressure data on natural gas wells and their application to production practices*. 7. ed. Oklahoma, USA: Lord Baltimore Press, 1935. V. 7.

ROSINA, L. A study of plunger lift dynamics. 1983. 149f. Thesis (Master of Science in the Discipline of Petroleum Engineering) – The Graduate School, The University of Tulsa. Tulsa, Oklahoma, USA.

SALAHSHOOR, K.; ZAKERI, S.; SEFAT, M. H. Stabilization of gas-lift oil wells by a nonlinear model predictive control scheme based on adaptive neural network models. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 26, p. 1902-1910, 2013.

SANTOS, O. G.; BORDALO, S. N.; ALHANATI, F. J. S. Study of the dynamics, optimization and selection of intermittent gas-lift methods — a comprehensive model. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 32, p. 231–248, 2001.

SIMON, D. *Optimal state estimation: kalman, h infinity, and nonlinear approaches*. Hoboken, New Jersey: by John Wiley & Sons, Inc., 2006.

TAKACS, G. *Electrical submersible pumps manual, design, operations, and maintenance*. 2. ed. Burlington, MA, USA: Gulf Professional Publishing, 2009.

THOMAS, J. E. *Fundamentos de engenharia de petróleo*. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2004.

WIGGINS, M. L.; NGUYEN, S. H.; S., G. Optimizing plunger lift operations in oil and gas wells. In: SPE MID-CONTINENT OPERATIONS SYMPOSIUM, 1999. Oklahoma City, Oklahoma, USA. *Anais ...* Oklahoma City: SPE, 1999.