

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E**  
**MATEMÁTICA**

**FRANCISCO CANINDÉ DE OLIVEIRA**

**DIFICULDADES NO PROCESSO ENSINO APRENDIZAGEM DE**  
**TRIGONOMETRIA POR MEIO DE ATIVIDADES**

**Natal**

**2006**

FRANCISCO CANINDÉ DE OLIVEIRA

DIFICULDADES NO PROCESSO ENSINO APRENDIZAGEM DE  
TRIGONOMETRIA POR MEIO DE ATIVIDADES

Dissertação apresentada ao Centro de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Federal do Rio Grande do Norte como requerimento parcial para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, à banca examinadora dessa universidade.

Orientadora: Dra. Bernadete Barbosa Morey

NATAL

2006

FRANCISCO CANINDÉ DE OLIVEIRA

DIFICULDADES NO PROCESSO ENSINO APRENDIZAGEM DE  
TRIGONOMETRIA POR MEIO DE ATIVIDADES

Dissertação apresentada ao Centro de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Federal do Rio Grande do Norte como requerimento parcial para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, à banca examinadora dessa universidade.

Aprovada em: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ /2006

BANCA EXAMINADORA

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup> Bernadete Barbosa Morey  
Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Orientadora

---

Prof. Dr. John Andrew Fossa  
Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Examinador

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup> Maria Gilvanise de Oliveira Pontes  
Universidade Estadual do Ceará  
Examinadora

A minha esposa, Jackeline, amiga e companheira, que me incentivou e me apoiou na realização desse sonho.

## AGRADECIMENTOS

A Professora Dra. Bernadete Barbosa Morey pelo trabalho de orientação e pela amizade, paciência e entusiasmo aspectos essenciais para que este projeto de pesquisa se tornasse possível.

Aos alunos, professores e equipe administrativa da Escola Estadual Des. Floriano Cavalcanti os quais participaram e contribuíram para a realização do estudo.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – PPGECM - que tanto contribuíram para essa fase da minha formação.

Aos colegas e amigos do Mestrado, pela cumplicidade, companheirismo e sugestões.

Aos meus colegas da Escola Municipal Prof. Bernardo Nascimento pela compreensão nos momentos mais difíceis durante a execução deste trabalho.

A Deus, sem o qual nada é possível.

## RESUMO

Este estudo analisa as dificuldades que os professores do ensino médio enfrentam no processo de ensino de trigonometria através de atividades dentro de um enfoque construtivista. Ele contém uma revisão de algumas publicações e dissertações relacionadas com o estudo da trigonometria elaborada nos últimos anos por diversos autores. Recorre ao estudo da Engenharia Didática como uma ferramenta utilizada na pesquisa. Apresenta, também, um conjunto de atividades o que servirá de amostra para outros professores de matemática; e aponta caminhos para superação das dificuldades encontradas.

**PALAVRAS CHAVES:** Trigonometria. Ensino por atividades. Educação. Construtivismo. Engenharia Didática.

## **ABSTRACT**

This study analyses the difficulties that teachers of high school face in the process of the teaching of trigonometry through activities in a construtivist focus. It contains a review of some publications and dissertations related with the study of trigonometry elaborated in the last years by several authors. It resorts to the study of teaching engineering as an instrument used in the research. It also presents a set of activities which will serve as sample to other teachers of mathematics; and points ways for the overcome of the difficulties found.

**KEY WORDS:** Trigonometry. Teaching by activities. Education. Construtivism. Teaching engineering.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	10
<b>2. DA FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA, AMBIENTE, INSTRUMENTOS E PROCEDIMENTOS DA PESQUISA</b>	15
2.1. Trabalhos com a trigonometria	15
2.2. A engenharia didática	22
2.3. Percorso metodológico	24
<b>3. PREPARANDO-NOS PARA A OBSERVAÇÃO DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS</b>	26
3.1. A escola e a turma	26
3.2. O programa da disciplina	27
3.3. Tópicos relevantes como objetos de ensino e de análise	29
3.4. A metodologia de ensino de trigonometria adotada	30
3.5. O que podemos esperar das situações didáticas que se apresentarão?	32
3.6. Instrumentos de observação e de registro das situações didáticas	33
<b>4. DISCUSSÃO E ANÁLISE DAS OBSERVAÇÕES DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS</b>	35
4.1. Dificuldades relacionadas com o ambiente físico e de materiais	35
4.2. Dificuldades relacionadas à estrutura organizacional da escola	39
4.3. Dificuldades decorrentes dos paradigmas do ensino tradicional	41
4.4. Dificuldades decorrentes dos paradigmas da profissão docente	44



4.5. Dificuldades decorrentes das competências e habilidades dos alunos	44
<b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>50</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>53</b>
<b>ANEXOS</b>	
A. Medindo sombras	56
B. Construções básicas do desenho geométrico	58
C. Semelhança de triângulos	60
D. Razões entre os lados de um par de triângulos retângulos não semelhantes	61
E. Razões entre os lados de um par de triângulos retângulos semelhantes	63
F. Nomeando os lados de um triângulo	65
G. Formalizando conceitos da trigonometria	67
H. Aplicando os conceitos estudados	69
I. Calculando a soma dos ângulos internos em um triângulo qualquer no plano	70
J. Complementaridade dos ângulos agudos de um triângulo retângulo	71
K. Comparando os valores do seno e do cosseno dos ângulos complementares de um triângulo retângulo	72
L. A identidade fundamental da trigonometria	73

## 1. INTRODUÇÃO

O trabalho a seguir possui como tema central o ensino de Trigonometria, voltado para o Ensino Médio. Esta disciplina é muito importante para que o aluno aprenda conceitos de física e contribui para aprofundar conceitos de geometria e de função. Alguns conceitos da física clássica, como é o caso do estudo de vetores e decomposição de forças aplicadas em um corpo, necessitam das noções de seno e cosseno.

Além disso, encontramos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) um destaque para o estudo da trigonometria, no qual é enfatizado o seu potencial deste no que tange ao desenvolvimento de habilidades e competências.

Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações [...] (BRASIL, 1999, p. 257).

A habilidade e a competência a que se referem os PCN's estão intimamente ligadas à era da informação e dos avanços tecnológicos. Entre as habilidades que devem ser desenvolvidas nos estudantes do ensino médio, destacam-se: selecionar informações, analisá-las e tomar decisões a partir dos resultados obtidos.

Esse mesmo estudo mostra, ainda, a necessidade de adequação dos currículos a uma nova realidade. Para tanto, o critério utilizado consiste na recorrência à contextualização e à interdisciplinaridade, facilitando o trabalho com temas abordados, os quais permitam conexões dentro da própria Matemática e da Matemática com outras ciências. Nesse mesmo sentido, os PCN's recomendam que o estudo das funções trigonométricas deve ser ligado de alguma forma ao estudo das funções.

Em aproximadamente 18 anos de trabalho com turmas de oitava série e do Ensino Médio, observamos a dificuldade apresentada pelos alunos durante aulas de trigonometria, ou quando são abordados problemas a ela relacionados, ou mesmo problemas da física que usam algum conceito trigonométrico básico.

Como resultado disso, ficamos inclinados a examinar mais de perto as raízes e o caráter das dificuldades sentidas pelos alunos, especialmente, depois de ler alguns trabalhos que tratavam do ensino de trigonometria, como Brito e Morey (2004). Nesse trabalho, as pesquisadoras realizaram um estudo das dificuldades em que muitos professores do ensino fundamental sentem ao lidar com os conceitos trigonométricos. Ao final, elas relacionaram, historicamente, as dificuldades dos professores com as características do ensino de matemática dominante, na época em que esses mesmos professores estudaram e se formaram.

As dificuldades sentidas pelos professores na pesquisa das autoras citadas descrita acima estão relacionadas, principalmente, ao excesso de formalismo, característica dominante no ensino da época em que esses professores cursaram o ensino escolar e até mesmo durante a sua formação universitária. Nesse mesmo sentido, a formalização precoce dos conceitos marcou significativamente o ensino nesse período e ainda permanece nos dias atuais. A formalização precoce impede o aluno de compreender significativamente os conceitos ou utilizá-los em outros contextos. Se observarmos a conjuntura atual do ensino de matemática, isso contraria a todos os discursos atuais que apontam abordagens construtivistas como solução metodológica para o ensino. O construtivismo tem como princípio a construção dos conceitos pelo aluno com base em atividades vividas e experimentadas por ele mesmo.

Nesse novo contexto construtivista, o dia-a-dia da sala de aula passa por uma mudança de paradigma, a começar pelo professor, que deixa de ser o foco do saber, tendo como principal tarefa orientar as discussões dos alunos diante das atividades elaboradas e aplicadas em sala. Mesmo assim, as dificuldades permanecem. Mas, afinal, quais as dificuldades sentidas pelos professores de matemática que optam por usar atividades nas suas aulas? E, neste mesmo processo, quais as dificuldades que os alunos enfrentam?

Estas duas últimas questões norteiam a nossa pesquisa, a qual propõe examinar o ensino de trigonometria pelas razões mencionadas anteriormente. A proposta contempla um estudo de caso com alunos de uma escola estadual de ensino médio de Natal, município do Rio Grande do Norte, a fim de verificar quais as dificuldades sentidas pelos professores e alunos do ensino médio durante procedimentos de ensino baseados em seqüências de atividades de trigonometria.

Os questionamentos, surgidos à luz de uma provável conclusão para melhoria do ensino, procuram desvendar o seguinte:

1. De que ordem e quais são, especificamente, as dificuldades surgidas quando o professor resolve elaborar e aplicar atividades de trigonometria em suas aulas?

2. Os alunos são ou não receptivos à mudança de metodologia do ensino? Como reagem? De que ordem e quais são especificamente as dificuldades que enfrentam em face da nova abordagem e trabalho com a trigonometria?

Podemos então dizer que, neste trabalho, o **objeto de estudo** é o ensino de trigonometria no Ensino Médio. Seu **objetivo geral** pode ser formulado como a verificação do caráter e da especificidade das dificuldades sentidas pelos

professores e alunos nos processos de ensino e de aprendizagem de trigonometria baseados em seqüências de atividades.

Os **objetivos específicos** desdobram-se em etapas dispostas a seguir:

1. discutir outros trabalhos já publicados, cujo foco seja o ensino de trigonometria ou o ensino de matemática por atividades;
2. preparar uma seqüência didática como parte de uma proposta de ensino de trigonometria através de atividades;
3. implementar a proposta de ensino elaborada em uma turma do Ensino Médio;
4. analisar os resultados obtidos no que se refere às dificuldades que surgem no processo de ensino de trigonometria por atividades;
5. fazer recomendações, discutindo e apontando alternativas de superação de dificuldades no ensino de trigonometria por atividades.

A metodologia que empregamos em nosso estudo incluiu, inicialmente, o estudo de alguns trabalhos relacionados com a trigonometria. A seguir identificamos o nosso problema de pesquisa e elaboração de uma seqüência de atividades de trigonometria que foram aplicadas em uma turma do ensino médio e elegemos a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa. Antes, porém, de aplicar as atividades, tivemos que estudar a Engenharia Didática para poder utilizá-la como ferramenta metodológica. A fase inicial de preparação da Engenharia Didática incluiu uma análise de todo o ambiente da pesquisa e o levantamento das hipóteses preliminares.

Constituído por uma introdução, três seções mais as considerações finais, o presente trabalho apresenta, na introdução, uma justificativa do tema e descreve os

objetivos da pesquisa. A seguir, na segunda seção, foi feito um estudo de outros trabalhos relacionados com o ensino de trigonometria. Apresentamos, também, a metodologia que foi utilizada nesta pesquisa juntamente com uma descrição minuciosa de como a mesma foi realizada. Na terceira seção, descrevemos o ambiente onde foi realizada a pesquisa. Na quarta seção, foi feita a análise e a discussão dos resultados obtidos. Nas considerações finais, comentamos os resultados obtidos durante o estudo e fazemos recomendações e sugestões destinadas a outros professores que optarem em usar atividades em suas aulas.

## **2. DA FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA, AMBIENTE, INSTRUMENTOS E PROCEDIMENTOS DA PESQUISA.**

Na presente seção, tratamos de obter os instrumentos para desenvolver nosso estudo e descrever as condições em que ele foi realizado. Inicialmente, foi feita uma revisão dos trabalhos publicados em ensino de trigonometria, a fim de verificar quais os resultados já apontados por outros pesquisadores a partir de onde podemos continuar nosso estudo. A seguir, deter-nos-emos aos instrumentos teóricos os quais nos permitiram efetuar nossa pesquisa. Somente depois, traçaremos o caminho metodológico adotado.

### **2.1. TRABALHOS COM A TRIGONOMETRIA**

Na área da Matemática, no Brasil dos últimos anos, os trabalhos que tiveram a trigonometria como foco de interesse se constituem estudos com abordagens bastante diversificadas. Apesar disso, eles ainda não são em grande número, o que nos facilita a fazer a análise de alguns deles a seguir:

Costa (1997), em seu trabalho, elabora seqüências didáticas distintas para o ensino de trigonometria e tem como um dos objetivos verificar qual a seqüência didática que é mais eficiente para introduzir conceitos trigonométricos. A pesquisadora utiliza dois grupos experimentais. No primeiro, a seqüência começa com atividades no computador e termina com experiências realizadas com materiais manipulativos inventados pela autora. No segundo grupo, a ordem é invertida. Sua pesquisa conclui que o segundo grupo foi mais eficiente. Sua teoria é amparada pelas idéias de teóricos da educação como Piaget e Vergnaud.

Baseando-se na perspectiva de Costa, percebe-se que o trabalho traz importantes contribuições, quando a autora analisa os erros e acertos de se trabalhar com atividades. Segundo ela, o aprendizado das funções trigonométricas exige um alto nível de abstração por parte do estudante, mas isso pode ser facilitado com o uso de atividades manipulativas, que ela chama de *concretização*. Isso fica evidente no melhor aproveitamento do grupo experimental que efetuou, primeiro, as atividades manipulativas para, só depois, realizar as atividades no computador, durante a fase de execução de sua pesquisa.

Outra contribuição é o estudo histórico e epistemológico da trigonometria contido nesse trabalho, bem como a análise e a evolução da noção de ângulo e das funções trigonométricas. A autora cria vários materiais didáticos que podem servir de exemplo para outros professores.

Por sua vez, Mendes (2001a) propõe o ensino de trigonometria baseado em atividades estruturadas, retiradas do contexto da história da matemática como recurso metodológico em sala de aula. Para o autor, essas atividades permitem que o aluno entre em contato com tópicos ainda não descobertos por eles. Durante o processo de busca, conduzido pelo professor, o aluno passa a descobrir aos poucos. O autor define atividade como sendo: “[...] uma ação metodológica centrada no ensino-aprendizagem pela experiência direta, com situações naturais e provenientes do conteúdo histórico” (MENDES, 2001a, p.59).

O autor utiliza a história como agente facilitador do ensino na sala de aula e discute em seu trabalho alternativas do uso dela na matemática como recurso metodológico de ensino. Para tanto, enfatiza o papel da história da matemática, propondo quatro opções de uso: biografia dos matemáticos; desenvolvimentos



temáticos; origem e significado dos termos matemáticos e estudos de textos do passado.

O sentido do termo “atividade”, empregado neste trabalho, é bem próximo daquele usado por Mendes. Entendemos atividade como tarefas delegadas aos alunos para que sejam trabalhadas, individualmente, ou, em grupo, sob a orientação ou a coordenação do professor. Elas não podem ser nem muito fáceis, a ponto de os alunos resolverem de imediato, nem muito difíceis, que eles não resolvam, correndo o risco de o professor voltar à aula expositiva. Além disso, cada atividade tem um objetivo a ser atingido através de sua realização.

Mendes (2001a *apud* Fossa, 1995) mostra, ainda, a existência de diversas formas de utilização da história da matemática das quais destacamos: *Uso ornamental*, voltado para uma abordagem puramente episódica ou novelesca; *Uso ponderativo* cujas situações com aspectos episódico ou novelesco são estruturadas de forma a permitir o uso manipulativo.

Um bom exemplo do uso ornamental da história da matemática pode ser visto na utilização de biografia de matemáticos, presente na maioria dos atuais livros adotados no Ensino Médio. Quanto ao uso novelesco, podemos citar o uso de textos matemáticos do passado. Estes mesmos textos do passado podem ter uma abordagem manipulativa no momento da aplicação dos procedimentos metodológicos para o ensino da matemática, bastando, para isso, organizá-los nesse sentido.

Na sua proposta de trabalho, Mendes (2001b) propõe o uso de atividades históricas na aprendizagem e faz uma experiência com a Trigonometria, cuja proposta é baseada em estudos desenvolvidos por Fossa (1998a).

Nosso estudo pretende utilizar a história da matemática na elaboração de objetivos e procedimentos de ensino-aprendizagem visando possibilitar a seleção e aplicação de problemas práticos, curiosos ou recreativos a serem incorporados de maneira episódica e investigativa nas aulas de matemática de modo a possibilitar uma aprendizagem significativa. (MENDES, 2001a, p.58)

O autor afirma que o contato do aluno com essas atividades podem conduzi-lo à redescoberta. Diz, ainda, que as informações históricas são de grande importância para o professor que pretende auxiliar o seu aluno a perceber as diversas conexões entre a Matemática e outros componentes do currículo escolar.

O trabalho, acima comentado, traz para nós importante contribuição no que diz respeito ao uso de atividades no ensino de matemática, como forma de repensar as aulas, direcionado-as para novas construções que possibilitem um bom aprendizado da trigonometria. Dessa forma, teremos em vista essa concepção ao elaborar nossas aulas de trigonometria.

Sobre o trabalho com a trigonometria, Nacarato (2003) analisa as diferentes abordagens para a definição de seno presentes nos livros didáticos do século XX no Brasil. Como resultado, a autora caracteriza quatro grandes tendências para a definição de seno, disposta logo adiante:

- a primeira predominou até antes de 1930 e está intimamente ligada à geometria euclidiana;
- a segunda está baseada no cálculo vetorial e vai até o final da década de 60;
- a terceira se inicia na década de 60 com o movimento da matemática moderna, sendo totalmente influenciada por esse movimento, estendendo-se até a década de 80;

- a última tendência permanece até os dias de hoje e oscila entre uma ou outra tendência. A quase totalidade dos autores define o seno como sendo a razão entre a medida do cateto oposto e da hipotenusa de um triângulo retângulo.

A importante contribuição desse trabalho é percebida na ideia de conscientização e alerta das várias definições de seno, lembrando que não se pode empregá-las, aleatoriamente, mas sempre em consonância com os objetivos de ensino traçados.

Por último, o trabalho elaborado por Brito e Morey (2004), que tem como objetivo verificar as dificuldades em Geometria e Trigonometria sentidas por professores do ensino fundamental. Apesar das dificuldades discutidas serem em geometria e trigonometria, ater-nos-emos apenas à parte da trigonometria por esta ser a parte que nos interessa mais expressivamente.

As autoras se apóiam num estudo realizado por Fiorentini (1995) e relacionam as várias tendências por que passou o ensino de matemática no país: a formalista clássica, a empírico-ativista, a formalista moderna, a tecnicista, a construtivista e a sócio-etno-culturalista. Segundo esse estudo, nos anos 60, o movimento da matemática moderna trouxe a teoria dos conjuntos para todos os conteúdos da disciplina. Uma das conseqüências da substituição da matemática axiomática euclidiana por uma outra, adaptada de um modelo criado fora do país, culminou no abandono do ensino de trigonometria e geometria no Brasil.

As autoras dizem ainda que, no final da década de 80, houve um grande esforço dos estudiosos e organismos oficiais de ensino no sentido de mostrarem, para os professores de matemática, a importância do estudo da trigonometria e da geometria para o ensino de primeiro grau. Entretanto, houve uma grande resistência

por parte desses professores e o estudo da Geometria e da Trigonometria continuou fora das aulas de matemática. Segundo elas, o motivo dessa resistência foi à deficiência no ensino de Geometria e Trigonometria predominante na época da formação escolar desses professores e até mesmo na época da sua formação acadêmica. As autoras são bem contundentes, quando dizem que:

Analisando as dificuldades encontradas pelos professores podemos afirmar que tais dificuldades estão intimamente relacionadas à formação escolar das décadas de 70 e 80 caracterizadas, entre outros aspectos, pelo descaso para com a geometria e a trigonometria, pela formalização precoce de conceitos geométricos e trigonométricos – quando esses eram estudados - e pela memorização de procedimentos sem a compreensão deles (BRITO; MOREY, 2004, p.31).

Para alcançar seu objetivo – o de verificar quais as dificuldades sentidas pelos professores em geometria e trigonometria –, as autoras ministraram um curso de formação continuada para uma turma de 50 professores de escolas estaduais do Rio Grande do Norte. O curso foi organizado em forma de atividades elaboradas por elas e dadas aos alunos-professores para que resolvessem em grupo de 5 pessoas. O papel das ministrantes era ajudar os grupos que tivessem dificuldades, dialogar com a classe para validar as soluções propostas e acompanhar, mais detalhadamente, o processo de resolução das tarefas de dois entre os dez grupos formados. Como resultado, o trabalho em questão aponta dificuldades em geometria e trigonometria sentidas pelos professores. Elas concentram-se nos conceitos geométricos de altura e de semelhança, assim como nos conceitos fundamentais da trigonometria.

Falemos um pouco mais sobre as dificuldades em trigonometria, apontadas como resultado do estudo. A primeira delas diz respeito ao conceito de semelhança

de triângulos, mais especificamente a construção de triângulos retângulos quaisquer que, segundo as autoras, os professores afirmavam serem semelhantes apenas pelo fato de terem um ângulo reto, ou seja, dois triângulos retângulos quaisquer são semelhantes entre si.

Uma outra dificuldade surgiu quando os professores realizavam atividades que envolviam as expressões “cateto oposto” e “cateto adjacente”. A maioria dos professores se mostrou surpresa pelo fato de as expressões “cateto oposto ao ângulo  $\alpha$ ” e “cateto adjacente ao ângulo  $\alpha$ ” não estarem relacionadas à posição do triângulo retângulo e sim a um dos ângulos agudos.

Inicialmente, percebeu-se, também, a dificuldade com que os professores manipulavam os instrumentos de desenho geométrico na realização das atividades. Os professores tinham dificuldade em manusear o transferidor e o compasso não só no sentido prático, mas também no sentido da compreensão, pois o transferidor, como um instrumento de medida, representou uma dificuldade. A compreensão do grau de precisão de uma medida, em função do instrumento utilizado, também representou outro problema. O trabalho, em questão, aponta outras dificuldades apresentadas pelos professores, embora tenhamos escolhido as que nos pareceram mais próximas da nossa problemática.

Dentre os trabalhos aqui comentados, tomaremos o de Brito e Morey (2004) que se apresenta como grande auxílio na busca para alcançar nossos objetivos. Para tanto, tomaremos as atividades elaboradas como modelo para aquelas que iremos aplicar em nossa sala de aula do Ensino Médio. Antes, porém, deve ser feita uma ressalva, isto é, para trabalharmos com as idéias dos autores serão feitas modificações e adaptações cabíveis.

## 2.2. A ENGENHARIA DIDÁTICA

A Engenharia Didática é uma forma de organização dos procedimentos metodológicos de uma pesquisa em didática da matemática que contempla tanto a dimensão teórica quanto a experimental. Trata-se de um instrumento de pesquisa e de ensino ao mesmo tempo. Podemos encontrar um estudo mais detalhado sobre a engenharia didática nos textos de Artigue (1996) e Pais (2001).

A Engenharia Didática possui quatro etapas consecutivas: análises preliminares; concepção e análise a priori; aplicação da seqüência pedagógica e análise a posteriori. (Pais, 2001)

Na **primeira etapa**, que é a da análise preliminar, o professor-pesquisador deve fazer inferências sobre todo o quadro teórico que envolve o objeto a ser trabalhado, bem como destacar as concepções dos sujeitos envolvidos e a compreensão das condições da realidade em que a pesquisa será realizada.

Na **segunda etapa**, chamada de concepção e análise a priori, são constituídas as variáveis de comando do sistema de ensino que, supostamente, interferem na constituição do fenômeno. Aqui, levantam-se as hipóteses preliminares do estudo.

A **terceira etapa** se constitui da aplicação da seqüência pedagógica. É nessa etapa que se dá a aplicação das seqüências de aulas planejadas previamente, que têm como objetivo observar as situações de aprendizagem.

A **quarta e última etapa**, a análise a posteriori, refere-se ao tratamento das informações obtidas por ocasião da aplicação da seqüência didática. Nessa etapa, o professor-pesquisador pode lançar mão de outras técnicas para enriquecer os dados como: questionários, entrevistas, gravações, diálogos, etc.

Deste modo, a Engenharia Didática foi um instrumento adequado ao estudo feito, pois, em cada uma das etapas por ela definida, respondemos aos questionamentos que, aos poucos, atenderam às outras questões da pesquisa. Assim sendo, na primeira etapa, debruçamos sobre as seguintes questões: Qual é mesmo a questão central de nossa pesquisa? Que meios temos para respondê-la? Qual o programa de trigonometria que será ministrado? Qual a forma didática mais adequada para que possamos observar as dificuldades dos alunos? Em outras palavras, qual será a metodologia de ensino?

Na segunda etapa, foi feita a preparação para a intervenção em sala de aula. Assim, preparamos a seqüência didática, nas quais se apoiaram as aulas de trigonometria e fizemos a análise à priori de onde levantamos as nossas hipóteses de pesquisa, ou seja, tentamos prever possíveis respostas a questões do tipo: o que podemos esperar que desponte em sala de aula? Que tipo de dificuldades os alunos apresentarão? Como nos preparar para elas?

A terceira etapa foi a aplicação da seqüência didática nas aulas de trigonometria, a observação e as anotações de cada situação didática que se apresentou durante as aulas, sendo organizado um relatório, após cada uma das aulas.

Na quarta etapa, tendo à nossa disposição as anotações de aula e o relatório, respondemos às perguntas: O que aconteceu durante as aulas? Quais os pontos relevantes observados? Como eles se relacionaram com a nossa pesquisa? Enfim, quais as dificuldades enfrentadas pelos alunos nos tópicos de trigonometria ensinados? Neste momento, fizemos a validação dos resultados pela confrontação entre os dados obtidos na análise a priori e a posteriori. Outrossim, verificamos as hipóteses feitas no início da pesquisa.

### 2. 3. PERCURSO METODOLÓGICO

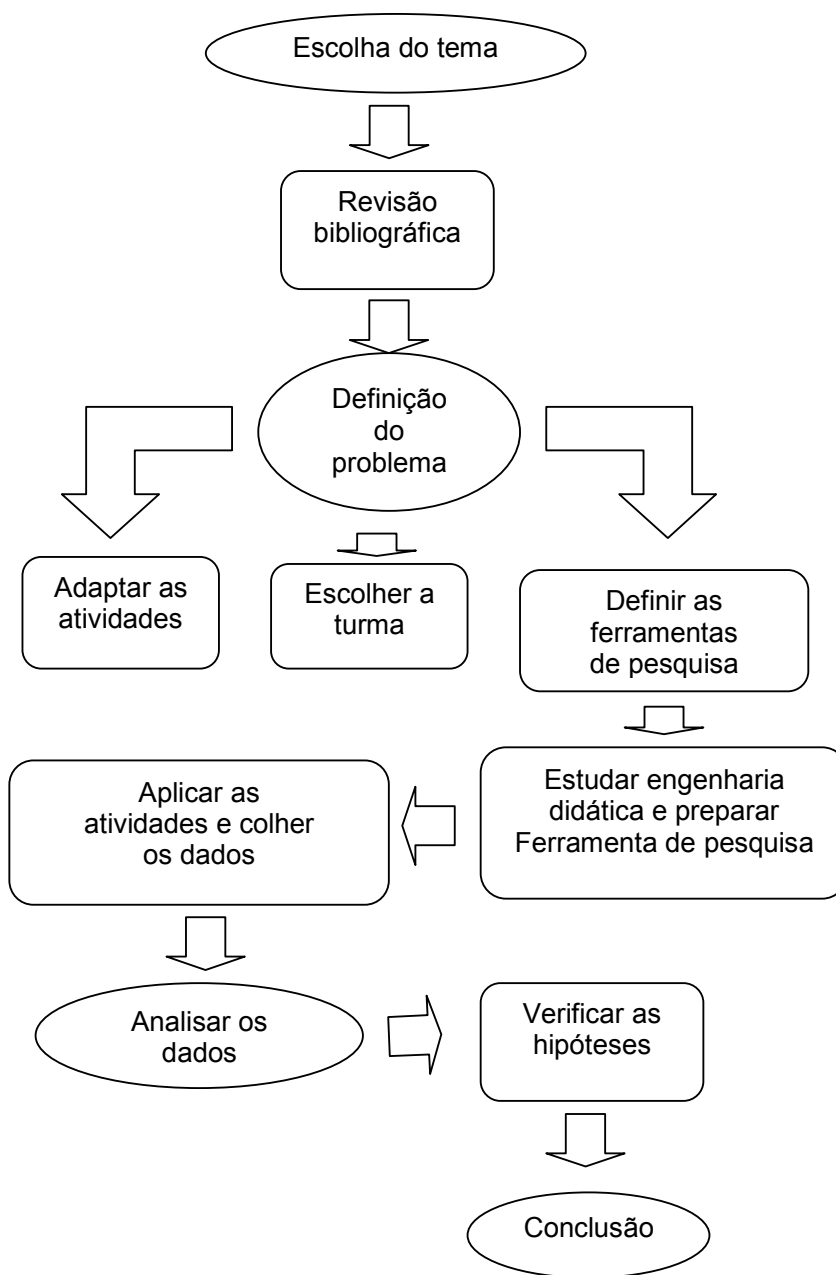
Ao longo do caminho, buscamos atingir nosso objetivo de pesquisa – qual seja: verificar o caráter e a especificidade das dificuldades sentidas pelos professores e alunos de matemática do ensino médio, no processo de ensino-aprendizagem que usa seqüências de atividades de trigonometria.

Os próximos passos foram, obviamente, seguir as etapas da engenharia didática, partindo de uma breve retomada de nossa questão de pesquisa para, em seguida, destacar os aspectos que daremos maior importância na fase seguinte.

A seguir, preparamos nos, antes de entrar em sala de aula e fazer nossas observações. Também elaboramos a seqüência de atividades que foi aplicada, e nos munimos dos instrumentos e meios de observação e registro das situações didáticas concretas durante as aulas. Nesta etapa, discutimos também como os dados obtidos seriam analisados, incluindo, inicialmente, a escolha da turma. A seguir, fizemos uma descrição e todo o ambiente da pesquisa. Esta descrição incluiu a própria turma, a escola, as condições sócio-econômicas dos alunos, as condições de trabalho do professor, dentre outros aspectos.

Depois da análise dos dados observados, fizemos as recomendações e conclusões referentes ao ensino de trigonometria por atividades. O fluxograma a seguir, mostra o percurso feito durante a realização da pesquisa.





Fluxograma 1 – Percurso metodológico

### **3. PREPARANDO-NOS PARA A OBSERVAÇÃO DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS**

Nesta seção, vamos descrever o ambiente da pesquisa e mostrar qual a metodologia que será usada. Enfim, faremos o levantamento das hipóteses prévias e das variáveis de controle necessárias à aplicação da Engenharia Didática.

#### **3.1. A ESCOLA E A TURMA**

A pesquisa será realizada na Escola Estadual Desembargador Floriano Cavalcanti, situada na zona sul de Natal, município do Rio Grande do Norte. Trata-se de uma escola de grande porte, atualmente (2005) com 3.500 alunos matriculados, e que funciona com 26 salas de Ensino Fundamental e Médio nos três turnos. Além do diretor e da vice-diretora, trabalham nesta escola, por turno, 4 coordenadoras pedagógicas e 30 professores das disciplinas do Ensino Fundamental e Médio. A escola tem uma boa infra-estrutura que dá suporte a professores e alunos. Possui uma biblioteca, dois laboratórios de informática, uma quadra coberta, um auditório com capacidade para 200 pessoas e uma sala de vídeo.

A turma escolhida para realização da intervenção pedagógica possui 52 alunos matriculados na 2<sup>a</sup> série do Ensino Médio, sendo 30 meninos e 32 meninas. A idade varia de 15 a 17 anos. Mais da metade dos alunos da turma mora na zona norte que fica distante dez quilômetros da escola. A maioria dos alunos da turma pertence a famílias de baixa renda. A duração do período escolar diário compreende quatro horas e meia, distribuídas em 5 aulas de 50 minutos. A carga horária de matemática para o Ensino Médio corresponde a três aulas semanais.

### 3.2. O PROGRAMA DA DISCIPLINA

A escola não possui um projeto pedagógico. Ademais, não existem diretrizes ou estudos realizados na própria escola, apontando o programa a ser adotado em cada série. Cada professor elabora o seu plano de curso para o ano letivo de cada série.

Diante desta inicial caracterização, pode-se questionar: Como fazer para selecionar os conteúdos a serem trabalhados durante o ano letivo? A falta de um estudo que oriente o professor faz com que a maioria das listagens de conteúdos seja retirada do próprio livro texto.

As turmas sempre são muito heterogêneas, o que significa que são compostas por alunos oriundos de diferentes realidades, ou seja, numa mesma sala existem alunos, cujas famílias pertencem à classe média e, portanto, possuem um bom suporte em casa, tais como: computadores, livros, assinatura de revistas de atualidades, dentre outras coisas. Em muitos casos, esses alunos passaram uma boa parte da sua vida escolar freqüentando escolas particulares. Por outro lado, na mesma sala de aula, há alunos, cujas famílias têm um padrão de vida mais modesto se comparado com os anteriores. Estes alunos sempre freqüentaram a escola pública e não possuem a mesma estrutura familiar e material.

Para elaborar um programa de curso em uma determinada turma, a prática adotada sempre foi fazer uma sondagem das dificuldades da turma através de uma avaliação e, só a partir daí, escolher os conteúdos anuais.

No ano de 2005, nosso procedimento inicial, para com o 2º ano no Ensino Médio, como habitualmente, foi obter a lista de conteúdos de matemática para esta

série. Consta, ainda nesta lista, a quantidade de semanas dedicadas a cada assunto; distribuição feita em função das 40 semanas letivas anuais.

### CONTEÚDO DE MATEMÁTICA (2º ANO DO ENSINO MÉDIO)

ASSUNTO	TEMPO PREVISTO
Exponenciais e logaritmos	8 Semanas
Função exponencial e função logarítmica	6 Semanas
Trigonometria	11 Semanas
Matrizes	6 Semanas
Determinantes	4 Semanas
Sistemas lineares	5 Semanas

Tomando como base os programas que comumente são aplicados para o 2º ano no Ensino Médio na escola, uma sondagem que fizemos com a turma e o livro texto *Matemática volume 2: versão alfa*, de Bianchini e Paccola (1995), elaboramos a seguinte lista de conteúdos de trigonometria:

- a) as relações métricas no triângulo retângulo;
- b) razões trigonométricas no triângulo retângulo;
- c) propriedades e relações do seno, do cosseno e da tangente de um ângulo agudo de um triângulo retângulo;
- d) seno e cosseno do complemento de um ângulo;
- e) a identidade fundamental da trigonometria;

- f) a relação entre a tangente de um ângulo e o quociente entre o seno e o cosseno desse mesmo ângulo;
- g) cálculo dos valores das razões trigonométricas para alguns valores ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ );
- h) a lei dos senos e dos cossenos;
- i) arcos e ângulos;
- j) medida de um ângulo central;
- k) o ciclo trigonométrico;
- l) o arco trigonométrico;
- m) funções trigonométricas.

### 3.3. TÓPICOS RELEVANTES COMO OBJETOS DE ENSINO E DE ANÁLISE

Do extenso programa de trigonometria listado acima, apenas alguns tópicos foram examinados por possuírem uma relação direta com nosso estudo. São tópicos de conteúdo semelhante ao conteúdo trigonométrico do estudo de Brito e Morey (2004). Vale lembrar, neste momento, que a maioria das atividades aplicadas durante a nossa intervenção pedagógica foi retirada do referido estudo.

Diante disso, as aulas de trigonometria incluídas em nosso estudo abordarão o seguinte conteúdo:

- a) semelhança de triângulos;
- b) razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo);

- c) seno e cosseno do complemento de um ângulo;
- d) a identidade fundamental da trigonometria;
- e) a tangente de um ângulo agudo.

Pretendemos concluir o conteúdo em 15 horas/aula, dispostas em 5 semanas.

### 3.4. A METODOLOGIA DE ENSINO DE TRIGONOMETRIA ADOTADA

A partir de agora, passaremos a discutir e apresentar o modo como foram decorridas as aulas de trigonometria.

O ensino de trigonometria, nas 5 semanas, ocorreu sob a forma de resolução de atividades. Foram atividades baseadas no estudo feito por Brito e Morey (2004) nas quais introduzimos algumas modificações a fim de se adequarem mais precisamente ao contexto. Atividades, significa, entre outras definições: tarefas delegadas aos alunos para que as resolvam em grupos com quatro ou cinco alunos, ou em duplas, sob a supervisão do professor. Enquanto os grupos resolvem as atividades, o professor percorre os vários grupos, incentivando e ajudando no que for necessário. A validação dos conhecimentos adquiridos é feita nos momentos em que o professor dialoga com toda a classe, discutindo os resultados obtidos pelos grupos.

Foi elaborada uma série de atividades em trigonometria para serem propostas aos alunos, de tal modo que cobrissem todo o programa de trigonometria que foi estudado. Todas seguiram uma estrutura padrão, ou seja, todas elas constaram de número, título, objetivo, metodologia, material necessário e instrução para os alunos. Vejamos, por exemplo, a primeira delas que aparece a seguir:

### **Atividade 1**

**Título:** Medindo sombras, calculando razões e interpretando os resultados.

**Objetivo:** Verificar que a relação entre os lados no triângulo retângulo não depende do tamanho (comprimento dos lados) deste triângulo.

**Metodologia:** Dividir a turma em duplas e orientar para que cada dupla meça a altura do companheiro e o comprimento de sua respectiva sombra. Anotar o resultado no caderno. Orientar toda a turma que a posição de todos tem de ser padronizada: ou todos de frente para o sol ou todos de costa, etc. Discutir o porquê de tal padronização. De posse das anotações feitas no pátio, cada dupla calcula a razão entre a altura do colega e comprimento de sua sombra. Os resultados das divisões deverão ter duas casas decimais. Dialogando com a classe, o professor tenta fazer com que percebam que os valores para a razão obtida são muito próximos. A seguir, busca com os alunos explicações para o fato.

**Material:** cada dupla de alunos deverá ter fita métrica ou trena e uma calculadora (opcional).

**Instruções para o aluno:**

- a) Forme uma dupla com alguém de sua classe e meça a altura e a sombra de seu companheiro. Anote os resultados no caderno. A seguir, peça que ele faça o mesmo.
- b) Tome os comprimentos obtidos e calcule a razão  $b = \frac{\text{altura}}{\text{sombra}}$  para cada membro da dupla.
- c) Anote o resultado no caderno, deixando duas casas decimais.
- d) Verifique se as duas razões obtidas são iguais ou próximas e tente, juntamente com seu companheiro, achar uma explicação para o fato.

- e) *Observe os resultados obtidos pelas demais duplas. Existe alguma regularidade? Qual a explicação?*

Observe que o que intitulamos como “metodologia” são instruções para que o professor desenvolva seu trabalho. Na variante entregue aos alunos, este item não apareceu. O conjunto completo de todas as atividades se encontra no Anexo deste trabalho.

### 3.5. O QUE PODEMOS ESPERAR DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS QUE SE APRESENTARÃO?

Para relacionar as dificuldades sentidas por professores e alunos no processo de ensino de trigonometria por atividades, fez-se necessário, inicialmente, separá-las em categorias:

- a) dificuldades relacionadas ao ambiente físico e de materiais que dizem respeito – como o próprio nome diz – ao espaço físico em que está inserida a sala de aula e todas as condições materiais imprescindíveis ou não à realização da aula.
- b) dificuldades relacionadas à estrutura organizacional da escola que se referem ao tempo pedagógico e às interrupções não programadas que ocorrem durante o ano letivo;
- c) dificuldades decorrentes dos paradigmas do ensino tradicional que dizem respeito ao pensamento dominante na sociedade e até mesmo no meio educacional sobre o fazer de sala de aula. Como veremos mais adiante, o ensino direto (tradicional) tem resistido às tentativas de mudanças e,



conseqüentemente, vem servindo de parâmetro para as discussões nas reuniões de mestres e pais de alunos;

- d) dificuldades decorrentes dos paradigmas da profissão docente que se referem às condições de trabalho e sócio-econômicas do professor, assim como também da sua carreira e valorização profissional. Elegemos, como grandes entraves desse ponto, as longas jornadas de trabalho do professor e a falta de incentivo para sua formação continuada;
- e) dificuldades decorrentes das competências e habilidades dos alunos. Convém lembrar que esse tema constitui o objetivo principal do ensino em qualquer área. Nessa categoria de dificuldades, relacionamos os obstáculos didáticos e todas as habilidades e conceitos que não foram bem trabalhados nas séries anteriores da vida escolar dos estudantes que se tornam empecilho na hora em que eles necessitam efetuar alguma tarefa ou adquirir um conceito novo.

Todas essas categorias de dificuldades serão analisadas na seção 4 desta dissertação.

### 3.6 INSTRUMENTOS DE OBSERVAÇÃO E DE REGISTRO DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Como explanamos inicialmente, a metodologia de pesquisa adotada foi à engenharia didática. Essa metodologia pressupõe que a pesquisa tenha uma preparação antes da realização da coleta de dados, chamada de análise *a priori*, colocada no item anterior. Durante a fase de coleta de dados, foi usado um documento de registro onde foi anotado as dificuldades e os pontos relevantes observados durante a aplicação das atividades em sala de aula.

Chamamos a atenção para esse documento de registro, pois os dados coletados durante a aplicação da seqüência de atividades e contidos nele foram, mais tarde, confrontados com a análise *a priori* para, só a partir desse confronto, conseguirmos responder às questões de pesquisa.

Durante a coleta de dados foram utilizados, além das observações feitas em sala de aula, entrevistas com professores e coordenadores administrativos da escola.

#### **4. DISCUSSÃO E ANÁLISE DAS OBSERVAÇÕES DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS**

Após recolhimento dos dados, foram necessárias a discussão e a análise das observações das atividades aplicadas para os alunos, bem como dos dados colhidos durante as entrevistas com os coordenadores administrativos da escola e professores.

Essas observações foram classificadas em cinco categorias, a saber: dificuldades relacionadas ao ambiente físico e de materiais; dificuldades relacionadas à estrutura organizacional da escola; dificuldades decorrentes dos paradigmas do ensino tradicional; dificuldades decorrentes dos paradigmas da profissão docente; finalmente, dificuldades decorrentes das competências e habilidades dos alunos.

##### **4.1. DIFICULDADES RELACIONADAS COM O AMBIENTE FÍSICO E DE MATERIAIS**

A escola onde foi realizada a pesquisa, tradicionalmente, possui uma grande procura por matrícula e, conseqüentemente, temos as salas muito cheias, com aproximadamente 50 alunos por turma. Um número tão grande de alunos dificulta qualquer aula e mais ainda se o professor resolver trabalhar com atividades em pequenos grupos, pois para que as carteiras devam ser reorganizadas sem as tradicionais fileiras, dispostas em pequenos círculos, isso demanda espaço. Essa forma de trabalho com grupos, numa sala tão cheia, de início, já compromete a circulação do professor pelos grupos, além de um excesso de ruído produzido pelas conversas entre os componentes dos grupos. Não podemos deixar de registrar uma

outra dificuldade que o professor pode enfrentar em uma situação semelhante: a falta de tempo para atender às dúvidas dos grupos. Além da falta de espaço físico para locomoção ainda existe a dificuldade de diálogo com os componentes dos grupos pelo barulho que mencionamos.

Outrossim, com relação às dificuldades referentes ao ambiente físico e material, podemos listar, por conseguinte, a falta de material disponível na escola para que o professor elabore e construa os instrumentos didáticos que serão usados pelos alunos. O material disponível nas escolas, muitas vezes, se resume à cartolina, papel ofício, lápis colorido, cola, tesoura e fita adesiva. Sentimos a falta de outros materiais como papel milimetrado, cordão, emborrachado, percevejo, canudos de refrigerantes, transparências para retroprojeto, palitos de churrasco, enfim uma gama de materiais que auxiliam o professor na confecção de atividade para seus alunos. Observe que, muitos desses materiais listados acima não são muito comuns em uma escola, embora devam fazer parte dos materiais disponíveis para o quadro docente no armário de materiais pedagógicos de qualquer escola. Caso necessite de materiais que a escola não disponha, o professor tem que fazê-lo com o seu próprio dinheiro. No início do ano letivo, algumas escolas até pedem listas de materiais aos professores, na tentativa de comprá-los com pequenos repasses de recursos financeiros para essa finalidade. Porém, nem sempre essas compras são realizadas, em virtude desses recursos chegarem atrasados. Normalmente, os administradores escolares não oferecem tempo para que o professor elabore uma lista, apesar de o dinheiro já estar em caixa. Muitas vezes, um recurso financeiro só chega ao final do ano, de forma que o material comprado servirá somente para o ano seguinte.

A reprodução de material, mais uma dificuldade que figura no ambiente físico e material, também é uma constante no dia-a-dia docente. É certo que, o que vamos expor a seguir corresponde à realidade da maioria das escolas de nossa cidade; uma vez que não possuem máquinas copiadoras (xérox) eficientes para produzir material para o aluno. As que possuem não recebem recursos para manutenção, e conseqüentemente, não conseguem fazer pequenos reparos, nem comprar o *tonner* de tinta para substituição dos vazios. Assim, todas as cópias têm de ser feitas fora da escola, de maneira que passam pelas mãos de mais de uma pessoa e levam algum tempo para chegar até o professor.

Todas essas observações supracitadas foram verificadas durante a preparação e aplicação das atividades. Podemos dizer que elas foram verificadas em todas as atividades da seqüência preparada para uma carga horária de 15 horas aula (5 semanas). Mesmo depois de realizadas, todavia, algumas atividades apresentaram dificuldades específicas, verificadas durante a sua aplicação.

As atividades 2, 3, 10 e 12, que envolviam construções geométricas, da mesma forma que a atividade 1 (medindo sombras) apresentaram as seguintes dificuldades:

1. Durante a aplicação da atividade 2, a metade dos alunos não trouxe o compasso.
2. Poucos alunos trouxeram o transferidor. Então, tivemos que distribuir 10 unidades durante a aula, ou a atividade não atingiria o objetivo previsto.
3. Alguns transferidores, trazidos pelos alunos, não possuíam a demarcação do centro.

4. Percebemos, ainda, dois transferidores com erro de construção. Além da não demarcação do centro, mencionada anteriormente, estes foram recortados de maneira que o centro fica inacessível.
5. Para realizar as medições de sombras, a turma foi levada ao pátio da escola. Como a turma é demasiadamente grande, 48 alunos, separamos a turma em duas partes. Dessa forma, a atividade levou o dobro do tempo para sua realização e as medições de sombras foram feitas em um intervalo de 30 minutos. Esse fato comprometeu bastante a padronização esperada nos resultados.

Todas estas observações nos remetem a alguns cuidados e preocupações no momento do planejamento de atividades semelhantes àquela apresentamos aqui.

Em primeiro lugar, devemos testar todos os materiais e todas as atividades que serão realizadas em sala de aula. No caso de o professor trabalhar com uma turma muito grande, poderá elaborar atividades paralelas, a fim de que os alunos sejam divididos em duas turmas e passem a ocupar dois espaços diferentes supervisionados por outro educador lotado na escola. Por exemplo, o professor necessita efetuar algumas medições no pátio da escola. Poderá dividir a turma em duas partes, cujas metades dirigir-se-ão ao pátio e a uma sala com atividade extra. Se a escola oferecer outras opções, os alunos poderão ocupar uma sala de vídeo, de informática, ou a biblioteca. Para cada um desses espaços disponíveis na escola, o professor deverá elaborar uma atividade compatível com o local ocupado pelos alunos.

#### 4.2. DIFICULDADES RELACIONADAS À ESTRUTURA ORGANIZACIONAL DA ESCOLA

Com relação à estrutura organizacional da escola, observamos que nesta categoria, existem ações não programadas que interrompem o ritmo das aulas e fazem com que o professor tenha que reavaliar, constantemente, o seu planejamento de unidade. Consideramos, importante, esse ponto, pois, para que o aluno aprenda e para que um tema possa ser bem desenvolvido, são necessários um bom planejamento e a normalidade das aulas, sem muitas interrupções. As seqüências de aulas e a compreensão dos conceitos e sua formalização dependem dessa normalidade. Essas interrupções a que nos referimos são causadas por: greves, assembléias patrocinadas pelos sindicatos dos educadores e paradas de protesto no serviço público, jogos escolares internos e externos, greves dos transportes coletivos, feriados e mesmo os dias impresados. Além dos casos citados, existem também, aqueles que o professor entra na sala e percebe que a turma acabou de ser convidada para uma palestra. Essas Interrupções não programadas fazem com que o professor altere o ritmo das aulas, modificando o que havia planejado. As seqüências de atividades não podem ser puladas, pois são essenciais ao processo de ensino-aprendizagem.

Todas as atividades foram planejadas levando-se em conta que a duração das aulas seria de 50 minutos, entretanto, como veremos mais adiante, alguns acontecimentos inesperados quebraram a seqüência, inviabilizando algumas aulas, decorrentes do tempo diminuído.

No início da aplicação da seqüência de atividades, observamos que algumas interrupções nas aulas dificultaram o contato com a turma. Isso prejudicou bastante, visto que não conseguimos avisar os alunos para trazerem os instrumentos

necessários para as aulas que, normalmente, não são muitos usuais, como: trena, compasso e transferidor. A solução encontrada para resolver esse problema de falta de instrumentos para realizar as atividades foi trazer de casa 8 trenas e 10 transferidores.

As interrupções das aulas durante a aplicação das doze atividades aconteceram em três momentos: no início, ocasionada pelo plantão pedagógico (reunião entre educadores e pais de alunos para entrega dos boletins); no meio, por ocasião da visita dos alunos a uma exposição na UFRN (CIENTEC) e, no final, por ocasião das avaliações bimestrais.

Desses três momentos, apenas as avaliações bimestrais estavam previstas no calendário da escola fornecido pela equipe técnica pedagógica. Convém esclarecer que, durante a aplicação das avaliações, os alunos vêm à escola apenas para realizar as provas escritas e nada mais. As outras duas interrupções ocorreram do seguinte modo: o plantão pedagógico foi informado dois dias antes; a visita à exposição da UFRN, no momento em que já estava acontecendo.

Além dessas interrupções que mencionamos, houve também situações em que as aulas tiveram o seu tempo diminuído, em duas ocasiões, cujo horário sofreu a redução de 50 para 30 minutos. Os dois motivos que justificam esta iniciativa foram: a organização dos jogos escolares e as comemorações do jubileu de prata da escola.

Outro problema sério, numa escola de grande porte como a nossa, diz respeito à disciplina de maneira geral na escola. Os alunos demoram a entrar na sala e, conseqüentemente, os minutos de aula são subtraídos – principalmente depois do intervalo. Os enormes pátios, quadra de esportes e até mesmo a cantina



faz com que eles fiquem muito dispersos. No planejamento das seqüências de aulas, não levamos em consideração essas perdas de tempo.

Consideramos de fundamental importância um calendário escolar mais flexível – pelo menos um bimestre – a fim de que as interrupções não prejudiquem tanto o desenvolvimento das atividades planejadas pelos professores.

#### 4.3. DIFICULDADES DECORRENTES DOS PARADIGMAS DO ENSINO

##### TRADICIONAL

Outra categoria diz respeito às dificuldades decorrentes dos paradigmas do ensino tradicional, ainda, arraigadas ao sistema de ensino na atualidade. Há, pelo menos, dois modelos de ensino totalmente diferentes: de um lado o ensino dito como tradicional e o construtivismo.

No primeiro modelo, o professor é o detentor do conhecimento e o aluno é um depósito vazio onde esse conhecimento vai ser colocado. O professor dá o conhecimento e o aluno recebe. Fossa (2001, p.13) define dessa forma uma sala de aula tradicional onde:

[...] fica patente que é o professor quem é a estrela. Este fica no palco onde se situa toda a ação, enquanto o aluno, passivo e bem comportado, só assiste ao espetáculo, ou, no máximo, é dado um pequeno papel sob a direção cuidadosa do professor.

Referindo-se aos que admitem esta forma de ensino, é certo que esse modelo tradicional não funciona da forma que os mestres gostariam. Já foi reprovado e todas as tendências atuais no ensino mostram que esse modelo ultrapassado deve ser substituído por um outro modelo que também não é muito novo, o construtivismo. No construtivismo, o aluno é o agente ativo do seu próprio

crescimento cognitivo. O professor deixa de ser o centro e passa a ser um mediador entre o aluno e o objeto de estudo. A interação se dá principalmente entre aluno e aluno. Veja o que diz Fossa (1998b, p.14).

Um dos antídotos mais importantes ao modelo de ensino direto é o construtivismo. [...] Enquanto o conhecimento deriva-se da experiência, ele está estruturado pela própria atividade mental do indivíduo, através do processo de tentar resolver problemas experimentais.

Esses dois modelos pressupõem posturas éticas e políticas diferentes por parte do professor. Contudo, quais as dificuldades que o professor enfrenta ao optar por aulas onde o aluno aprende, realizando tarefas e fazendo experimentos? A mudança do modelo de aula tradicional – nas quais os alunos ficam todos quietos, copiando e fazendo longas listas de exercícios repetitivos – para uma aula em que eles buscam inquietamente solucionar problemas e fazer descobertas representa um grande contraste. A sala de aula construtivista é um pouco barulhenta, causando uma impressão negativa em algumas pessoas que, ao passar próximo à sala, não acreditam estar havendo uma aula de matemática.

Segundo Fossa (1998b), a diferença mais veemente entre uma sala de aula tradicional e uma sala de aula construtivista é que, nesta última, a verdadeira matemática é aprendida. A maioria dos pais de nossos alunos foi escolarizada segundo um modelo de ensino predominantemente tradicional, por isso mesmo que esse modelo tem uma grande influência nesse segmento e entre os educadores, apesar do esforço de alguns professores que buscam modificar suas aulas tornando-as mais atrativas. Voltando à nossa questão mais contundente, quais as dificuldades

que os professores construtivistas têm diante desse quadro que acabamos de descrever?

Se, por um lado, algumas pessoas só acreditam que esteja havendo uma boa aula se os alunos estiverem todos calados, escrevendo ou copiando algo, por outro, quanto ao conteúdo, os pais dos alunos só ficam satisfeitos se o aluno tiver o caderno repleto de coisas escritas, posto que fazem questão da quantidade em detrimento da qualidade. Os próprios alunos ficam ansiosos para que o professor desenvolva todo o conteúdo do livro didático. Isso é fácil de se verificar quando observamos um ou outro estudante fazendo comparações entre a quantidade de conteúdos trabalhados na sua turma, com outra onde um professor desenvolve um ensino direto e avança rapidamente, na verdade focado no aspecto expositivo.

O nosso aluno passou anos de escolarização, repetindo tarefas copiadas no quadro pelo professor, então, como ele vai reagir quando lhes for oferecida (não imposta) uma tarefa para que ele crie e avalie soluções? Ele sempre esperou que o professor fornecesse as formas mais fáceis de resolver um problema. O aluno dirá então que esse professor não quer “ensinar”.

Por fim, reconhecemos que a escassez de publicações, com o tema *atividades no ensino*, é um dos maiores entraves para o professor que opte por usá-las em suas aulas.

Algumas observações feitas durante a aplicação do experimento mostraram que, pelo menos, a metade da sala ficou pouco à vontade na hora de realizar tarefas. Para eles, as respostas escritas nas folhas fornecidas pelo professor teriam que ser devolvidas somente com as respostas certas. Essa concepção reitera um dos maiores enganos do ensino tradicional que ficou enraizado na cabeça de nossos estudantes e até mesmo nos educadores.

#### 4.4. DIFICULDADES DECORRENTES DOS PARADIGMAS DA PROFISSÃO DOCENTE

Quanto às dificuldades decorrentes dos paradigmas da profissão docente, durante a preparação de aulas baseadas em atividades, o professor enfrenta desafios. Como se sabe, a preparação de atividades leva um bom tempo do professor, além de horas de estudos e simulações. O professor, de forma geral, tem mais de um emprego. Isso dificulta a realização de estudos para elaboração de seqüências de atividades como as que apresentamos aqui. Essa é a realidade da maioria dos professores do Ensino Fundamental e Médio. Com baixos salários, o professor tem que trabalhar em mais de uma escola. Sem tempo para preparar um roteiro de atividades e tampouco fazer uma avaliação diagnóstica das mesmas, amiúde, o professor prefere usar o modelo de ensino tradicional. Preparar aulas expositivas e exercícios de fixação gasta menos tempo que elaborar atividades e materiais manipulativos. O roteiro de aulas expositivas já vem pronto em muitos livros didáticos. Não podemos esquecer que esse professor foi formado segundo esse modelo tradicional e, muitas vezes, acredita que, realmente, o aluno aprende só com aulas expositivas e memorização de exercícios. Além do mais, o modelo de ensino tradicional impõe ao professor um papel autoritário, de forma que só ele sabe e fala; o aluno pouco se expressa e somente obedece. Assim, sobra tempo para o professor desempenhar a sua jornada dupla ou tripla.

#### 4.5. DIFICULDADES DECORRENTES DAS COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DOS ALUNOS.

Por último, as dificuldades decorrentes das habilidades e das competências dos alunos que, certamente, figura como ponto mais importante deste trabalho e

deveria ser bem observado por todos os educadores durante o exercício docente. Vale ressaltar que não pretendemos, nesse momento, descrever e discorrer todas as dificuldades apresentadas pelos alunos, decorrentes da falta de habilidade com procedimento e de compreensão de alguns conceitos.

Enfim, algumas dificuldades relevantes foram elencadas, visto que já esperávamos encontrar na nossa sala de aula laboratório. A primeira delas: a demora dos alunos ao realizar as atividades. Isso já foi observado em outras aulas, as quais propomos aplicar atividades em que os alunos teriam que manusear com cartolinas, tesoura, cordões e outros instrumentos. A nossa preocupação, como já foi exposto, é com o tempo de que dispomos para realizar todas as aulas programadas. Se o professor planeja uma seqüência de atividades, estas não podem ser anuladas, ou etapas de aprendizagem ficariam comprometidas, já que as atividades têm um objetivo. Esse fato não é verificado somente com atividades manipulativas. Observamos, também, que eles gastam muito tempo para realizar atividades as quais são necessárias competências para juntar, separar, comparar e contar.

A segunda dificuldade é a falta de habilidade dos nossos alunos para manusear o material de desenho geométrico. Essa dificuldade foi registrada por Brito e Morey (2004) no grupo de professores que participou da pesquisa realizada pelas duas autoras. Como vimos, o abandono do ensino de geometria e trigonometria comprometeu significativamente a formação dos professores nessas áreas. Evidentemente, isso não é regra geral. A maioria dos professores de matemática tem o domínio dos assuntos em questão e também sabe usar bem o material de desenho. Entretanto, a metodologia usada pelas autoras na referida pesquisa, não deixa dúvidas de que alguns professores sentem dificuldades com os instrumentos de desenho geométrico e com alguns conceitos da geometria. A dimensão dessas

dificuldades é bem maior nos nossos alunos que nos professores da pesquisa de Brito e Morey (2004).

Os alunos, realmente, demoraram muito para realizar as atividades que exigiam o manuseio dos instrumentos de desenho. Isso demonstrou que eles não tinham domínio no uso dos instrumentos.

A terceira dificuldade está intimamente relacionada às atitudes incorporadas pelos alunos em sala de aula e fora dela. O educador Pozo (1998) define três tipos de conteúdos que devem ser observados quando se pretende ensinar ciências: os conteúdos verbais, os conteúdos procedimentais e os conteúdos atitudinais. Desses três conteúdos, apenas os conteúdos verbais e os conteúdos procedimentais são observados pelos professores do ensino de ciências. Os conteúdos atitudinais, por sua vez, têm ficado de fora das salas de aula. Estamos nos referindo ao ensino de ciências, porém o mesmo pode ser observado no ensino de matemática. Na concepção de Pozo (1998), os conteúdos atitudinais, por sua natureza, deveriam estar presentes em todas as salas de aulas de qualquer área do conhecimento. Contudo, a maioria dos professores não reconhece que esse conteúdo também deveria fazer parte de suas aulas e, portanto, acaba ficando à margem da sala.

Assim, se pretendemos promover nos alunos atitudes como: tolerância, cooperação, interesse pelas ciências, curiosidade e espírito de indagação, rigor e precisão, preocupação pela defesa do meio ambiente e outras atitudes positiva, devemos introduzir e reforçar essas atitudes em nossas aulas. Pozo (1998) também afirma que, de forma despercebida, às vezes, o professor contribui para o ensino e reforço de atitudes indesejáveis. Há também aqueles casos em que a não internalização correta de uma atitude faz com que o indivíduo só a demonstre diante de uma autoridade. Para exemplificar isso, basta observarmos alguns dos nossos

condutores de veículos circulando nos centros urbanos ou nas rodovias, ao perceberem a presença de um guarda ou da fiscalização eletrônica, mudam logo de atitude, parando no sinal vermelho ou diminuindo a velocidade, apesar de saberem os riscos que tais infrações trazem para a sua segurança e de seus familiares. No nosso caso, a falta de interesse pelas ciências e a falta de motivação faz com que os alunos trabalhem somente diante dos olhares do professor, e mais ainda, motivados por uma nota que será atribuída no final da aula. O esquema abaixo define melhor a nossa preocupação com os conteúdos atitudinais no ensino de ciência e matemática.

#### DIFICULDADES REFERENTES AOS CONTEÚDOS ATITUDINAIS

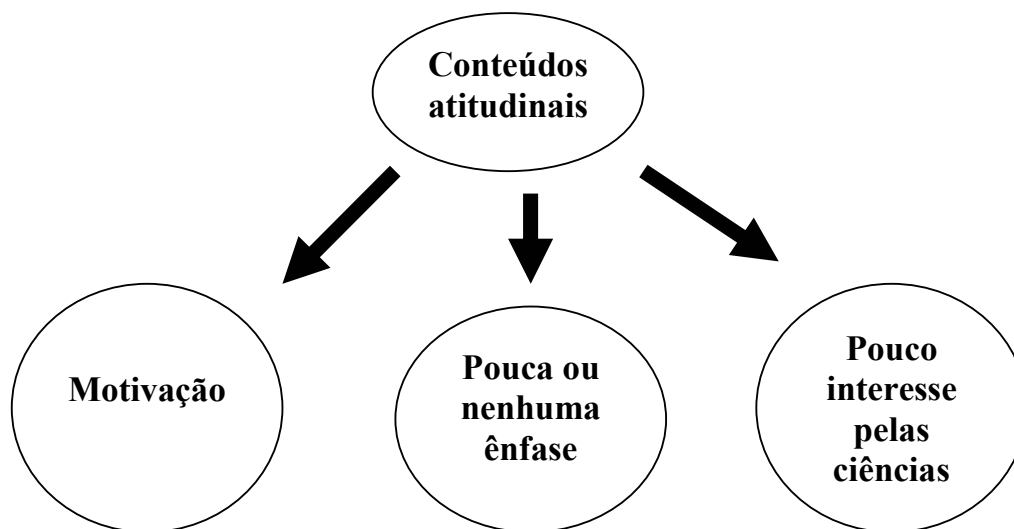


Figura 1 – Conteúdos atitudinais na sala de aula.

Além das dificuldades relacionadas acima, verificamos que muitos alunos vêm de sucessivos insucessos nos seus estudos. Em consequência disso, eles têm

pouca vontade e coragem para enfrentar as atividades de matemática propostas pelos professores, devido a essas experiências anteriores mal sucedidas.

Outras dificuldades estão relacionadas aos vícios que o trabalho em equipe possibilita. Alguns alunos esperam que o colega faça a tarefa só, ou seja, não ajudam e nem opinam sobre as soluções. Novamente, vemos que a motivação e o interesse são essenciais no aprendizado.

A seguir, comentaremos alguns fatos registrados durante a aplicação das atividades e que consideramos merecedores de destaque.

Durante a aplicação da atividade 1, intitulada “medindo sombras”, observamos uma dupla buscando uma justificativa para a diferença errada entre os valores obtidos pela razão entre a altura e a sombra dos dois componentes que possuem alturas bem diferentes. A explicação da garota, cuja estatura era bem menor que a do seu colega, com quem estava realizando a atividade, era que o valor menor encontrado por eles – relativo à razão entre a sua altura e a sombra –, devia-se ao fato de ela possuir menor altura que o garoto. Esse fato remete à situação didática em que um conceito (ou experiência) mal trabalhado nas séries anteriores resulta na dificuldade de obtenção de um novo conceito – no nosso caso, fazer com que o aluno perceba que a razão entre os lados de um triângulo retângulo não depende do tamanho dos lados. Essa situação, que acabamos de descrever, recebe o nome de obstáculo didático. Nesse caso, a aluna em questão apresenta essa dificuldade, provavelmente, devido à não compreensão do conceito de proporcionalidade.

Outra observação importante feita durante a aplicação da atividade 1 foi que, apesar de termos realizado uma breve explanação sobre a necessidade de se



padronizar as medições, no início dessa atividade, muitos alunos não observaram essa exigência quando efetuavam as medições.

Outra situação semelhante à relatada anteriormente surgiu quando aplicávamos a atividade 12, intitulada “conhecendo a identidade fundamental da trigonometria e criando tabelas”. Metade da turma, pelo menos, não conseguiu calcular o valor da seguinte expressão:

$$(\operatorname{sen} \alpha)^2 + (\operatorname{cos} \alpha)^2$$

A dificuldade apresentada demonstra falta de amadurecimento com os conhecimentos algébricos ou com as técnicas de multiplicação de números racionais.

Durante as atividades que envolviam medições de segmentos ou de ângulos, observamos, também, que apresentaram muitos erros por falta de habilidade e conhecimento dos instrumentos usados. Para comprovar o despreparo, basta citar que dois alunos faziam medições de segmentos usando a régua a partir da marca 1 do instrumento e não a partir da marca 0 (zero) como é o correto. Esse fato mostra a dificuldade com questões que envolvem espaço e representações numéricas. Observamos também que as noções de medida e medição não estavam bem fixadas na cabeça dos alunos. Essa afirmação fica bem comprovada à medida que observamos, ainda, outros quatro alunos usando somente os valores inteiros para as medidas dos lados dos triângulos durante a aplicação das atividades 4 e 5.

O que fazer então para minimizar essas dificuldades aqui apresentadas? Devem ser verificados os procedimentos e instrumentos que os alunos dominam. Se não dominam, devem ser preparadas aulas para esse fim.

No que diz respeito às medições, os professores do ensino fundamental têm que trabalhar mais essas noções com os seus alunos. O uso do material de desenho deveria ser obrigatório no Ensino Fundamental, por quanto o aluno vai para o ensino médio sem saber usar os instrumentos de desenho.

Pelo menos duas situações registradas durante a aplicação das atividades demonstraram que o uso das atividades é eficiente para a compreensão de conceitos trigonométricos.

A primeira situação aconteceu durante a realização da atividade 8, que consiste em aplicar os conceitos de seno, cosseno e tangente. Uma aluna fez questionamentos a respeito de como seriam calculadas as razões trigonométricas. Essa mesma aluna já demonstrara, em outras ocasiões, durante algumas aulas expositivas, muitas dificuldades para compreender conceitos e utilizá-los.

A segunda situação ocorreu na aplicação da atividade 11, os resultados referentes ao seno e cosseno de ângulos complementares, obtido por 6 duplas, foram construídos a partir de suas observações baseadas nas tabelas da atividade 5, bem antes da aplicação da atividade 11.

## **5. Considerações finais**

Certamente o uso de atividades no ensino produz resultados positivos para a aprendizagem e para o desenvolvimento de competências no educando. Não pretendemos, neste momento, discutir as vantagens das atividades no ensino de matemática. Outros autores já fizeram isso e alguns deles, inclusive, estão mencionados nesta dissertação. Entretanto, durante nossas aulas com atividades,

observamos algumas situações que demonstram, realmente, que estávamos no caminho certo, quando escolhemos ensinar trigonometria através de atividades.

Após algumas atividades práticas – mediante comparação com outra turma de mesmo perfil em que foram realizadas somente aulas expositivas –, observamos uma aluna ditando as definições de seno e cosseno de memória para um colega, durante a realização da atividade 8, comprovando a fixação dos conceitos a partir da experiência prática, assim como outros alunos que, igualmente, apresentaram um bom rendimento, contrariando o modelo tradicional. As aulas subseqüentes a essas atividades foram mais motivadas e verifiquei que os alunos terminavam as tarefas com mais rapidez que antes.

Enfim, conhecendo bem a realidade do ensino de matemática com suas principais dificuldades por que passam os professores no tocante a salários e condições de trabalho (o excesso de carga horária, as salas superlotadas, escolas sem equipamentos e pessoal de apoio que não oferecem um bom acompanhamento), o problema de aprendizagem também se constitui como desafio. Contudo, cabe ao professor experimentar na sua escola uma ou outra linha político-pedagógica. As opções do professor são continuar com o ensino direto e tradicional ou optar pelo ensino, através do qual o aluno poderá aprender a construir o conhecimento através de suas próprias experiências. Se sua opção for romper com o ensino tradicional, então é preciso que o professor esteja pronto para enfrentar os desafios na certeza de que, verdadeiramente, seus alunos irão aprender a “verdadeira” matemática.

Para finalizar, algumas recomendações para superação das dificuldades encontradas por professores que estejam em situações semelhantes às descritas neste trabalho. O professor deve ficar atento para os seguintes pontos:

Primeiro deve procurar conhecer bem a sua clientela. Para isso deve elaborar entrevistas e atividades de testagem. Após conhecer a turma o professor já pode elaborar o material didático que será aplicado na turma. Não deve, jamais, esquecer de testar todo o material elaborado e verificar se os instrumentos estão de acordo a sua turma, e se funcionam perfeitamente. Devem ser elaboradas aulas preparatórias, contendo procedimentos e habilidades que os alunos não dominam, e que sejam necessárias para que eles realizem as tarefas planejadas. Estas aulas têm que ser incluídas no planejamento.

No caso de o professor trabalhar com turmas muito numerosas deve procurar um meio de dividir a turma para que os trabalhos ocorram de forma satisfatória. Neste caso, é importante que o professor conheça todos os recursos disponíveis na Escola como vídeo, informática, biblioteca, laboratórios, jogos e outros. Assim o professor poderá elaborar atividades extras de forma que uma parte da turma ocupe um espaço disponível na escola, mas, para isso, tem que existir uma atividade preparada, antecipadamente, para esse espaço.

O professor não pode deixar de observar o calendário pedagógico da escola. Se a escola não tem um calendário definido, deve discutir e mostrar os seus planos á comunidade escolar, principalmente aos outros professores e a equipe pedagógica, antes de começar a elaboração do planejamento de um novo tema.

Outra recomendação importante: o material que vai ser reproduzido para o aluno tem que ser entregue a escola com bastante antecedência para que não ocorram surpresas desagradáveis.

Não ter medo do erro e do novo, afinal, só aprendemos quando estamos engajados em uma situação que não conhecemos na sua totalidade.

## REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M., Ingénierie didactique. In: **Didactique dès Mathématiques**, Brun J. (org). Lausanne-Paris: Delachaux, 1996.

BIANCHINI, E.; PACCOLA, H. **Matemática**. versão alfa. São Paulo: Moderna, 1995. v. 2.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, 1999.

BRITO, A. de J.; MOREY, B. B. Geometria e trigonometria: dificuldades dos professores de matemática do ensino fundamental. In: John A. Fossa (org). **Presenças Matemáticas**. Natal: Edufrn, 2004. p. 9 - 33.

COSTA, N. M. L., **Funções seno e cosseno**: uma seqüência de ensino a partir dos contextos do “mundo experimental” e do computador. 250f. Dissertação (Mestrado em ensino da matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**, Cidade, v. 3, n.4, p. 1–37, 1995.

FOSSA, J. A. Hamlet, antipholus e antipholus: lucrubações pedagógicas sobre a história da matemática. In: Encontro nacional de educação matemática, 5., 1995. Aracajú. **Anais...** Aracajú: SBEM, 1995. p.281-283.

\_\_\_\_\_. (org). **Uma proposta metodológica para a pesquisa em educação matemática**. In: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORDESTE., 1998. Natal, RN: EDUFRN, 1998a. (série 13 EPEN, v. 19, p.127-133)

\_\_\_\_\_. **Teoria intuicionista da educação matemática**. Tradução de. Alberta M.R.B. Ladchumanandasivam. Natal: EDUFRN, 1998b.

\_\_\_\_\_. **Ensaio sobre a educação matemática**. Belém: EDUEPA, 2001.

MENDES, I. A. **O uso da história no ensino da matemática**: reflexões teóricas e experiências. Belém: EDUEPA, 2001a.

\_\_\_\_\_. **Ensino da matemática por atividades**: uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática. 2001b. 283f. Dissertação (Doutorado em Educação) –

Departamento de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2001b.

NACARATO, A. M. A definição de seno apresentada nos livros didáticos de matemática no século XX. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 5., 2003, Rio Claro. **Anais...**Rio Claro: SBHMat, 2003. p.205-213.

PAIS, L. C. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

POZO, J.; CRESPO, M. **Aprender y enseñar ciencia**, Madrid: Morata, 1998.

# ANEXOS

## ANEXO A – MEDINDO SOMBRAS

---

**Atividades propostas aos alunos**

---

**Atividade 1:****Medindo sombras, calculando razões e interpretando os resultados.**

**Objetivo:** Verificar que a relação entre os lados no triângulo retângulo não depende do tamanho (comprimento dos lados) deste triângulo.

**Metodologia:** Dividir a turma em duplas e orientar para que cada dupla meça a altura do companheiro e o comprimento de sua respectiva sombra. Anotar o resultado no caderno. Orientar toda a turma no sentido de que a posição de todos tem de ser padronizada: ou todos de frente para o sol, ou todos de costa, etc. Discutir o porquê de tal padronização. De posse das anotações feitas no pátio, cada dupla calculará a razão entre a altura do colega e comprimento de sua sombra. Os resultados das divisões deverão ter duas casas decimais. Dialogando com a classe, o professor tentará fazer com que percebam que os valores para a razão obtida são muito próximos. A seguir, buscará com os alunos explicações para o fato.

**Material:** Cada dupla de alunos deverá ter fita métrica ou trena e uma calculadora (opcional).

**Instruções:**

Forme uma dupla com alguém de sua classe, meça a altura e a sombra de seu companheiro. Anote os resultados no caderno. A seguir, peça para ele fazer o mesmo.



Tome os comprimentos obtidos e calcule a razão  $b = \frac{\textit{altura}}{\textit{sombra}}$  para cada membro da dupla.

Anote o resultado no caderno, deixando duas casas decimais.

Verifique se as duas razões obtidas são iguais ou próximas e tente, juntamente com seu companheiro, achar uma explicação para o fato.

Observe os resultados obtidos pelas demais duplas. Existe alguma regularidade? Qual a explicação?

## ANEXO B – CONSTRUÇÕES BÁSICAS DO DESENHO GEOMÉTRICO

---

### Atividades propostas aos alunos

---

#### Atividade 2:

##### **Aprendendo as construções básicas do desenho geométrico.**

**Objetivo:** Manipular material de desenho e conhecer as construções básicas do desenho geométrico.

**Material:** Compasso, transferidor e régua.

**Metodologia:** Agrupar a classe em pequenos grupos. De posse da tarefa distribuída pelo professor, cada aluno do grupo tentará resolver. O professor ajuda aqueles que não estão conseguindo, ou junto com o grupo, ou no quadro negro.

##### **Instruções:**

- a) Forme uma dupla com um colega de classe.
- b) Cada aluno deverá ter em mãos o material citado acima.
- c) Procure realizar as tarefas listadas abaixo e ajudar o seu colega quando este não conseguir realizá-las.
- d) Se tiver dúvidas, procure resolver o problema com seu companheiro.  
Caso não consiga resolver em conjunto, peça ajuda ao professor.

**Tarefas para as duplas de alunos:**

1. Construir um ângulo igual a um ângulo dado.
  - a) Construir um triângulo conhecendo um lado **AB** e os dois ângulos adjacentes **Â** e **B**.
  - b) Construir um triângulo, conhecendo dois lados **AB** e **AC** e o ângulo **Â** compreendido.
  - c) Construir um triângulo, conhecendo-se os seus três lados.
  - d) Construir um triângulo retângulo, conhecendo-se a hipotenusa e um cateto.
2. Construir um triângulo retângulo, conhecendo a hipotenusa e um ângulo agudo.
3. Usando o transferidor encontre a medida, em graus, dos ângulos dados.
4. Usando o transferidor, construa ângulos com as medidas indicadas abaixo:  
  
60°, 72°, 30°, 45°, 120° e 90°.

## ANEXO C – SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

---

### Atividades propostas aos alunos

---

#### Atividade 3:

##### Relembrando semelhança de triângulos

**Objetivo:** Reativar o conhecimento anterior sobre semelhança de triângulos.

**Material:** Caderno e folha de atividade.

**Metodologia:** O professor deverá fazer com que os alunos recuperem o conceito de semelhança estudado no Ensino Fundamental. Para isso, pedirá que os alunos desenhem um par de triângulos semelhantes. A seguir, os alunos justificarão porque os triângulos são semelhantes, usando um dos critérios estudados nas séries anteriores.

**Instruções:**

- a) Desenhe um par de triângulos semelhantes.
- b) Justifique porque os triângulos são semelhantes. Você se lembra dos casos de semelhança de triângulos? O caso AA? E o caso LAL? Dê exemplos usando esses critérios, ou algum outro conhecido por você.

ANEXO D – RAZÕES ENTRE OS LADOS DE UM PAR DE TRIÂNGULOS  
RETÂNGULOS NÃO SEMELHANTES

---

**Atividades propostas aos alunos**

---

**Atividade 4:**

**Calcular razões entre os lados num par de triângulos retângulos não semelhantes.**

**Objetivo:** Atentar para o fato de que, para cada razão calculada, os valores são distintos nos dois triângulos.

**Material:** Caderno, folha de atividades, material de desenho e desenhos da atividade anterior.

**Metodologia:** De posse da tarefa distribuída pelo professor, cada grupo tentará resolver. O professor dialoga com a classe, procurando ajudar os grupos com dificuldade, atento para que todos do grupo trabalhem e procurem resolver suas dúvidas dentro do grupo.

**Instruções:**

- c) Desenhar, na folha em branco que você recebeu, dois triângulos retângulos ABC e PQR não semelhantes.
- d) Em ambos os triângulos, indicar a hipotenusa como “a”, o menor cateto como “b” e o cateto maior como “c”.
- e) Medir os lados dos triângulos, calcular as razões e preencher a tabela abaixo.

	$a/b$	$a/c$	$b/a$	$b/c$	$c/a$	$c/b$
Triângulo ABC						
Triângulo PQR						

ANEXO E – RAZÕES ENTRE OS LADOS DE UM PAR DE TRIÂNGULOS  
RETÂNGULOS SEMELHANTES

---

**Atividades propostas aos alunos**

---

**Atividade 5:**

**Calcular as razões trigonométricas num par de triângulos retângulos  
semelhantes.**

**Objetivo:** Perceber que as razões entre os lados homólogos de dois triângulos semelhantes são iguais.

**Material:** Caderno, folha de atividades, material de desenho e desenhos da atividade anterior.

**Metodologia:** De posse da tarefa distribuída pelo professor, cada grupo tentará resolver. O professor auxiliará os grupos com dificuldade.

**Instruções:**

- a) Desenhar, na folha em branco que você recebeu, dois triângulos retângulos ABC e PQR semelhantes.
- b) Justificar por que são semelhantes.
- c) Indicar os lados homólogos dos triângulos com **a**, **b** e **c**.
- d) Medir os lados de ambos os triângulos, calcular as razões indicadas e preencher a tabela abaixo:

	$a/b$	$a/c$	$b/a$	$b/c$	$c/a$	$c/b$
Triângulo ABC						
Triângulo PQR						

e) Buscar similaridades e diferenças nos resultados da tabela acima.

Tentar arranjar uma explicação para esse fato.



## ANEXO F – NOMEANDO OS LADOS DE UM TRIÂNGULO

---

**Atividades propostas aos alunos**


---

**Atividade 6:****Nomeando os lados dos triângulos em relação aos ângulos.**

**Objetivo:** Reconhecer o cateto oposto e o cateto adjacente relacionado a um determinado ângulo agudo.

**Material:** Caderno e folha de atividades.

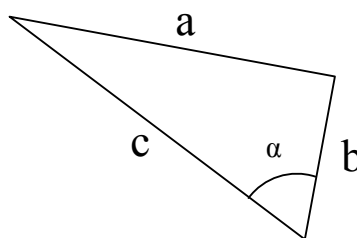
**Metodologia:** De posse da tarefa distribuída pelo professor, cada grupo tentará resolver. O professor ajudará os grupos com dificuldade.

**Instruções:**

1. Em cada um dos triângulos dados abaixo, indicar o lado que está sendo nomeado em relação ao ângulo:

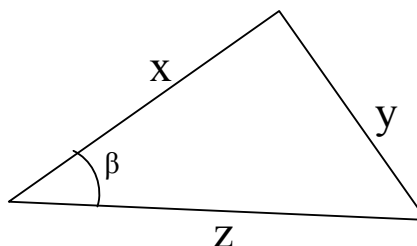
a)

Cateto oposto  $\alpha$  =  
 Cateto adjacente  $\alpha$  =



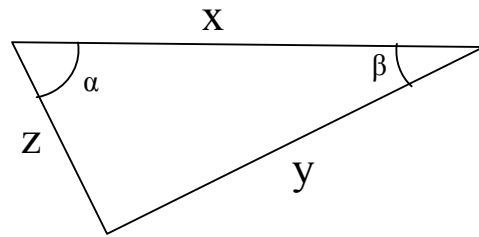
b)

Cateto oposto  $\beta$  =  
 Cateto adjacente  $\beta$  =



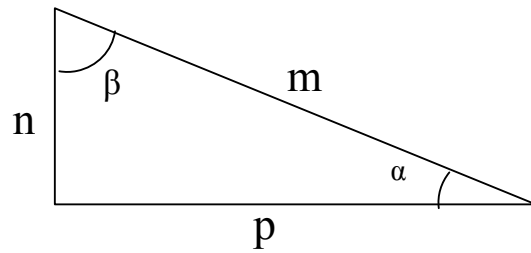
c)

Cateto adjacente  $\alpha =$   
 Cateto oposto  $\alpha =$



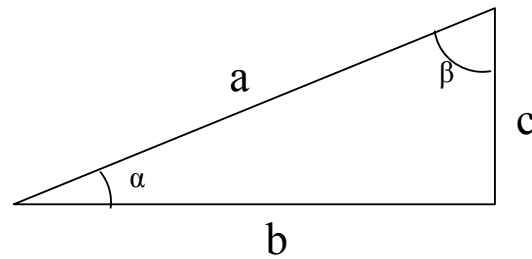
d)

Cateto adjacente  $\alpha =$   
 Cateto oposto  $\beta =$



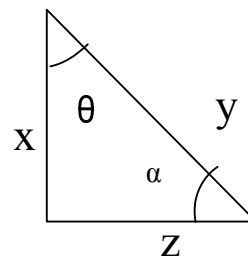
e)

Cateto oposto  $\alpha =$   
 Cateto oposto  $\beta =$



f)

Cateto adjacente  $\theta =$   
 Cateto adjacente  $\alpha =$



## ANEXO G – FORMALIZANDO CONCEITOS DA TRIGONOMETRIA

---

**Atividades propostas aos alunos**


---

**Atividade 7:****Formalizando os conceitos de seno, cosseno e tangente.**

**Objetivo:** O aluno deverá escrever uma relação para cada uma das razões trigonométricas descritas acima.

**Material:** Caderno, folha de atividades, material de desenho.

**Metodologia:** De posse da tarefa distribuída pelo professor, cada grupo tentará resolver. O professor dialoga com a classe, procurando ajudar os grupos com dificuldade.

**Instruções:**

- a) Desenhar dois triângulos retângulos semelhantes ABC e PQR.
- b) Em ambos os triângulos, indicar o menor ângulo agudo como  $\alpha$ .
- c) Medir os lados dos triângulos, calcular as razões e preencher a tabela abaixo:

	$\frac{\text{cat.oposto } \alpha}{\text{hipotenusa}}$	$\frac{\text{cat.adjacente } \alpha}{\text{hipotenusa}}$	$\frac{\text{cat.oposto } \alpha}{\text{cat.adjacente } \alpha}$
Triângulo ABC			
Triângulo PQR			

d) Enunciar as definições das razões trigonométricas fundamentais.

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{Cateto oposto } \alpha}{\text{hipotenusa}}$$

.....  
.....  
.....

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{Cateto adjacente } \alpha}{\text{hipotenusa}}$$

.....  
.....  
.....

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{Cateto oposto } \alpha}{\text{Cateto adjacente } \alpha}$$

.....  
.....  
.....

## ANEXO H – APLICANDO OS CONCEITOS ESTUDADOS

---

**Atividades propostas aos alunos**


---

**Atividade 8:**

**Reverendo conceitos estudados e introduzindo noção de tangente de um ângulo.**

**Objetivo:** O aluno deverá aplicar os conceitos de seno, cosseno e tangente em uma outra situação.

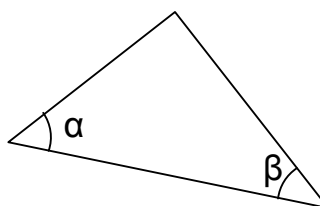
**Material:** Caderno, folha de atividades, material de desenho.

**Metodologia:** De posse da tarefa distribuída pelo professor, cada grupo tentará resolver. O professor dialoga com a classe, procurando ajudar os grupos com dificuldade.

**Instruções:** Para cada um dos triângulos abaixo, fazer o que se pede:

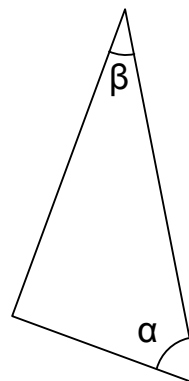
$\alpha = \dots\dots\dots,$   
 $\text{sen } \alpha = \dots\dots\dots,$   
 $\text{sen } \beta = \dots\dots\dots,$   
 $\text{tg } \alpha = \dots\dots\dots,$

$\beta = \dots\dots\dots,$   
 $\text{cos } \alpha = \dots\dots\dots,$   
 $\text{cos } \beta = \dots\dots\dots,$   
 $\text{tg } \beta = \dots\dots\dots$



$\alpha = \dots\dots\dots,$   
 $\text{sen } \alpha = \dots\dots\dots,$   
 $\text{sen } \beta = \dots\dots\dots,$   
 $\text{tg } \alpha = \dots\dots\dots,$

$\beta = \dots\dots\dots,$   
 $\text{cos } \alpha = \dots\dots\dots,$   
 $\text{cos } \beta = \dots\dots\dots,$   
 $\text{tg } \beta = \dots\dots\dots$



ANEXO I – CALCULANDO A SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS EM UM TRIÂNGULO QUALQUER NO PLANO

---

**Atividades propostas aos alunos**

---

**Atividade 9:**

**A soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer.**

**Objetivo:** Verificar que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180 graus.

**Material:** Folha de ofício em branco, folha de atividades e material de desenho.

**Metodologia:** Usar dobradura e recorte, ou a simples medição dos ângulos internos de um triângulo qualquer para verificar que a soma é 180 graus.

**Instruções:** Mostre que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180 graus.

- a) Desenhe um triângulo qualquer.
- b) Usando um transferidor, meça os ângulos internos do triângulo que você desenhou.
- c) Some os três valores. O que você observou?
- d) Usando dobraduras, recorte um triângulo qualquer na folha em branco que você recebeu. Agora, recorte os três ângulos e coloque-os um ao lado do outro, de modo que os vértices coincidam. O que você observou? Qual o valor do ângulo formado pela soma dos três ângulos?

ANEXO J – A COMPLEMENTARIDADE DOS ÂNGULOS AGUDOS DE UM TRIÂNGULO RETÂNGULO

---

**Atividades propostas aos alunos**

---

**Atividade 10:**

**Complementaridade dos ângulos agudos de um triângulo retângulo.**

**Objetivo:** Verificar que os ângulos agudos de um triângulo retângulo são complementares.

**Material:** Folha de ofício em branco, folha de atividades e material de desenho.

**Metodologia:** Usar dobradura e recorte, ou a simples medição dos ângulos agudos de um triângulo retângulo para verificar que são complementares.

**Instruções:** Mostre que, num triângulo retângulo, os ângulos agudos são complementares.

- a) Desenhe um triângulo retângulo.
- b) Usando um transferidor, meça os ângulos agudos do triângulo que você desenhou.
- c) Some as medidas dos dois ângulos agudos. O que você observou?
- d) Usando dobraduras, recorte um triângulo retângulo na folha em branco que você recebeu. Agora, recorte os dois ângulos agudos e coloque-os um ao lado do outro, de modo que os vértices se coincidam. O que você observou? Qual o valor do ângulo formado pela soma dos dois ângulos?

ANEXO K – COMPARANDO OS VALORES DO SENO E DO COSSENO DOS  
ÂNGULOS COMPLEMENTARES DE UM TRIÂNGULO RETÂNGULO

---

**Atividades propostas aos alunos**

---

**Atividade 11:**

**Verificando a relação existente entre os ângulos complementares de um  
triângulo retângulo e as razões seno e cosseno**

**Objetivo:** Verificar que, em um triângulo retângulo, o seno de um ângulo agudo é igual ao cosseno de seu complementar (vice-versa).

**Material:** Atividade 9, folha de atividades e material de desenho.

**Metodologia:** De posse da tarefa distribuída pelo professor, cada grupo tentará resolver. O professor dialoga com a classe, procurando ajudar os grupos com dificuldade.

**Instruções:** Para cada um dos triângulos da atividade 8, comparar o valor de  $\text{sen } \alpha$  com o de  $\text{cos } \beta$ . Depois, comparar o valor de  $\text{sen } \beta$  com o de  $\text{cos } \alpha$ . Você chegou a alguma conclusão?



## ANEXO L – A IDENTIDADE FUNDAMENTAL DA TRIGONOMETRIA

---

**Atividades propostas aos alunos**

---

**Atividade 12:****Verificando a identidade fundamental da Trigonometria e criando tabelas trigonométricas.****Objetivos:**

- Verificar que, em um triângulo retângulo, o seno de um ângulo agudo ao quadrado mais o seu cosseno ao quadrado é igual a um.
- Construir uma tabela trigonométrica para alguns ângulos.

**Material:** Caderno, folha de papel milimetrado, folha de atividades e material de desenho.

**Metodologia:** De posse da tarefa distribuída pelo professor, cada grupo tentará resolver. O professor dialoga com a classe, procurando ajudar os grupos com dificuldade.

**Instruções:**

- a) Construir uma série de triângulos retângulos, cuja hipotenusa tenha a mesma medida.
- b) Os triângulos deverão ter um lado comum e um dos ângulos agudos deverá variar de 10 em 10 graus. (veja o exemplo dado pelo professor).
- c) Preencha a tabela abaixo.
- d) O que fazer com o seno do ângulo de  $0^\circ$ ? E o seno do ângulo de  $90^\circ$ ?

- e) O que fazer com o cosseno do ângulo de  $0^\circ$ ? E o cosseno do ângulo de  $90^\circ$ ?
- f) Após observar a quarta coluna da tabela trigonométrica por você elaborada, o que você concluiu? Isto lembra alguma situação em geometria?

Tabela

$\alpha$	$\text{sen}\alpha$	$\text{Cos}\alpha$	$(\text{Sen}\alpha)^2 + (\text{Cos}\alpha)^2$
$0^\circ$			
$10^\circ$			
$20^\circ$			
$30^\circ$			
$40^\circ$			
$50^\circ$			
$60^\circ$			
$70^\circ$			
$80^\circ$			
$90^\circ$			