



Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Tecnologia
Coordenação do Curso de Engenharia Ambiental



UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO DO DIMENSIONAMENTO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA

Pedro Osvaldo Alencar Regis

Natal
Julho de 2018

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
Sistema de Bibliotecas - SISBI
Catalogação de Publicação na Fonte. UFRN - Biblioteca Central Zila Mamede

Regis, Pedro Osvaldo Alencar.

Um modelo de programação matemática para do ensino do dimensionamento de redes de distribuição de água / Pedro Osvaldo Alencar Regis. - 2018.

90 f.: il.

Monografia (graduação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Tecnologia, Curso de Engenharia Ambiental. Natal, RN, 2018.

Orientador: Prof. Dr. Everton Santi.

1. Hidráulica - Monografia. 2. Distribuição de água - Monografia. 3. Redes ramificadas - Monografia. 4. Programação não linear - Monografia. 5. NP-difícil - Monografia. 6. AMPL - Monografia. I. Santi, Everton. II. Título.

RN/UF/BCZM

CDU 628.1

Pedro Osvaldo Alencar Regis

UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO
MATEMÁTICA PARA O ENSINO DO
DIMENSIONAMENTO DE REDES DE
DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Universidade Federal
do Rio Grande do Norte como parte
dos requisitos para obtenção de grau
de Engenheiro Ambiental.

Orientador: Prof. Dr. Everton
Santi

Natal
Junho de 2018

Dedicatória

Ao meu pai Enio Regis (*in memoriam*), que ao modo dele contribuiu para minha formação de base e a minha irmã Paula Maria Alencar Regis (*in memoriam*), quem eu sempre me lembrei para buscar forças para continuar. Também aos meus tios Ulysses Alencar Fonseca e Tadeu Alencar Fonseca que sempre me ajudaram muito ao longo desta jornada.

Agradecimentos

Os agradecimentos são sempre uma parte interessante do trabalho por nos fazer pensar em todos os envolvidos ao decorrer deste e nos lembram do medo que surge neste momento que é o de esquecer de nomes que merecem ser citados, mas ainda assim preciso tentar, mesmo correndo o risco de esquecer de alguém.

Agradeço primeiramente a Deus, por toda a força e foco que me deu para que eu realizasse esse trabalho.

Agradeço ao meu orientador Everton Santi, por tudo, desde a rápida resposta ao meu e-mail que foi decisiva na minha escolha por fazer a disciplina de Introdução à Otimização no dia 14/04/2017, eu tinha apenas algumas horas para fazer a escolha entre essa disciplina eletiva para o meu curso ou escolher uma outra que seria optativa, essa escolha foi uma das coisas decisivas para a realização deste trabalho; e também por todas as orientações ao longo deste trabalho, por ser sempre acessível e paciente para explicar algo que eu não tenha compreendido.

Agradeço aos meus tios Ulysses Alencar Fonseca e Tadeu Alencar Fonseca que sempre incentivaram que eu seguisse esse caminho de estudar e fizesse faculdade. No dia 03/01/2013, saiu o resultado oficial da minha aprovação na UFRN, se passaram 5.5 anos e hoje estou aqui finalizando os agradecimentos do TCC também, sem dúvidas, por conta deles.

Agradeço ao grupo, o qual fui integrante, do trabalho que tinha como objetivo que se realizasse o dimensionamento de uma rede coletora de esgoto da disciplina sistemas urbanos de águas e esgotos do Instituto Federal do Rio Grande do Norte (IFRN) no ano de 2013: Cayo Rodrigues, Railma Rochelle, Amanda de Carvalho e Zé Ítalo. Obrigado a todos vocês pela confiança ao longo do trabalho que me incentivou que eu fizesse o meu TCC do técnico do IFRN sobre esse assunto, e o da graduação como uma continuação deste.

Agradeço aos meus colegas de graduação: Daniell Cavalcante, Bruno Lopes, Danilo Henrique, Ingrid Savana, Isis Luana, Brayan Lira, por todas as conversas, apoio e incentivos ao longo do curso e durante o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço aos amigos que eu sempre consultei ao longo do trabalho, Mauro Chiozzi por sempre conversar sobre a parte computacional, \LaTeX é muito bom, mas da trabalho; Genilson com as ajudas com o servidor que acabei não conseguindo terminar de implementar neste trabalho; e meu obrigado a Renato Alves por todas as conversas e correções de português do trabalho.

Meu muito obrigado a todos, inclusive os que eu não tenha citado, por tudo!

Julgue o seu sucesso pelas coisas que você teve que renunciar para o conseguir.
(Dalai Lama)

RESUMO

A água é, sem dúvida, fundamental para a vida na Terra. Para o ser humano, claramente, a água sempre teve papel fundamental em sua existência ao longo de sua história. Registros evidenciam o uso e gerência de água nas vidas do ser humano por volta de 9000 a.C. A cerca de 4 mil anos foi construído o primeiro sistema de distribuição de água, na Índia. Na história mais recente, começo de 1900, a relação do sistema de abastecimento de água com doenças começou a surgir. Desde então foram criadas leis para tentar regulamentar as condições de saneamento e suas partes, como o sistema de abastecimento de água. Atualmente a situação do Brasil em termos de saneamento básico é preocupante, não sendo diferente a condição do sistema de abastecimento de água. Hoje cerca de 35 milhões de pessoas no país não tem acesso à água. Desta forma existe uma demanda por profissionais qualificados para trabalhar nessa área. Posto isso, o objetivo deste trabalho foi criar um modelo de programação matemática que possa ser utilizado para auxiliar o ensino do dimensionamento de redes de distribuição de água, considerando as restrições de projeto brasileiras. Para isso o problema de dimensionar uma rede de distribuição de água foi modelado como um problema de programação não linear inteira mista (MINLP), não convexa, com equações de restrições de igualdades e desigualdades, e implementado usando a linguagem de programação matemática AMPL. Como resultados deste trabalho obtiveram-se: um modelo matemático desenvolvido, tendo sido este formulado como um MINLP; o código da implementação da programação matemática desenvolvida; e os resultados das comparações dos testes deste com os valores da literatura. Todas as comparações tendo sido feitas para dois casos, altura do reservatório livre e para esta tendo sido fixada. Além disso, foram criadas duas redes maiores de 17 trechos e 18 nós, e de 35 trechos e 36 nós, e estas foram dimensionadas com o modelo criado. Este trabalho contribui com a forma de se pensar sobre como se dimensiona redes de distribuição de água, mostrando uma abordagem que não é comum na literatura brasileira.

Palavras-chave: Hidráulica. Otimização. Programação não linear inteira mista. Redes de distribuição de água ramificadas. NP-difícil. AMPL.

ABSTRACT

Water is undoubtedly central to life on Earth. For the human being, clearly, water has always played a fundamental role in its existence throughout its history. Records show the use and management of water in the lives of human beings around 9000 BC. About 4,000 years ago the first water distribution system was built in India. In more recent history, beginning of 1900 the relationship of the system of water supply with diseases began to arise. Since then laws have been created to try to regulate sanitation conditions and their parts, such as the water supply system. Currently the situation of Brazil in terms of basic sanitation is worrisome, not being different from the condition of the water supply system. Today about 35 million people in the country do not have access to water. In this way there is a demand for qualified professionals to work in this area. Thus, the objective of this work was to create a mathematical programming model that can be used to assist in the teaching of water distribution networks, considering Brazilian design constraints. For this, the problem of dimensioning a water distribution network was modeled as a mixed nonlinear integer programming (MINLP), nonconvex, with equations of equality and inequality constraints, and implemented using the mathematical programming language AMPL. As results of this work were obtained: a mathematical model developed, having been formulated as a MINLP; the code of the implementation of the mathematical programming developed; and the results of the comparisons of the tests of this with the values of the literature. All comparisons were made for two cases, height of the reservoir free and for this having been fixed. In addition, two networks were created with 17 edges and 18 nodes, and 35 edges and 36 nodes, and these were dimensioned with the model created. This work contributes to the way of thinking about how to scale water distribution networks, showing an approach that is not common in Brazilian literature.

Keywords: Hydraulics. Optimization. Mixed integer nonlinear programming. Branched water distribution networks. NP-hard. AMPL.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplos de conjunto convexo e não convexo em \mathbb{R}^2	27
Figura 2 – Classificação de problemas computacionais, se (a) $P=NP$, ou (b) se $P \neq NP$	29
Figura 3 – Exemplo de máximos local e global e mínimo local e global.	32
Figura 4 – Sistema de abastecimento água.	33
Figura 5 – Esquema de uma rede ramificada.	35
Figura 6 – Esquema de uma rede malhada.	35
Figura 7 – Esquema de uma rede mista.	36
Figura 8 – Exemplo de dimensionamento de uma rede de distribuição de água ramificada.	39
Figura 9 – Ilustração do método do seccionamento.	40
Figura 10 – Rede T.	57
Figura 11 – Rede P17.	59
Figura 12 – Rede P35.	60
Figura 13 – Rede B.	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Velocidades e vazões máximas em redes de abastecimento de água.	38
Tabela 2 – Planilha de cálculo para rede ramificada.	39
Tabela 3 – Comparação do resultado do dimensionamento do modelo para a rede T. . .	58
Tabela 4 – Velocidades e vazões máximas para rede T.	61
Tabela 5 – Velocidades e vazões máximas para redes P17 e P35.	61
Tabela 6 – Resultado do dimensionamento do modelo para a rede P17.	62
Tabela 7 – Resultado do dimensionamento do modelo para a rede P35.	63
Tabela 8 – Velocidades e vazões máximas para rede B.	64
Tabela 9 – Comparação do resultado do dimensionamento do modelo para a rede B. . .	65

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Objetivo geral	19
1.2	Objetivos específicos	19
1.3	Organização do trabalho	19
2	REVISÃO DE LITERATURA	20
2.1	O ensino e o ensino na engenharia com auxílio de tecnologias computacionais	20
2.1.1	Propostas de mudança no ensino em engenharia	21
2.1.2	Casos de sucesso no uso de ferramentas computacionais no ensino em engenharia	22
2.2	Otimização	23
2.2.1	Contextualização à Otimização	23
2.2.2	Definições de modelo, variável e objetivo	23
2.2.3	Formulação matemática de um problema de otimização	24
2.2.4	Otimização contínua <i>versus</i> discreta	25
2.2.5	Otimização Restrita e Irrestrita	26
2.2.6	Convexidade de conjuntos e funções	26
2.2.7	As classes de problemas P, NP, NP-completo e NP-difícil	28
2.2.8	Métodos de resolução exatos e não exatos	30
2.2.8.1	Métodos de resolução exatos para problemas de otimização	30
2.2.8.2	Métodos de resolução não exatos para problemas de otimização: heurísticas e metaheurísticas	31
2.3	Redes de distribuição de água	32
2.3.1	Definições de sistema de abastecimento de água e rede de distribuição de água	32
2.3.2	Tipos de redes de distribuição de água	33
2.3.2.1	Rede ramificada	34
2.3.2.2	Rede malhada ou anelar	35
2.3.2.3	Rede mista	36
2.3.3	Dimensionamento de redes de distribuição de água	36
2.3.3.1	Dimensionamento de redes ramificadas	36
2.3.3.2	Dimensionamento de redes malhadas	40
2.3.3.2.1	Método do seccionamento.	40
2.3.3.2.2	Método do iterativo.	41

2.4	O dimensionamento de redes de água como uma problema de otimização combinatória	42
2.4.1	Conjuntos do modelo	43
2.4.2	Parâmetros do modelo	44
2.4.3	Variáveis do modelo	44
2.4.4	Restrições do modelo	44
2.4.5	Equações do modelo	45
2.4.6	Complexidade computacional do problema de dimensionar uma rede de distribuição de água de forma ótima	46
3	MODELO PROPOSTO	48
3.1	Modelo adaptado para o dimensionamento de redes de distribuição de água ramificadas	48
3.1.1	Conjuntos do modelo adaptado	48
3.1.2	Parâmetros do modelo adaptado	48
3.1.3	Variáveis do modelo adaptado	49
3.1.4	Restrições do modelo adaptado	50
3.1.5	Modelo adaptado para reservatórios fixos	52
3.1.5.1	Remoção e adição de equações no modelo para atender a existência de nós com pressão fixa	53
3.1.6	Otimização do número de variáveis do modelo	53
4	RESULTADOS	55
4.1	Materiais e Método	55
4.1.1	Ferramentas computacionais	55
4.1.2	Obtenção de dados e execução dos testes	55
4.2	Validação do modelo	56
4.2.1	Exemplos com a altura do reservatório livre	56
4.2.2	Exemplos com a altura do reservatório fixa	62
4.3	Discussão	66
4.3.1	Discussão dos resultados do modelo para o reservatório com altura livre	66
4.3.2	Discussão dos resultados do modelo para o reservatório com altura fixa	67
4.3.3	Vantagens do modelo desenvolvido	68
4.3.4	Desvantagens e limitações do modelo desenvolvido	69
4.3.5	O modelo proposto como ferramenta de apoio didático	70
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
	REFERÊNCIAS	76

ANEXO A – ARQUIVO DO MODELO, .MOD, DESENVOLVIDO E IMPLEMENTADO EM AMPL	85
ANEXO B – AQUIVO DE ENTRADA DE DADOS, .DAT	87
ANEXO C – AQUIVO DE EXECUÇÃO DO MODELO, .RUN	90
ANEXO D – INSTRUÇÕES DE USO E EXECUÇÃO	91

1 Introdução

A necessidade de utilização da água para abastecimento é indissociável da história da humanidade. Essa demanda determinou a própria localização das comunidades, desde que o homem passou a viver de forma sedentária, adotando a agricultura como meio de subsistência e abandonando a vida nômade, mais centrada na caça. A vida sedentária tornou mais complexo o equacionamento das demandas de água, que passaram então a incluir o abastecimento de populações, e não mais de indivíduos ou famílias, tanto para atender às necessidades fisiológicas das pessoas, preparar alimentos e promover a limpeza, quanto para manter a agricultura, irrigando as culturas, (HELLER; PÁDUA, 2006).

De acordo com Rocha et al. (2009), o primeiro sistema de distribuição de água surgiu há cerca de 4.500 anos, mas a humanidade aprendeu a armazená-la para benefício próprio muito antes. Potes de barro não-cozidos foram fabricados por volta de 9000 a.C, e a cerâmica, em 7000 a.C., passando a ser fundamental para o incremento da capacidade de armazenamento de água. A irrigação começa a ser utilizada em 5000 a.C., na Mesopotâmia e no Egito, juntamente com os canais de drenagem, os quais recuperaram áreas pantanosas do delta do Nilo e dos rios Tigre e Eufrates. A primeira represa para armazenar água foi construída no Egito, em 2900 a.C., pelo faraó Menes, para abastecer a capital, Memphis, e a primeira represa de pedra foi erguida pelos assírios em 1300 a.C. O primeiro aqueduto conhecido foi criado em 700 a.C. por Ezequiel, rei de Judá, para abastecer Jerusalém. Em 691 a.C., Senaqueribe, da Assíria, construiu um canal de 80 Km e um aqueduto de 330 metros.

Há cerca de 4 mil anos foi construído pelos hindus o primeiro sistema eficiente de distribuição de água em Mohenjo-Daro, no vale do Indo, na Índia. Na época, Mohenjo-Daro devia ter cerca de 40 mil habitantes e um perfeito sistema de poços e canais de lançamento de efluentes. Grandes obras de saneamento foram desenvolvidas já nas antigas Grécia e Roma com elevado padrão de engenharia civil e hidráulica. Os imensos aquedutos romanos, construídos para transporte de água das fontes situadas nas montanhas até as cidades, utilizando a gravidade, são atualmente visitados por centenas de turistas. A população abastecia-se de água em fontes e utilizava latrinas, ambas públicas, (ROCHA et al., 2009). Por volta do ano 300 d.C., existiam em Roma mais de trezentos banhos públicos. Consumiam-se cerca de 3 milhões de litros de água por dia. As termas eram construções sofisticadas, com piscinas de água quente, morna, ou fria, ao lado salas para a prática de esportes e massagem, (CAVINATTO, 1992).

O papel essencial da água para a sobrevivência humana e para o desenvolvimento das sociedades é de conhecimento geral na atualidade. Ao mesmo tempo, sabe-se que a sua disponibilidade na natureza tem sido insuficiente para atender a demanda requerida em muitas regiões do planeta, fenômeno que vem se agravando crescentemente. Neste quadro, as instalações

para abastecimento de água devem ser capazes de fornecer água com qualidade, com regularidade e de forma acessível para as populações, além de respeitar os interesses dos outros usuários dos mananciais utilizados pensando na presente e nas futuras gerações. Assim, os profissionais encarregados de planejar, projetar, implantar, operar, manter e gerenciar as instalações de abastecimento de água devem sempre estar conscientes dessa realidade e devem ter a capacidade de considerá-la nas suas atividades, (HELLER; PÁDUA, 2006).

Vários registros de experiências de suprimento de água são encontrados, desde a antiguidade, demonstrando o progressivo desenvolvimento de tecnologias para a captação, o transporte, o tratamento e a distribuição de água. De acordo com Cavinatto (1992), no Egito, costumava-se armazenar água em grandes potes de barro durante aproximadamente um ano, tempo suficiente para que a sujeira se depositasse no fundo do recipiente. A purificação da água também era feita pelos chineses e japoneses com base no conceito de capilaridade o líquido era passado de uma vasilha para outra por meio de tiras de tecido, desta forma se removia a sujeira da água. Heller e Pádua (2006, p. 35-38) apresentam uma extensa tabela com eventos relevantes na história do abastecimento de água, alguns destes citados nos parágrafos anteriores deste texto.

A Idade Média (400 a 1400 d.C.) constituiu um período caracterizado por 10 séculos de estagnação ou mesmo de retrocesso cultural sob muitos aspectos, inclusive os sanitários. A poluição generalizada de rios mais ou menos caudalosos¹ só se iniciou com a introdução de sistemas de efluentes domésticos nas cidades. Tais sistemas já existiam na antiga Babilônia, mas foi no Império Romano, desde o século VI a.C., que passaram a ter amplo emprego. Os fossos dos castelos feudais recebiam toda espécie de imundícies, adquirindo características de verdadeiras cloacas. Detritos de todo tipo acumulavam-se nas ruas e imediações das cidades, facilitando a proliferação de ratos e criando sérios problemas de saúde pública - o mais grave foi a epidemia de peste bubônica, que só na Europa causou cerca de 25 milhões de mortes, (ROCHA et al., 2009).

A relação entre a veiculação de doenças por meio de sistemas de abastecimento de água foi, talvez, primeiramente reconhecida pelos trabalhos de Snow (1855). Em 1854, um surto de cólera, em uma parte de Londres, causou muitas mortes em um curto período, e conseqüentemente muito pânico. Este surto matou cerca de 180 mil pessoas na Europa, nos anos entre 1846 e 1862, (ROCHA et al., 2009). O médico John Snow constatou que a doença era veiculada através do sistema de abastecimento de água da cidade de Londres, (SNOW, 1999). Por conta deste trabalho John Snow, é mundialmente conhecido como o pai da epidemiologia (Susser e Susser (1996), Calijuri e Cunha (2013, p. 409)).

É conhecido que a qualidade da água transportada por redes de distribuição em estado de conservação precário é alterada, podendo haver contaminação por fatores externos na água já tratada. Por exemplo, Silva (2016) mostrou que, das amostras coletadas em seu trabalho no município de Caruaru - PE, se comparadas com os valores da norma n° 2914 Brasil (2011), cerca

¹ Cujo fluxo de água é intenso, abundante, grande.

de 30% apresentam pH em desacordo, 82% apresentam turbidez acima da estabelecida pela norma e 83% estão com a cor acima do permitido para água de abastecimento público.

Hoje em dia, dada a relevância das questões relacionadas ao saneamento básico, como os problemas ocorridos em Londres, existem legislações a respeito do assunto. Para regulamentar e dar diretrizes gerais sobre os sistemas de abastecimento de água, parte fundamental do saneamento básico, criaram-se leis. No Brasil a lei nº 11.445, de 5 de janeiro de 2007, também conhecida como lei do saneamento básico, traz como um dos seus princípios fundamentais a universalização do acesso, (BRASIL, 2007). Ou seja, todos devem ter acesso ao saneamento básico. Esta lei define abastecimento de água potável como: constituído pelas atividades, infra-estruturas e instalações necessárias ao abastecimento público de água potável, desde a captação até as ligações prediais e respectivos instrumentos de medição.

A portaria nº 2914 de, 12 de dezembro de 2011, do Ministério da Saúde, em seu artigo 5º define em seu parágrafo VI sistema de abastecimento de água para consumo humano como: instalação composta por um conjunto de obras civis, materiais e equipamentos, desde a zona de captação até as ligações prediais, destinada à produção e ao fornecimento coletivo de água potável, por meio de rede de distribuição; e em seu parágrafo IX rede de distribuição como: parte do sistema de abastecimento formada por tubulações e seus acessórios, destinados a distribuir água potável até as ligações prediais (BRASIL, 2011).

O saneamento no Brasil é bastante precário, de acordo com Instituto Trata Brasil (2014) os dados comparativos internacionais de 2014 colocam o Brasil na 112ª posição em um ranking dos 200 países considerados para o estudo. Nas palavras diretas do estudo: “Essa colocação é, sem sombra de dúvidas, vergonhosa para a nação que é a 7ª maior economia do mundo”.

A cada 100 litros de água coletados e tratados, em média, apenas 63 litros são consumidos. Ou seja 37% da água tratada no Brasil é perdida, seja com vazamentos, roubos e ligações clandestinas, falta de medição ou medições incorretas no consumo de água, resultando no prejuízo de R\$ 8 bilhões por ano, (Instituto Trata Brasil, 2013).

A situação atual do país em termos de saneamento básico é ainda bastante debilitada. Neste país 16,7% do seu povo não tem abastecimento de água tratada. Ou seja, são mais de 35 milhões de brasileiros sem o acesso a este serviço básico. A região Sudeste apresenta 91,16% de atendimento total de água; enquanto que o Norte apresenta índice de apenas 56,9%. Dados retirados do Instituto Trata Brasil (2017).

De acordo com Instituto Trata Brasil (2014), as regiões Norte e Nordeste são as que têm os piores indicadores de qualidade no abastecimento de água. Enquanto a média nacional de intermitência é 34%, nos estados do Norte esse índice chega a 100%. Ou seja: na região do país mais rica em recursos hídricos, todos os domicílios ligados à rede de água sofrem interrupção no abastecimento pelo menos uma vez por mês. No Nordeste, o índice também é alto: ultrapassa 80%. Já no Sudeste, é de 20%.

O custo para universalizar o acesso aos quatro serviços do saneamento (água, esgotos, resíduos e drenagem) é de R\$ 508 bilhões, no período de 2014 a 2033. Para universalização da água e dos esgotos esse custo será de R\$ 303 bilhões em 20 anos (Instituto Trata Brasil, 2017). Neste contexto, a rede de distribuição de água, além de ser parte vital do sistema de abastecimento, representa o maior custo de investimento do conjunto de obras de engenharia do sistema de abastecimento de água (GAMEIRO, 2003). Tsutiya (2006, p. 389) diz que a rede de distribuição de água compreende cerca de 50% a 75% do valor da obra do sistema de abastecimento de água.

Exemplos de redes utilizadas na literatura podem passar uma noção dos valores envolvidos no dimensionamento de uma rede de distribuição. Conforme Coelho e Andrade (2014) para a rede de apenas dois loops (dois anéis) e com 8 trechos com 1000 metros cada criada por Alperovits e Shamir (1977), a melhor solução encontrada foi 0.419M\$ e a pior 0.498M\$, para esta rede o menor diâmetro é 25.4mm e custa 2\$/m e o maior 609.6mm e custa 550\$/m dentre o conjunto de diâmetros permitidos. Ainda segundo Coelho e Andrade (2014) para a rede de Nova York, introduzida na literatura por Schaake e Lai (1969), o custo de boas soluções é cerca de 35M\$ enquanto que a pior foi de 78.09M\$ (apresentada pelo próprio Schaake e Lai (1969)), onde o menor diâmetro é 48 polegadas e custa 134\$/pés e o maior 180 polegadas e custa 689 \$/pés, dentre o conjunto de diâmetros permitidos. Ou seja, valores altos gastos apenas com os tubos utilizados no projeto de uma rede de distribuição de água, e uma diferença significativa entre a solução mais barata e a mais cara.

Muito altos são os investimentos com obras de redes de distribuição de água. Por exemplo, Moreira (2017) traz a notícia de que com um investimento de R\$ 176.726,82, a Agência Tocantinense de Saneamento entregou, à população de Itapiratins, 5.226 metros de extensão de rede de distribuição de água, com a previsão de 65 ligações, cerca de 260 pessoas passam a ser beneficiadas. Prefeitura de Porto Velho (2017) notícia que a prefeitura desta cidade iria gastar R\$ 120 milhões com obras de redes de distribuição de água. Na história do sistema de abastecimento de água de São Paulo apresentada por Campos (2005) mostra-se como se gastou com obras de ampliação das redes.

Tradicionalmente o dimensionamento de redes de distribuição de água se baseava na experiência do projetista e no processo de tentativa e erro da seleção de alternativas de projeto. As alternativas mais promissoras tinham seu comportamento hidráulico simulado e analisado, sendo então escolhida a alternativa de menor custo. A medida que os núcleos urbanos foram se ampliando e os sistemas de distribuição de água destas comunidades foram ficando mais complexos, estes procedimentos se tornaram insuficientes para que se garantisse que a solução resultante estava efetivamente entre as de menor custo (GAMEIRO, 2003).

Trabalhos com foco em dimensionamento otimizado de redes de distribuição de água são encontrados. Por exemplo, Rosal (2007) utilizou o algoritmo do gradiente reduzido generalizado para solução da Programação Não-Linear, associado ao algoritmo *Branch and Bound* (Ramifica-

ção e Limite) para solução da Programação Inteira, para resolver o modelo desenvolvido por ela. Para redes de grande porte os diâmetros comerciais foram calculados como variáveis contínuas e adotou-se o valor do diâmetro comercial imediatamente superior ao valor real encontrado em cada trecho da rede. Além de dimensionar uma rede do incio, ou seja, não há uma expansão de rede a ser feita, existe também o caso em que se deseja reabilitar a rede. Quanto à reabilitação [Bezerra \(2005\)](#) apresenta um método de otimização econômica para a reabilitação de redes de distribuição de água que se encontram com deficiência de vazão e pressão nos pontos de consumo, usando intervenções físicas na rede e o método de Método Granados para os cálculos de dimensionamento.

Posta a situação precária do sistema de abastecimento de água e das redes de distribuição de água, pode-se levantar um questionamento sobre de onde virá a mão de obra que tentará suprir essa demanda e como ela esta sendo formada. O ensino clássico do dimensionamento de redes de distribuição de água ainda é feito de forma a não se considerar, ao menos nos livros consultados para este trabalho, critérios ótimos para a realização deste. Em geral a literatura brasileira como [Neto \(1998\)](#), [Baptista et al. \(2003\)](#), [Porto \(2006\)](#), [Tsutiya \(2006\)](#), detre outros, não apresentam o problema de dimensionar uma rede de distribuição de água como um problema de otimização.

Para o abastecimento de água, o dimensionamento das redes de distribuição é, sem dúvida, um processo complexo e que pode resultar em ineficiências no atendimento das demandas ou prejuízos econômicos quando mal dimensionadas, ([CURI; FIRMINO, 2002](#)). O bom funcionamento de um sistema dependerá da escolha criteriosa do seu traçado, da escolha dos materiais e diâmetros adequados, das peças e acessórios utilizados e da sua correta exploração, o que garante um alto grau de complexidade na sua determinação, ([JÚNIOR et al., 2002](#)).

Para atender aos critérios dos projetos de redes de distribuição, de forma ótima, uma opção é se fazer uso de técnicas de otimização. De acordo com [Righetto \(2002\)](#) técnicas de otimização vêm sendo tradicionalmente usadas no dimensionamento de redes objetivando o mínimo custo. Muitas são as referências da literatura internacional que abordam o dimensionamento de redes de distribuição de água como um problema de otimização, [Schaaque e Lai \(1969\)](#), [Lansey e Mays \(1989\)](#), [Eiger, Shamir e Ben-Tal \(1994\)](#), [Eusuff e Lansey \(2003\)](#), [Bragalli et al. \(2006\)](#), [Čistý e Bajtek \(2008\)](#), [Handani et al. \(2011\)](#), [Bragalli et al. \(2012\)](#).

Diante da importância sanitária, tanto ao longo da história da humanidade como principalmente na atualidade por conta da situação brasileira de déficit de saneamento, de se ter sistemas de abastecimento de água e conseqüentemente redes de distribuição de água, juntamente com os altos custos envolvidos no dimensionamento citados, e com a grande quantidade de profissionais que estão constantemente sendo formados, justifica-se a criação de um modelo que sirva de ferramenta de auxílio ao ensino do dimensionamento de redes de distribuição de água e que usa otimização.

1.1 Objetivo geral

O objetivo do presente trabalho é criar um modelo de programação matemática que sirva como apoio didático para o estudo do dimensionamento de redes de distribuição de água considerando as restrições de projeto brasileiras e levando em conta a motivação da importância de se ter uma ferramenta que pode proporcionar melhorias no ensino deste tema.

1.2 Objetivos específicos

- Determinar quais algoritmos e linguagens são apropriados para a resolução do problema;
- Propor um modelo de programação matemática para o problema de dimensionar redes de distribuição água considerando as restrições de projeto brasileiras;
- Validar o modelo desenvolvido com exemplos de dimensionamento da literatura e artificiais construídos para realização de testes.

1.3 Organização do trabalho

O trabalho encontra-se organizado da seguinte forma. No [capítulo 2](#) encontra-se a revisão de literatura feita para auxiliar o desenvolvimento do trabalho e o entendimento do leitor deste, nas subseções desse capítulo encontram-se, uma revisão sobre ensino e impacto do uso de ferramentas computacionais no ensino apresentada na [seção 2.1](#); sobre otimização na [seção 2.2](#), sobre redes de distribuição de água na [seção 2.3](#), na [seção 2.4](#) uma revisão sobre o modelo que foi usado como base para o modelo desenvolvido neste trabalho e comentários sobre a complexidade computacional deste. No [capítulo 3](#) tem-se o modelo proposto neste trabalho, e nas subseções deste capítulo são detalhados os conjuntos do modelo adaptado na [subseção 3.1.1](#), os parâmetros na [subseção 3.1.2](#), as variáveis na [subseção 3.1.3](#), as restrições na [subseção 3.1.4](#), e como adicionar ou remover restrições para resolver o dimensionamento com a altura do reservatório livre ou fixa na [subseção 3.1.5](#), bem como diminuir o número de variáveis do modelo na [subseção 3.1.6](#). No [capítulo 4](#) os resultados do trabalho são apresentados, este é dividido em: na [seção 4.1](#) com os materiais e método, na [subseção 4.1.1](#) com explicações sobre as ferramentas computacionais usadas, na [subseção 4.1.2](#) é explicado quais dados foram usados para validar o modelo, na [seção 3.1](#) são apresentados todos os resultados das adaptações realizadas para a criação do modelo, e na [seção 4.2](#) são apresentados os resultados do modelo. No [seção 4.3](#) são discutidos os resultados obtidos neste trabalho, estes estão divididos em: discussão para os casos da altura do reservatório livre na [subseção 4.3.1](#), e para os casos da altura do reservatório fixa na [subseção 4.3.2](#), vantagens do modelo na [subseção 4.3.3](#), e desvantagens e limitações na [subseção 4.3.4](#). E finalmente no [capítulo 5](#) a conclusão do trabalho, onde é feito um apanhado geral sobre este.

2 Revisão de Literatura

Neste capítulo é feita uma revisão de literatura que se faz necessária para dar suporte ao entendimento e desenvolvimento deste trabalho. Esta foi dividida em o ensino e ensino na engenharia na [seção 2.1](#), otimização na [seção 2.2](#), sobre redes de distribuição de água na [seção 2.3](#), e sobre a formulação do problema de dimensionar uma rede de distribuição de água como um problema de otimização combinatória de forma clássica, conforme é apresentado na literatura internacional na [seção 2.4](#).

2.1 O ensino e o ensino na engenharia com auxílio de tecnologias computacionais

Após a apresentação na introdução, [capítulo 1](#), de forma resumida e simplificada sobre a importância do sistema de abastecimento de água ao longo da história da humanidade e a situação atual do Brasil quanto a este, um questionamento pode vir à tona. De onde virá tamanha quantidade de mão de obra capacitada para melhorar as condições de saneamento, e de um de seus pilares, o sistema de abastecimento de água? Uma forma de tentar buscar esta resposta é a partir de quais cursos e instituições de ensino se pode obter formação técnica e científica relacionada ao tema.

A partir dos dados existentes no [e-MEC \(2017\)](#), pode-se estimar que o número de cursos de graduação que formam profissionais para trabalhar com abastecimento de água é aproximadamente¹ 1.300. Além desta grande quantidade de cursos de graduação, tem-se ainda os cursos de pós graduação e as escolas técnicas, que também formam profissionais que têm alguma disciplina do curso contado com o sistema de distribuição de água e o dimensionamento de redes de distribuição de água.

A grande quantidade de profissionais constantemente formados que podem vir a trabalhar com o sistema de abastecimento de água pode trazer à tona questionamentos sobre como está sendo realizada essa formação, se está sendo efetiva, se o aproveitamento do que é ensinado é alto ou baixo, se esta sendo realizada de forma adequada. A fim de se realizar uma breve análise acerca do ensino de engenharia, considerando-se que sistemas de abastecimento de água são, em geral, estudados nesta área, um levantamento da literatura relacionada é apresentado a seguir. Neste levantamento, é possível perceber diversas críticas à forma como a Engenharia é ensinada.

¹ Os cursos considerados para essa filtragem foram: engenharia agrícola e ambiental, engenharia ambiental, engenharia ambiental e energias renováveis, engenharia ambiental e sanitária, engenharia ambiental e urbana, engenharia civil, engenharia civil e ambiental, engenharia sanitária e ambiental. Onde engenharia civil e engenharia ambiental são a maioria.

[Silva e Cecílio \(2007\)](#) afirmam que “o ensino nas engenharias ainda está distante de um modelo adequado”, eles afirmam que esta inadequação ocorre pela falta de mudanças no modelo de ensino tradicional, estas devem ser basadas nas experiências de profissionais que atuam no mercado de trabalho, atualizados com relação às novas tecnologias, tendências do mercado e sua produção e manutenção.

[Massukado e Schalch \(2007\)](#) afirmam que os métodos tradicionais de ensino de engenharia baseados em aulas exclusivamente expositivas, repetitivas e de memorização têm se mostrado pouco eficientes para motivar o aluno a aprender. De acordo com [Belhot \(1997\)](#), o processo de ensino-aprendizagem deverá sofrer profundas alterações, para as quais, instituições, professores e estudantes deverão preparar-se. Um dos argumentos deste autor do porquê isso deve ocorrer seria por conta da maior velocidade de criação de novas tecnologias que são disponibilizadas do que estas conseguem ser adequadamente absorvidas pela educação tradicional. Tal problema pode se traduzir na colocação de profissionais desatualizados no mercado de trabalho.

[Balestieri \(2014\)](#) aponta que um dos problemas do ensino feito pelo professores nas engenharias é repetir metodologias de ensino inspiradas pelos seus antigos mestres, com uma lógica que pode ou não favorecer os processos de ensino e aprendizagem, carecendo de justificativas, do ponto de vista educacional. [Altoé e Fugimoto \(2009\)](#) afirmam que a maioria de professores não tem formação e preparo suficiente para atuar com as novas tecnologias, para interpretar seus sentidos e traçar objetivos pedagógicos com a utilização delas.

Como consequência desses problemas citados anteriormente [Belhot et al. \(2001\)](#) afirmam que os alunos tornam-se desatentos em classe, mostram-se aborrecidos, demonstram baixo aproveitamento, desencorajamento pelo curso, currículo e, em alguns casos, chegam inclusive a abandonar o curso. Da parte dos professores, estes confrontam-se com notas baixas, falta de interesse dos alunos, hostilidade e baixa cooperação. [Oliveira et al. \(2013\)](#) traz que a evasão média dos cursos de graduação do país é de 50%.

2.1.1 Propostas de mudança no ensino em engenharia

Trabalhos com propostas de mudança em como se ensinar para a engenharia são muitos, alguns consultados neste trabalho são brevemente explicados nos parágrafos que se seguem.

[Secchi \(2007\)](#) trata da importância de se efetuar mudanças substanciais nos currículos de engenharia para absorver as novas tecnologias de ensino e exercício da profissão do engenheiro do século XXI. Este autor ainda comenta que o surgimento de computadores pessoais com aplicativos amigáveis trouxe uma mudança tecnológica tão significativa que a modernização do ensino de engenharia através de uma revisão radical torna-se essencial.

Para [Oliveira et al. \(2013\)](#) o grande desafio na atualidade é que o crescimento das engenharias ocorra com qualidade. Segundo este autor, para isso é fundamental que se invista na formação do corpo docente, especialmente em termos didático-pedagógicos, em modernização

dos projetos pedagógicos e em infraestrutura de funcionamento destes cursos. Uma vez que tais mudanças ocorram, as atuais demandas da sociedade poderão ser atendidas com propriedade. O trabalho de [Guerra \(2000\)](#) analisa, em termos de recursos, exigências e limitações, como o computador pode contribuir para melhorar o processo de ensino-aprendizagem na educação em engenharia, para isso este implementa um ambiente de aprendizagem na web voltado para a engenharia.

[Tavares et al. \(2001\)](#) apresentam um tutorial para auxílio ao iniciante em simulação a compreender a técnica de simulação usando tecnologias da web. No que se refere a uma solução ao problema de instituições que não tenham laboratórios de hidráulica [Guillermo \(2005\)](#) afirma que os simuladores podem ser ótimas ferramentas no auxílio à aula convencional. Para [Secchi \(2007\)](#) o problema com os currículos atuais de engenharia é que as novas tecnologias não são empregadas, acarretando em uma perda significativa na formação dos engenheiros. Os computadores não são utilizados ativamente para resolver problemas, quebrando a linha computacional dos currículos de engenharia e afastando os engenheiros em formação da rotina prática da profissão.

Estudos como o de [Silva e Cecílio \(2007\)](#) se mostram favoráveis à utilização de *softwares*. Estes argumentam que em função da gama de ferramentas disponíveis nos *softwares*, os alunos, além de ficarem mais motivados, tornam-se mais criativos e se ajudam mutuamente, usando essas ferramentas para orientação, resolução e problematização de questões acadêmicas. O renomado autor na área de ensino [Valente \(1999\)](#), afirma que a preocupação atual não é mais a produção de *softwares* cada vez mais inteligente e robusto para “automatizar a instrução”, mas a produção de *softwares* que facilitem o desenvolvimento de atividades colaborativas e auxiliares no desenvolvimento de projetos baseados na exploração. Um dos trabalhos pioneiros no Brasil nesta área foi o de [Valente \(1993\)](#).

2.1.2 Casos de sucesso no uso de ferramentas computacionais no ensino em engenharia

Trabalhos que mostram efetividade na aplicação de ferramentas ou *softwares* no ensino são existentes em grande quantidade, alguns são exibidos nos próximos parágrafos.

[Guillermo \(2016\)](#) comprovou que o perfil de conceitos (notas) dos alunos que utilizaram o laboratório virtual de aprendizagem em mecânica dos fluídos e hidráulica na engenharia desenvolvido em seu trabalho é diferente do perfil dos que não o utilizaram e, a diferença foi no sentido de aumentar o desempenho daqueles que o utilizaram. [Ruschel et al. \(2011\)](#) desenvolveram o uso de inovações disponíveis em termos de ambientes colaborativos, ferramentas de comunicação, mundos virtuais 3D, Laboratórios de Acesso Remoto para os cursos de arquitetura, engenharia e construção. Segundo estes autores as experiências relatadas, com ênfase em tecnologia em um ensino específico, evidenciaram uma transformação e potencialização do aprendizado aplicadas

ao ensino.

Caneppele et al. (2013) desenvolveram simuladores para uma disciplina de circuitos elétricos no curso de engenharia de biosistemas, e como resultado obtiveram que a maioria absoluta dos alunos concordou que o uso deste *software* poderia auxiliar nos estudos relacionados à eletricidade. Massukado e Schalch (2007) desenvolveram o *software* Simgere e o utilizaram com os alunos na disciplina de Gestão de Resíduos Sólidos do 4º ano do curso de graduação em Engenharia Ambiental da Escola de Engenharia de São Carlos/USP. Como resultado estes autores inferiram que a utilização do *software* como recurso didático confirmou a tendência dos alunos de buscarem sempre uma resposta correta para determinada situação-problema, permitiu o levantamento de hipóteses, dúvidas e discussões que não ocorreram no decorrer das aulas teóricas e possibilitou que os alunos desenvolvessem um contato maior com o processo de tomada de decisão.

Além de todas as motivações citadas anteriormente, ainda se pode adicionar a visão do mercado de trabalho e dos empregadores e executivos, estes apontam como desejáveis, dentre outros, os seguintes atributos dos engenheiros: conhecimento sobre ferramentas e linguagens de computadores e tecnologia da informação, de acordo com Ribeiro e Belhot (2002).

2.2 Otimização

Nesta seção será feita uma revisão dos principais conceitos de otimização necessários ao entendimento deste trabalho.

2.2.1 Contextualização à Otimização

Otimização é o ato de obter o melhor resultado sob dadas circunstâncias, (RAO, 2009). Pessoas otimizam, o ser humano busca o melhor para si. Investidores procuram criar portfólios que evitem risco excessivo enquanto alcançam o máximo retorno financeiro. Os fabricantes visam a máxima eficiência no designe e operação em seus produtos. Engenheiros ajustam parâmetros para otimizar a performance dos próprios *designs*, (NOCEDAL; WRIGHT, 2006). Não só pessoas, mas a natureza também otimiza. Sistemas físicos tendem a um estado de energia mínima. Raios de luz seguem caminhos que minimizem o tempo de viagem. Uma gota de uma líquido sob gravidade zero tem a forma de uma esfera, que é a forma que minimiza a superfície para um volume fixo, Belegundu e Chandrupatla (2011).

2.2.2 Definições de modelo, variável e objetivo

De acordo com Arenales et al. (2015) se fazer ciência é a arte de observar e descrever fenômenos naturais, sociais, econômicos, entre outros, a matemática tem uma importância fundamental na descrição desses fenômenos. A partir da observação de fenômenos, processos ou

sistemas, que podem ser físicos, químicos, biológicos, econômicos, buscam-se *leis* que os regem. Essas leis, se passíveis de serem descritas por relações matemáticas, dão origem aos *modelos matemáticos*.

Ao se definir um modelo matemático, no contexto de otimização, é necessário identificar algum *objetivo*, alguma medida quantitativa do desempenho do sistema em estudo. Este objetivo é, em geral, uma função, chamada de função objetivo. A função objetivo pode depender, por exemplo: do lucro, do tempo, da energia potencial, ou seja, qualquer quantidade ou combinação de quantidades que possam ser expressas por um número, ou seja, uma função escalar².

Normalmente a função objetivo dependerá de características do sistema, usualmente chamadas de *variáveis*. Comumente existem restrições sobre as variáveis do modelo. Por exemplo, se a distância entre dois pontos for uma variável do modelo, esta deve ser maior ou igual a zero e essa restrição deverá ser levada em conta no modelo.

Para um fornecido problema é dado o nome ao processo de identificar a função objetivo, as variáveis do problema e as restrições deste, de processo de modelagem. Um vez formulado o modelo, um algoritmo de otimização pode ser utilizado para encontrar uma solução, de acordo com [Nocedal e Wright \(2006\)](#) normalmente com a ajuda de um computador.

2.2.3 Formulação matemática de um problema de otimização

Para definir um problema de otimização se faz necessário fixar uma notação, para isso considere que:

- \mathbf{x} : é um vetor de variáveis ou incógnitas (variáveis de decisão);
- f : é a função objetivo, uma função escalar de \mathbf{x} que desejamos otimizar (maximizar ou minimizar);
- c_i : são funções de restrição (escalares) sobre \mathbf{x} (igualdades ou desigualdades) que devem ser satisfeitas.

Considerando a notação apresentada, um problema de otimização pode ser formulado como:

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} f(\mathbf{x}) \quad \text{sujeito a} \quad \begin{cases} c_i(\mathbf{x}) = 0, & \forall i \in \mathbb{I}, \\ c_i(\mathbf{x}) \geq 0, & \forall i \in \mathbb{D}. \end{cases} \quad (2.1)$$

Em que \mathbb{I} e \mathbb{D} são os conjuntos de índices para as restrições de igualdade e desigualdades, respectivamente. A equação 2.1 é apresentada por [Nocedal e Wright \(2006, pag. 3\)](#), com uma notação um pouco modificada.

² Uma função escalar é uma função definida da seguinte forma $f: \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$. Um exemplo disso pode ser a função $f(x, y) = x^2 + y^2$. Note que o domínio de f é o \mathbb{R}^2 e a imagem de f esta contida em \mathbb{R} .

É comum na literatura que se trate o problema de minimizar ou maximizar uma função sujeita a restrições como sendo um problema de minimização. Rao (2009) e Belegundu e Chandrupatla (2011) argumentam que se o ponto \mathbf{x}^* é um ponto de mínimo de $f(\mathbf{x})$ então \mathbf{x}^* também será ponto de máximo de $-f(\mathbf{x})$. Ou seja, é indiferente tratar o problema como sendo de minimização ou de maximização. Rao (2009) afirma ainda que multiplicar ou dividir $f(\mathbf{x})$ por uma constante ou que somar ou subtrair uma constante a $f(\mathbf{x})$ não altera uma solução ótima \mathbf{x}^* . Uma solução ótima \mathbf{x}^* é uma solução que ao mesmo tempo minimiza a função objetivo e respeita todas as equações e desigualdades do problema representado na forma da equação 2.1.

2.2.4 Otimização contínua *versus* discreta

Em certos tipos de problema algumas variáveis presentes no modelo podem só fazer sentido se pertencerem a algum conjunto discreto. Um exemplo onde variáveis como essas podem ser utilizadas é no problema de dimensionar redes de distribuição de água. O diâmetro de tubos fabricados são discretos, normalmente chamados diâmetros comerciais, por exemplo, são valores como 100mm, 150mm, 200mm e não um valor qualquer. Um outro caso, ainda se tratando de redes de distribuição de água, é quando se deseja modelar se um tubo foi escolhido ou não. Uma forma de modelar este problema é com o uso de variáveis binárias³ que representam se um certo tubo foi selecionado⁴ ou não.

A formulação matemática de problemas que necessitam de variáveis inteiras normalmente se dá por variáveis $x_i \in \mathbb{Z}$, onde \mathbb{Z} é o conjunto dos inteiros. Quando $x_i \in \{0, 1\}$ esse tipo variável é chamada de binária. Esse tipo de variável, quando presente no modelo, é adicionada nas restrições da equação 2.1. Essa classe de problemas são chamados de problemas de programação inteira.

Se um problema possuir uma parte de suas variáveis pertencentes a um subconjunto dos números reais, mas também tiver variáveis discretas ou binárias, o problema é dito ser de programação inteira mista. Ou seja, o problema mistura variáveis contínuas com variáveis discretas. Problemas que só contêm variáveis contínuas são chamados problemas de otimização contínua.

Li e Sun (2006, p. 373) apresentam uma formalização matemática mais geral do que a equação 2.1, que engloba o caso em que as funções de restrição podem ter variáveis discretas. Este tipo de problema recebe o nome de MINLP (*Mixed Integer NonLinear Programming*) programação inteira mista não linear.

$$\min_{\substack{\mathbf{x} \in X \subset \mathbb{R}^n \\ \mathbf{y} \in Y \subset \mathbb{Z}^m}} f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad \text{sujeito a} \quad \begin{cases} g_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0, & \forall i \in \mathbb{I}, \\ h_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \geq 0, & \forall i \in \mathbb{D}. \end{cases} \quad (2.2)$$

³ Que assumem valor zero ou um.

⁴ Claramente é necessário que se defina o que significa a variável ser 0 ou 1, se 0 significa ser escolhida ou se significa não ser escolhida, e consequentemente qual o significado desta ser 1.

Onde $f : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$, $g_i : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$, ($i \in \mathbb{I}$), $h_i : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$, ($i \in \mathbb{D}$), e \mathbb{Z}^m denota um conjunto de vetores de inteiros no \mathbb{R}^m . Assumi-se que X é não vazio e é um conjunto convexo em \mathbb{R}^n , e que Y é um conjunto finito de inteiros em \mathbb{Z}^m , por exemplo $Y = \{0, 1\}^m$.

Problemas de otimização contínua são normalmente mais simples de serem resolvidos se comparados com problemas de otimização discreta. Isso se deve ao fato de que se as variáveis são contínuas as funções em geral são suaves, possibilitando assim que se avalie a função objetivo e as restrições em um ponto x para se obter informações do comportamento das funções perto deste ponto. Enquanto que para problemas discretos o comportamento da função objetivo e das restrições usualmente mudará ao se mover de um ponto para outro, mesmo se os pontos forem próximos⁵ entre si.

2.2.5 Otimização Restrita e Irrestrita

Problemas de otimização com a forma geral da equação 2.1 podem ser classificados de acordo com a natureza da função objetivo e das restrições (linear, não linear, convexa), com relação ao número de variáveis (grande ou pequeno), a suavidade das funções diferenciáveis ou não diferenciáveis e outras classificações. Uma classificação comumente usada é quanto à presença ou não de funções de restrição no modelo.

É chamado de problema sem restrições os que $\mathbb{I} = \mathbb{D} = \emptyset$ na equação 2.1, ou seja, as equações e desigualdades de restrição não existem no problema. Casos em que $\mathbb{I} \neq \emptyset$ ou $\mathbb{D} \neq \emptyset$ na equação 2.1 são chamados de problemas de otimização com restrições. Estas restrições podem ser simples limitações, por exemplo $x_1 \leq 5$, ou $\sum_i x_i = 10$, ou relações não lineares.

2.2.6 Convexidade de conjuntos e funções

Um conceito importante para o estudo da otimização é o de convexidade. Os resultados matemáticos do estudo da convexidade são fundamentais na área de otimização chamada de otimização convexa.

Portanto se faz necessário definir⁶ o que é convexidade de um conjunto.

Definição 2.2.1. Um conjunto $S \subset \mathbb{R}^n$ é convexo se $\forall x_1, x_2 \in S$ e $\forall \alpha \in 0 < \alpha < 1$ o ponto $\alpha x_1 + (1 - \alpha) x_2 \in S$.

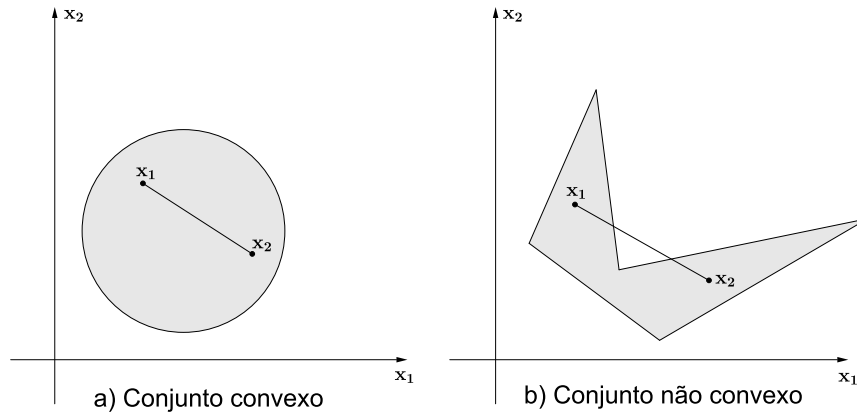
Relembrando que um segmento de reta entre dois pontos $u, v \in \mathbb{R}^n$ é o conjunto de pontos $\{w \in \mathbb{R}^n : \alpha w + (1 - \alpha) v, \forall \alpha \in 0 \leq \alpha \leq 1\}$. Uma forma de entender a definição 2.2.1 é notar que um conjunto S é convexo se dados dois pontos, nomeados de x_1 e x_2 , todos os pontos

⁵ A noção de proximidade depende da forma de medir que está sendo utilizada. Ao contrário do caso contínuo em que se tem uma vizinhança com um raio $\delta > 0$ ao redor do ponto x , no caso discreto isso não se aplica.

⁶ A definição 2.2.1 foi adaptada de Belegundu e Chandrupatla (2011, p. 94) e Chong e Żak (2013, p. 48).

no segmento de linha que liga os pontos \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 é também um ponto do conjunto. A [figura 1](#) exemplifica um conjunto convexo e um conjunto não convexo.

Figura 1 – Exemplos de conjunto convexo e não convexo em \mathbb{R}^2 .



Fonte: Elaborado pelo autor.

De forma semelhante à definição de conjunto convexo, pode-se definir uma função convexa.

Definição 2.2.2. Uma função $f(\mathbf{x})$ definida em um conjunto convexo \mathbb{S} é chamada convexa se $\forall \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \mathbb{S}$ e $\forall \alpha \in 0 < \alpha < 1$ é válido que: $f(\alpha \mathbf{x}_1 + (1 - \alpha) \mathbf{x}_2) \leq \alpha f(\mathbf{x}_1) + (1 - \alpha) f(\mathbf{x}_2)$

De acordo com [Nocedal e Wright \(2006, p. 8\)](#) uma função é estritamente convexa se a desigualdade é estrita⁷ e se $\alpha \in 0 < \alpha < 1$. Uma função f é chamada de côncava se $-f$ é convexa.

Ainda de acordo com [Nocedal e Wright \(2006, p. 8\)](#) o termo programação convexa é usado para descrever um caso especial da [equação 2.1](#) no qual:

- A função objetivo é convexa,
- As funções restrição $c(\cdot)$, $i \in \mathbb{I}$, são lineares, e
- As funções restrição $c(\cdot)$, $i \in \mathbb{D}$, são côncavas.

De acordo com [Chong e Zak \(2013, p. 51\)](#) o teorema de Weierstrass prova que se f é uma função contínua definida em um conjunto compacto⁸ existe um valor pertencente a este conjunto para o qual f atinge o valor mínimo.

⁷ Se ao invés de \leq for $<$.

⁸ Um conjunto é compacto se este é fechado e limitado. Um conjunto é fechado se este possui sua borda. E é limitado se existe uma bola com raio finito que engloba todo o conjunto. Uma bola centrada em $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ e com raio ε é um conjunto da forma $\{\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n : \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\| < \varepsilon\}$

Outro resultado muito importante da otimização convexa é o apresentado por [Fletcher \(1987, p. 217\)](#), [Li e Sun \(2006, p. 8\)](#), entre outros: toda solução local \mathbf{x}^* de uma função convexa definida em um conjunto convexo é um ótimo global e o conjunto de soluções globais \mathbb{V} é convexo.

Suponha que \mathbf{x}^* seja um ótimo local, mas não um ótimo global, de f . Se isso é verdade então $\exists \mathbf{x}_1 \in \mathbb{S}$ tal que $f(\mathbf{x}_1) < f(\mathbf{x}^*)$. Usando a definição de convexidade de conjuntos obtêm-se $\mathbf{x}_\alpha = (1 - \alpha) \mathbf{x}^* + \alpha \mathbf{x}_1$. Note que $\mathbf{x}_\alpha \in \mathbb{S}$ pela convexidade de \mathbb{S} . Calculando $f(\mathbf{x}_\alpha)$, tem-se: $f(\mathbf{x}_\alpha) = f((1 - \alpha) \mathbf{x}^* + \alpha \mathbf{x}_1)$. Pela [definição 2.2.2](#) de função convexa $\Rightarrow f(\mathbf{x}_\alpha) \leq (1 - \alpha) f(\mathbf{x}^*) + \alpha f(\mathbf{x}_1) = f(\mathbf{x}^*) + \alpha (f(\mathbf{x}_1) - f(\mathbf{x}^*))$. Tomando o limite de $\alpha \rightarrow 0$ em $f(\mathbf{x}^*) + \alpha (f(\mathbf{x}_1) - f(\mathbf{x}^*)) < f(\mathbf{x}^*)$ se chega a uma contradição. Logo todo ótimo local é um ótimo global.

Sejam $\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1 \in \mathbb{V}$ soluções de f convexa definida em um conjunto convexo. Pela propriedade demonstrada acima $f(\mathbf{x}_0) = f(\mathbf{x}_1)$, por conta das hipóteses sobre f e seu conjunto de definição. Construindo-se $\mathbf{x}_\alpha = (1 - \alpha) \mathbf{x}_0 + \alpha \mathbf{x}_1$, tem-se $f(\mathbf{x}_\alpha) = f((1 - \alpha) \mathbf{x}_0 + \alpha \mathbf{x}_1)$. Inicialmente, por conta de \mathbf{x}_α não necessariamente ser uma solução, ou seja, não necessariamente pertencer ao conjunto de soluções de f , tem-se $f(\mathbf{x}_\alpha) \geq f(\mathbf{x}_0)$ e $f(\mathbf{x}_\alpha) \geq f(\mathbf{x}_1)$, como $f(\mathbf{x}_0) = f(\mathbf{x}_1)$ tem-se $f(\mathbf{x}_\alpha) \geq f(\mathbf{x}_0) = f(\mathbf{x}_1)$. Pela [definição 2.2.2](#) de função convexa $f(\mathbf{x}_\alpha) \leq (1 - \alpha) f(\mathbf{x}_0) + \alpha f(\mathbf{x}_1)$. Usando que $f(\mathbf{x}_0) = f(\mathbf{x}_1) \Rightarrow f(\mathbf{x}_\alpha) \leq (1 - \alpha) f(\mathbf{x}_0) + \alpha f(\mathbf{x}_0) \Rightarrow f(\mathbf{x}_\alpha) \leq f(\mathbf{x}_0)$ e $\Rightarrow f(\mathbf{x}_\alpha) \leq f(\mathbf{x}_1)$. Por um lado tem-se $f(\mathbf{x}_\alpha) \geq f(\mathbf{x}_0) = f(\mathbf{x}_1)$ por outro $f(\mathbf{x}_\alpha) \leq f(\mathbf{x}_0) = f(\mathbf{x}_1)$ o que implica que $f(\mathbf{x}_\alpha) = f(\mathbf{x}_0) = f(\mathbf{x}_1)$. Então $\mathbf{x}_\alpha \in \mathbb{V}$, portanto \mathbb{V} é convexo.

2.2.7 As classes de problemas P, NP, NP-completo e NP-difícil

Um questionamento que pode vir à tona em computação é se todos os problemas podem ser resolvidos em tempo polinomial⁹ de forma determinística. Um famoso contra exemplo é o problema da parada. Este problema não pode ser resolvido por um computador qualquer¹⁰, ([CORMEN et al., 2012, p. 1048](#)).

A classe P de problemas consiste em todos os problemas solucionáveis em tempo polinomial determinístico. A classe NP consiste nos problemas que são verificáveis¹¹ em tempo polinomial, ([CORMEN et al., 2012, p. 1049](#)). A classe NP-completo inclui problemas tais que um algoritmo polinomial para um deles poderia ser transformado para algoritmos polinomiais que

⁹ Isso quer dizer que o problema pode ser resolvido em tempo $O(n^k)$, para algum k , e n é o tamanho da entrada do problema. Para uma explicação mais rigorosa sobre a notação “O grande”, $O(n^k)$, consultar, por exemplo, [Cormen et al. \(2012, p. 47\)](#) onde este autor define $O(g(n)) = \{f(n) : \exists c, n_0 \text{ tais que } 0 \leq f(n), \forall n \leq n_0\}$, onde $g(n)$ é uma função de n .

¹⁰ A rigor uma máquina de Turing determinística. As máquinas de Turing são uma abstração usada para formalizar a noção de algoritmo e complexidade computacional, [Kokash \(2005, p. 4\)](#). Foge ao escopo deste trabalho uma explicação profunda sobre isso.

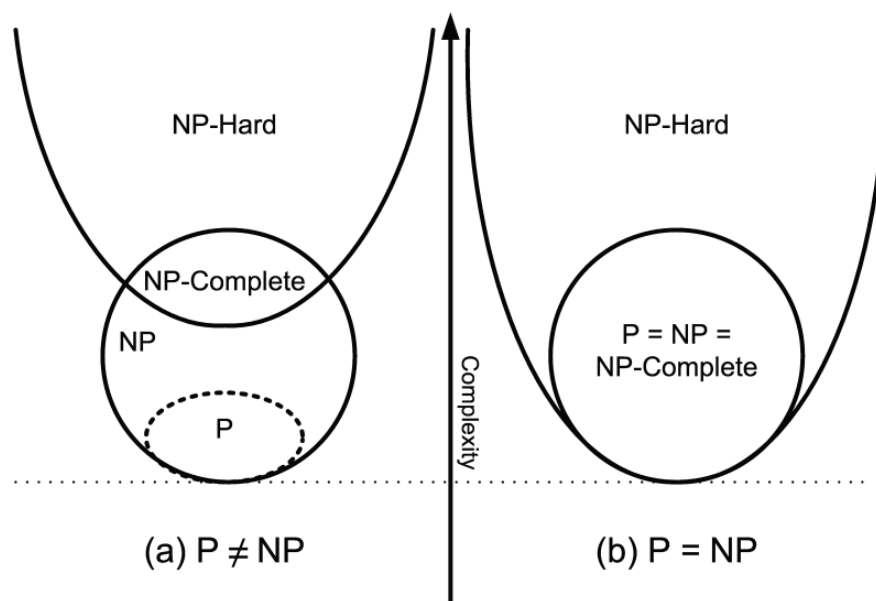
¹¹ Com isso se quer dizer que dada uma solução é possível que se teste se esta solução realmente é correta em tempo polinomial.

serviriam para resolver todos os outros problemas da classe NP. Finalmente, a classe NP-difícil pode ser entendida como a classe de problemas que são NP-completos ou ainda mais difíceis, [Kokash \(2005, p. 4\)](#). [Cook \(2003\)](#) afirma que [Cook \(1971\)](#) e [Levin \(1984\)](#) foram os primeiros a tratar deste assunto.

Problemas NP-difícil têm a mesma característica dos problemas NP-completo, mas eles não pertencem necessariamente à classe NP, isto é, a classe NP-difícil inclui também problemas para os quais nenhum algoritmo pode ser fornecido, [Kokash \(2005, p. 4\)](#). Nenhum algoritmo de tempo polinomial determinístico foi descoberto para algum problema NP-completo, e ninguém foi capaz de provar que não existe um algoritmo de tempo polinomial para qualquer um dos problemas dessa classe, ([CORMEN et al., 2012, p. 1048](#)).

De acordo com [Williamson \(2002\)](#), muitos problemas de interesse na otimização combinatoria são considerados improváveis de ter algoritmos eficientes; a maioria desses problemas é NP-difícil e, a menos que¹² $P = NP$, não existem algoritmos de tempo polinomial para encontrar uma solução ótima. A [figura 2](#) ilustra na forma de diagramas como seria a organização destes problemas em termos de conjuntos se (a) $P=NP$, ou (b) se $P \neq NP$.

Figura 2 – Classificação de problemas computacionais, se (a) $P=NP$, ou (b) se $P \neq NP$.



Fonte: [Wen \(2012, p. 3\)](#).

¹² O problema $P=NP$ é um dos problemas do milênio propostos pelo Clay Mathematics Institute, ([CMI, 2018](#)). Este instituto oferece um prêmio de 1 milhão de dólares para quem resolver este problema, que faz parte de um dos 6 problemas propostos por esse instituto. Originalmente eram 7 problemas, mas um destes, a conjectura de Poincaré, foi resolvida por Grigoriy Perelman.

2.2.8 Métodos de resolução exatos e não exatos

Não existe método único disponível para resolver todos os problemas de otimização, (RAO, 2009), (NOCEDAL; WRIGHT, 2006). Por conta disso foram criados diferentes métodos para resolver diferentes tipos de problemas de otimização. De acordo com Sörensen (2013) algoritmos para otimização podem ser divididos em duas categorias: algoritmos exatos e heurísticas. A diferença entre as duas categorias é que os algoritmos exatos são projetados de tal forma que é garantido que eles encontrarão a solução ideal em um período de tempo finito. As heurísticas não têm essa garantia e, portanto, geralmente retornam soluções piores do que as ótimas. O mesmo autor ainda comenta sobre um tipo intermediário, chamado de algoritmo de aproximação, e diz que este pode ser pensado tanto como “heurística com garantia” ou “algoritmos não muito exatos”.

2.2.8.1 Métodos de resolução exatos para problemas de otimização

Métodos exatos de resolução de problemas de otimização são os que se pode provar matematicamente que fornecem uma solução ótima, um ótimo global, do problema em um número finito de passos.

Devido à sua garantia de encontrar a solução ideal, os algoritmos exatos não precisam apenas localizar essa solução no espaço da solução, mas também precisam provar que são ótimos. Para fazer isso, os algoritmos exatos devem examinar exaustivamente cada solução no espaço das soluções, a menos que possam determinar explicitamente que não precisam ser examinados, (SÖRENSEN, 2013). Métodos exatos oferecem garantia de se encontrar soluções ótimas ou mesmo limitadas, (HAJJEM; BOUZIRI; TALBI, 2018, p. 293). Um exemplo disso é um algoritmo que enumere todas as soluções possíveis. Notoriamente esse tipo de abordagem não é prático para problemas reais suficientemente grandes, ou seja, que o conjunto possível de soluções possui muitos elementos.

Exemplos de algoritmos exatos são: *Branch and Bound* (LAWLER; WOOD, 1966), programação dinâmica (BELLMAN, 1957), métodos de relaxação lagrangianos, (VASQUEZ; ZUFFEREY, 2012). De acordo com Rooij e Bodlaender (2011), um importante paradigma para o design de algoritmos exatos é *branch and reduce*, cujo trabalho pioneiro foi Davis e Putnam (1960). A técnica *branch and bound* e a programação dinâmica são bastante eficazes, mas sua complexidade temporal é muitas vezes alta e inaceitável para tarefas NP-completas, (KOKASH, 2005, p. 4). Para um grande número de aplicações e a maioria dos problemas de otimização da vida real, esses métodos precisam de uma quantidade proibitiva de tempo para encontrar uma solução ideal, porque esses problemas são NP-difíceis, Zufferey, Respen e Thevenin (2018, p. 59).

2.2.8.2 Métodos de resolução não exatos para problemas de otimização: heurísticas e metaheurísticas

De acordo com [Sörensen \(2013\)](#) embora existam muitas técnicas para resolver de forma exata problemas de otimização de forma muito eficiente, eliminando um grande número de soluções em cada iteração, o fato é que muitos problemas interessantes e importantes de otimização combinatória da vida real não são facilmente resolvidos pelos métodos exatos. Segundo [Gendreau \(2010, p. 43\)](#), com o desenvolvimento da teoria da complexidade no início da década de 1970, ficou claro que, uma vez que a maioria desses problemas eram NP-difícil, havia pouca esperança de encontrar procedimentos de solução exatos e eficientes para eles. Ainda para este autor, esse entendimento enfatizou o papel das heurísticas para resolver os problemas combinatórios encontrados nas aplicações da vida real e que precisavam ser resolvidos, independentemente de serem ou não NP-difíceis.

[Gendreau \(2010, p. 43\)](#) define heurísticas como: técnicas aproximadas de solução. [Kokash \(2005\)](#) diz que algoritmos que fornecem uma resposta quase certa ou fornecem uma solução não para todas as instâncias do problema são chamados de algoritmos heurísticos.

De acordo com [Raidl \(2006\)](#) o termo metaheurística foi introduzido pela primeira vez por [Glover \(1986\)](#). Uma definição de metaheurística pode ser encontrada em [Voß et al. \(1999, p. ix, tradução nossa\)](#):

Uma metaheurística é um processo mestre iterativo que orienta e modifica as operações de heurísticas subordinadas para produzir com eficiência soluções de alta qualidade. Pode manipular uma solução única completa (ou incompleta) ou uma coleção de soluções em cada iteração. As heurísticas subordinadas podem ser procedimentos de alto (ou baixo) nível, ou uma simples pesquisa local, ou apenas um método de construção.

De acordo com [Glover e Kochenberger \(2010, p. ix, tradução nossa\)](#), cujo primeiro autor é o criador do termo metaheurística:

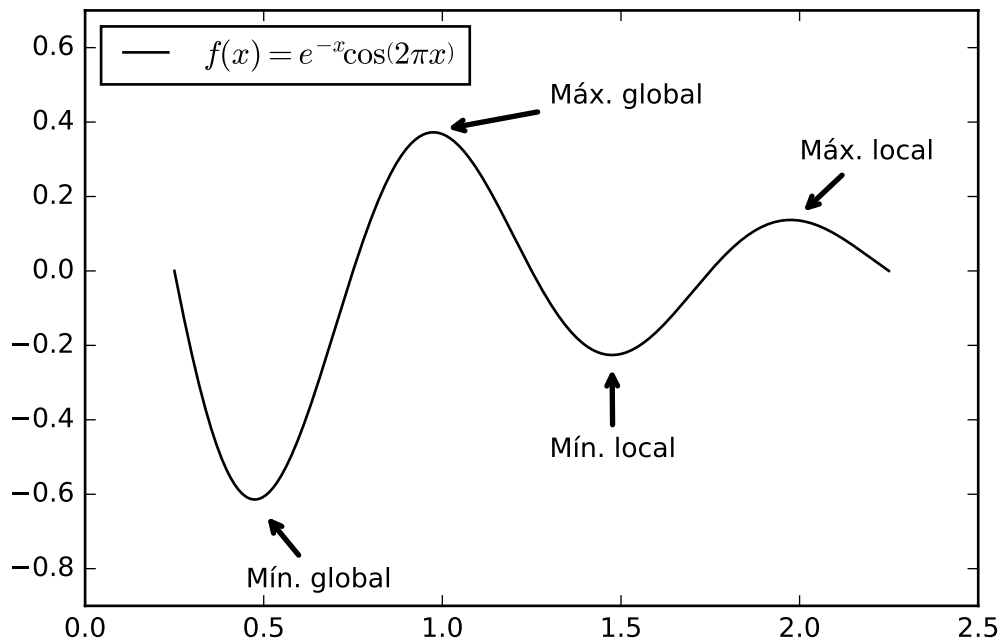
As metaheurísticas, em sua definição original, são métodos de solução que orquestram uma interação entre procedimentos de melhoria local e estratégias de alto nível para criar um processo capaz de escapar de ótimos locais e realizar uma pesquisa robusta de um espaço de solução. Ao longo do tempo esses métodos também passaram a incluir qualquer procedimento para solução de problemas que empreguem uma estratégia para que não fiquem presos em mínimos locais em espaços de solução complicados, especialmente aqueles procedimentos que utilizam uma ou mais estruturas de vizinhança como meio de definir movimentos admissíveis para a transição de uma solução para outra, ou para construir ou para destruir soluções em processos construtivos e destrutivos.

As metaheurísticas têm um bom potencial para resolver vários problemas NP-difíceis, pois usam estratégias para escapar de soluções locais e permitir que o espaço de busca seja explorado de forma mais eficiente. Ao contrário dos métodos exatos, não há garantia de encontrar soluções ótimas ou mesmo limitadas¹³ [Hajjem, Bouziri e Talbi \(2018, p. 293\)](#). Ao se usar

¹³ Um intervalo para saber o quão distante das soluções ótimas se está.

metaheurísticas essas podem retornar soluções que não são ótimos globais, ou seja, podem retornar ótimos locais. A [figura 3](#) ilustra o que são máximos e mínimos locais e globais.

Figura 3 – Exemplo de máximos local e global e mínimo local e global.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao se usar uma metaheurística essa pode, dependendo do caso¹⁴, ter dificuldade de encontrar o ótimo global e por exemplo retornar um conjunto de valores que é solução apenas local, conforme ilustrado na [figura 3](#).

2.3 Redes de distribuição de água

Para se falar sobre redes de distribuição de água é interessante procurar por uma definição para estas. Nesta seção serão apresentadas definições encontradas na literatura sobre este assunto, inicialmente porém será comentado como o sistema de distribuição se relaciona com a rede de distribuição de água. Após isso será explicado como as redes podem ser classificadas, e por fim, como são os procedimentos para se dimensionar essas redes.

2.3.1 Definições de sistema de abastecimento de água e rede de distribuição de água

Para [Mays \(2000, p. 4.1\)](#)¹⁵ um sistema de distribuição de água consiste de três principais partes: bombas, armazenamento para distribuição e a tubulação da rede de distribuição. [Tsutiya](#)

¹⁴ Dependerá da metaheurística usada, da complexidade do problema em questão e provavelmente de mais coisas.

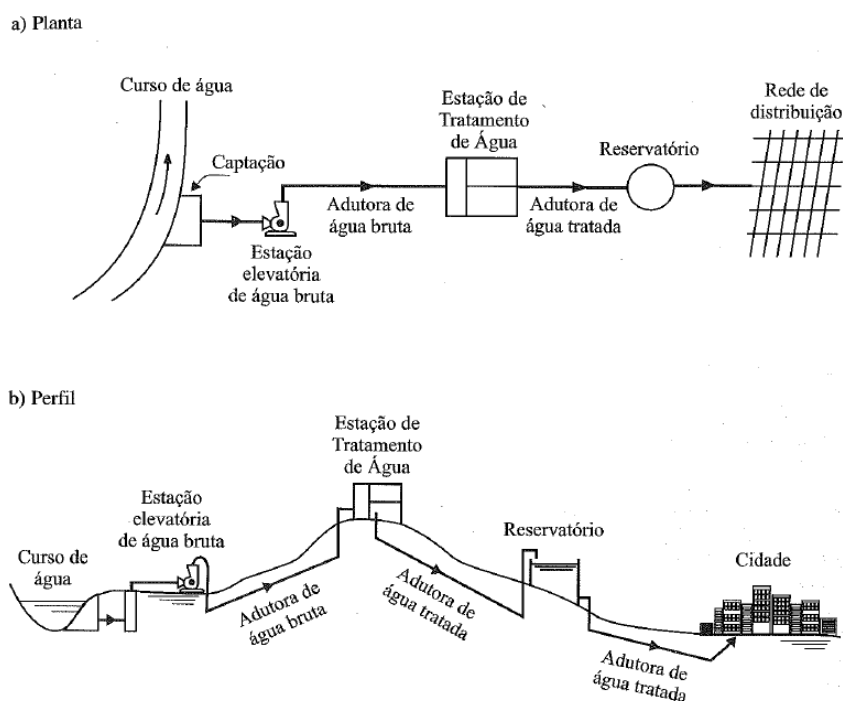
¹⁵ A paginação deste livro é feita por capítulos, ou seja, essa página 4.1 significa a página 1 do capítulo 4.

(2006, p. 9-10) explica em termos de partes de abastecimento de água e as lista¹⁶: manancial, captação, elevatória, adutora, estação de tratamento de água, reservatório, e rede de distribuição. Porto (2006) define um sistema de distribuição de água como o conjunto de tubulações, acessórios, reservatórios, bombas etc., que têm a finalidade de atender, dentro de condições sanitárias, de vazão e pressão convenientes, a cada um dos diversos pontos de consumo de uma cidade ou setor de abastecimento.

Em se tratando especificamente de redes de distribuição de água Tsutiya (2006, p. 389) diz que a rede de distribuição de água é a parte do sistema de abastecimento formada de tubulações e órgãos acessórios, destinados a colocar água potável à disposição dos consumidores, de forma contínua, em quantidade, qualidade e pressão adequadas.

Com base nas definições apresentadas fica claro como o sistema de abastecimento de água e a rede de distribuição de água se relacionam, ou seja, a rede de abastecimento é uma parte do sistema de abastecimento. A figura 4 mostra o sistema de abastecimento de água e a rede de distribuição de água.

Figura 4 – Sistema de abastecimento água.



Fonte: Tsutiya (2006, p. 16).

2.3.2 Tipos de redes de distribuição de água

Na literatura Russell (1942, p. 233), Walski (1992, p. 49), Hwang e Houghtalen (1996), Neto (1998), Baptista et al. (2003), Porto (2006), Amit e Ramachandran (2009), dentre outros,

¹⁶ Para cada um dos itens listados se segue uma explicação não detalhada aqui.

redes de distribuição de água são classificadas em dois grandes tipos: redes ramificadas, e redes malhadas ou anelares. Existe também um terceiro tipo de rede presente na literatura, por exemplo, em [Tsutiya \(2006, p. 389\)](#) e [Baptista et al. \(2003, p. 118\)](#) que classificam também o tipo de rede mista.

Antes de analisar cada uma das redes se faz útil que sejam feitas algumas definições relevantes para o estudo de redes de distribuição de água, extraídas de [Porto \(2006, p. 170\)](#), [Rosal \(2007, p. 7\)](#), [Tsutiya \(2006, p. 390\)](#):

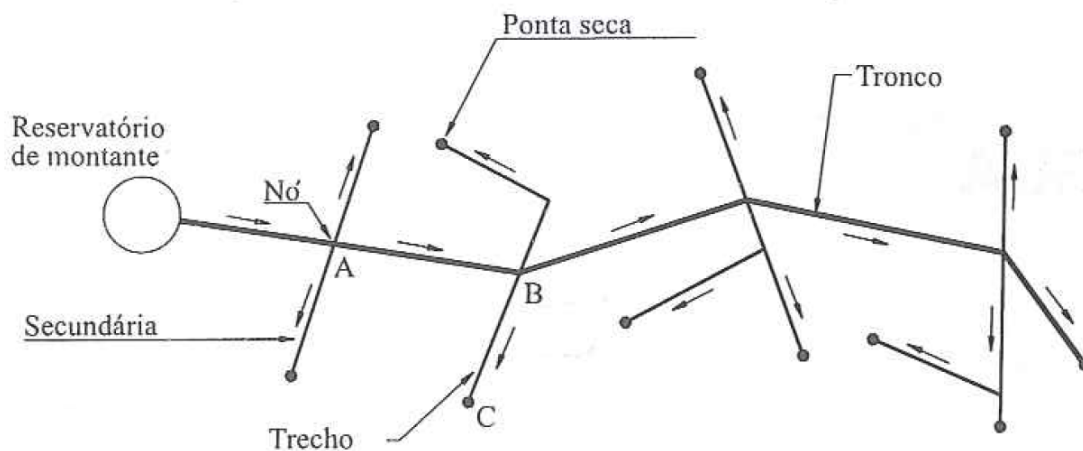
- **Nó:** ponto de derivação e/ou mudança de diâmetro;
- **Trecho:** tubulação entre dois nós;
- **Traçado da rede:** configuração da distribuição das tubulações, com a definição da situação topográfica de todos os componentes da rede;
- **Tubulação tronco:** é a tubulação principal da rede, caracterizada por conter maior diâmetro do que as demais, esta distribui a vazão para as tubulações secundárias;
- **Extremidades mortas** ou **pontas secas:** nós da rede em que não existe fluxo.

2.3.2.1 Rede ramificada

As redes ramificadas são redes em que a água ao sair de um ponto da rede não tem como voltar a este mesmo ponto, pois não existe caminho que possibilite isso, o cálculo das vazões pode ser facilmente¹⁷ realizado, para o caso em que a altura do reservatório não é fixa. Uma forma equivalente de entender esse tipo de rede é a apresentada por [Porto \(2006, p. 172\)](#), que afirma que o sentido e a vazão são conhecidos de qualquer trecho da rede. Um exemplo deste tipo de rede pode ser visto na [figura 5](#).

¹⁷ [Yates, Templeman e Boffey \(1984\)](#) provaram que mesmo para o caso de redes ramificadas se a altura do reservatório é fixa o dimensionamento de rede da distribuição de água é um problema NP-difícil. Mais detalhes sobre esse problema podem ser encontrado na [subseção 2.4.6](#).

Figura 5 – Esquema de uma rede ramificada.

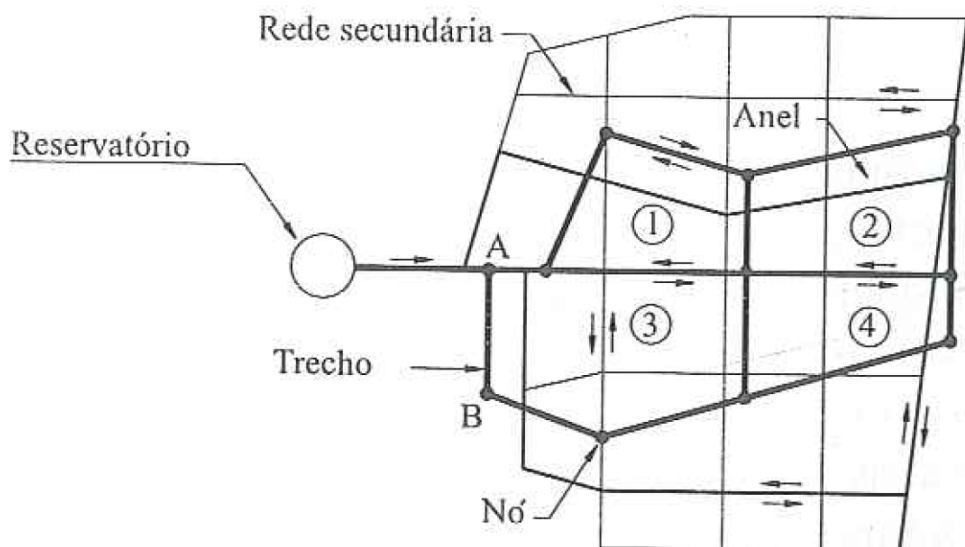


Fonte: Porto (2006, p. 170).

2.3.2.2 Rede malhada ou anelar

As redes malhadas são redes em que a água pode voltar ao ponto de início de um percurso, ou seja, existe um trajeto que permite que a água o percorra e retorne ao ponto inicial. De acordo com Tsutiya (2006, p. 391) as redes malhadas são constituídas por tubulações principais que formam anéis ou blocos, de modo que, pode-se abastecer qualquer ponto do sistema por mais de um caminho, permitindo uma maior flexibilidade em satisfazer a demanda e manutenção da rede, com o mínimo de interrupção no fornecimento de água. Um exemplo deste tipo de rede pode ser visto na figura 6.

Figura 6 – Esquema de uma rede malhada.

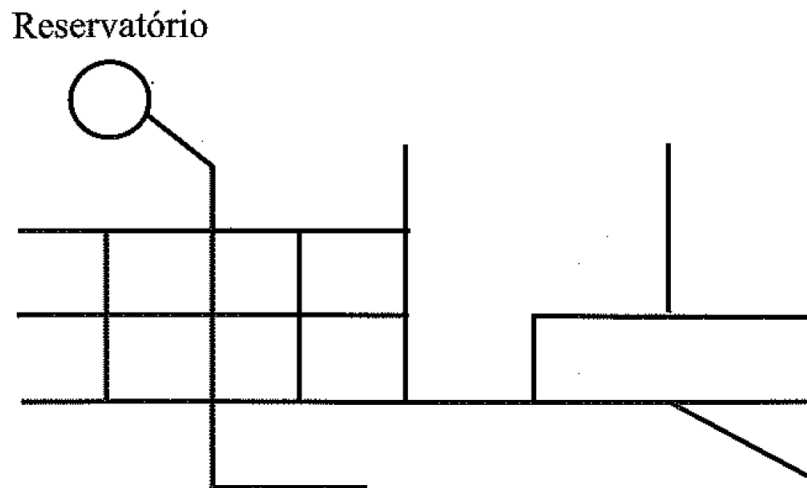


Fonte: Porto (2006, p. 170).

2.3.2.3 Rede mista

A rede de distribuição mista é o tipo mais geral de rede, pois contém tanto partes que são idênticas a redes ramificadas, como partes anelares, ou seja, em pelo menos uma parte é uma rede anelar e em pelo menos uma outra partes é também ramificada. A [figura 7](#) mostra um esquema para este tipo de rede.

Figura 7 – Esquema de uma rede mista.



Fonte: [Tsutiya \(2006, p. 395\)](#).

2.3.3 Dimensionamento de redes de distribuição de água

Existem várias formas de se dimensionar as redes de distribuição de água. Estas dependem de muitos fatores, por exemplo, qual o tipo de rede que se está sendo dimensionado, ramificada ou malhada; se é desejado que se atinja um critério ótimo, como custo mínimo em função do preço da tubulação, custo mínimo em função da operação etc. O dimensionamento que será apresentado nesta sessão e suas subseções é o clássico da literatura de hidráulica, e que não considera critérios de otimalidade.

2.3.3.1 Dimensionamento de redes ramificadas

Para redes ramificadas, por conta do fato de se conhecer o sentido da vazão em cada um dos trechos, o processo de cálculo é determinado, podendo ser elaborado com o auxílio de uma planilha¹⁸ [Porto \(2006, p. 173\)](#). Este mesmo autor propõe um passo a passo para a construção de uma planilha. Os passos são apresentados a seguir.

¹⁸ Note que mais uma vez a literatura não comenta que se a altura do reservatório for fixa o dimensionamento de rede de distribuição de água é um problema NP-difícil, ([YATES; TEMPLEMAN; BOFFEY, 1984](#)), notoriamente não podendo ser realizado por um passo a passo tão simples como o descrito.

- Coluna 1: Número do trecho - os trechos da rede ou os nós devem ser numerados, com um critério racional, partindo do trecho mais afastado do reservatório, que recebe o número 1.
- Coluna 2: Extensão do L do trecho, em metros, medido na planta topográfica ou aerofotogramétrica.
- Coluna 3: Vazão de jusante Q_j , se na extremidade de um ramal (ponta seca) $Q_j = 0$. Na extremidade jusante de um trecho T qualquer, $Q_j = \sum Q_m$ dos trechos abastecidos por T.
- Coluna 4: Vazão em marcha igual a $q \cdot L$ na qual q é a vazão unitária de distribuição em marcha em $(L/(s \cdot m))$. O valor de q é constante para todos os trechos da rede e igual à relação entre vazão de distribuição e o comprimento total da rede, $\sum L_i$.
- Coluna 5: Vazão à montante do trecho $Q_m = Q_j + q \cdot L$.
- Coluna 6: Vazão fictícia, $Q_f = \frac{Q_m + Q_j}{2}$, se $Q_j \neq 0$ ou $Q_f = \frac{Q_m}{\sqrt{3}}$.
- Coluna 7: Diâmetro D, determinado pela vazão de montante do trecho, obedecendo aos limites definidos na [tabela 1](#);
- Coluna 8: Perda de carga unitária $(m/(100m))$, determinada para o diâmetro D e a vazão fictícia Q_f , calculada pela equação de resistência adotada.
- Coluna 9: Perda de carga total no trecho, $\Delta H = J \cdot L$, onde $[\Delta H] = m$.
- Colunas 10 e 11: Cotas topográficas obtidas na planta e relativas aos nós de montante e de jusante no trecho;
- Colunas 12 e 13: Cotas piezométricas de montante e de jusante, determinadas a partir da cota piezométrica fixada como para um ponto qualquer da rede, ou estabelecendo-o para o nível d'água no reservatório um valor genérico X. A partir do nível d'água X e com os valores das perdas de carga nos trechos, todas as cotas piezométricas dos nós podem ser calculadas em função de X;
- Colunas 14 e 15: Cargas de pressão disponíveis em cada nó, cota piezométrica menos cota do terreno, em função de X. Para o ponto mais desfavorável, iguala-se ao valor $15mH_2O$, que é a mínima carga de pressão dinâmica admitida no projeto.

Na coluna 1, o critério de nomeação dos trechos, desde que racional, pode ser modificado, não sendo obrigatório que o trecho mais distante seja nomeado como o trecho com o número 1, é apenas uma questão de convenção. Quanto ao cálculo da vazão fictícia, coluna 6, [Porto \(2006\)](#) não emprega o mesmo critério que a maioria dos autores, como [Tsutiya \(2006\)](#), [Baptista et al. \(2003\)](#) e [Neto \(1998\)](#), pois estes não utilizam o critério de dividir a vazão de montante, Q_m , por $\sqrt{3}$, além de utilizar a vazão de montante para a escolha do diâmetro da tubulação, ao invés de

usar a vazão fictícia como [Porto \(2006\)](#) faz. Outra divergência entre os autores é quanto à tabela de velocidades limites utilizada para se determinar o diâmetro de um trecho, cada autor apresenta uma tabela diferente. Quanto à escolha do diâmetro, coluna 7, utilizam-se diferentes critérios. [Tsutiya \(2006\)](#) apresenta a equação que relaciona a velocidade máxima e o diâmetro como:

$$V_{max} = 0.60 + 1.5D \text{ e } V_{max} = 2m/s \quad (2.3)$$

Onde: V_{max} = velocidade máxima em m/s e D = diâmetro da tubulação em m.

[Porto \(2006\)](#) apresenta uma equação semelhante, com a única diferença sendo que ao invés de se usar um sinal de igual se usa um de menor igual, $V_{max} \leq 2m/s$. Em geral se usa uma tabela empírica como a [tabela 1](#) para se determinar qual o limite de vazão para um diâmetro em específico.

Tabela 1 – Velocidades e vazões máximas em redes de abastecimento de água.

D (mm)	V _{máx} (m/s)	Q _{máx} (l/s)
50	0,68	1,34
60	0,69	1,95
75	0,71	3,14
100	0,75	5,89
125	0,79	9,69
150	0,83	14,67
200	0,90	28,27
250	0,98	47,86
300	1,05	74,22
350	1,13	108,72
400	1,20	150,80
500	1,35	265,10

Fonte: [Porto \(2006, p. 173\)](#).

Na coluna 8, que trata da perda de carga unitária, esta pode ser calculada por uma equação de resistência, segundo ([PORTO, 2006](#)).

Para o cálculo da perda de carga unitária [Tsutiya \(2006, p. 170\)](#) utiliza a [equação 2.4](#):

$$J = 10.65Q^{1.85}C^{-1.85}D^{-4.87} \quad (2.4)$$

Onde na [equação 2.4](#): Q é a vazão em m³/s, D é o diâmetro em m, C é o coeficiente da fórmula de Hazem-Willians, este é adimensional, e J é medido¹⁹ em m/m.

¹⁹ Note que no livro de Porto a unidade é m/(100m)

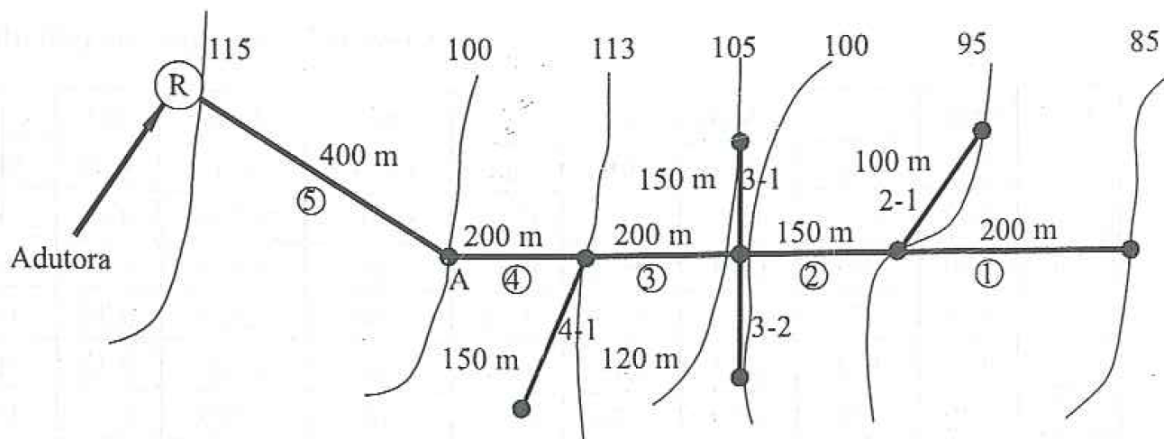
Tsutiya (2006, p. 405) utiliza a equação de Hazem-Williams para exemplificar como proceder com o dimensionamento:

$$h_f = L \cdot J \tag{2.5}$$

Onde na equação 2.5: L é o comprimento do trecho em m, e h_f é a perda de carga em metros de coluna de água, entre os dois pontos da tubulação que delimitam o trecho de comprimento L.

Para exemplificar como essa sequência de passos deve ser executada Porto (2006, p. 175) utiliza como exemplo a rede de distribuição de água da figura 8. E como resultado se obtêm a tabela 2, que é apresentada em função de X, valor do nível da água no reservatório, conforme descrito no item que corresponde às colunas 12 e 13.

Figura 8 – Exemplo de dimensionamento de uma rede de distribuição de água ramificada.



Fonte: Porto (2006, p. 175).

Tabela 2 – Planilha de cálculo para rede ramificada.

Trec n°	Exte (m)	Vazão (l/s)				Diâm (mm)	J (m/100 m)	ΔH (m)	Cota terreno (m)		Cota piezométrica (m)		Carga de pressão mH ₂ O	
		Jusa	Marc	Mont	Fictf				Monta	Jusan	Montan	Jusan	Montan	Jusan
1	200	0,0	1,49	1,49	0,86	60	0,200	0,40	95,0	85,0	X - 4,32	X - 4,72	X - 99,32	X - 89,72
2-1	100	0,0	0,74	0,74	0,43	50	0,127	0,13	95,0	95,0	X - 4,32	X - 4,45	X - 99,32	X - 99,45
2	150	2,23	1,11	3,34	2,79	100	0,165	0,25	102,5	95,0	X - 4,07	X - 4,32	X - 106,57	X - 99,32
3-1	150	0,0	1,11	1,11	0,64	50	0,282	0,42	102,5	105,0	X - 4,07	X - 4,49	X - 106,57	X - 109,49
3-2	120	0,0	0,89	0,89	0,51	50	0,179	0,21	102,5	100,0	X - 4,07	X - 4,28	X - 106,57	X - 104,28
3	200	5,34	1,48	6,82	6,08	125	0,260	0,52	113,0	102,5	X - 3,55	X - 4,07	X - 116,55	X - 106,57
4-1	150	0,0	1,11	1,11	0,64	50	0,282	0,42	113,0	109,0	X - 3,55	X - 3,97	X - 116,55	X - 112,97
4	200	7,93	1,48	9,41	8,67	125	0,528	1,06	100,0	113,0	X - 2,49	X - 3,55	X - 102,49	X - 116,55
5	400	9,41	----	9,41	----	125	0,623	2,49	115,0	100,0	X	X - 2,49	----	X - 102,49
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Fonte: Porto (2006, p. 176).

2.3.3.2 Dimensionamento de redes malhadas

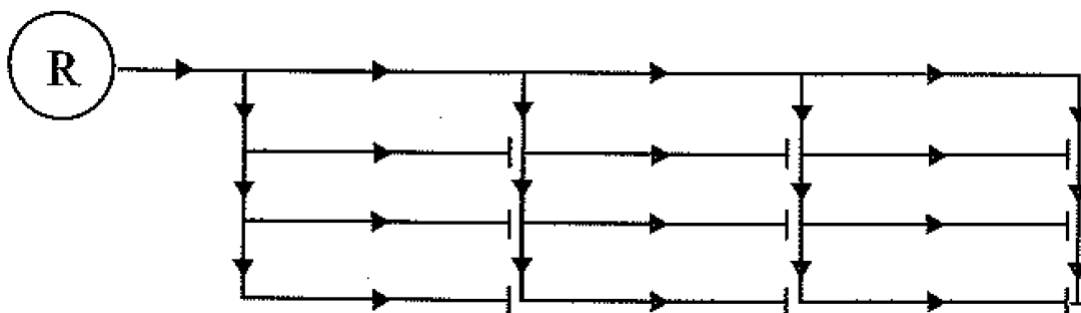
No que se refere ao dimensionamento das redes de distribuição de água malhadas, existem várias técnicas. Estas são apresentadas nas subseções que se seguem.

2.3.3.2.1 Método do seccionamento.

De acordo com Tsutiya (2006, p. 407) este método é indicado para o dimensionamento das redes de distribuição das cidades pequenas e para verificação das linhas secundárias das redes maiores. Neto (1998, p. 358) também explica o passo a passo do método, e explica que este é um método arbitrário e impreciso, aplicável às pequenas redes e canalizações secundárias dos grandes sistemas.

A figura 9 mostra como o processo é realizado. Supõem-se seccionados os circuitos fechados, transformando-se a rede malhada em uma rede ramificada fictícia. Fixam-se, assim, os trajetos que a água deverá seguir para atingir os diferentes pontos da rede, sendo que, recomenda-se adotar o seguinte critério: a água para atingir cada ponto da rede deve percorrer o trajeto mais curto possível, (TSUTIYA, 2006, p. 407).

Figura 9 – Ilustração do método do seccionamento.



Fonte: Tsutiya (2006, p. 407).

Uma vez realizado este seccionamento, o dimensionamento é feito de forma semelhante ao dimensionamento de redes ramificadas, conforme anteriormente foi explicado. No entanto, uma diferença no processo é colocada de acordo com Tsutiya (2006, p. 407), as pressões resultantes nos pontos de seccionamento pelos trajetos possíveis da água da rede ramificada devem ser aproximadamente iguais. Na prática, de acordo com o mesmo autor, consideram-se toleráveis as diferenças que não excedam 5% do valor médio desses próprios valores calculados.

Caso não se atenda a este requisito de não exceder em 5% deve-se alterar o traçado da rede, o seccionamento inicialmente adotado ou os diâmetros de alguns trechos, caso resulte uma distribuição insatisfatória de pressão na rede ou uma altura exagerada para o reservatório

de distribuição. Feita a alteração, recalcula-se a rede, e assim, procede-se sucessivamente até chegar-se à uma solução satisfatória²⁰, (TSUTIYA, 2006, p. 407).

2.3.3.2.2 Método do iterativo.

Em uma rede em malha o número de variáveis desconhecidas no dimensionamento corresponde ao número de tubos na rede e sua determinação envolve a solução de igual número de equações simultâneas, (TSUTIYA, 2006, p. 407).

De acordo com Tsutiya (2006, p. 407), as leis que regulam estas equações são:

1) A soma algébrica das perdas de carga nos trechos i-j em um circuito hidráulico deve ser nula, sendo i o nó inicial do trecho e j o nó final.

$$\sum \Delta H_{i,j} = 0 \quad (2.6)$$

2) A soma das vazões que afluem a um nó deve ser igual à soma das vazões que saem do nó, sendo $Q_{i,j}$ a vazão no trecho entre os nós i-j e E_i a vazão concentrada no nó i.

$$\sum Q_{i,j} + E_i = 0 \quad (2.7)$$

3) Em cada elemento de cada sub-circuito deve ser satisfeita a lei de perda de carga.

$$\sum \Delta H_{i,j} = r_{i,j} Q_{i,j}^n \quad (2.8)$$

Onde: $r_{i,j}$ é uma constante para o trecho entre os nós i e j, e n é a constante da lei de perda de energia escolhida. É importante notar que entre quaisquer dois nós a perda de carga (energia) é independente do caminho escolhido (da equação do loop), (HWANG; HOUGHTALEN, 1996, p. 103).

Mays (2000, p. 4.3) e Porto (2006, p. 179-181) também apresentam de forma semelhante essas equações acima, com pequenas adaptações em notação, em forma de escrita, e em pontos de aplicação.

O problema de dimensionamento consiste de um conjunto de N-1 equações para os N nós, que são lineares em Q, e no conjunto de P - (N - 1) equações não lineares em Q, para os P tubos do conjunto. A variável Q deve, portanto, ser determinada a partir da solução do sistema de equações assim constituído. Os métodos de solução mais empregados são, (TSUTIYA, 2006, p. 408), (HWANG; HOUGHTALEN, 1996, p. 102):

- Método da correção de vazões (Hardy-Cross);

²⁰ Note o quanto tentativa e erro essa técnica é, ou seja, sem critério de otimalidade, apenas de aceitabilidade da solução conseguida.

- Método da linearização (matricial).

O método de Hardy-Cross é apresentado em diversos livros, como [Russell \(1942, p. 233-234\)](#) e [Neto \(1998, p. 360\)](#). De acordo com [Tsutiya \(2006, p. 407\)](#) este método se apresenta em duas modalidades de aplicação:

- Por compensação das perdas de carga;
- Por compensação das vazões.

Segundo ([TSUTIYA, 2006, p. 409](#)) o primeiro caso, é o menos empregado, e neste admite-se uma distribuição de pressões (ou perdas de carga por trecho) e calculam-se as vazões; no segundo caso, o mais aplicado, admite-se uma distribuição de vazões e determinam-se as perdas de carga.

Para se aplicar essa metodologia [Tsutiya \(2006, p. 408\)](#) explica que substitui-se a distribuição em marcha da rede por tomadas localizadas em pontos convenientes, onde se consideram as vazões concentradas nos nós e supõe-se que as vazões sejam uniformes em cada trecho dos anéis.

O processo por compensação de vazões prevê a admissão inicial de vazões em cada trecho dos anéis, a partir das vazões concentradas nos nós. As condições necessárias e suficientes para que a distribuição de vazões admitidas seja correta são as seguintes: em um nó qualquer da rede, a soma algébrica das vazões é igual a zero; e em um circuito fechado (ou anel) qualquer da rede, a soma algébrica das perdas de carga é igual a zero, ([TSUTIYA, 2006, p. 408](#)). Estas condições são expressas pelas equações: [2.6](#), [2.7](#) e [2.8](#).

[Tsutiya \(2006\)](#) apresenta o desenvolvimento matemático desses dois métodos citados acima. [Mays \(2000\)](#) também apresenta métodos de resolução, este apresenta o método de Hardy-Cross [Mays \(2000, p. 4.11\)](#), um método de teoria linear [Mays \(2000, p. 4.17\)](#), um método de teoria linear modificada: método de Newton, [Mays \(2000, p. 4.18\)](#), o método Newton-Raphson e as equações de nós, [Mays \(2000, p. 4.18\)](#), e por fim apresenta um método de gradiente, [Mays \(2000, p. 4.20\)](#). Após explicar cada um desses métodos ainda é feita uma comparação do desempenho de cada um desses, comparando o tempo de execução e o número de iterações até que ocorra a convergência.

2.4 O dimensionamento de redes de água como um problema de otimização combinatória

Na literatura citada, o dimensionamento das redes é ensinado de forma a ser possível que este seja realizado manualmente, ou com calculadoras e planilhas eletrônicas. Para isso,

o dimensionamento é ensinado de forma a se proceder de forma iterativa, como é o caso do dimensionamento que é explanado na [subseção 2.3.3.1](#).

Ao invés de se pensar em realizar os cálculos de forma a se seguir uma sequência de passos, mesmo para o caso de redes ramificadas com a altura do reservatório livre, será apresentado um modelo de programação matemática presente na literatura e que foi escolhido como base para o desenvolvimento deste trabalho.

[Bragalli et al. \(2012\)](#) apresenta o modelo que foi escolhido como melhor representativo para o estado da arte na modelagem do problema de dimensionar as redes de distribuição de água. Tal modelo será explanado nas subseções que se seguem, com algumas alterações de notação e com as unidades de medidas no SI (Sistema Internacional de unidades) para as grandezas físicas. Este modelo serviu como base para a construção de um modelo que se adequa aos critérios de dimensionamento da literatura brasileira.

Esta seção se dedica a explicar os conjuntos, os parâmetros, as variáveis, as restrições, as equações e a função objetivo do modelo, assim como em sua última parte, explicar qual a complexidade computacional envolvida no processo de dimensionamento de uma rede de distribuição de água.

2.4.1 Conjuntos do modelo

Para representar as equações e inequações do modelo é necessário que sejam definidos os conjuntos onde os índices irão ser indexados. Portanto, os conjuntos do modelo são:

\mathbb{N} = conjunto de nós.

\mathbb{E} = conjunto de trechos.

\mathbb{S} = conjunto de fontes (reservatórios).

$\delta_+[i, e]$ = conjunto²¹ de trechos saindo do nó i ($i \in \mathbb{N}$).

$\delta_-[i, e]$ = conjunto de trechos entrando do nó i ($i \in \mathbb{N}$).

O conjunto \mathbb{N} representa o conjunto de todas os nós entre dois trechos, excetuando-se os pontos de junção dos reservatórios, pontos estes reunidos no conjunto \mathbb{S} deste modelo. O conjunto \mathbb{E} é o conjunto de todos os canos da rede de distribuição de água. Os conjuntos δ_+ , δ_- são conjuntos de pares da forma (nó, trecho). É importante observar que alguns nós da rede não pertencem a um dos conjuntos, mas pertencem ao outro, por exemplo no caso dos nós que são pontas de rede.

²¹ Note que não são todos os “e” trechos da rede que entram no nó “i”. É necessário que se verifique forneça para cada nó “i” os “e” trechos que saem deste. Ver o exemplo do anexo B.

2.4.2 Parâmetros do modelo

Alguns valores se tem informação antes do dimensionamento, estes são chamados de parâmetros do modelo. Os parâmetros do modelo são:

$L[e]$ = comprimento do trecho e ($e \in \mathbb{E}$), em m.

$d_{\min}[e]$ = diâmetro mínimo do trecho e ($e \in \mathbb{E}$), em m.

$d_{\max}[e]$ = diâmetro máximo do trecho e ($e \in \mathbb{E}$), em m.

$dem[i]$ = demanda no nó i ($i \in \mathbb{N}$), em m^3/s .

$Z[i]$ = cota do nó i ($i \in \mathbb{N} \cup \mathbb{S}$), em m.

$ph_{\min}[i]$ = pressão mínima no nó i [$i \in \mathbb{N}$], em m.

$ph_{\max}[i]$ = pressão máxima no nó i [$i \in \mathbb{N}$], em m.

$C[e]$ = constante da rugosidade dos trecho, e ($e \in \mathbb{E}$), adimensional.

Para cada um dos trechos e , os diâmetros disponíveis pertencem a um conjunto discreto, designado aqui como r_e . Para $e \in \mathbb{E}$:

$$d_{\min} = \mathfrak{D}[e, 1] < \mathfrak{D}[e, 2] < \dots < \mathfrak{D}[e, r_e] = d_{\max} \quad (2.9)$$

Para cada trecho $e \in \mathbb{E}$, pode-se associar uma função de custo C_e . Esta função normalmente aumenta rapidamente com o aumento do diâmetro, ou seja, o custo como função do diâmetro é uma função crescente.

2.4.3 Variáveis do modelo

Tudo que o modelo calcula e traz como resposta são as variáveis deste. As variáveis do modelo em questão são:

$Q[e]$ = vazão que flui no trecho²² e ($\forall e \in \mathbb{E}$), em m^3/s .

$D[e]$ = diâmetro do trecho e ($\forall e \in \mathbb{E}$), em m.

$H[i]$ = pressão²³ no nó i ($\forall i \in \mathbb{N}$), em m.

2.4.4 Restrições do modelo

Algumas variáveis do modelo podem precisar ser sujeitas a desigualdades que as restringem. Para o modelo as restrições do modelo são as que se seguem:

²² Essa vazão é a vazão de montante da literatura brasileira. Não confundir com a vazão do trecho.

²³ Na literatura brasileira essa pressão na verdade é a cota piezométrica do nó.

$$d_{\min} \leq D[e] \leq d_{\max} \quad (\forall e \in \mathbb{E}) \quad (2.10)$$

A equação 2.10 obriga que para todos os trechos o diâmetro escolhido esteja entre o menor diâmetro comercial disponível e o maior diâmetro comercial disponível.

$$ph_{\min} + z[i] \leq H[i] \leq ph_{\max} + z[i] \quad (\forall i \in \mathbb{N}) \quad (2.11)$$

A equação equação 2.11 delimita que a pressão em todos os nós da rede seja maior ou igual à mínima e menor ou igual à máxima.

$$H[i] = h_s[i] \quad (\forall i \in \mathbb{S}) \quad (2.12)$$

A equação 2.12 obriga que a altura fornecida para cada um dos reservatórios do conjunto \mathbb{S} seja igual a variável $H[i]$ que representa a pressão naquele ponto, ou seja, as variáveis $H[i]$ possuem uma equação que as deixará com o valor imediatamente determinado, caso \mathbb{S} não seja vazio.

$$-\frac{\pi}{4} v_{\max} D^2[e] \leq Q[e] \leq \frac{\pi}{4} v_{\max} D^2[e] \quad (\forall e \in \mathbb{E}) \quad (2.13)$$

Neste modelo a forma de delimitar a vazão máxima de cada trecho é limitada pela velocidade máxima admitida para cada trecho. Esta condição é descrita pela equação 2.13.

2.4.5 Equações do modelo

A equação a seguir garante a conservação do fluxo em cada nó da rede:

$$\sum_{e \in \delta_{-}[i]} Q[e] - \sum_{e \in \delta_{+}[i]} Q[e] = \text{dem}[i], \quad (\forall i \in \mathbb{N}) \quad (2.14)$$

A perda de pressão entre cada dois nós que são extremidades de um trecho é calculado pela equação 2.15:

$$H[i] - H[j] = \frac{10.7L[e] \text{sgn}(Q[e]) Q[e]^{1.852}}{C[e]^{1.852} D[e]^{4.87}}, \quad (\forall e = (i, j) \in \mathbb{E}) \quad (2.15)$$

A equação 2.15 é a equação de Hazen-Williams, equação esta comumente utilizada para determinar a perda de carga (perda de energia) entre dois pontos.

Finalmente a função objetivo do modelo é definida como:

$$\text{minimize} \sum_e C_e(D[e]) L[e], \quad (e \in \mathbb{E}) \quad (2.16)$$

Para o cálculo da função objetivo se considera que existe uma tabela que associa o diâmetro de um trecho com o seu respectivo custo por unidade de comprimento.

O modelo apresentado difere do modelo comumente apresentado na literatura brasileira Neto (1998), Baptista et al. (2003), Porto (2006), Tsutiya (2006). A principal diferença é que o critério para delimitar o diâmetro de um trecho se utiliza a vazão máxima, enquanto que a literatura brasileira usa tabelas empíricas que trazem a velocidade do escoamento, o diâmetro, e a vazão máxima admitida para este mesmo diâmetro.

2.4.6 Complexidade computacional do problema de dimensionar uma rede de distribuição de água de forma ótima

O problema de dimensionar uma rede de distribuição de água de forma ótima em termos de custo associado ao diâmetro da tubulação, pode ser classificado em dois grandes tipos do ponto de vista da complexidade computacional²⁴, os que possuem pelo menos um reservatório com altura fixa, e os que não têm altura fixa. Do ponto de vista da engenharia o caso da altura do reservatório ser fixa se justifica para o caso em que se esteja fazendo, por exemplo, uma obra de expansão/ampliação da rede. É importante que se tente resolver da melhor forma possível este problema, pois como dito por Tsutiya (2006, p. 289), os custos das obras com o sistema de abastecimento de água são 50 a 75% devidos a rede de distribuição.

Essa distinção, a altura do reservatório ser fixa ou não, torna este problema em um problema NP-difícil ou não²⁵. Yates, Templeman e Boffey (1984) provaram que, para redes malhadas que possuam pelo menos um reservatório com altura fixa, o problema de dimensionar a rede de distribuição de água é um problema NP-difícil, e que mesmo para o caso de uma rede ramificada, se esta tiver um reservatório com altura fixa, este problema, mesmo neste caso, é um problema NP-difícil.

Alguns exemplos de problemas de dimensionamento de redes de distribuição de água que possuem a altura do reservatório fixa são: a rede de Nova York, originalmente introduzida por Schaake e Lai (1969), o problema trata da expansão da rede de modo a atender as novas demandas, nestes trechos podem ser trocados ou não, e a rede possui um reservatório com altura fixa; a rede Hanoy que provem do Vietnã e foi proposta por Fujiwara e Khang (1990); Alperovits e Shamir (1977) propõe uma rede de dois loops; Bragalli et al. (2012) utilizam outras redes que também possuem alturas fixas. Todas essas redes vêm sendo largamente usadas na literatura

²⁴ Para redes ramificadas essa distinção, ter ou não o reservatório fixo faz ou não com que o problema seja NP-difícil. Caso a altura seja livre, fica claro que a sequência de passos apresentada, por exemplo, por Porto (2006, p. 173) e apresentado na subseção 2.3.3.1 não se trata de um problema NP-difícil.

²⁵ Para o caso de redes ramificadas fica claro que o problema não é NP-difícil, contudo o problema de dimensionar redes malhadas sem a altura do reservatório fixa é um problema bastante desafiador. Não fica claro se este problema é NP-difícil, não se encontrou na revisão de literatura uma prova como a feita por Yates, Templeman e Boffey (1984) para o caso de redes malhadas sem alturas de reservatórios fixos, mas claramente é um problema bastante difícil e sem solução exata até o momento, pois se usa para tentar resolve-lo uma infinidade de métodos que não garantem ótimo global.

para testar métodos de dimensionamento de redes de distribuição de água e comparar qual o custo associado à cada solução obtida, alguns trabalhos que as usam são [Eusuff e Lansey \(2003\)](#), [Bragalli et al. \(2012\)](#), [Cunha e Sousa \(1999\)](#), e existem uma infinidade de trabalhos que as usam, duas revisões muito boas sobre o assunto podem ser encontradas em [Amit e Ramachandran \(2009\)](#) e [Coelho e Andrade \(2014\)](#).

Na literatura brasileira consultada, entretanto, apenas o exemplo presente em [Baptista et al. \(2003, p. 122\)](#) foi encontrado como caso em que o dimensionamento é realizado considerando-se a altura do reservatório como fixa. A literatura brasileira parece ter uma carência de motivação para o estudo do caso em que se deseja fazer a expansão de uma rede, caso esse em que a altura do reservatório será fixa no problema. Talvez possa ser de interesse que os novos reservatórios tenham a altura livre, mas os que foram previamente construídos serão considerados no projeto como altura fixa. E nenhuma menção foi encontrada sobre a complexidade computacional envolvida no processo de resolução deste tipo de problema. Além disso no referido exemplo presente em [Baptista et al. \(2003, p. 122\)](#) o dimensionamento foi realizado com a altura do reservatório fixa, mas sem que se deseja encontrar a solução com o custo mínimo, e nenhuma menção a isso foi feita.

Da forma que o modelo foi apresentado, o problema de dimensionar uma rede de distribuição de água foi modelado como um MINLP, não convexo e com restrições, de acordo com [Bragalli et al. \(2012\)](#).

É importante que seja sempre lembrado que um problema formulado como um MINLP é, em geral, incomputável independente de conjecturas como $P \neq NP$, ([LEE; LEYFFER, 2012, p. xii](#)). Do ponto de vista da teoria da complexidade, existem resultados negativos (por exemplo, incomputabilidade, resultados de intratabilidade e de imprecisão) e resultados positivos (por exemplo, algoritmos de tempo polinomial e esquemas de aproximações) para classes restritas de MINLPs, ([LEE; LEYFFER, 2012, p. xii](#)). Então essa formulação do problema de dimensionar uma rede de distribuição de água como um MINLP muito provavelmente terá limitações a medida em que o número de nós e trechos da rede aumentar, pois além deste esta formulado como um MINLP, este é sabidamente, conforme provado por [Yates, Templeman e Boffey \(1984\)](#), ser um problema NP-difícil.

3 Modelo proposto

Neste capítulo é apresentado o modelo proposto neste trabalho. Este foi dividido em seções que tratam: de como foram feitas as adaptações da matemática do modelo na [seção 3.1](#); discutindo o que foi adicionado, removido ou modificado, e como se poderia melhorar o desempenho computacional do modelo criado.

3.1 Modelo adaptado para o dimensionamento de redes de distribuição de água ramificadas

Nesta seção é discutido o modelo adaptado, passando pelos seus conjuntos, parâmetros, variáveis e equações de igualdades e desigualdades, sempre comentando o que e porquê algo foi adicionado ou modificado no modelo para que este cumprisse com os requisitos da literatura brasileira.

3.1.1 Conjuntos do modelo adaptado

Nesta subseção são listados os conjuntos do modelo adaptado, sendo estes divididos em conjuntos previamente mencionados na revisão de literatura na [seção 2.4](#).

\mathbb{N} = conjunto de nós.

\mathbb{E} = conjunto de trechos.

\mathbb{S} = conjunto de fontes (reservatórios).

$\delta_+[i, e]$ = conjunto¹ de trechos saindo do nó i ($i \in \mathbb{N}$).

$\delta_-[i, e]$ = conjunto de trechos entrando do nó i ($i \in \mathbb{N}$).

Novos conjuntos:

\mathbb{T} = indexa a tabela de valores máximos de vazão tolerados para um dado diâmetro.

\mathbb{G} = trechos em que a vazão em macha é zero.

3.1.2 Parâmetros do modelo adaptado

Nesta subseção são descritos os parâmetros do modelo clássico e os criados para a adequação do modelo.

$L[e]$ = comprimento do trecho e ($e \in \mathbb{E}$), em m.

$d_{\min}[e]$ = diâmetro mínimo do trecho e ($e \in \mathbb{E}$), em m.

¹ Note que não são todos os “e” trechos da rede que entram no nó “i”. É necessário que se verifique forneça para cada nó “i” os “e” trechos que saem deste. Ver o exemplo do anexo B.

$d_{\max}[e]$ = diâmetro máximo do trecho e ($e \in \mathbb{E}$), em m.

$dem[i]$ = demanda no nó i ($i \in \mathbb{N}$), em m^3/s .

$Z[i]$ = cota do nó i ($i \in \mathbb{N} \cup \mathbb{S}$), em m.

$ph_{\min}[i]$ = pressão mínima no nó i [$i \in \mathbb{N}$], em m.

$ph_{\max}[i]$ = pressão máxima no nó i [$i \in \mathbb{N}$], em m.

C = constante² da rugosidade dos trechos, adimensional.

Novos parâmetros:

$TD[t]$ = valores possíveis dos diâmetros, ($t \in \mathbb{T}$), diâmetros em m.

$QMD[t]$ = valores máximos de vazão permitidos para cada diâmetro, ($t \in \mathbb{T}$), em m^3/s .

$QCC[i]$ = vazão do consumo concentrado³ i , ($i \in \mathbb{N}$), em m^3/s .

3.1.3 Variáveis do modelo adaptado

Nesta subseção são descritas as variáveis do modelo clássico e as criadas para a adequação do modelo.

$Q[e]$ = vazão no trecho e ($\forall e \in \mathbb{E}$), em m^3/s .

$D[e]$ = diâmetro do trecho e ($\forall e \in \mathbb{E}$), em m.

$H[i]$ = pressão⁴ no nó i ($\forall i \in \mathbb{N}$), em m.

Novas variáveis:

$QF[e]$ = vazão fictícia do trecho e ($\forall e \in \mathbb{E}$), em m^3/s .

$QT[e]$ = vazão em marca (ou distribuída) do trecho e ($\forall e \in \mathbb{E}$), em m^3/s .

$dem[e]$ = vazão demandada no nó i ($\forall i \in \mathbb{N}$), em m^3/s .

$h_f[e]$ = perda de carga⁵ entre dois nós i, j ($\forall i, j \in \mathbb{N}$), em m.

$J[e]$ = perda de carga unitária⁶, ($\forall e \in \mathbb{E}$), em m/m.

$QJ[e]$ = vazão de jusante do trecho e , ($\forall e \in \mathbb{E}$), em m^3/s .

$v[e]$ = velocidade fluxo no trecho e , ($\forall e \in \mathbb{E}$), em m/s.

Foi necessário para a modelagem feita que fossem criadas também novas variáveis binárias:

$y[e, t]$ = variável binária usada para forçar a escolha correta do diâmetro do trecho, ($\forall e \in \mathbb{E}, \forall t \in \mathbb{T}$),

y é uma matriz de dimensão $p \times q$ cujos elementos são variáveis binárias $\mathbb{B} = \{0, 1\}$, onde p e q

² De forma mais geral essa constante poderia ser diferente para cada diâmetro diferente, mas não é o caso do modelo aqui descrito, pois não foi necessário.

³ Apenas [Baptista et al. \(2003\)](#) nomeia esta vazão desta forma, alguns professores e [ReCESA \(2008, p. 39\)](#) a chamam de vazão singular. O importante é que se entenda que ela se trata de uma vazão demanda por um nó da rede e que deve ser contabilizada.

⁴ Essa pressão é a cota piezométrica, a literatura, como por exemplo [Bragalli et al. \(2012\)](#) chama apenas de pressão, mas na literatura em português essa medida é a coto piezométrica.

⁵ É o mesmo da [equação 2.5](#).

⁶ É a mesmo da [equação 2.4](#).

são o número de elementos dos conjuntos \mathbb{E} e \mathbb{T} , respectivamente.

$y_h[i]$ = variável binária usada para forçar que a altura de pelo menos um dos trechos da rede possua a pressão mínima de projeto, ($i \in \mathbb{N}$), y_h é um vetor coluna de dimensão p cujos elementos são variáveis binárias $\mathbb{B} = \{0, 1\}$, onde p é o número de elementos do conjunto \mathbb{E} .

3.1.4 Restrições do modelo adaptado

Nesta subseção são descritas as equações do modelo clássico e as criadas para a adequação do modelo desenvolvido.

$$QF[e] = \frac{Q[e] + QJ[e]}{2} \quad (\forall e \in \mathbb{E}) \quad (3.1)$$

A equação 3.1 foi adicionada para que fosse realizado o cálculo da vazão fictícia.

$$\sum_{t \in \mathbb{T}} y[e, t] = 1 \quad (\forall e \in \mathbb{E}) \quad (3.2)$$

$$\sum_{t \in \mathbb{T}} QD[t] \cdot y[e, t] \geq QF[e] \quad (\forall e \in \mathbb{E}) \quad (3.3)$$

$$\sum_{t \in \mathbb{T}} TD[t] \cdot y[e, t] = D[e] \quad (3.4)$$

As equações 3.2, 3.3, 3.4 em conjunto obrigam que se escolha apenas diâmetros que atendem a tabela de diâmetro, vazões, e velocidades escolhida.

$$d_{\min} \leq D[e] \leq d_{\max} \quad (\forall e \in \mathbb{E}) \quad (3.5)$$

A equação 3.5 restringe que o diâmetro escolhido esteja entre o menor valor possível e o maior valor possível.

$$\sum_{i \in \mathbb{N} \cup \mathbb{S}} y_h[i] \geq 1 \quad (3.6)$$

$$(H[i] - Z[i] - p_{\min}) y_h[i] = 0 \quad (\forall i \in \mathbb{N} \cup \mathbb{S}) \quad (3.7)$$

A equação 3.6 e a equação 3.7 juntas obrigam que pelo menos um dos nós da rede tenha a pressão mínima do projeto.

$$p_{h_{\min}} + Z[i] \leq H[i] \leq p_{h_{\max}} + Z[i] \quad (\forall i \in \mathbb{N}) \quad (3.8)$$

A equação 3.8 obriga que para todos os nós da rede as cotas piezométricas estejam no intervalo de valores entre a pressão mínima e máxima.

$$\text{dem}[i] = \text{QCC}[i] + \text{QT}[i] \quad (\forall (i, e) \in \delta_-, \forall i' \in \mathbb{N} : i = i') \quad (3.9)$$

De forma a modelar a demanda de cada nó, levando em conta a vazão do trecho e o consumo concentrado, foi criada a equação 3.9.

$$\text{QT}[e] = L[e] \cdot q \quad (\forall e \in \mathbb{E}) \quad (3.10)$$

Para o cálculo da vazão do trecho foi modelada a equação 3.10.

$$\text{QJ}[e] = \text{QM}[e] - \text{QT}[e] \quad (\forall e \in \mathbb{E}) \quad (3.11)$$

Para o cálculo da vazão de jusante foi modelada a equação 3.11.

$$v[e] = \frac{4\text{QM}[e]}{\pi D[e]^2} \quad (\forall e \in \mathbb{E}) \quad (3.12)$$

Para o cálculo da velocidade do trecho foi usada a equação 3.12.

$$H[i] - H[j] = \frac{\omega L[e] \text{QF}[e]^a}{C^a D[e]^b}, \quad (\forall (i, e, j) \in \mathbb{K}) \quad (3.13)$$

Onde $\mathbb{K} = \{(i, e_1) \in \delta_+, (j, e_2) \in \delta_- : e_1 = e_2 (j, e_2, i)\}$

As adaptações feitas na equação 2.15, que resultaram na equação 3.13 foram: generalizar os expoentes presentes, aqui descritos como a e b, e a constante ω , pois diferentes autores usam diferentes valores dessas constantes; a simplificação do termo $C[e]$ para apenas C, pois não houve necessidade de que este termo fosse diferente para cada diâmetro disponível⁷; e a remoção do termo $\text{sgn}(Q[e])$, pois o tipo de rede escolhido para os testes deste trabalho foi o ramificado, ou seja, se sabe o sentido em que o fluxo ocorre, eliminando assim a necessidade de se ter o termo que determina o sinal em que ocorre o fluxo.

$$h_f[e] = H[j] - H[i] \quad (\forall (i, e, j) \in \mathbb{K}) \quad (3.14)$$

Para o cálculo da perda de carga h_f foi usada a equação 3.14.

$$J[e] = \frac{h_f[e]}{L[e]} \quad (\forall e \in \mathbb{E}) \quad (3.15)$$

⁷ Na literatura consultada não foi encontrado um exemplo em que o C da equação de Hazen Williams fosse diferente para cada diâmetro da tabela de valores possíveis.

Para o cálculo da perda de carga por unidade de comprimento foi usada a [equação 3.15](#).

Para a conservação do fluxo em cada nó da rede:

$$\sum_{e \in \delta_{-}[i]} Q[e] - \sum_{e \in \delta_{+}[i]} Q[e] = \text{dem}[i], (\forall i \in \mathbb{N}) \quad (3.16)$$

$$\text{minimize } \sum_e D[e], (e \in \mathbb{E}) \quad (3.17)$$

A [equação 2.16](#) foi adaptada na [equação 3.17](#). A ideia da adaptação surgiu porque, em geral, nos livros de hidráulica não se tem na tabela de vazões, diâmetros, e velocidades máximas, com o valor monetário por unidade de comprimento associado a cada diâmetro diferente de tubo. Por conta disso, e notando que em ambos os casos ([equação 2.16](#) e [equação 3.17](#)) a função objetivo é sempre positiva e crescente, e que, em geral, os preços de dois tubos um com diâmetro maior do que o outro, o de maior diâmetro tem maior custo. É suficiente para o modelo aqui proposto que o custo de um trecho seja apenas o valor do diâmetro deste, eliminando assim a necessidade da utilização do custo para cada diâmetro por unidade de comprimento e obtendo-se valores equivalentes ao que se teria com a [equação 2.16](#), caso todos os trechos possuíssem o mesmo preço, pois o diâmetro é suficiente para ponderar isso na função objetivo.

Por conta de alguns autores, por exemplo [Neto \(1998\)](#) e [Baptista et al. \(2003\)](#), fornecerem exemplos em que um trecho da rede, no caso o trecho de saída do reservatório, possuir vazão em marcha nula, duas outras equações podem ser desenvolvidas de forma a substituir a [equação 3.10](#) pelas [equações 3.18](#) e [3.19](#) que se seguem:

$$QT[e] = L[e] \cdot q \quad (\forall e \in \mathbb{E}, \forall g \in \mathbb{G} : e = g) \quad (3.18)$$

Ou seja, a [equação 3.18](#) exclui os termos em que a vazão do trecho é nula.

$$QT[e] = 0 \quad (\forall g \in \mathbb{G}) \quad (3.19)$$

E a [equação 3.19](#) obriga que nos trechos em que a vazão deve ser zero, esta assim seja calculada.

3.1.5 Modelo adaptado para reservatórios fixos

Para que se possa utilizar o modelo proposto, considerando o caso em que existam alturas fixas de reservatórios, é necessário que sejam feitas algumas modificações no modelo proposto.

3.1.5.1 Remoção e adição de equações no modelo para atender a existência de nós com pressão fixa

A [equação 3.6](#) e a [equação 3.7](#) devem ser removidas do modelo para o caso em que se queira usar o modelo para resolver o problema de dimensionar uma rede de distribuição de água com a altura do reservatório fixa, pois ao se fixar a altura do reservatório não se tem garantia que será possível que se atenda exatamente a pressão mínima de pelo menos um dos nós da rede. Mas necessariamente esta pressão terá que estar entre a pressão mínima e máxima admitidas para o dimensionamento, as restrições que asseguram isso continuam no modelo e são descritas pela [equação 3.8](#).

Para obrigar que os nós que possuem valores fixos de pressão tenham o valor fixo fornecido a estes como entrada do problema, a [equação 3.20](#) deve ser inserida no modelo.

$$H[i] = h_s[i] \quad (\forall i \in \mathbb{S}) \quad (3.20)$$

É importante a ressalva de que ao se tratar do problema de dimensionar uma rede de distribuição de água, mesmo que no caso em que esta é ramificada, este problema é NP-difícil, conforme provado por [Yates, Templeman e Boffey \(1984\)](#).

3.1.6 Otimização do número de variáveis do modelo

Apesar do modelo apresentado ser matematicamente correto, para redes com um grande número de nós esse pode se tornar muito custoso (lento) computacionalmente. Um problema formulado como um MINLP é em geral incomputável, independente de conjecturas como $P \neq NP$, ([LEE; LEYFFER, 2012](#), p. xii), ou seja, mesmo no caso em que a altura do reservatório não é fixa e o problema não é NP-difícil, pode ser que o problema não seja viável de ser resolvido para redes grandes⁸. Para amenizar esse provável problema algumas equações podem ser pré calculadas, e outras pós calculadas em relação a utilização do solver, ou seja, podem ser removidas e calculadas separadamente e não simultaneamente.

No pré-processamento as vazões dos trechos e as demandas, calculadas pela [equação 3.10](#) e [equação 3.9](#) respectivamente, poderiam ser calculadas previamente, ou por uma planilha, ou usando uma linguagem de programação, ou até mesmo a própria AMPL.

Para o caso em que os reservatórios são livres as equações [3.6](#) e [3.7](#) podem ser removidas do modelo, pois após a realização do cálculo sem estas restrições os nós possuirão um conjunto de pressões arbitrário que, não necessariamente atenderão ao critério de que o(s) nó(s) mais desfavorável(is) deve(em) ter a pressão mínima de projeto. Isso pode ser corrigido fazendo-se um ajuste em todos os nós da rede, de forma que a altura do reservatório será a que fornece a pressão

⁸ A determinação do que são redes grandes para esse modelo carece de testes.

mínima ao(os) nó(s) mais desfavorável(is) da rede. Esse ajuste pode ser feito regulando-se a superfície piezométrica da rede.

Para isso, basta que se determine um⁹ dos nós mais desfavoráveis da rede e que se calcule quanto deve-se adicionar a este para que este possua a pressão mínima da rede. Essa mesma quantidade adicionada ao nó mais desfavorável deve ser adicionada a todos os nós da rede, incluindo o reservatório, determinando-se assim a altura do reservatório que atende ao requisito de fornecer ao nó mais desfavorável a pressão mínima.

Para se calcular o valor desse ajuste deve-se proceder de forma semelhante ao explicado em Tsutiya (2006, p. 405). Determina-se o nó mais desfavorável, matematicamente isso pode ser escrito da forma que se segue:

$$X = |\min(H[i])| \quad (\forall i \in \mathbb{N}) \quad (3.21)$$

Onde X é o valor da cota piezométrica do nó mais desfavorável da rede, excluindo-se o reservatório. Note que $||$ é o módulo ou o valor absoluto de um número $|-5| = 5$, e este é necessário pois pode ser que a cota piezométrica no nó mais desfavorável seja negativa.

$$H[i] \leftarrow H[i] + X \quad (\forall i \in \mathbb{N} \cup \mathbb{S}) \quad (3.22)$$

Onde \leftarrow significa que $H[i]$ está sendo atualizado com o valor ajustado.

Procedendo desta forma é possível que se elimine a variável binária y_h do modelo, tornando assim este provavelmente mais eficiente computacionalmente.

Outras equações também podem ser retiradas dos modelo e calculadas como um pós-processamento. Estas são: equação 3.11, equação 3.12, equação 3.15 e equação 3.14.

⁹ É possível que mais de um nó da rede tenha exatamente a sua cota piezométrica com o menor valor e que seja igual a de outros, ou seja, existem vários nós com a mesma pressão mínima. A rigor seria possível construir um exemplo em que todos os nós tenham a mesma cota piezométrica.

4 Resultados

Neste capítulo são apresentados: os materiais e método na [seção 4.1](#); os resultados da validação do modelo na [seção 4.2](#), sendo este aplicado para ambos os casos, redes ramificadas com a altura do reservatório livre na [subseção 4.2.1](#) e com a altura deste fixa na [subseção 4.2.2](#).

4.1 Materiais e Método

Inicialmente foi realizada uma revisão de literatura com objetivo de aumentar a familiaridade e entendimento do assunto, e fornecer ao leitor embasamento para a compreensão do trabalho.

4.1.1 Ferramentas computacionais

O computador utilizado para os testes foi um notebook de uso pessoal, este foi da marca Dell® modelo 14R 3043, com 4GB e core i5.

Para a programação da modelagem matemática desenvolvida para o problema, foi utilizada a linguagem AMPL (*A Mathematical Programming Language*), ([FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003](#)). Esta foi escolhida por sua facilidade de utilização, sendo bastante simples nesta linguagem fazer a tradução entre matemática e códigos, e por esta se comunicar facilmente com diferentes solvers.

A forma recomendada que se utilize o AMPL é se trabalhando com três arquivos: um arquivo .dat, no qual são fornecidos os dados do problema em específico; um arquivo .mod, onde se define o modelo, com todos os seus elementos, conjuntos, parâmetros, variáveis, equações; e um arquivo .run em que se carrega o modelo, onde são fornecidas configurações para a execução do modelo, e por exemplo onde será definido como serão salvos os dados de resposta do modelo.

O solver escolhido foi o *Branch-And-Reduce Optimization Navigator* (BARON), criado por ([SAHINIDIS, 1996](#)). Nas palavras deste mesmo autor BARON é um sistema¹ computacional para facilitar a solução de problemas de otimização não-convexa globalmente. Este possui heurísticas para encontrar boas soluções de programas não lineares inteiros mistos [Kılınç e Sahinidis \(2018\)](#).

4.1.2 Obtenção de dados e execução dos testes

Com base na revisão da literatura feita, determinou-se quais exemplos seriam escolhidos para a validação do modelo desenvolvido no trabalho. De forma a complementar os testes foram

¹ Para consultar o manual ver [Sahinidis \(2018, p. 2\)](#)

também criadas redes com um maior número de trechos e de nós.

Os dados de cada um dos exemplos escolhidos da literatura foram organizados de forma a que se pudesse realizar os experimentos com o modelo criado. Estes foram formatados de maneira a possibilitar que se pudesse realizar comparações com os resultados provenientes dos testes do modelo com os da literatura.

Os testes com as redes foram divididos em 2 grupos, um com as redes com a altura do reservatório livre e outro com a altura do reservatório fixa. Os valores obtidos pelo modelo adaptado foram comparados com os dos exemplos presentes na literatura. E para as redes criadas pelo autor, estas foram previamente dimensionadas manualmente com auxílio de planilhas de cálculo e estes valores foram comparados com os obtidos com os dados do modelo desenvolvido.

4.2 Validação do modelo

Para validar o modelo desenvolvido foram escolhidas redes ramificadas para servirem de exemplo. Foram usadas redes encontradas na literatura consultada, estas foram apresentadas como exemplo para o ensino do dimensionamento na literatura e redes com um número um pouco maior de trechos e nós desenvolvidas pelo autor deste trabalho.

Para facilitar o uso do que foi desenvolvido neste trabalho o código do modelo criado neste e implementado em AMPL encontra-se no anexo [A](#), juntamente com um exemplo de arquivo de dados .dat para a rede T no anexo [B](#); e um arquivo de execução .run no anexo [C](#) são trazidos nos anexos citados, além de breves explicações sobre utilização, execução e instalação do AMPL no anexo [D](#).

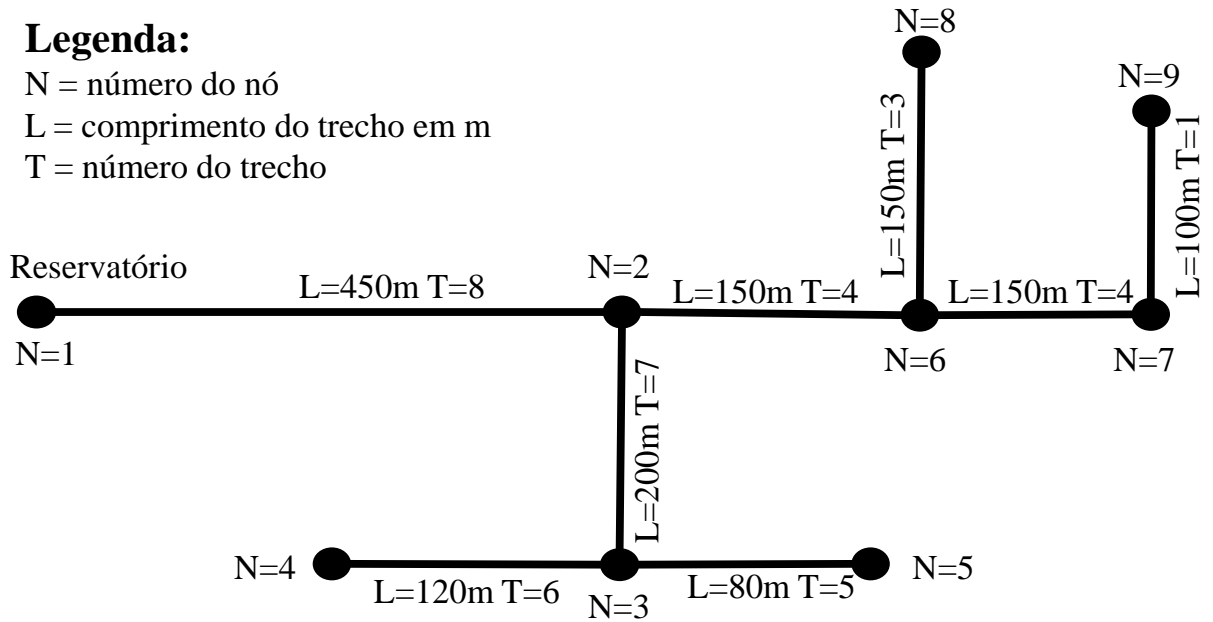
A validação do modelo foi dividida em duas partes, primeiro com as redes de teste sem se ter a altura do reservatório fixa, e um segundo conjunto de testes com a altura do reservatório fixa. No caso dos testes com a altura do reservatório fixa essa foi fixada com os valores obtidos no primeiro conjunto de testes, valores estes da altura do reservatório que fazem com que o nó mais desfavorável da rede tenha a pressão mínima de projeto da rede.

Para estas redes foi criada uma nomenclatura adotada neste trabalho. As redes utilizadas para os testes com a altura do reservatório livre foram: a rede T, ver [figura 10](#), proveniente de [Tsutiya \(2006, p. 404\)](#), a rede P17 ver [figura 11](#) e a rede P35 ver [figura 12](#), ambas criadas pelo autor. As redes utilizadas para os testes com a altura do reservatório fixa foram: a rede B, proveniente de [Baptista et al. \(2003, p. 122\)](#), ver [figura 13](#), a rede P17 e a rede P35.

4.2.1 Exemplos com a altura do reservatório livre

O primeiro exemplo é o da rede T, esta rede é apresentada na [figura 10](#). A [figura 10](#) foi adaptada, pois [Tsutiya \(2006, p. 404\)](#) não numerou os nós desta, e para o modelo adaptado neste trabalho, foi necessário que se enumerasse os nós.

Figura 10 – Rede T.



Fonte: Adaptado de Tsutiya (2006, p. 404).

Para a escolha dos diâmetros foi utilizada a [tabela 4](#), a mesma usada pelo autor. Portanto o diâmetro mínimo e o máximo escolhidos foram o menor e o maior diâmetro da [tabela 4](#), respectivamente. Os demais parâmetros foram: $C = 130$, $\omega = 10.65$, $a = 1.85$, $b = 4.87$, $q = 0.0000154 \text{ m}^3/\text{s}$, a pressão mínima é igual a 10mca, e a pressão máxima igual a 50mca. Como resultado obteve-se a [tabela 3](#), que compara valores de Tsutiya (2006, p. 402) com os valores obtidos com o modelo adaptado.

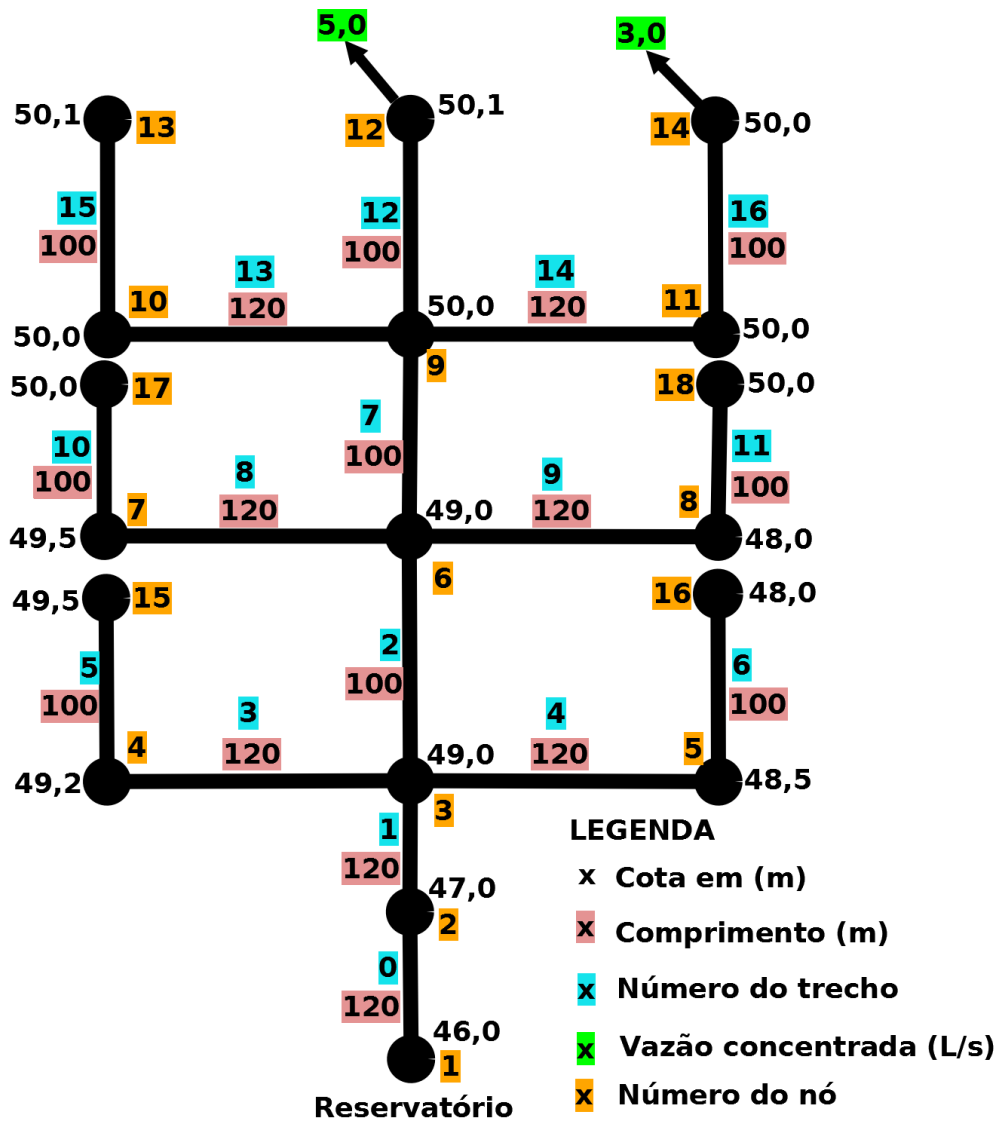
Com o intuito de testar redes maiores, foram criadas as redes da [figura 11](#) e da [figura 12](#).

Tabela 3 – Comparação do resultado do dimensionamento do modelo para a rede T.

Trecho	T	M	dif	T	M	dif	T	M	dif	T	M	dif	T	M	dif	T	M	dif
	QM	QM	QM	QT	QT	QT	QJ	QJ	QJ	QF	QF	QF	D	D	D	J	J	J
	(m3/s)	(m3/s)	(m3/s)	(m3/s)	(m3/s)	(m3/s)	(m3/s)	(m3/s)	(m3/s)	(m3/s)	(m3/s)	(m3/s)	(m)	(m)	(m)	(m/m)	(m/m)	(m/m)
1	0,0015	0,0015	0,0000	0,0015	0,0015	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0008	0,0008	0,0000	0,050	0,050	0,000	0,00460	0,00493	-0,000327
2	0,0031	0,0031	0,0000	0,0015	0,0015	0,0000	0,0015	0,0015	0,0000	0,0023	0,0023	0,0000	0,100	0,100	0,000	0,00130	0,00129	0,000014
3	0,0023	0,0023	0,0000	0,0023	0,0023	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0012	0,0012	0,0000	0,075	0,075	0,000	0,00150	0,00145	0,000052
4	0,0077	0,0077	0,0000	0,0023	0,0023	0,0000	0,0054	0,0054	0,0000	0,0066	0,0065	0,0000	0,150	0,150	0,000	0,00120	0,00123	-0,000026
5	0,0012	0,0012	0,0000	0,0012	0,0012	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0006	0,0006	0,0000	0,050	0,050	0,000	0,00310	0,00326	-0,000161
6	0,0019	0,0018	0,0000	0,0019	0,0018	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0009	0,0009	0,0000	0,050	0,050	0,000	0,00660	0,00690	-0,000303
7	0,0062	0,0062	0,0000	0,0031	0,0031	0,0000	0,0031	0,0031	0,0000	0,0046	0,0046	0,0000	0,100	0,100	0,000	0,00460	0,00464	-0,000036
8	0,0208	0,0208	0,0000	0,0069	0,0069	0,0000	0,0139	0,0139	0,0000	0,0173	0,0173	0,0000	0,200	0,200	0,000	0,00180	0,00183	-0,000028

Trecho	T	M	dif	T	M	dif	T	M	dif	T	M	dif	T	M	dif	T	M	dif
	hf	hf	hf	v	v	v	CPM	CPM	CPM	CPJ	CPJ	CPJ	PDM	PDM	PDM	PDJ	PDJ	PDJ
	(m)	(m)	(m)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)
1	0,4600	0,4927	-0,0327	0,390	0,392	-0,002	91,46	91,49	-0,03	91,00	91,00	0,00	21,46	21,49	-0,03	10,00	10,00	0,00
2	0,1300	0,1286	0,0014	0,290	0,294	-0,004	91,59	91,62	-0,03	91,46	91,49	-0,03	19,59	19,62	-0,03	21,46	21,49	-0,03
3	0,2300	0,2172	0,0128	0,260	0,261	-0,001	91,59	91,62	-0,03	91,36	91,40	-0,04	19,59	19,62	-0,03	15,36	15,40	-0,04
4	0,1800	0,1839	-0,0039	0,370	0,370	0,000	91,77	91,81	-0,04	91,59	91,62	-0,03	13,57	13,61	-0,04	19,59	19,62	-0,03
5	0,2500	0,2608	-0,0108	0,320	0,314	0,006	90,85	90,88	-0,03	90,60	90,62	-0,02	16,85	16,88	-0,03	18,10	18,12	-0,02
6	0,7900	0,8284	-0,0384	0,470	0,471	-0,001	90,85	90,88	-0,03	90,06	90,05	0,01	16,85	16,88	-0,03	29,86	29,85	0,01
7	0,9200	0,9272	-0,0072	0,590	0,588	0,002	91,77	91,81	-0,04	90,85	90,88	-0,03	13,57	13,61	-0,04	16,85	16,88	-0,03
8	0,8100	0,8228	-0,0128	0,550	0,552	-0,001	92,58	92,63	-0,05	91,77	91,81	-0,04	7,58	7,63	-0,05	13,57	13,61	-0,04

Figura 11 – Rede P17.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 12 – Rede P35.

LEGENDA

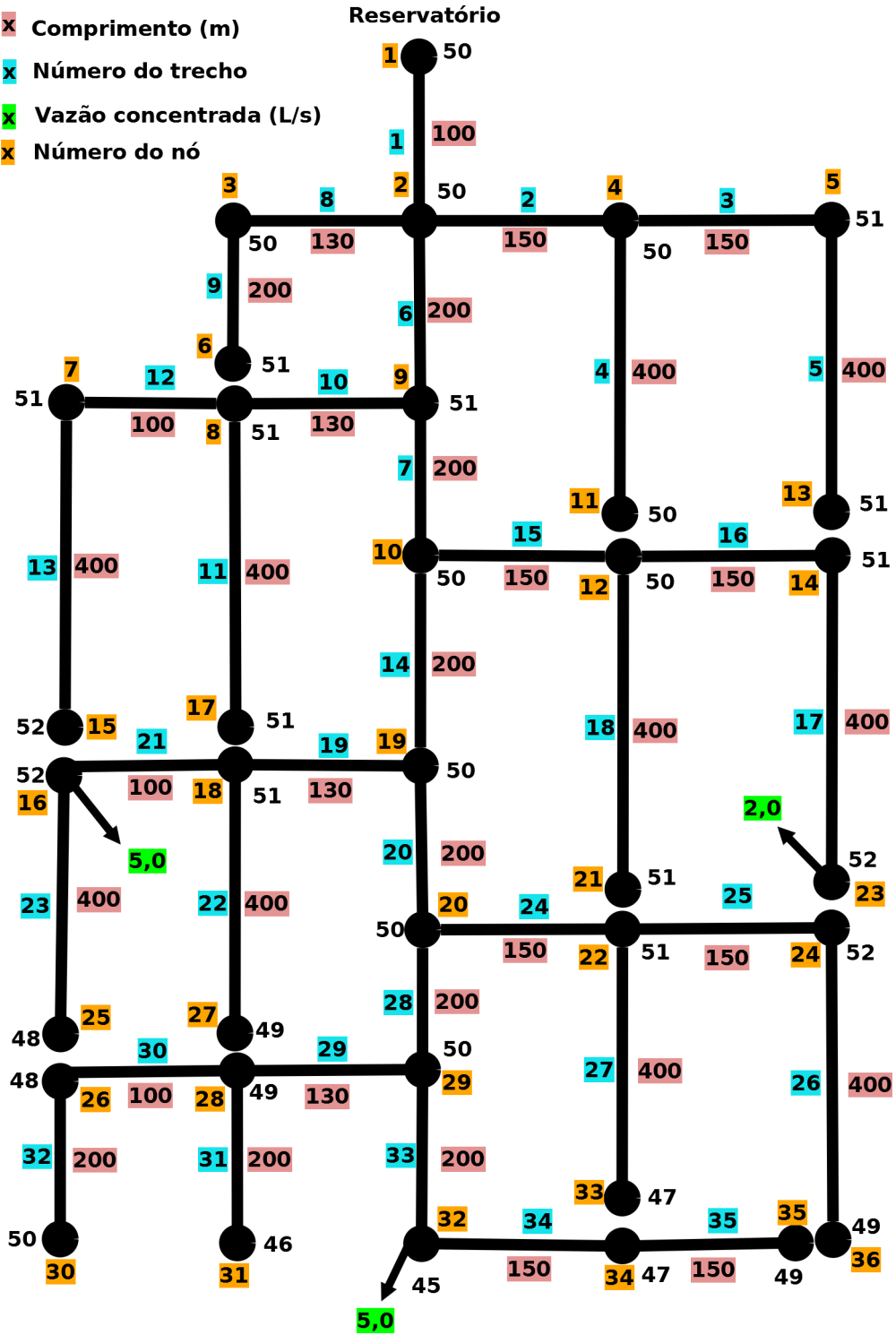
x Cota em (m)

x Comprimento (m)

x Número do trecho

x Vazão concentrada (L/s)

x Número do nó



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 4 – Velocidades e vazões máximas para rede T.

D (m)	V _{máx} (m/s)	Q _{máx} (m ³ /s)
0,05	0,5	0,0010
0,08	0,5	0,0022
0,10	0,6	0,0047
0,15	0,8	0,0141
0,20	0,9	0,0283
0,25	1,1	0,0539
0,30	1,2	0,0848
0,35	1,3	0,1250
0,40	1,4	0,1760
0,45	1,5	0,2380
0,50	1,6	0,3140
0,55	1,7	0,4030

Fonte: Tsutiya (2006, p. 402).

Tabela 5 – Velocidades e vazões máximas para redes P17 e P35.

D (m)	V _{máx} (m/s)	Q _{máx} (m ³ /s)
0,050	0,60	0,00117
0,075	0,65	0,00285
0,100	0,69	0,00545
0,125	0,74	0,00911
0,150	0,79	0,01398
0,175	0,84	0,02020
0,200	0,89	0,02790
0,225	0,94	0,03725
0,250	0,99	0,04836
0,275	1,03	0,06140
0,300	1,08	0,07650
0,325	1,13	0,09381
0,350	1,18	0,11347
0,375	1,23	0,13561
0,400	1,29	0,16040

Fonte: Notas de aula do professor André Luis Calado Araújo da disciplina sistemas urbanos de águas e esgotos ministrada no Instituto Federal do Rio Grande do Norte campus Natal central no ano de 2013.

Para ambas as redes P17 e P35 foi utilizada a [tabela 5](#) para a escolha dos diâmetros. Consequentemente o diâmetro mínimo e o máximo escolhidos foram o menor e o maior diâmetro da [tabela 5](#), respectivamente. As pressões mínimas e máxima para ambas as redes P17 e P37, foram 15mca e 50mca, respectivamente. Os demais parâmetros foram: $C = 140$, $\omega = 10.65$, $a = 1.852$, $b = 4.87$. Com a diferença em que na rede P17 foi usado $q = 0.000045 \text{ m}^3/\text{s}$, e na rede P35 $q = 0.00001 \text{ m}^3/\text{s}$.

Tabela 6 – Resultado do dimensionamento do modelo para a rede P17.

Trecho	L (m)	CTM (m)	CTJ (m)	QCC (m ³ /s)	QM (m ³ /s)	QT (m ³ /s)	QJ (m ³ /s)	QF (m ³ /s)	D (m)	J (m/m)	ht (m)	v (m/s)	CPM (m)	CPJ (m)	PDM (m)	PDJ (m)
0	120	46,0	47,0	0,0000	0,0917	0,0054	0,0863	0,0890	0,325	0,003063	0,3676	1,11	67,23	66,86	21,23	19,86
1	120	47,0	49,0	0,0000	0,0863	0,0054	0,0809	0,0836	0,325	0,002728	0,3273	1,04	66,86	66,53	19,86	17,53
2	100	49,0	49,0	0,0000	0,0611	0,0045	0,0566	0,0589	0,275	0,003212	0,3212	1,03	66,53	66,21	17,53	17,21
3	120	49,0	49,2	0,0000	0,0099	0,0054	0,0045	0,0072	0,125	0,003052	0,3662	0,81	66,53	66,16	17,53	16,96
4	120	49,0	48,5	0,0000	0,0099	0,0054	0,0045	0,0072	0,125	0,003052	0,3662	0,81	66,53	66,16	17,53	17,66
5	100	49,2	49,5	0,0000	0,0045	0,0045	0,0000	0,0023	0,075	0,004260	0,4260	1,02	66,16	65,74	16,96	16,24
6	100	48,5	48,0	0,0000	0,0045	0,0045	0,0000	0,0023	0,075	0,004260	0,4260	1,02	66,16	65,74	17,66	17,74
7	100	49,0	50,0	0,0000	0,0368	0,0045	0,0323	0,0346	0,225	0,003183	0,3183	0,93	66,21	65,89	17,21	15,89
8	120	49,0	49,5	0,0000	0,0099	0,0054	0,0045	0,0072	0,125	0,003052	0,3662	0,81	66,21	65,84	17,21	16,34
9	120	49,0	48,0	0,0000	0,0099	0,0054	0,0045	0,0072	0,125	0,003052	0,3662	0,81	66,21	65,84	17,21	17,84
10	100	49,5	50,0	0,0000	0,0045	0,0045	0,0000	0,0023	0,075	0,004260	0,4260	1,02	65,84	65,42	16,34	15,42
11	100	48,0	50,0	0,0000	0,0045	0,0045	0,0000	0,0023	0,075	0,004260	0,4260	1,02	65,84	65,42	17,84	15,42
12	100	50,0	50,1	0,0050	0,0095	0,0045	0,0050	0,0073	0,125	0,003091	0,3091	0,77	65,89	65,58	15,89	15,48
13	120	50,0	50,0	0,0000	0,0129	0,0054	0,0075	0,0102	0,150	0,002394	0,2873	0,73	65,89	65,60	15,89	15,60
14	120	50,0	50,0	0,0000	0,0099	0,0054	0,0045	0,0072	0,125	0,003052	0,3662	0,81	65,89	65,53	15,89	15,53
15	100	50,0	50,1	0,0030	0,0075	0,0045	0,0030	0,0053	0,100	0,005041	0,5041	0,95	65,60	65,10	15,60	15,00
16	100	50,0	50,0	0,0000	0,0045	0,0045	0,0000	0,0023	0,075	0,004260	0,4260	1,02	65,53	65,10	15,53	15,10

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2.2 Exemplos com a altura do reservatório fixa

Para a realização dos testes com a altura do reservatório fixa foram usadas as redes T, P17, P35 e a rede B, que é um exemplo encontrado em [Baptista et al. \(2003, p. 122\)](#), que considera a altura do reservatório como fixa.

O modelo foi adequado de forma que a [equação 3.6](#) e a [equação 3.7](#) foram desativadas² do modelo, e a [equação 3.20](#) ativada no neste.

A motivação para isso é que, em geral, não existe garantia de que o ponto mais desfavorável da rede possua exatamente a menor pressão mínima de projeto, mas sim algum valor entre o mínimo e o máximo do projeto. Isto pode ocorrer mesmo no caso em que se tenha feito o dimensionamento da rede com a altura livre, e seja determinada a altura do reservatório que deixa o ponto de mais desfavorável da rede com a mínima pressão do projeto. Após a determinação desta altura esta passa a ser fixa no modelo por meio da [equação 3.20](#) e realiza-se o dimensionamento. O resultado obtido da pressão para o nó mais desfavorável da rede, por conta de erros de operações aritméticas em ponto flutuante, em geral, não será exatamente igual ao valor de mínima pressão de projeto.

Foram realizados testes considerando as três equações [3.6](#), [3.7](#) e [3.20](#) simultaneamente. Os testes realizados com o solver BARON forneciam como resposta que o problema não possuía solução. O motivo disto é porque o solver buscava uma solução com a pressão exatamente igual à pressão mínima de projeto, e devido a erros numéricos a solução não fornecia exatamente a pressão mínima no nó mais desfavorável da rede.

² Usou-se o arquivo .run para que fosse feito o *drop* das restrições referentes a [equação 3.6](#) e a [equação 3.7](#).

Tabela 7 – Resultado do dimensionamento do modelo para a rede P35.

Trecho	L (m)	CTM (m)	CTJ (m)	QCC (m ³ /s)	QM (m ³ /s)	QT (m ³ /s)	QJ (m ³ /s)	QF (m ³ /s)	D (m)	J (m/m)	hf (m)	v (m/s)	CPM (m)	CPJ (m)	PDM (m)	PDJ (m)
1	100	50,0	50,0	0,000	0,0912	0,0010	0,0902	0,0907	0,325	0,003157	0,3157	1,10	70,61	70,29	20,61	20,29
2	150	50,0	50,0	0,000	0,0110	0,0015	0,0095	0,0102	0,150	0,002404	0,3607	0,62	70,29	69,93	20,29	19,93
3	150	50,0	51,0	0,000	0,0055	0,0015	0,0040	0,0047	0,100	0,004168	0,6252	0,70	69,93	69,31	19,93	18,31
4	400	50,0	50,0	0,000	0,0040	0,0040	0,0000	0,0020	0,075	0,003409	1,3638	0,91	69,93	68,57	19,93	18,57
5	400	51,0	51,0	0,000	0,0040	0,0040	0,0000	0,0020	0,075	0,003409	1,3638	0,91	69,31	67,94	18,31	16,94
6	200	50,0	51,0	0,000	0,0759	0,0020	0,0739	0,0749	0,300	0,003271	0,6542	1,07	70,29	69,64	20,29	18,64
7	200	51,0	50,0	0,000	0,0636	0,0020	0,0616	0,0626	0,300	0,002346	0,4693	0,90	69,64	69,17	18,64	19,17
8	130	50,0	50,0	0,000	0,0033	0,0013	0,0020	0,0027	0,075	0,005741	0,7464	0,75	70,29	69,55	20,29	19,55
9	200	50,0	51,0	0,000	0,0020	0,0020	0,0000	0,0010	0,050	0,006804	1,3607	1,02	69,55	68,19	19,55	17,19
10	130	51,0	51,0	0,000	0,0103	0,0013	0,0090	0,0097	0,150	0,002150	0,2795	0,58	69,64	69,36	18,64	18,36
11	400	51,0	51,0	0,000	0,0040	0,0040	0,0000	0,0020	0,075	0,003409	1,3638	0,91	69,36	68,00	18,36	17,00
12	100	51,0	51,0	0,000	0,0050	0,0010	0,0040	0,0045	0,100	0,003771	0,3771	0,64	69,36	68,98	18,36	17,98
13	400	51,0	52,0	0,000	0,0040	0,0040	0,0000	0,0020	0,075	0,003409	1,3638	0,91	68,98	67,62	17,98	15,62
14	200	50,0	50,0	0,000	0,0486	0,0020	0,0466	0,0476	0,250	0,003433	0,6866	0,99	69,17	68,48	19,17	18,48
15	150	50,0	50,0	0,000	0,0130	0,0015	0,0115	0,0123	0,150	0,003345	0,5017	0,74	69,17	68,67	19,17	18,67
16	150	50,0	51,0	0,000	0,0075	0,0015	0,0060	0,0067	0,125	0,002695	0,4043	0,61	68,67	68,26	18,67	17,26
17	400	51,0	52,0	0,002	0,0060	0,0040	0,0020	0,0040	0,100	0,003032	1,2128	0,76	68,26	67,05	17,26	15,05
18	400	50,0	51,0	0,000	0,0040	0,0040	0,0000	0,0020	0,075	0,003409	1,3638	0,91	68,67	67,30	18,67	16,30
19	130	50,0	51,0	0,000	0,0153	0,0013	0,0140	0,0146	0,175	0,002199	0,2859	0,64	68,48	68,20	18,48	17,20
20	200	50,0	50,0	0,000	0,0313	0,0020	0,0293	0,0303	0,225	0,002484	0,4969	0,79	68,48	67,99	18,48	17,99
21	100	51,0	52,0	0,005	0,0100	0,0010	0,0090	0,0095	0,150	0,002089	0,2089	0,57	68,20	67,99	17,20	15,99
22	400	51,0	49,0	0,000	0,0040	0,0040	0,0000	0,0020	0,075	0,003409	1,3638	0,91	68,20	66,83	17,20	17,83
23	400	52,0	48,0	0,000	0,0040	0,0040	0,0000	0,0020	0,075	0,003409	1,3638	0,91	67,99	66,62	15,99	18,62
24	150	50,0	51,0	0,000	0,0110	0,0015	0,0095	0,0102	0,150	0,002404	0,3607	0,62	67,99	67,63	17,99	16,63
25	150	51,0	52,0	0,000	0,0055	0,0015	0,0040	0,0047	0,100	0,004168	0,6252	0,70	67,63	67,00	16,63	15,00
26	400	52,0	49,0	0,000	0,0040	0,0040	0,0000	0,0020	0,075	0,003409	1,3638	0,91	67,00	65,64	15,00	16,64
27	400	51,0	47,0	0,000	0,0040	0,0040	0,0000	0,0020	0,075	0,003409	1,3638	0,91	67,63	66,26	16,63	19,26
28	200	50,0	50,0	0,000	0,0183	0,0020	0,0163	0,0173	0,175	0,002992	0,5984	0,76	67,99	67,39	17,99	17,39
29	130	50,0	49,0	0,000	0,0063	0,0013	0,0050	0,0057	0,125	0,001939	0,2521	0,51	67,39	67,14	17,39	18,14
30	100	49,0	48,0	0,000	0,0030	0,0010	0,0020	0,0025	0,075	0,005154	0,5154	0,68	67,14	66,62	18,14	18,62
31	200	49,0	46,0	0,000	0,0020	0,0020	0,0000	0,0010	0,050	0,006804	1,3607	1,02	67,14	65,77	18,14	19,77
32	200	48,0	47,0	0,000	0,0020	0,0020	0,0000	0,0010	0,050	0,006804	1,3607	1,02	66,62	65,26	18,62	18,26
33	200	50,0	45,0	0,005	0,0100	0,0020	0,0080	0,0090	0,125	0,004592	0,9185	0,81	67,39	66,47	17,39	21,47
34	150	45,0	47,0	0,000	0,0030	0,0015	0,0015	0,0023	0,075	0,004240	0,6361	0,68	66,47	65,83	21,47	18,83
35	150	47,0	49,0	0,000	0,0015	0,0015	0,0000	0,0008	0,050	0,003993	0,5990	0,76	65,83	65,23	18,83	16,23

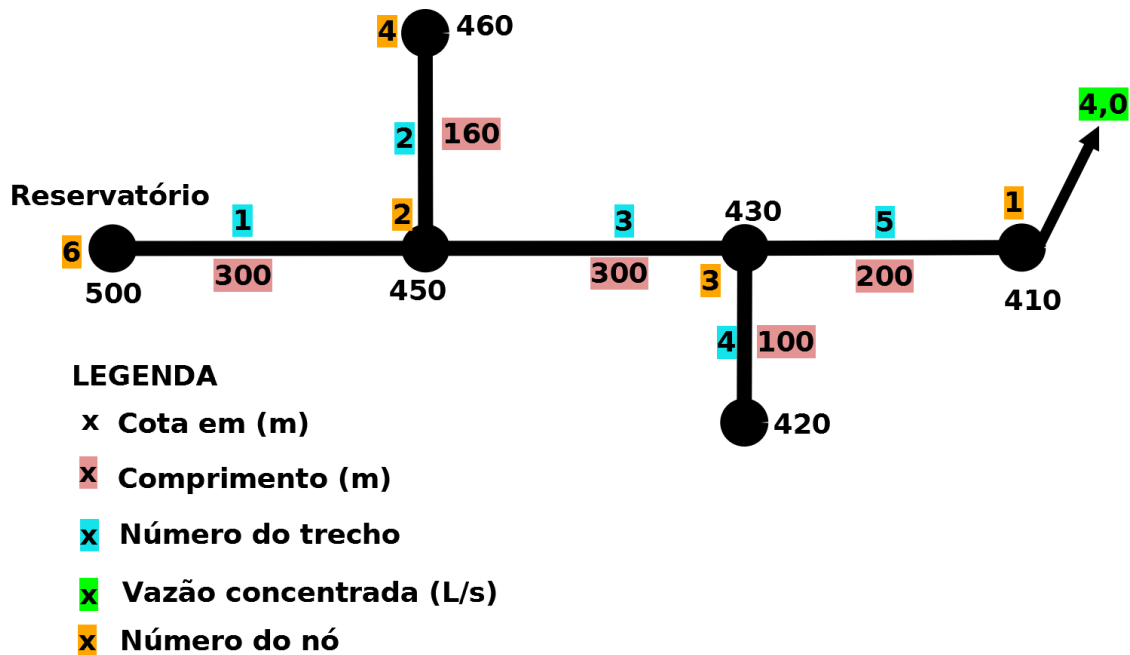
Fonte: Elaborado pelo autor.

Após a desativação das restrições do modelo que a [equação 3.6](#) e a [equação 3.7](#) que forçam a pressão mínima, verificou-se que a pressão no nó mais desfavorável da rede era sempre muito próxima da mínima, tendo diferenças em geral de cerca de 0.01m, e sempre menores do que 0.05m. Isto pode ser considerado aceitável do ponto de vista da engenharia. O que indica soluções coerentes encontradas pelo solver.

O primeiro exemplo que possui a altura do reservatório h_s da [equação 3.20](#) fixa e igual a 500m é o apresentado por [Baptista et al. \(2003, p. 122\)](#), e adaptado na [figura 13](#). Esta figura foi adaptada, pois o autor da figura original não enumerou os trechos, este autor usou um sistema de nomeação dos trechos de forma que o trecho entre os nós i e j fosse nomeado como $i-j$.

Para a escolha dos diâmetros foi usada a mesma tabela adotada por [Baptista et al. \(2003\)](#)

Figura 13 – Rede B.



Fonte: Adaptado de Baptista et al. (2003, p. 122).

a tabela 8.

Tabela 8 – Velocidades e vazões máximas para rede B.

D (m)	V _{máx} (m/s)	Q _{máx} (m ³ /s)
0,050	2,50	0,0049
0,060	2,50	0,0071
0,075	2,50	0,0110
0,100	2,50	0,0196
0,110	2,50	0,0238
0,125	2,50	0,0307
0,150	2,50	0,0442

Fonte: Baptista et al. (2003, p. 107).

Portanto o diâmetro mínimo e o máximo escolhidos foram o menor e o maior diâmetro da tabela 8, respectivamente. As pressões mínimas e máxima, foram 10mca e 85mca, respectivamente, a pressão de 85mca foi escolhida porque o o maior valor que Baptista et al. (2003) permitiu que a rede tivesse foi de 82.42mca. Os demais parâmetros foram: $C = 100$, $\omega = 10.64$, $a = 1.85$, $b = 4.87$, $q = 0.0000025 \text{ m}^3/\text{s}$.

Como resultado do modelo obteve-se a tabela 9, que compara valores de Baptista et al. (2003, p. 122) com os valores obtidos com o modelo adaptado.

Para verificar o comportamento e desempenho do modelo, sendo passado a este a altura do reservatório como um parâmetro, ou seja, fixa, foram utilizados os resultados dos

Tabela 9 – Comparação do resultado do dimensionamento do modelo para a rede B.

Trecho	B	M	dif	B	M	dif	B	M	dif	B	M	dif	B	M	dif	B	M	dif
	QM (m3/s)	QM (m3/s)	QM (m3/s)	QT (m3/s)	QT (m3/s)	QT (m3/s)	QJ (m3/s)	QJ (m3/s)	QJ (m3/s)	QF (m3/s)	QF (m3/s)	QF (m3/s)	D (m)	D (m)	D (m)	J (m/m)	J (m/m)	J (m/m)
1	0,0059	0,0059	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0059	0,0059	0,0000	0,0059	0,0059	0,0000	0,100	0,075	0,025	0,000000	0,004927	0,000000
2	0,0004	0,0004	0,0000	0,0004	0,0004	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0002	0,0000	0,050	0,050	0,000	0,000000	0,001286	0,000000
3	0,0055	0,0055	0,0000	0,0008	0,0008	0,0000	0,0048	0,0048	0,0000	0,0051	0,0051	0,0000	0,100	0,060	0,040	0,000000	0,001448	0,000000
4	0,0003	0,0003	0,0000	0,0003	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,050	0,050	0,000	0,000000	0,001226	0,000000
5	0,0045	0,0045	0,0000	0,0005	0,0005	0,0000	0,0040	0,0040	0,0000	0,0043	0,0043	0,0000	0,100	0,060	0,040	0,000000	0,003261	0,000000

Trecho	B	M	dif	B	M	dif	B	M	dif	B	M	dif	B	M	dif	B	M	dif
	hf (m)	hf (m)	hf (m)	v (m/s)	v (m/s)	v (m/s)	CPM (m)	CPM (m)	CPM (m)	CPJ (m)	CPJ (m)	CPJ (m)	PDM (m)	PDM (m)	PDM (m)	PDJ (m)	PDJ (m)	PDJ (m)
1	3,5500	14,4076	-10,8576	0,750	1,336	-0,586	500,00	500,00	0,00	496,45	485,59	10,86	0,00	0,00	0,00	46,45	35,59	10,86
2	0,1100	0,1057	0,0043	0,200	0,204	-0,004	496,45	485,59	10,86	496,34	485,49	10,85	46,45	35,59	10,86	36,34	25,49	10,85
3	2,7400	32,9155	-30,1755	0,700	1,945	-1,245	496,45	485,59	10,86	493,71	452,68	41,03	46,45	35,59	10,86	63,71	22,68	41,03
4	0,0300	0,0277	0,0023	0,130	0,127	0,003	493,71	452,68	41,03	493,68	452,65	41,03	63,71	22,68	41,03	73,68	32,65	41,03
5	1,2900	15,5201	-14,2301	0,570	1,592	-1,022	493,71	452,68	41,03	492,42	437,16	55,26	63,71	22,68	41,03	82,42	27,16	55,26

Onde B significa a coluna dos valores calculados por Baptista, M os valores do modelo, e dif a diferença entre os valores B e M. Fonte: Elaborado pelo autor.

dimensionamentos das redes T, P17 e P35 na [subseção 4.2.1](#) apresentados nas tabelas [3](#), [6](#) e [7](#). Foram retirados da coluna da cota piezométrica a montante (CPM) do trecho de saída do reservatório, ou seja, a CPM do nó do reservatório, os valores de acordo com a solução³ obtida pelo modelo.

Estes valores foram: para a rede T o nó do reservatório é o nó 1, enquanto que o trecho da [tabela 3](#) que corresponde ao trecho do reservatório é o trecho 8, a CPM do modelo do trecho 8 é 92.63, então foi usado para o teste $h_s = 92.63\text{m}$; para a rede P17 o nó do reservatório é o nó 1, enquanto que o trecho da [tabela 6](#) que é o trecho do reservatório é o trecho 0, a CPM do trecho 0 é 67.32m, então foi usado para o teste $h_s = 67.32\text{m}$; e para a rede P35 o nó do reservatório é o nó 1, e o trecho da [tabela 7](#) o trecho do reservatório também é o trecho 1, a CPM do trecho 1 é 70.61m então foi usado para o teste $h_s = 70.61\text{m}$.

4.3 Discussão

Neste capítulo será feita a discussão dos resultados obtidos neste trabalho quanto à aplicação do modelo nas redes usadas como teste, explicando similaridades e diferenças dos valores obtidos com o modelo e os valores presentes na literatura. Discute-se ainda vantagens e desvantagens da utilização do modelo e as limitações deste e como este poderia vir a ser utilizado como ferramenta para o auxílio do ensino do dimensionamento de redes de distribuição de água.

4.3.1 Discussão dos resultados do modelo para o reservatório com altura livre

Para comparação dos resultados do modelo gerados para a rede T, rede apresentada por [Tsutiya \(2006, p. 404\)](#) e adaptada na [figura 10](#), foi organizada a [tabela 3](#), onde sempre a diferença entre as duas colunas anteriores é feita na coluna chamada de dif.

A comparação dos valores obtidos pelo modelo e os valores que [Tsutiya \(2006\)](#) apresenta mostra que para as colunas das vazões QM, QT, QJ e QF não existe diferença significativa entre os valores do modelo e os de [Tsutiya \(2006\)](#). Quanto a escolha dos diâmetros o modelo escolheu corretamente todos os diâmetros, também não havendo diferenças nos resultados do modelo e os apresentados por [Tsutiya \(2006\)](#).

Nas colunas J e hf houve uma pequena diferença nos valores obtidos pelo modelo e por [Tsutiya \(2006\)](#), esta diferença, se considerada as unidades dessas colunas, torna-se claro que foi devido a erros de operações aritméticas em ponto flutuante de ambos, tanto do modelo quanto de [Tsutiya \(2006\)](#), adicionado a isso o provável⁴ arredondamento utilizado pelo autor, nos casos dos valores do modelo não foi utilizado arredondamento, apenas truncamento.

³ Foi usada a solução do modelo, mas esta diferiu pouco da solução encontrada da literatura.

⁴ Não há menção a qual critério de arredondamento foi utilizado.

Estas diferenças de valores não inviabilizam a solução encontrada pelo modelo. Por exemplo, no caso do hf o maior erro foi de 3cm, do ponto de vista da engenharia isso é aceitável. Esta tolerância é presente em outros métodos como, por exemplo, o método de Hardy-Cross que, de acordo com Neto (1998, p. 499), é considerado como solução viável mesmo com erros de 0.05m, ou seja o erro dos valores do modelo são menores do que este valor. Por conta destas diferenças de valores as colunas CPM, CPJ, PDM e PDJ, que dependem diretamente destes valores, estas possuem pequenas diferenças nos seus valores. Exceção é o trecho que possui o nó mais desfavorável da rede, trecho 1, este possui exatamente a pressão mínima de projeto que foi 10mca, indicando que o modelo respeitou corretamente a restrição de o nó mais desfavorável possuir exatamente a pressão mínima de projeto.

Quanto aos exemplos criados pelo autor deste trabalho, as redes P17 e P35, os valores obtidos pelo uso do modelo apresentados na [tabela 6](#) para a rede P17 e na [tabela 7](#) para a rede P35, foram exatamente iguais aos calculados previamente, fazendo-se o uso de planilha computacionais previamente elaboradas. Acredita-se que a não divergência seja devido ao não arredondamento dos valores usados tanto na planilha usada como nos valores do modelo. Usou-se um número grande de casas decimais se fez-se o truncamento destes com bastante folga nos valores, de 6 a 8 casas decimais a depender da coluna da planilha. Por conta dessa não divergência de valores, e por serem produto de um trabalho prévio do mesmo autor deste trabalho ainda não publicado essas planilhas não foram incluídas neste no trabalho.

4.3.2 Discussão dos resultados do modelo para o reservatório com altura fixa

Na revisão de literatura foi encontrado apenas um exemplo de rede ramificada com a altura do reservatório fixa, esta foi a rede B apresentada por [Baptista et al. \(2003, p. 122\)](#).

Esta rede possui o reservatório fixado a altura de 500m, portanto foi utilizado $h_s = 500m$ no modelo. Os resultados do uso do modelo desenvolvido aplicado aos dados da rede B diferem dos apresentados por [Baptista et al. \(2003, p. 122\)](#).

A comparação dos valores obtidos pelo modelo e os valores que [Baptista et al. \(2003\)](#) apresenta mostra que, para as colunas das vazões QM, QT, QJ e QF, não existe diferença entre os valores do modelo e os de [Baptista et al. \(2003\)](#). Quanto a escolha dos diâmetros, a solução obtida com o solver mostrou diâmetros diferentes para o trechos 1, 3 e 5. Nos trechos 1, 3 e 5 [Baptista et al. \(2003\)](#) escolheu respectivamente 0.1m, 0.1m e 0.1m, enquanto que o modelo obteve 0.075m, 0.06m e 0.06m respectivamente. Consequentemente todas as colunas restantes da planilha em que os seus valores dependem dos diâmetros diferem dos valores fornecidos por [Baptista et al. \(2003\)](#), exceto pela CPM do trecho 1, trecho do reservatório, que foi fixado a 500m e não houve divergência do modelo e entre o que foi calculado. Note que a pressão disponível em todos os trechos respeita as faixas do projeto, ou seja, são maiores do que 10mca e menores

que 85mca.

Uma consideração importante é que se tratando de um projeto do mundo real, em que valores de projetos são fatores críticos para a escolha de uma opção de projeto, a solução apresentada pelo modelo é mais vantajosa em termos de custo da tubulação⁵ do que a apresentada por [Baptista et al. \(2003\)](#). Mesmo para uma pequena rede como esta, de apenas 5 trechos e 6 nós o cálculo manual desta mostrou-se menos eficaz do que o realizado pelo modelo.

Quanto as rede T, P17 e P35, para o dimensionamento destas foi considerado $h_s = 92.63\text{m}$, $h_s = 67.32\text{m}$ e $h_s = 70.61\text{m}$, respectivamente, para cada uma das redes. O modelo obteve resultados idênticos⁶ as respostas que foram obtidas quando foi realizado o dimensionamento com a altura do reservatório livre. Nas vazões não houve erros e os erros nas demais colunas não passaram de 0.05m de pressão nos nós. Este resultado é bastante satisfatório, especialmente em termos de tempo de execução do solver. Quanto ao tempo de execução para as redes T, P17 e P35, estes foram aproximadamente 0.5 seg, 4seg, e 20 seg.

Os valores calculados e os tempo obtidos indicam que é viável que se utilize o modelo desenvolvido para rede com um número de trechos e nós próximo ao da maior rede que possui 35 trechos e 36 nós. Entretanto, é necessário que sejam realizados mais testes e com instâncias diferentes, pois, talvez instâncias com o mesmo número de nós e trechos e também com apenas um reservatório com a altura fixa possam oferecer alguma dificuldade ao modelo.

4.3.3 Vantagens do modelo desenvolvido

As principais vantagens identificadas de se utilizar o modelo desenvolvido foram as que se seguem.

Uma grande facilidade do modelo desenvolvido foi a implementação deste, pois o uso da linguagem AMPL permite uma forma de tradução quase que imediata para a programação matemática, a sintaxe do AMPL.

Outra grande contribuição do modelo desenvolvido é trazer a forma de pensar o problema de dimensionar a rede de distribuição de água como um problema de otimização, caso este pouco presente na literatura brasileira. Ao invés de se proceder a executar uma sequência de passos iterativos que são descritos na literatura brasileira, por exemplo, para realizar o cálculo das vazões se percorre a rede das pontas até o reservatório, depois se percorre a rede mais uma vez para escolher o diâmetro usando os resultados das vazões, depois percorre-se mais uma vez a rede calculando as perdas de carga etc., realizando em cada uma dessas operações um passo de cada vez e sem que se possa alterar a ordem de boa parte dessas operações. Pode-se

⁵ [Baptista et al. \(2003\)](#) não fornece uma tabela de valores, portanto não é possível dizer qual seria essa diferença de valores, apenas de forma artificial. Por exemplo, considerando que o custo é igual para cada diâmetro diferente (isso não é verdade na prática) poderia-se comparar os diferentes valores obtidos pela função objetivo do problema.

⁶ Para as redes T, P17 e P35 a diferença foi mínima, portanto foi escolhido que essas tabelas não fossem apresentadas neste trabalho. Esta seriam idênticas as tabelas: [tabela 3](#), [tabela 6](#), [tabela 7](#).

com a modelagem empregada mostrar que é possível que, pensando em termos matemáticos e escrevendo de forma simultânea todas as equações do problema juntamente com o critério de minimização escolhido, é possível resolver o problema de dimensionar uma rede de distribuição de água sem que haja a necessidade de que se preceda a se calcular uma parte, e depois outra etc. Todas as restrições devem ser satisfeitas de forma simultânea.

Caso esse mesmo problema fosse implementado em outra linguagem de programação que não se pensasse em modelar a matemática do problema como um conjunto de equações simultâneas representando-o, seria certamente muito trabalhoso e extenso, com necessidade de percorrimento da estrutura da rede em ordem específica, calculando uma sequência de coisas em uma ordem específica. Isso sem dúvidas é muito trabalhoso e passível de erros.

Uma vantagem clara do uso de programação matemática para a modelagem do problema de dimensionar redes de distribuição de água é que pode-se pensar em termos matemáticos, pode-se escrever e implementar e testar equações, onde definido o conjunto correto de indexação das equações, basta que se escreva uma equação que condiciona o cálculo do que se deseja fazer e se obterá um modelo que respeita as condições matemáticas.

A possibilidade de resolução de forma exata⁷ do problema de dimensionar uma rede de distribuição de água com a altura do reservatório fixa de forma simples e elegante, com pouquíssimas linhas de código. Caso este problema fosse implementado sem que se utilizasse programação matemática o esforço em escrever o código do modelo seria incomparavelmente maior ao de se usar este paradigma.

E, para o caso de redes com a altura do reservatório fixa, como a rede B, mostrou-se que é possível que se obtenha uma solução com o custo melhor do que a que um ser humano obterá se realizasse o dimensionamento de forma manual. Tentar resolver um problema NP-difícil de forma manual é, certamente improvável que se obtenha a solução ótima, e provavelmente até mesmo uma solução perto de um ótimo local⁸. Certamente o modelo mostra sua aplicação neste tipo de problema, desde que a rede não seja “enorme” (com um número suficientemente grande para que o tempo de execução do solver seja um fator limitante em sua utilização).

4.3.4 Desvantagens e limitações do modelo desenvolvido

As principais desvantagens do modelo estão divididas em três partes, uma para o caso do modelo com a altura do reservatório livre, outra para modelo com a altura do reservatório fixa e a entrada de dados no *software* pois esta não possui uma interface gráfica.

Para o caso da altura do reservatório livre certamente para algum tamanho de rede o modelo desenvolvido encontrará limitações de tempo de execução, pois com o aumento do

⁷ Apenas para pequenas redes pois sabidamente a modelagem de um problema como um MINLP em muitos casos é intratável computacionalmente (LEE; LEYFFER, 2012, p. xii) e este problema é um problema NP-difícil Yates, Templeman e Boffey (1984).

⁸ Ver a [figura 3](#) para uma explicação do que é um ótimo local.

número de nós e de trechos da rede o número de variáveis e equações aumenta, tornando o problema mais custoso computacionalmente. Além disso, um problema formulado como um MINLP é em geral incomputável, independente de conjecturas como $P \neq NP$, (LEE; LEYFFER, 2012, p. xii).

Provavelmente este tempo, ainda para redes reais será proibitivo para o uso do modelo desenvolvido. Certamente um algoritmo iterativo exato que possua tempo polinomial e que se baseie no passo a passo ensinado tradicionalmente na literatura terá melhor desempenho para redes “enormes” do que um modelo de programação matemática e que modela o problema como um MINLP.

E para o caso da altura do reservatório ser fixa, como este problema se torna NP-difícil, conforme provado por Yates, Templeman e Boffey (1984), e juntamente com o este ter sido modelado como um MINLP certamente para grandes⁹ redes este não conseguirá resolver em tempo aceitável o problema de dimensionar uma rede de distribuição de água. Neste caso, deve-se utilizar metaheurísticas para a resolução do problema em questão.

A principal limitação do modelo desenvolvido, da perspectiva do usuário, é a entrada de dados no modelo. Por conta de não existir uma camada intermediária que facilite a entrada de dados no modelo, o usuário que deseje usar o que foi desenvolvido neste trabalho terá que manualmente construir o arquivo .dat.

Para facilitar a utilização deste é sugerido que seja desenvolvida uma interface gráfica que possibilite a entrada de dados pelo usuário de forma simples e que facilite visualização da rede e dos dados, de forma que o usuário possa interagir com a rede e testar configurações diferentes simplesmente com poucos cliques e a inserção direta do número do nó, número do trecho, cota do nó, e vazão concentrada, se assim houver.

4.3.5 O modelo proposto como ferramenta de apoio didático

O modelo proposto pode vir a ser uma ferramenta útil para a realização de correções de exercícios passados para os alunos. Ou seja, o modelo pode servir não apenas para a utilização por alunos, mas também para o auxílio de professores em suas atividades de ensino.

O modelo pode ser uma primeira ferramenta computacional, uma forma de introdução e familiarização do uso dessas, em uma disciplina em que se ensine o dimensionamento das redes de distribuição de água. Este pode ser utilizado pois se mostrou bastante eficiente do ponto de vista de requerimento de recursos computacionais, podendo ser utilizado com um computador de uso pessoal.

Uma das virtudes do modelo é a forma simples com que uma equação pode ser inserida neste. Essa inserção não precisa vir acompanhada de como, em que ordem se deve realizar os

⁹ Carece de testes para se determinar o quão grandes estas precisam ser para que se torne inviável a utilização do modelo proposto neste trabalho.

cálculos, isso é uma exigência para a solução das equações de forma manual, pois com o uso de um solver é necessário apenas que as novas restrições sejam adicionadas ao modelo. Certamente ensinar essa forma de se pensar o problema de dimensionar uma rede de distribuição de água agregará na formação dos futuros profissionais que venham a trabalhar com este tipo de projeto.

Essa metodologia, certamente é menos passível de erros do que se realizar o dimensionamento usando apenas calculadoras ou até mesmo planilhas eletrônicas. Entretanto caso o que foi desenvolvido neste trabalho for ser utilizado em sala de aula, a abordagem tradicional deve sim ser mostrada e ensinada, passando por todo o passo a passo comumente ensinado na literatura. Após ser ensinado o procedimento clássico, o modelo que foi desenvolvido neste trabalho poderia ser apresentado como um complemento ao ensino da parte clássica, possibilitando assim que os alunos tenham contato com esse conhecimento computacional e de otimização que, em geral, não é ensinado quando se ministra o dimensionamento de redes de distribuição de água.

5 Considerações finais

Este trabalho abordou sucintamente em sua introdução a história da utilização da água pela humanidade. Os registros dos primeiros achados de materiais cerâmicos que indicam que seres humanos reservavam água para consumo datam de cerca de 9000 a.C. Saltando vários acontecimentos, brevemente discutidos na introdução, chega-se ao ponto temporal em que se tem conhecimento que a cerca de 4 mil anos foi construído o primeiro sistema de distribuição de água, na Índia. Adiantando-se mais na linha temporal dos sistemas de abastecimento de água, chega-se a por volta de 300 d.C, tempo este em que existia em Roma um complexo sistema de banhos, que usava milhões de litros de água por dia. Tão logo é trazida a importância do sistema de abastecimento de água e o saneamento.

A água é um importante meio de veiculação de doenças, como foi descoberto por John Snow, caso os devidos cuidados com saneamento não sejam tomados. Também por conta disso ao longo da história foram sendo desenvolvidas regulamentações e legislações para buscar o saneamento, buscar melhores condições sanitárias. Estas, claramente, também incluem um sistema de abastecimento de água de qualidade.

Infelizmente a situação do país é bastante atrasada em termos de saneamento básico. Este trabalho reuniu em sua introdução alguns dados preocupantes sobre a situação do saneamento básico no Brasil. Por exemplo em um ranking com 200 países participantes, o Brasil está na colocação de número 112 e estima-se que 35 milhões de habitantes não têm acesso ao abastecimento de água, ([Instituto Trata Brasil, 2014](#)). Para suprir esta lacuna os gastos são calculados em serem da ordem de bilhões de reais.

Dentro desta situação da atual conjuntura do saneamento básico do Brasil, levantou-se a questão que, em boa parte, motivou o desenvolvimento deste trabalho. Esta foi: de onde virá e de que forma será formada a mão de obra necessária para suprir essa demanda de obras de saneamento básico, especificamente os profissionais capacitados para atuar em obras de dimensionamento de redes de distribuição de água.

Para embasar o trabalho foi feita uma revisão sobre o ensino e ensino em engenharia com o uso de ferramentas tecnológicas para a sua melhoria. Como conclusão obteve-se que a situação do ensino na engenharia é precária e que este pode ser melhorado com o uso de *softwares* e ferramentas de simulação computacional.

Desta forma o trabalho buscou desenvolver um modelo de programação matemática que pudesse vir a auxiliar o ensino do dimensionamento de redes de distribuição de água, usando critérios de otimização. Para a realização deste foram realizadas: uma revisão que abordou a otimização e seus principais pontos; uma revisão sobre como a literatura brasileira procede para dimensionar redes de distribuição de água e; uma revisão sobre como autores modelam de forma

clássica o problema, fazendo uso de programação matemática.

Como resultados deste trabalho obteve-se: um modelo de programação matemática formulado como um MINLP não convexo e com equações de restrição que atende as exigências de projeto brasileiras de dimensionamento de uma rede de distribuição de água, tanto com a altura do reservatório livre como para esta sendo fixa (caso esse que é um problema pertencente a classe NP-difícil, (YATES; TEMPLEMAN; BOFFEY, 1984)). O modelo criado foi testado, gerando assim resultados deste, este foi aplicado em duas redes da literatura que serviram como exemplo para o ensino do dimensionamento destas e em duas redes maiores do que as comumente apresentadas na literatura, todas redes do tipo ramificadas. As redes criadas possuem 17 trechos, 18 nós e um reservatório e a outra 35 trechos, 36 nós e também um reservatório.

Para a realização dos testes o problema foi implementado usando a linguagem de programação matemática AMPL e para a resolução do modelo implementado nesta foi utilizado o solver BARON. Como resultados dos testes, obteve-se que o modelo desenvolvido é capaz de resolver corretamente e em tempo viável todas as redes testadas. Houveram pequenas divergências de valores, mas estas foram atribuídas a erros de precisão das operações em ponto flutuante e critérios de arredondamento não especificados pelos dados presentes nos livros consultados. Quanto as soluções para as redes criadas esta divergência não ocorreu.

Uma das contribuições deste trabalho é que neste foram discutidas formas diferentes de se pensar o mesmo problema. A problemática de dimensionar uma rede de distribuição de água é ensinada de forma a que se siga uma sequência de passos intrincada, não muito complexa, mas que ao mesmo tempo é trabalhosa, e caso algo seja feito na ordem errada, erros em cadeia são cometidos. Este mesmo problema, conforme o modelo construído e testado neste trabalho, pode ser pensado de forma matemática como um sistema de equações não lineares, em que simultaneamente se resolve toda a rede de uma só vez, sem que exista a necessidade de se pensar no que calcular primeiro. Apenas escreve-se as equações que cada parte (nó e trecho) tem que satisfazer e a função objetivo, e pode-se usar um solver para resolver o problema de forma ótima, se existir solução. Caso por algum motivo não se deseje a solução ótima, basta que se retire a função objetivo do modelo e uma solução deste será determinada.

Por exemplo, ao invés de se pensar em calcular primeiramente as vazões de uma rede de distribuição de água ramificada, procedendo-se de forma a somar estas sempre das pontas para o reservatório, seguindo uma sequência de passos, e depois disso, determinar para cada trecho o diâmetro, e depois as perdas de carga e, por fim, a altura do reservatório, sempre seguindo um passo a passo, pode-se pensar em modelar este problema de forma matemática. Para cada nó da rede a equação da continuidade deve obrigatoriamente ser satisfeita, e entre cada dois nós da rede, existe uma equação que modela a perda de energia que deve ser obedecida. Adicionadas as essas equações, as restrições de projeto também devem ser, no caso do modelo, as equações que usam variáveis binárias para a escolha dos diâmetros do tubo de um trecho e as restrições também binárias que forçam que a pressão mínima de projeto seja atendida em pelo menos um

dos nós da rede.

Quanto ao objetivo geral deste trabalho este foi considerado como atingido, ou seja, conseguiu-se criar um modelo de programação matemática que possibilite ser utilizado para auxiliar no problema de dimensionar redes de distribuição de água, considerando as restrições de projeto brasileiras; podendo o resultado da adoção deste ser significativo em termos de melhorias para o aprendizado dos alunos.

Sobre os objetivos específicos conclui-se que estes foram atingidos, pois determinou-se quais algoritmos e linguagens são apropriados para a resolução do problema, sobre os algoritmos percebeu-se vantagem de se usar equações matemáticas e a programação matemática para modelar o problema, e quanto à linguagem, esta foi determinada como satisfatória a linguagem AMPL. Conseguiu-se propor um modelo de programação matemática para o problema de dimensionar redes de distribuição de água considerando as restrições de projeto brasileiras e as poucas restrições ainda não atendidas podem ser facilmente incorporadas ao modelo. Validou-se o modelo desenvolvido com exemplos de dimensionamento da literatura, mostrando resultados satisfatórios e coerentes com os valores da literatura, e quanto aos testes com as redes artificiais, os testes com o modelo se mostraram satisfatórios, tanto em qualidade da resposta, como em tempo de desempenho, tanto para o caso em que a altura do reservatório era livre para ser variada, como para o caso em que a altura do reservatório foi fixada.

Como recomendações de melhorias do modelo desenvolvido neste trabalho e para trabalhos futuros no assunto, segue uma listagem de pontos importantes identificados ao longo do desenvolvimento deste trabalho:

- Utilizar o modelo desenvolvido em salas de aula, de forma que se possa avaliar o que os alunos acham da ferramenta e se o uso desta traz melhorias ao aprendizado;
- Adaptação do modelo para atender ao critério usado por [Porto \(2006\)](#) para o cálculo da vazão fictícia, pois este divide a vazão de montante por $\sqrt{3}$ caso seja uma ponta seca, usar para a escolha do diâmetro a vazão de montante e não a vazão fictícia;
- A criação de uma interface interativa para inserção dos dados da rede, para que o usuário não precise construir manualmente o arquivo .dat necessário para a utilização do modelo;
- Criação de um conjunto de instâncias de teste que possui diversas características diferentes como: número de nós e trechos, desde apenas dois até instâncias “grandes” com 100, 300, 800 trechos; instâncias que tenham mais de um nó com a pressão mínima de projeto da rede; redes com mais de um reservatório com a altura fixa, para que assim se realizem testes destes casos;
- A implementação de um algoritmo exato para o caso em que a altura do reservatório é livre, pois assim o modelo desenvolvido ficaria mais eficiente computacionalmente;

- Adaptar o modelo para o caso de redes malhadas e criar um conjunto de redes testes bem definido e abrangendo diferentes configurações de rede também para o caso de redes malhadas;
- Usando a mesmo modelo matemático desenvolvido, testar heurísticas e metaheurísticas.

Referências

ALPEROVITS, E.; SHAMIR, U. Design of optimal water distribution systems. *Water Resources Research*, v. 13, n. 6, p. 885–900, 1977. Disponível em: <<https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/WR013i006p00885>>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 46.

ALTOÉ, A.; FUGIMOTO, S. M. A. Computador na educação e os desafios educacionais. *IX Congresso Nacional de Educação - EDUCERE*, PUCPR, p. 163 – 175, 10 2009. Disponível em: <http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2009/anais/pdf/1919_1044.pdf>. Citado na página 21.

AMIT, R. K.; RAMACHANDRAN, P. *Optimal Design of Water Distribution Networks A Review*. 2009. Disponível em: <<https://works.bepress.com/rkamit/7/>>. Acesso em: 10 may. 2018. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 47.

ARENALES, M. et al. *Pesquisa operacional: para cursos de engenharia*. 1. ed. Rio de Janeiro, RJ: Elsevier Brasil, 2015. 524 p. Citado na página 23.

BALESTIERI, J. A. P. “ensinando a ensinar engenharia” no contexto do uso racional da energia. *Engenharia: Múltiplos saberes e aplicações*, COBENGE, Juiz de Fora - MG, p. 9, 2014. Disponível em: <<http://198.136.59.239/~abengeorg/cobenge-2014/Artigos/128242.pdf>>. Acesso em: 28 Ago. 2017. Citado na página 21.

BAPTISTA, M. B. et al. *Hidráulica aplicada*. Porto Alegre, RS: ABRH, 2003. 628 p. ISBN 8588686090. Citado 14 vezes nas páginas 18, 33, 34, 37, 46, 47, 49, 52, 56, 62, 63, 64, 67 e 68.

BELEGUNDU, A. D.; CHANDRUPATLA, T. R. *Optimization concepts and applications in engineering*. 2. ed. New York: Cambridge University, 2011. 480 p. ISBN 9780521878463. Citado 3 vezes nas páginas 23, 25 e 26.

BELHOT, R. V. *Reflexões e propostas sobre o "ensinar engenharia" para o século XXI*. 126 p. Dissertação (Dissertação de Doutorado) — Universidade de São Carlos, 1997. Disponível em: <http://www2.eesc.usp.br/aprende/images/arquivos/Renato_Tese_LD.pdf>. Acesso em: 28 Ago. 2017. Citado na página 21.

BELHOT, R. V. et al. O uso da simulação no ensino de engenharia. *COBENGE*, USP - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos - SP, p. 9, 2001. Disponível em: <<http://www.pp.ufu.br/Cobenge2001/trabalhos/NTM093.pdf>>. Acesso em: 28 Ago. 2017. Citado na página 21.

BELLMAN, R. E. *Dynamic Programming*. 1. ed. Princeton, 1957. 392 p. ISBN 9780691146683. Disponível em: <<https://press.princeton.edu/titles/9234.html>>. Citado na página 30.

BEZERRA, S. de T. M. *Método de otimização para reabilitação de redes de distribuição de água*. 125 p. Tese (Doutorado) — Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Campina Grande, Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, 2005. Citado na página 18.

BRAGALLI, C. et al. An minlp solution method for a water network problem. In: _____. *Algorithms – ESA 2006: 14th Annual European Symposium, Zurich, Switzerland, September 11-13, 2006. Proceedings*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2006. p. 696–707. ISBN 978-3-540-38876-0. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/220770481_An_MINLP_Solution_Method_for_a_Water_Network_Problem>. Citado na página 18.

BRAGALLI, C. et al. On the optimal design of water distribution networks: a practical minlp approach. *Optimization and Engineering*, v. 13, n. 2, p. 219–246, 2012. ISSN 1573-2924. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s11081-011-9141-7>>. Citado 5 vezes nas páginas 18, 43, 46, 47 e 49.

BRASIL. *Lei nº 11.445, de 05 de janeiro de 2007*: Estabelece diretrizes nacionais para o saneamento básico; altera as leis nos 6.766, de 19 de dezembro de 1979, 8.036, de 11 de maio de 1990, 8.666, de 21 de junho de 1993, 8.987, de 13 de fevereiro de 1995; revoga a lei no 6.528, de 11 de maio de 1978; e dá outras providências. 2007. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2007/lei/111445.htm>. Acesso em: 20 jun. 2017. Citado na página 16.

BRASIL. *Portaria nº 2914 de 12 de dezembro de 2011 do Ministério da Saúde*: Dispõe sobre os procedimentos de controle e de vigilância da qualidade da água para consumo humano e seu padrão de potabilidade. 2011. Disponível em: <http://www.comitepcj.sp.gov.br/download/Portaria_MS_2914-11.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2017. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 16.

CALIJURI, M. do C.; CUNHA, D. G. F. *Engenharia Ambiental: conceitos, tecnologia e gestão*. Rio de Janeiro: Elsevier Brasil, 2013. v. 1. 789 p. Citado na página 15.

CAMPOS, C. d. A promoção e a produção das redes de águas e esgotos na cidade de São Paulo, 1875-1892. *Anais do Museu Paulista: História e Cultura Material*, scielo, v. 13, p. 189 – 232, 12 2005. ISSN 0101-4714. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-47142005000200007&nrm=iso>. Citado na página 17.

CANEPPELE, F. de L. et al. Diagnósticos sobre o uso de simuladores na disciplina circuitos elétricos no curso de engenharia de biosistemas. *XLI Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia*, COBENGE, Gramado - RS, v. 26, p. 12, 2013. Disponível em: <http://www.fadep.br/engenharia-eletrica/congresso/pdf/117082_1.pdf>. Acesso em: 07 Set. 2017. Citado na página 23.

CAVINATTO, V. M. *Saneamento básico fonte de saúde e bem estar*. 8. ed. São Paulo: Moderna, 1992. 62 p. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 15.

CHONG, E. K. P.; ŽAK, S. H. *An introduction to optimization*. 4. ed. Hoboken, New Jersey: Wiley, 2013. 607 p. ISBN 9781118033340. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9781118033340>>. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.

ČISTÝ, M.; BAJTEK, Z. Optimal design of water distribution systems by a combination of stochastic algorithms and mathematical programming. *Slovak journal of civil engineering*, Slovak University of Technology, p. 9, 2008. Disponível em: <http://www.svf.stuba.sk/docs/sjce/2008/2008_4/file2.pdf>. Acesso em: 03 Set. 2017. Citado na página 18.

CMI. *Clay Mathematics Institute*: Dedicated to increasing and disseminating mathematical knowledge. Peterborough, USA: [s.n.], 2018. Disponível em: <<http://www.claymath.org/>>. Acesso em: 19 Mar. 2018. Citado na página 29.

COELHO, B.; ANDRADE, C. A. Efficiency achievement in water supply systems—a review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 30, p. 59 – 84, 2014. ISSN 1364-0321. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032113006692>>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 47.

- COOK, S. The importance of the p versus np question. *J. ACM*, ACM, University of Toronto, Toronto, Ont., Canada, v. 50, n. 1, p. 27–29, jan. 2003. ISSN 0004-5411. Disponível em: <<http://doi.acm.org/10.1145/602382.602398>>. Citado na página 29.
- COOK, S. A. The complexity of theorem-proving procedures. In: *Proceedings of the Third Annual ACM Symposium on Theory of Computing*. New York, NY, USA: ACM, 1971. (STOC '71), p. 151–158. Disponível em: <<http://doi.acm.org/10.1145/800157.805047>>. Citado na página 29.
- CORMEN, T. H. et al. *Algoritmos Teoria e Prática*. 3. ed. Cambridge, Massachusetts London, England: ELSEVIER, 2012. 1313 p. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.
- CUNHA, M. da C.; SOUSA, J. Water distribution network design optimization: Simulated annealing approach. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 125, n. 4, p. 215–221, 1999. Disponível em: <[https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1999\)125:4\(215\)](https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/(ASCE)0733-9496(1999)125:4(215))>. Citado na página 47.
- CURI, W. F.; FIRMINO, M. B. M. Um método de dimensionamento ótimo de redes pressurizadas malhadas via programações não linear e linear. *Laboratório de Eficiência Energética e Hidráulica em Saneamento*, lenhs, João Pessoa - PB, Brasil, p. 15, 2002. Disponível em: <http://www.lenhs.ct.ufpb.br/html/downloads/serea/trabalhos/A32_32.pdf>. Acesso em: 29 Ago. 2017. Citado na página 18.
- DAVIS, M.; PUTNAM, H. A computing procedure for quantification theory. *J. ACM*, ACM, New York, NY, USA, v. 7, n. 3, p. 201–215, jul. 1960. ISSN 0004-5411. Disponível em: <<http://doi.acm.org/10.1145/321033.321034>>. Citado na página 30.
- e-MEC. *Instituições de Educação Superior e Cursos Cadastrados*. 2017. Disponível em: <<http://emec.mec.gov.br/>>. Acesso em: 20 ago. 2017. Citado na página 20.
- EIGER, G.; SHAMIR, U.; BEN-TAL, A. Optimal design of water distribution networks. *Water resources research*, Wiley Online Library, v. 30, n. 9, p. 2637–2646, 1994. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1029/94WR00623/full>>. Acesso em: 03 Set. 2017. Citado na página 18.
- EUSUFF, M. M.; LANSEY, K. E. Optimization of water distribution network design using the shuffled frog leaping algorithm. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 129, n. 3, p. 210–225, 2003. Disponível em: <<http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/%28ASCE%290733-9496%282003%29129%3A3%28210%29>>. Acesso em: 03 Set. 2017. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 47.
- FLETCHER, R. *Practical Methods of Optimization*. 2. ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Ltd, 1987. 451 p. ISBN 0471915475. Citado na página 28.
- FOURER, R.; GAY, D. M.; KERNIGHAN, B. W. *AMPL: A mathematical programming language*. [S.l.]: Duxbury Press/Brooks/Cole Publishing Company, 2003. Citado na página 55.
- FUJIWARA, O.; KHANG, D. B. A two-phase decomposition method for optimal design of looped water distribution networks. *Water Resources Research*, v. 26, n. 4, p. 539–549, 1990. Disponível em: <<https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/WR026i004p00539>>. Citado na página 46.

GAMEIRO, R. de Cássia do P. G. *Dimensionamento otimizado de redes de distribuição de água com componentes hidráulicos utilizando algoritmos genéticos*. 70 p. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2003. Disponível em: <<http://repositorio.cbc.ufms.br:8080/jspui/bitstream/123456789/1524/1/Rita%20de%20C%20C3%A1ssia%20do%20Prado%20Guido%20Gameiro.pdf>>. Citado na página 17.

GENDREAU, J.-Y. P. M. *Handbook of Metaheuristics: Advances and trends in local search paradigms for optimization*. 2. ed. New York: Springer US, 2010. v. 146. 669 p. ISBN 978-1-4419-1663-1. Disponível em: <<http://www.springer.com/gp/book/9781441916631>>. Citado na página 31.

GLOVER, F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers & Operations Research*, v. 13, n. 5, p. 533 – 549, 1986. ISSN 0305-0548. Applications of Integer Programming. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0305054886900481>>. Citado na página 31.

GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G. A. Preface to first edition: Advances and trends in local search paradigms for optimization. In: GENDREAU, J.-Y. P. M. (Ed.). *Handbook of Metaheuristics*. 2. ed. Springer US, 2010. v. 146, p. 668. ISBN 978-1-4419-1663-1. Disponível em: <<http://www.springer.com/gp/book/9781441916631>>. Citado na página 31.

GUERRA, J. H. L. *Utilização do computador no processo de ensino-aprendizagem: uma aplicação em planejamento e controle da produção*. 168 p. Dissertação (Mestrado) — São Carlos, 2000. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18140/tde-29032001-151920/pt-br.php>>. Citado na página 22.

GUILLERMO, O. E. P. *O poder das simulações no ensino de hidráulica para engenheiros*. 87 p. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Faculdade de Educação. Curso de Especialização em Informática Aplicada à Educação., Porto Alegre, 2005. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/27376>>. Acesso em: 8 Set. 2017. Citado na página 22.

GUILLERMO, O. E. P. *Uso de laboratórios virtuais de aprendizagem em mecânica dos fluídos e hidráulica na engenharia*. 162 p. Dissertação (Tese de Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias da Educação. Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação., Porto Alegre, 2016. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/149111>>. Acesso em: 8 Set. 2017. Citado na página 22.

HAJJEM, M.; BOUZIRI, H.; TALBI, E.-G. A metaheuristic framework for dynamic network flow problems. In: AMODEO, L.; TALBI, E.-G.; YALAOUI, F. (Ed.). *Recent Developments in Metaheuristics*. 1. ed. Springer International Publishing, 2018. v. 62, cap. 16, p. 285–304. ISBN 978-3-319-58252-8. Disponível em: <<https://www.springer.com/gp/book/9783319582528>>. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.

HANDANI, Z. B. et al. A mixed integer linear programming (milp) model for optimal design of water network. In: *2011 Fourth International Conference on Modeling, Simulation and Applied Optimization*. [s.n.], 2011. p. 1–6. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/5775558/>>. Acesso em: 05 Set. 2017. Citado na página 18.

HELLER, L.; PÁDUA, V. L. de. *Abastecimento de água para consumo humano*. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 15.

HWANG, N. H. C.; HOUGHTALEN, R. J. *Fundamentals of hydraulic engineering systems*. 3. ed. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1996. 416 p. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 41.

Instituto Trata Brasil. *Benefícios Econômicos da Expansão do Saneamento Brasileiro*. 2013. Disponível em: <<http://www.tratabrasil.org.br/beneficios-economicos-da-expansao-do-saneamento-brasileiro>>. Acesso em: 19 jun. 2017. Citado na página 16.

Instituto Trata Brasil. *No Norte e no Nordeste, serviço irregular de água atinge maioria da população*. 2014. Disponível em: <<http://tratabrasil.org.br/no-norte-e-no-nordeste-servico-irregular-de-agua-atinge-maioria-da-populacao>>. Acesso em: 20 ago. 2017. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 72.

Instituto Trata Brasil. *Situação Saneamento no Brasil*. 2017. Disponível em: <<http://www.tratabrasil.org.br/saneamento-no-brasil>>. Acesso em: 20 jun. 2017. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 17.

JÚNIOR, J. V. de F. et al. Dimensionamento ótimo de redes de distribuição de água pelo método de seccionamento fictício. *VI Simpósio Ítalo Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental*, SIBESA, Natal – RN, p. 14, 2002. Disponível em: <<http://www.bvsde.paho.org/bvsacd/sibesa6/nueve.pdf>>. Acesso em: 30 Ago. 2017. Citado na página 18.

KILINÇ, M. R.; SAHINIDIS, N. V. Exploiting integrality in the global optimization of mixed-integer nonlinear programming problems with baron. *Optimization Methods and Software*, Taylor & Francis, v. 33, n. 3, p. 540–562, 2018. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10556788.2017.1350178>>. Citado na página 55.

KOKASH, N. An introduction to heuristic algorithms. *Department of Informatics and Telecommunications*, University of Trento, Italy, p. 1–8, 2005. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/228573156_An_introduction_to_heuristic_algorithms>. Citado 4 vezes nas páginas 28, 29, 30 e 31.

LANSEY, K. E.; MAYS, L. W. Optimization model for water distribution system design. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 115, n. 10, p. 1401–1418, 1989. Citado na página 18.

LAWLER, E. L.; WOOD, D. E. Branch-and-bound methods: A survey. *Operations Research, INFORMS*, v. 14, n. 4, p. 699–719, 1966. ISSN 0030364X, 15265463. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/168733>>. Citado na página 30.

LEE, J.; LEYFFER, S. *Mixed Integer Nonlinear Programming*. 1. ed. New York: Springer-Verlag, 2012. v. 154. 720 p. ISSN 978-1-4614-1926-6. ISBN 978-1-4939-0221-7. Disponível em: <[10.1007/978-1-4614-1927-3](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-1927-3)>. Citado 4 vezes nas páginas 47, 53, 69 e 70.

LEVIN, L. A. Universal sequential search problems (original em russo). In: TRAKHTENBROT, B. (Ed.). *A Survey of Russian Approaches to Perebor (Brute-Force Searches) Algorithms*. 1. ed. IEEE Annals of the History of Computing, 1984. v. 6, p. 399–400. ISBN 1058-6180. Disponível em: <doi.ieeecomputersociety.org/10.1109/MAHC.1984.10036>. Citado na página 29.

LI, D.; SUN, X. *Nonlinear Integer Programming*. 1. ed. US: Springer, 2006. v. 84. 470 p. ISSN 0884-8289. ISBN 978-0-387-29503-9. Disponível em: <<https://www.springer.com/lal/book/9780387295039>>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 28.

- MASSUKADO, L. M.; SCHALCH, V. Simulação no ensino de engenharia – avaliando a aplicação do software simgere sob o paradigma do “aprender a aprender”. *Revista de Ensino de Engenharia*, Passo Fundo, v. 26, p. 40–46, 2007. Disponível em: <<http://198.136.59.239/~abengeorg/revista/index.php/abenge/article/view/54>>. Acesso em: 07 Set. 2017. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 23.
- MAYS, L. W. *Water distribution systems handbook*. 1. ed. New York: McGraw-Hill, 2000. 6[??] p. ISBN 0-07-134213-3. Citado 3 vezes nas páginas 32, 41 e 42.
- MOREIRA, L. *Extensão na rede de distribuição de água em Itapiratins é concluída*. 2017. Disponível em: <<https://portal.to.gov.br/noticia/2017/5/16/extensao-na-rede-de-distribuicao-de-agua-em-itapiratins-e-concluida/>>. Acesso em: 25 jun. 2018. Citado na página 17.
- NETO, J. M. de A. *Manual de Hidráulica*. 8. ed. São Paulo: EDGARD BLUCHER, 1998. 669 p. Citado 8 vezes nas páginas 18, 33, 37, 40, 42, 46, 52 e 67.
- NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. *Numerical Optimization*. 2. ed. Springer New York, 2006. 664 p. ISSN 1431-8598. ISBN 978-0-387-30303-1. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/978-0-387-40065-5>>. Citado 4 vezes nas páginas 23, 24, 27 e 30.
- OLIVEIRA, V. F. de et al. Um estudo sobre a expansão da formação em engenharia no brasil. *Edição Especial comemorativa dos 40 anos da entidade*, ABENGE, p. 31, 2013. Disponível em: <<http://www.ufjf.br/observatorioengenharia/files/2012/01/ExpEng-RevAbenge.pdf>>. Acesso em: 12 Ago. 2017. Citado na página 21.
- PORTO, R. de M. *Hidráulica básica*. 4. ed. São Carlos: EESC/USP, 2006. 540 p. Projeto REENGE. Citado 11 vezes nas páginas 18, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 41, 46 e 74.
- Prefeitura de Porto Velho. *Estado perde R\$ 700 milhões e capital fica sem obras de esgoto e água tratada*. 2017. Disponível em: <<https://www.portovelho.ro.gov.br/artigo/18390/prejuizo-estado-perde-r-700-milhoes-e-capital-fica-sem-obras-de-esgoto-e-agua-tratada>>. Acesso em: 25 jun. 2018. Citado na página 17.
- RAIDL, G. R. A unified view on hybrid metaheuristics. In: *Proceedings of the Third International Conference on Hybrid Metaheuristics*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. (HM'06), p. 1–12. ISBN 3-540-46384-4, 978-3-540-46384-9. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/11890584_1>. Citado na página 31.
- RAO, S. S. *Engineering Optimization: Theory and practice*. 4. ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, INC, 2009. 840 p. ISBN 9723108194. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/9780470549124>>. Citado 3 vezes nas páginas 23, 25 e 30.
- ReCESA. *Abastecimento de Água: Construção, operação e manutenção de redes de distribuição de água*. 2008. Disponível em: <<http://nucase.desa.ufmg.br/wp-content/uploads/2013/04/AA-COMR.2.pdf>>. Acesso em: 25 jun. 2018. Citado na página 49.
- RIBEIRO, L. R. de C.; BELHOT, R. V. A gestão da qualidade e o ensino de engenharia. *Revista de Ensino de Engenharia - ABENGE*, ABENGE, p. 12, 2002. Disponível em: <http://www2.eesc.usp.br/aprende/images/arquivos/a_gestao_da%20qualidade_e_o_ensino.pdf>. Acesso em: 03 Ago. 2017. Citado na página 23.

- RIGHETTO, A. M. Operação ótima de sistema urbano de distribuição de água. In: *SEMINÁRIO - Planejamento, Projeto e Operação de Redes de Abastecimento de Água: O Estado da Arte e Questões Avançadas*, lenhs, João Pessoa - PB, Brasil, p. 16, 2002. Disponível em: <http://www.lenhs.ct.ufpb.br/html/downloads/serea/4serea/serea2002/trabalhos/A23_05.pdf>. Acesso em: 03 Set. 2017. Citado na página 18.
- ROCHA, J. C. et al. *Introdução à química ambiental*. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2009. 256 p. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 15.
- ROOIJ, J. M. van; BODLAENDER, H. L. Exact algorithms for dominating set. *Discrete Applied Mathematics*, v. 159, n. 17, p. 2147 – 2164, 2011. ISSN 0166-218X. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0166218X11002393>>. Citado na página 30.
- ROSAL, M. C. F. Programação não-linear aplicada à otimização de redes pressurizadas de distribuição de água. Universidade Federal de Pernambuco, 2007. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/5609/1/arquivo6245_1.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 34.
- RUSCHEL, R. C. et al. Tecnologia e multidisciplinaridade inovando o ensino de arquitetura e engenharia. *revistafaac*, Bauru, v. 1, p. 21–34, 2011. Disponível em: <<http://www2.faac.unesp.br/revistafaac/index.php/revista/article/download/19/3>>. Acesso em: 05 Set. 2017. Citado na página 22.
- RUSSELL, G. E. *Hydraulics*. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1942. 468 p. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 42.
- SAHINIDIS, N. *BARON user manual v. 2018.5.9*. 2018. The Optimization Firm, LLC. Disponível em: <<https://minlp.com/downloads/docs/baron%20manual.pdf>>. Acesso em: 02 jun. 2018. Citado na página 55.
- SAHINIDIS, N. V. Baron: A general purpose global optimization software package. *Journal of Global Optimization*, Kluwer Academic Publishers, v. 8, p. 201–205, 1996. ISSN 1573-2916. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/BF00138693>>. Citado na página 55.
- SCHAAKE, J. C. J.; LAI, D. Liner programming and dynamic programming application to water distribution network design. *Engineering Optimization*, Hydrodynamics Laboratory, Department of Civil Engineering, School, Cambridge, Massachusetts, n. 116, 1969. Citado 3 vezes nas páginas 17, 18 e 46.
- SECCHI, A. R. As novas tecnologias para o ensino de engenharia. *AGATEA DIGITAL*, AGATEA, Rio Grande do Sul, p. 12, 2007. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/19381/000296741.pdf;sequence=1>>. Acesso em: 11 Ago. 2017. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.
- SILVA, E. D. V. da. *Qualidade de Conservação da Rede de Distribuição de Água Potável da Cidade de Caruaru*. Dissertação (Mestrado) — Associação Caruaruense de Ensino Superior d Técnico Faculdade - ASCES, Caruaru- PE, 2016. Disponível em: <<http://repositorio.ascses.edu.br/handle/123456789/424>>. Citado na página 15.
- SILVA, L. P.; CECÍLIO, S. A mudança no modelo de ensino e de formação na engenharia. *Educação em Revista*, scielo, p. 61 – 80, 06 2007. ISSN 0102-4698. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-46982007000100004&nrm=iso>. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.

SNOW, J. On the mode of communication of cholera. Department of Epidemiology Fielding School of Public Health, Los Angeles, CA, USA, 1855. Disponível em: <<http://www.ph.ucla.edu/epi/snow/snowbook.html>>. Citado na página 15.

SNOW, J. *Sobre a maneira de transmissão do cólera*. [S.l.]: Hicitec, 1999. v. 33. Citado na página 15.

SÖRENSEN, K. Metaheuristics-the metaphor exposed. *International Transactions in Operational Research*, Wiley-Blackwell, v. 22, n. 1, p. 3–18, feb 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/itor.12001>>. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.

SUSSER, M.; SUSSER, E. Choosing a future for epidemiology: I. eras and paradigms. *American Journal of Public Health*, v. 86, n. 5, p. 668–673, 1996. PMID: 8629717. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.2105/AJPH.86.5.668>>. Citado na página 15.

TAVARES, C. G. et al. Usando as tecnologias da web para o ensino de simulaÇÃO. *Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia - COBENGE*, COBENGE, p. 8, 2001. Disponível em: <http://www2.eesc.usp.br/aprende/images/arquivos/usando_as_tecnologias_da_web_para_o_ensino_da_simulacao.pdf>. Acesso em: 02 Ago. 2017. Citado na página 22.

TSUTIYA, M. T. *Abastecimento de água*. 3. ed. São Paulo: Livraria ABES-SP, 2006. 643 p. Citado 18 vezes nas páginas 17, 18, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 46, 54, 56, 57, 61 e 66.

VALENTE, J. A. *Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação*. 2. ed. Campinas, SP: Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP Núcleo de Informática Aplicada à Educação - NIED, 1993. 513 p. Citado na página 22.

VALENTE, J. A. *Análise dos diferentes tipos de softwares usados na educação*. Brasil: Coleção Informática para a mudança na Educação, 1999. 116 p. Disponível em: <<http://conteudo.icmc.usp.br/pessoas/sisotani/aulas/SLC0610/livroMEC.pdf>>. Acesso em: 20 jun. 2017. Citado na página 22.

VASQUEZ, M.; ZUFFEREY, N. Consistent neighborhood search for combinatorial optimization. *ISRN Computational Mathematics*, Hindawi Limited, v. 2012, p. 1–12, 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.5402/2012/671423>>. Citado na página 30.

Voß, S. et al. *Meta-Heuristics: Advances and trends in local search paradigms for optimization*. 1. ed. New York: Springer US, 1999. 523 p. ISBN 978-1-4613-7646-0. Disponível em: <<https://www.springer.com/gp/book/9780792383697>>. Citado na página 31.

WALSKI, T. M. *Analysis of water distribution systems*. Malabar: Krieger Publishing, 1992. 468 p. ISBN 0894646249. Citado na página 33.

WEN, K. *Injection-locked laser network for solving NP-complete problems*. Tese (Doutorado) — Stanford University, 2012. Citado na página 29.

WILLIAMSON, D. P. The primal-dual method for approximation algorithms. *Mathematical Programming*, Springer Nature, v. 91, n. 3, p. 447–478, feb 2002. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s101070100262>>. Citado na página 29.

YATES, D. F.; TEMPLEMAN, A. B.; BOFFEY, T. B. The computational complexity of the problem of determining least capital cost designs for water supply networks. *Engineering Optimization*, Taylor & Francis, v. 7, n. 2, p. 143–155, 1984. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/03052158408960635>>. Citado 8 vezes nas páginas 34, 36, 46, 47, 53, 69, 70 e 73.

ZUFFEREY, N.; RESPEN, J.; THEVENIN, S. All-terrain tabu search approaches for production management problems. In: AMODEO, L.; TALBI, E.-G.; YALAOUI, F. (Ed.). *Recent Developments in Metaheuristics*. 1. ed. Springer International Publishing, 2018. v. 62, cap. 4, p. 59–72. ISBN 978-3-319-58252-8. Disponível em: <<https://www.springer.com/gp/book/9783319582528>>. Citado na página 30.

ANEXO A – Arquivo do modelo, .mod, desenvolvido e implementado em AMPL

Neste anexo se encontra a implementação, em AMPL, do modelo desenvolvido neste trabalho. Este é o arquivo .mod, e deve ser nomeado como modeloTCCcompleto.mod por conta de sua utilização no arquivo .run, ver anexo C.

```

1  set E;
2  set N;
3  set S;
4  set dp within {N union S, E};
5  set dn within {N union S, E};
6  set T;
7  set G;
8  set NEN = setof {(i,e1) in dp, (j,e2) in dn: e1 = e2} (j,e2,i);
9
10 param dmin;
11 param dmax;
12 param pmin;
13 param pmax;
14 param pi := 4*atan(1);
15 param TD{T};
16 param QMD{T};
17 param hs{S};
18 param q;
19 param L{E};
20 param Z{N union S};
21 param C;
22 param w;
23 param a;
24 param b;
25 var QF{E};
26 param QCC{N};
27
28 var Q{E} >= 0;
29 var D{E} >= 0;
30 var H{N union S} >= 0;
31 var y{E, T} binary;
32 var yh{N union S} binary;
33 var QT{E};
34 var dem{N};
35 var h{E};
36 var J{E};
37 var QJ{E};
38 var v{E};
39
40 minimize CUSTO: sum{e in E} D[e];
41
42 subject to FLOW {i in N}: sum{ (ii, e) in dn: i = ii} Q[e] - sum{ (ii,e) in dp: i = ii} Q[e] =
43

```

```

44 subject to RQF {e in E}: QF[e] = (Q[e] + QJ[e])/2;
45
46 subject to HW {(j,e,i) in NEN}: H[i] - H[j] = w*(QF[e]**(a))*L[e]*(C**(-a))/D[e]**b;
47
48 # Reservatórios fixos.
49 subject to Rhs {i in S}: H[i] = hs[i];
50
51 subject to RQD1 {e in E}: sum{t in T} y[e,t] = 1;
52 subject to RQD2 {e in E}: sum{t in T} QMD[t]*y[e,t] >= QF[e];
53 subject to RQD3 {e in E}: sum{t in T} TD[t]*y[e,t] = D[e];
54
55 subject to DMIN {e in E}: D[e] >= dmin;
56 subject to DMAX {e in E}: D[e] <= dmax;
57
58 subject to PMIN {i in N}: H[i] >= pmin + Z[i];
59 subject to PMAX {i in N}: H[i] <= pmax + Z[i];
60
61 subject to RPMIN1: sum{i in N union S} yh[i] >= 1;
62
63 subject to RPMIN2 {i in N union S}: (H[i] - Z[i] - pmin)*yh[i] = 0;
64
65 subject to RQT {e in E}: QT[e] = L[e]*q;
66
67 subject to RQT1 {e in E, g in G: e<>g}: QT[e] = L[e]*q;
68 subject to RQT2 {g in G}: QT[g] = 0;
69
70 subject to Rdem {i in N, (ii, e) in dn: i=ii}: dem[i] = QCC[i] + QT[e];
71
72 subject to Rh {(i,e,j) in NEN}: h[e] = H[j] - H[i];
73
74 subject to RJ {(i,e,j) in NEN}: J[e] = h[e]/L[e];
75
76 subject to RQJ{e in E}: QJ[e] = Q[e] - QT[e];
77
78 subject to Rv {e in E}: v[e] = 4*Q[e]/(pi*D[e]**2);

```

ANEXO B – Aquivo de entrada de dados, .dat

Neste anexo encontra-se o arquivos de dados, o .dat, referente a rede T, um das redes usadas neste trabalho para validar o modelo. Note que este arquiv para execução completa pelo arquivo .run, ver anexo C, deve ser nomeado como tysutia.dat.

```
1 set N := 2 3 4 5 6 7 8 9;
2 set E := 1 2 3 4 5 6 7 8;
3 set S := 1;
4
5 set G := 1;
6
7 # Saindo do nó (nó, cano)
8 set dp :=
9 (1, 8)
10 (2, 4)
11 (2, 7)
12 (3, 5)
13 (3, 6)
14 (6, 2)
15 (6, 3)
16 (7, 1)
17 ;
18
19 # Entrando no nó
20 set dn :=
21 (2, 8)
22 (3, 7)
23 (4, 6)
24 (5, 5)
25 (6, 4)
26 (7, 2)
27 (8, 3)
28 (9, 1)
29 ;
30
31 set T := 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13;
32
33 param dmin := 0.05;
34 param dmax := 0.6;
35
36 param pmin := 10;
37 param pmax := 50;
38
39 param q := 0.0000154;
40
41 param hs :=
42 1 92.7
43 ;
```

```
44
45 param L :=
46 1      100
47 2      100
48 3      150
49 4      150
50 5      80
51 6      120
52 7      200
53 8      450
54 ;
55
56 # página 161 são usados esses valores na fórmula H. W..
57 param C := 130;
58 param w := 10.65;
59 param a := 1.85;
60 param b := 4.87;
61
62 param Z :=
63 1      85
64 2      78.20
65 3      74
66 4      60.20
67 5      72.50
68 6      72
69 7      70
70 8      76
71 9      81
72 ;
73
74 param TD :=
75 1      0.05
76 2      0.075
77 3      0.1
78 4      0.15
79 5      0.2
80 6      0.25
81 7      0.3
82 8      0.35
83 9      0.4
84 10     0.45
85 11     0.5
86 12     0.55
87 13     0.6
88 ;
89
90 param QCC :=
91 2      0
92 3      0
93 4      0
94 5      0
95 6      0
96 7      0
97 8      0
98 9      0
99 ;
100
```

```
101 param QMD :=
102 1      0.001
103 2      0.0022
104 3      0.0047
105 4      0.0141
106 5      0.0283
107 6      0.0539
108 7      0.0848
109 8      0.125
110 9      0.176
111 10     0.238
112 11     0.314
113 12     0.403
114 13     0.509
115 ;
```

ANEXO C – Arquivo de execução do modelo, .run

Neste anexo se encontra o arquivo .run usado para realizar os testes com a rede T. Note o nome dos arquivos, o .mod com o nome modeloTCCcompleto.mod, e o .dat com o nome tysutia.dat. Note que as linhas 25 e 26 na verdade são uma linha só, esta foi dividida em duas por questão de não ultrapassar a margem.

```

1 model "modeloTCCcompleto.mod";
2 data "tysutia.dat";
3
4 drop Rhs;
5 drop RQT1;
6 drop RQT2;
7
8 #drop RPMIN1;
9 #drop RPMIN2;
10 #drop RQT;
11
12 option solver baron;
13 objective CUSTO;
14 solve;
15
16 display _ampl_time;
17 display _ampl_elapsed_time;
18 display _ampl_system_time;
19 display _total_solve_time;
20 display _total_solve_elapsed_time;
21
22 # Note que apenas iterar sobre e in E não é suficiente/correto
23 for{ ee in E, (i,e,j) in NEN: ee=e}
24 {
25     printf "%8.4f \t %8.4f \t %8.4f \t %8.4f \t %8.4f
26     \t %8.6f \t %8.4f \t %8.4f \t %8.4f \t %8.4f \n",
27         Q[e], QT[e], QJ[e], QF[e], D[e], J[e], h[e], v[e], H[j], H[i] > tysutia.txt;
28 };
29
30 quit;
```

ANEXO D – Instruções de uso e execução

Para o uso do modelo desenvolvido e implementado, é necessário que se faça alterações no arquivo `.dat`, ou seja, que se forneça os dados do problema em particular. Feito isso defini-se que tipo de problema se está dimensionando, se é uma rede com a altura do reservatório fixa ou não, essa configuração é feita no arquivo `.run`, bastando que se escolha quais restrições se utilizará a instrução `drop` do AMPL.

Estando os arquivos prontos e em uma mesma pasta, uma vez tendo-se o AMPL instalado basta que seja aberto o terminal e se digite `ampl run.run`, onde `run.run` é o nome e a extensão do arquivo. A resposta é escrita em um arquivo `.txt` com as colunas separadas por tabulação, que no exemplo dado no anexo C é `tysutia.txt` e pode ser modificado.

O AMPL é um *software* pago, mas possui uma versão gratuita com limitações que qualquer pessoa pode baixar e usar, esta pode ser encontrada no site do AMPL. Para estudantes, professores e instituições o AMPL pode ser conseguido em sua versão menos limitada, bastando que para isso seja feito um cadastro no site do AMPL. Instruções para instalação em cara sistema operacional podem ser encontradas também no site do AMPL.